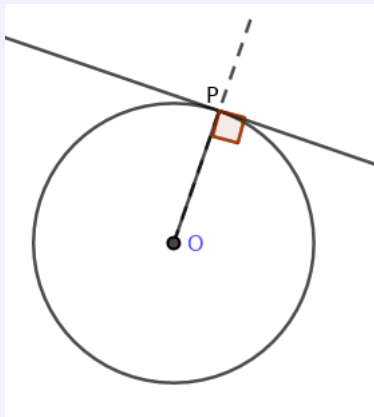


Session 76 | Tangents 1 | Worksheet 76

- 1) താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഘട്ടങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് വൃത്തത്തിൽ തൊടുവര വരക്കുക .
 - a) 3സെ.മീ ആരമുള്ള വൃത്തം വരച്ച് അതിൽ ഒരു ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുക
 - b) വൃത്തകേന്ദ്രം O എന്ന് അടയാളപ്പെടുത്തി ആരം OP വരക്കുക
 - c) P യിലൂടെ വൃത്തത്തിന് തൊടുവര വരക്കുക
 - d) ഈ തൊടുവരയ്ക്ക് സമാന്തരമായി മറ്റൊരു തൊടുവര വരക്കുക .

Answers



ആരം നീട്ടി വ്യാസം വരച്ച് വ്യാസത്തിന്റെ മറ്റേ അറ്റത്തുകൂടി വൃത്തത്തിന് തൊടുവര വരക്കുക

- 2) അനുയോജ്യമായ ചിത്രം വരച്ച് നീളം കണക്കാക്കുക
 - a) 5സെന്റീമീറ്റർ ആരമുള്ള വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും നിശ്ചിത അകലെ വൃത്തത്തിന് പുറത്തുള്ള ബിന്ദുവിൽ നിന്നും വരച്ചിരിക്കുന്ന തൊടുവരയുടെ നീളം 12സെ.മീ ആയാൽ കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും പുറത്തെ ബിന്ദുവിലേയ്ക്കുള്ള അകലം കണക്കാക്കുക
 - b) വൃത്തകേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും 10സെ.മീ അകലെയുള്ള ബിന്ദുവിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിലേയ്ക്ക് തൊടുവര വരക്കുന്നു. വൃത്തത്തിന്റെ ആരം 6സെ.മീറ്റർ ആയാൽ തൊടുവരയുടെ നീളം എത്ര?
 - c) വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും 26സെ.മീ അകലെയുള്ള ബിന്ദുവിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിലേയ്ക്ക് തൊടുവര വരക്കുന്നു. തൊടുവരയുടെ നീളം 24സെ.മീ ആയാൽ വൃത്തത്തിന്റെ ആരമെത്ര?

Answers

Draw suitable figures തൊടുവരയുടെ നീളം l , ആരം r , കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നുള്ള അകലം d ആയാൽ

$$d^2 = l^2 + r^2$$

$d^2 = 12^2 + 5^2 = 144 + 25 = 169, d = \sqrt{169} = 13\text{cm}$ തൊടുവരയുടെ നീളം l , ആരം r , കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നുള്ള അകലം d ആയാൽ

$$d^2 = l^2 + r^2$$

$10^2 = l^2 + 6^2, l^2 = 100 - 36 = 64, l = \sqrt{64} = 8\text{cm}$ തൊടുവരയുടെ നീളം l , ആരം r , കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നുള്ള അകലം d ആയാൽ

$$d^2 = l^2 + r^2$$

$26^2 = 24^2 + r^2, r^2 = 26^2 - 24^2 = 676 - 576 = 100, r = \sqrt{100} = 10\text{cm}$

8) O വൃത്തകേന്ദ്രമാണ്, $\angle OPA = 30^\circ, OP = 16, P$ യിൽ നിന്നുള്ള തൊടുവരയാണ് PA എങ്കിൽ

a) ഏകദേശചിത്രം വരയ്ക്കുക

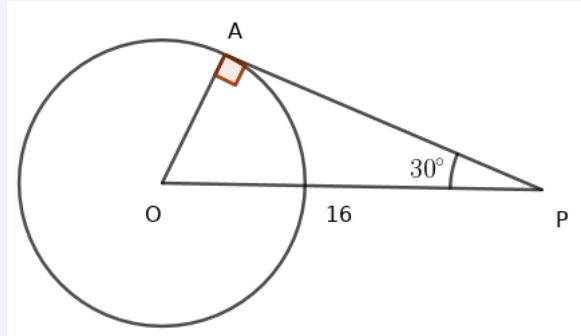
b) ത്രികോണം $\triangle OAP$ കോണുകൾ എഴുതുക

c) വൃത്തത്തിന്റെ ആരമെത്ര?

d) തൊടുവരയുടെ നീളമെത്ര?

Answers

a) ചിത്രം



b) $\angle OPA = 30^\circ, \angle OAP = 90^\circ, \angle AOP = 60^\circ$

c) This is a $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ ത്രികോണമാണ്.

90° യ്ക്ക് എതിരെയുള്ള വശം 16 സെ.മീ . 30° യ്ക്ക് എതിരെയുള്ള വശം 8 സെ.മീ , 60° യ്ക്ക് എതിരെയുള്ള വശം $8\sqrt{3}$ സെ.മീ
തൊടുവരയുടെ നീളം $PA = 8\sqrt{3}$ cm, ആരം $OA = 8$ സെ.മീ

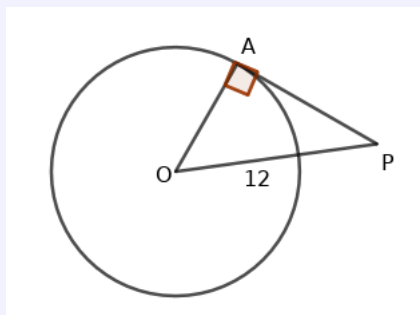
4) ചിത്രത്തിൽ O വൃത്തകേന്ദ്രമാണ്. കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും 12 സെ.മീ അകലെയുള്ള P യിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിലേയ്ക്കുള്ള തൊടുവരയുണ്ട് . തൊടുവരയുടെ നീളവും ആരവും തുല്യമാണ് .

a) ചിത്രം വരയ്ക്കുക

b) $\triangle OAP$ ത്രികോണത്തിന്റെ കോണുകൾ കണക്കാക്കുക?

c) ഞാണിന്റെ നീളവും ആരവും എത്ര വീതമാണ്?

Answers



a)

b) $\angle OAP = 90^\circ, OA = PA$. തുല്യകോണുകൾക്ക് എതിരെയുള്ള വശങ്ങൾ തുല്യം . കോണുകൾ 45° വീതമാണ്

$\triangle OAP$ ഒരു $45^\circ - 45^\circ - 90^\circ$ ത്രികോണം .

c) തൊടുവരയുടെ നീളം $= \frac{12}{\sqrt{2}} = 6\sqrt{2}$ cm, ആരം $= 6\sqrt{2}$ സെ.മീ

5) ശരിയുത്തരം തിരഞ്ഞെടുക്കുക

a) വൃത്തത്തിന്റെ ആരവും വൃത്തത്തിന് പുറത്തുള്ള ബിന്ദുവിൽ നിന്നുള്ള തൊടുവരയുടെ നീളവും 1സെ.മീ കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും ബുറത്തെ ബിന്ദുവിലേയ്ക്കുള്ള അകലം ?

- (a) 1 (b) $\sqrt{2}$ (c) 3 (d) 2

b) പുറത്തെ ബിന്ദുവിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിലേയ്ക്കുള്ള തൊടുവരയുടെ നീളം 12സെ.മീ .തൊടുവര കേന്ദ്രവും പുറത്തെ ബിന്ദുവും യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയുമായി 30° കോൺ രൂപീകരിക്കുന്നു. വൃത്തത്തിന്റെ ആരം എത്ര?

- (a) $4\sqrt{3}$ (b) $2\sqrt{2}$ (c) $3\sqrt{3}$ (d) $5\sqrt{2}$

c) 5സെ.മീ ആരമുള്ള വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും കുറച്ചകലെയുള്ള ബിന്ദുവിൽ നിന്ന് വൃത്തത്തിലേയ്ക്ക് തൊടുവര വരച്ചിരിക്കുന്നു. തൊടുവരയുടെ നീളം 12സെ.മീ ആയാൽ പുറത്തെ ബിന്ദുവിൽ നിന്നും കേന്ദ്രത്തിലേയ്ക്കുള്ള അകലം

- (a) 13cm (b) 12cm (c) 18cm (d) 10cm

Answers

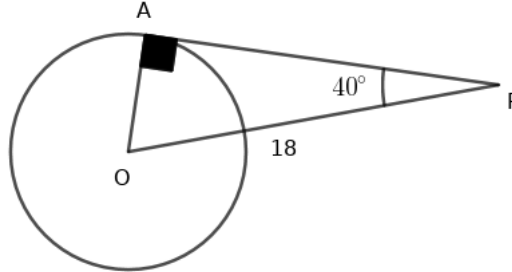
a) $\sqrt{2}$

b) $4\sqrt{3}$ സെ.മീ

c) 13സെ.മീ

Session 77 | Tangents 2 | Worksheet 77

1) ചിത്രത്തിൽ $\angle OPA = 40^\circ$, $OP = 18$ സെ.മീ ആയാൽ

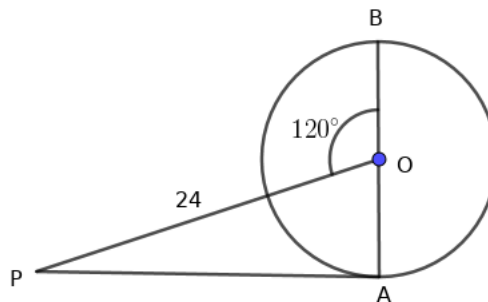


- $\angle AOP$ എത്ര?
- വൃത്തത്തിന്റെ ആരം എത്ര?
- തൊടുവരയുടെ നീളമെത്ര?
[$\sin 40 = 0.6428$, $\cos 40^\circ = 0.7660$, $\tan 40 = 0.8391$]

Answers

- $\angle AOP = 90 - 40 = 50^\circ$
- $\sin 40^\circ = \frac{OA}{OP} = \frac{OA}{18}$
 $OA = 18 \times 0.6428 = 11.57 \text{ cm}$
- $\cos 40^\circ = \frac{PA}{18}$
 $PA = 0.7660 \times 18 = 13.788 \text{ cm}$

2) ചിത്രത്തിൽ $\angle POB = 120^\circ$, $OP = 24$ സെ.മീ, AB വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസമാണ്.



- $\triangle POA$ യുടെ കോണുകൾ എത്രവീതമാണ്
- വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസം എത്ര?
- P യിൽ നിന്നുള്ള തൊടുവരയുടെ നീളമെത്ര?

Answers

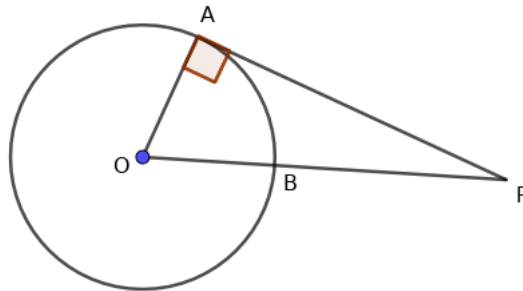
- a) $\triangle AOP$ യിൽ, $\angle PAO = 90^\circ$, $\angle POA = 180 - 120 = 60^\circ$, $\angle OPA = 30^\circ$
- b) 90° യ്ക്ക് എതിരെയുള്ള വശം 24 സെ.മീ, 30° യ്ക്ക് എതിരെയുള്ള വശം 12 സെ.മീ
 $AB = 24$ സെ.മീ
- c) 60° യ്ക്ക് എതിരെയുള്ള വശം $12\sqrt{3}$ സെ.മീ
തൊട്ടുവരയുടെ നീളം $12\sqrt{3}$ സെ.മീ.

3) വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും 8 സെ.മീ അകലെയുള്ള ബിന്ദുവിൽ നിന്നും വരക്കുന്ന തൊട്ടുവരയുടെ നീളം 4 സെ.മീ ആണ്. തൊട്ടുവര വരക്കുക. വൃത്തത്തിന്റെ ആരം അളന്നെഴുതുക

Answers

- a) PA എന്ന വര 4 സെ.മീ നീളത്തിൽ വരക്കുക
- b) A യിലൂടെ PA യ്ക്ക് ലംബം വരക്കുക
- c) P കേന്ദ്രമായി 8 സെ.മീ ആരമുള്ള ചാപം വരച്ച് A യിൽ നിന്നുള്ള ലംബവരയെ O യിൽ ഖണ്ഡിക്കുന്നതായി അടയാളപ്പെടുത്തുക.
- d) O കേന്ദ്രമായി OA ആരമായി വൃത്തം വരക്കുക.

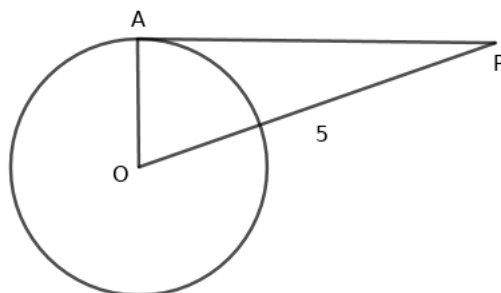
4) ചിത്രത്തിൽ PA എന്ന തൊട്ടുവരയുടെ നീളം 12 സെ.മീ, $PB = 8$ സെ.മീ ആയാൽ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം എത്ര?



Answers

- * $OA = OB = r$
 $OA^2 + PA^2 = OP^2$,
- * $r^2 + 12^2 = (r + 8)^2$, $r^2 + 144 = r^2 + 16r + 64$, $80 = 16r$, $r = 5$ സെ.മീ

5) ചിത്രത്തിൽ O വൃത്തകേന്ദ്രമാണ്, PA തൊട്ടുവരയാണ്. ത്രികോണം OPA യുടെ പരപ്പളവ് 6 ചതുരശ്രസെ.മീ, $OP = 5$ സെ.മീ



a) വൃത്തത്തിന്റെ ആരം എത്ര?

3

b) തൊടുവരയുടെ നീളമെത്ര?

Answers

a) Let $OA = r, PA = x$. $\frac{1}{2}rx = 6, rx = 12$

$$r^2 + x^2 = 5^2$$

$$(r + x)^2 = r^2 + x^2 + 2rx, (r + x)^2 = 25 + 24 = 49, r + x = 7$$

$$(r - x)^2 = (r + x)^2 - 4rx = 49 - 48 = 1$$

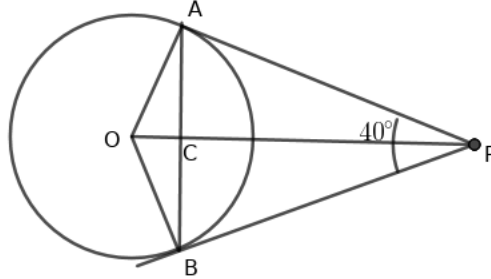
$$r + x = 7, r - x = 1 \rightarrow 2r = 8, r = 4$$

b) തൊടുവരയുടെ നീളം $x = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$

1

Session 78 | Tangents 3 | Worksheet 78

1) ചിത്രത്തിൽ PA, PB എന്നിവ തൊടുവരകളാണ്. O വൃത്തകേന്ദ്രമാണ്.

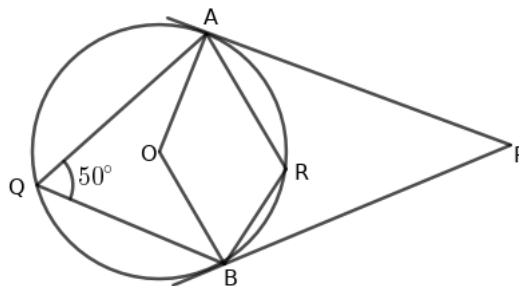


- a) കോൺ $\angle OAP, \angle OBP$ എത്രവീതമാണ്?
- b) $\angle APB = 40^\circ$ ആയാൽ $\angle AOB$ എത്ര?
- c) AB, CD എന്നീ വരകൾ C യിൽ ഖണ്ഡിക്കുന്നു. CO, CP, CA, CB ? എന്നിവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം എന്ത്?

Answers

- a) ആരം തൊടുവരയ്ക്ക് ലംബമാണ്.
 $\angle OAP = \angle OBP = 90^\circ$
- b) $OAPB$ ചക്രിയചതുർഭുജമാണ്. $\angle AOB = 180 - 40 = 140^\circ$
- c) $OAPB$ ചക്രിയചതുർഭുജമാണ്. വൃത്തം ത്രികോണത്തിന്റെ ശീർഷങ്ങളിലൂടെ കടന്നുപോകുന്നു. OP, AB എന്നിവ വൃത്തത്തിലെ ഞാണുകളാണ്. ഇവ C യിൽ ഖണ്ഡിക്കുന്നു
 $CO \times CP = CA \times CB$

2) ചിത്രത്തിൽ PA, PB എന്നിവ തൊടുവരകളാണ്. O വൃത്തകേന്ദ്രമാണ്, $\angle AQB = 50^\circ$ ആയാൽ



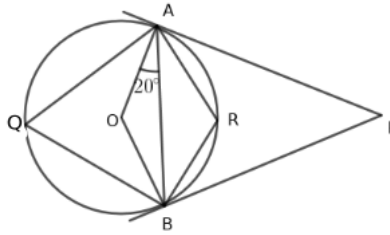
- a) $\angle AOB$ യുടെ അളവെത്രം?
 b) $\angle ARB, \angle APB$ എന്നീ അളവുകളെത്രം?

2

Answers

- a) $\angle AOB = 2 \times 50^\circ = 100^\circ$
 b) $QARB$ is cyclic. $\angle ARB = 180 - 50 = 130^\circ$
 c) $OAPB$ is cyclic. $\angle APB = 180 - 100 = 80^\circ$

- 3) ചിത്രത്തിൽ O വൃത്തകേന്ദ്രമാണ്, PA, PB തൊടുവരകളാണ്. $\angle OAB = 20^\circ$ ആയാൽ



- a) $\angle AOB, \angle AQB$ എന്നീ കോണുകൾ എത്ര?
 b) $\angle ARB$ യുടെ അളവെത്രം?
 c) $\angle APB$ യുടെ അളവെത്രം?

Answers

- a) $OA = OB, \therefore \angle OBA = 20^\circ$
 $\angle AOB = 180 - (20 + 20) = 140^\circ$
 $\angle AQB = \frac{1}{2} \times \angle AOB = 70^\circ$
 b) $AQBR$ ചക്രിയചതുർഭുജമാണ്. $\angle ARB = 180 - 70 = 110^\circ$
 c) $OAPB$ ചക്രിയചതുർഭുജമാണ്. $\angle APB = 180 - 140 = 40^\circ$

- 4) 3 സെ.മീ ആരമുള്ള വൃത്തത്തിന് പുറത്തുള്ള ഒരു ബിന്ദുവിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിലേയ്ക്ക് രണ്ട് തൊടുവരകൾ വരക്കുക. തൊടുവരകൾക്ക് ഇടയിലെ കോൺ 60° ആയിരിക്കണം

- a) കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും പുറത്തെ ബിന്ദുവിലേയ്ക്കുള്ള അകലമെത്രം?
 b) തൊടുവരകളുടെ നീളമെത്രം ?

Answers

- * 3 സെ.മീ ആരമുള്ള വൃത്തം വരക്കുക. ഇടയിലെ കോൺ $180 - 60 = 120^\circ$ ആകുന്ന വിധം OA, OB എന്നീ ആരങ്ങൾ വരക്കുക
 - * A യിലൂടെയും B യിലൂടെയും തൊടുവരകൾ വരക്കുക. ഇവ P യിൽ ഖണ്ഡിതമാകുന്നു
 - * $\angle APB = 60^\circ$
- a) ത്രികോണം OAP ഒരു $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ ത്രികോണമാണ്. 30° കോണിന് എതിരെയുള്ള വശം 3 സെ.മീ, 90° യ്ക്ക് എതിരെയുള്ള വശം 6 സെ.മീ
 60° യ്ക്ക് എതിരെയുള്ള വശം $3\sqrt{3}$ സെ.മീ
 $OP = 6$ സെ.മീ
- b) തൊടുവരയുടെ നീളം $3\sqrt{3}$ സെ.മീ, $PA = PB = 3\sqrt{3}$ സെ.മീ

5) ത്രികോണത്തിന്റെ രണ്ട് കോണുകൾ 40° , 60° വീതമാണ്. ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾ 3 ആരമുള്ള വൃത്തത്തെ തൊടുന്നു

Answers

- * 3 സെ.മീ ആരമുള്ള വൃത്തം വരക്കുക
- * രണ്ട് കോണുകൾ 40° , 60° ആയതിനാൽ അവയുടെ അനുപുരകകോണുകൾ $180 - 40 = 140^\circ$, $180 - 60 = 120^\circ$. കേന്ദ്രത്തിന് ചുറ്റുമുള്ള കോണിനെ 140° , 120° , 100° ആയി ഭാഗിക്കുന്ന വിധം മൂന്ന് ആരങ്ങൾ വരക്കുക
- * ആരത്തിന്റെ അറ്റങ്ങളിലൂടെ തൊടുവരകൾ വരക്കുക .

1

¹John P A, jpavpz@gmail.com, sjpuzzles@gmail.com ,9847307721

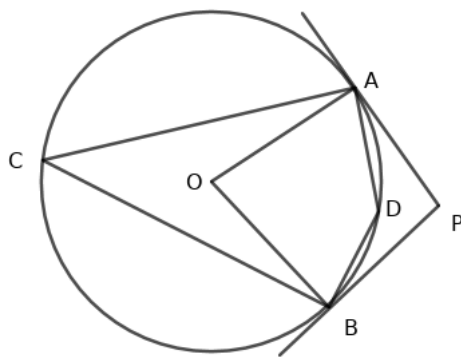
Session 79 | തൊട്ടുവരകൾ 4 | Worksheet 79

1) ഒരു സമളജത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾ 3സെ.മീ ആരമുള്ള വൃത്തത്തെ തൊടുന്നു .ത്രികോണം വരക്കുക.

Answers

- ★ 3സെ.മീ ആരമുള്ള വൃത്തം വരക്കുക .കേന്ദ്രം O എന്ന് അടയാളപ്പെടുത്തുക
- ★ സമളജത്രികോണത്തിന്റെ കോണുകൾ 60° വീതമാണ് . കേന്ദ്രത്തിന് ചുറ്റുമുള്ള കോണിനെ $180 - 60 = 120^\circ$ വീതമുള്ള മൂന്ന് കോണുകളായി ആരങ്ങൾ വരച്ച് ഭാഗിക്കുക
- ★ OA, OB, OC എന്നീ ആരങ്ങൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക
- ★ A, B, C യിലൂടെ തൊട്ടുവരകൾ വരക്കുക.ഈ തൊട്ടുവരകൾ PQR എന്ന സമളജത്രികോണം രൂപീകരിക്കുന്നു

2) ചിത്രത്തിൽ PA, PB എന്നിവ തൊട്ടുവരകളാണ് . $\angle ACB = \frac{1}{3} \times \angle APB$



- a) $\angle APB = x$ ആയാൽ $\angle ACB, \angle AOB, \angle ADB$ എത്ര വീതമാണ്?
- b) x കണക്കാക്കുക
- c) $\angle ACB, \angle AOB, \angle ADB$ എന്നീ കോണുകൾ കണക്കാക്കുക

Answers

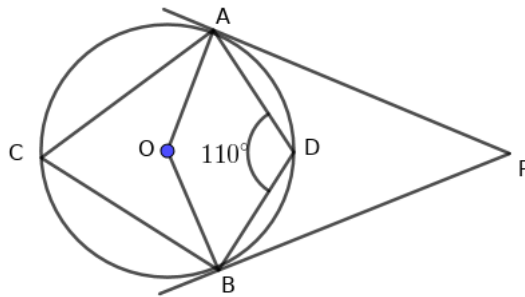
- a) $\angle ACB = \frac{1}{3}x$
 $\angle AOB = \frac{2}{3}x,$
 $\angle ADB = 180 - \frac{1}{3}x$
- b) $\frac{2}{3}x + x = 180, \frac{5x}{3} = 180, x = \frac{180 \times 3}{5} = 108$
- c) $\angle ACB = \frac{108}{3} = 36^\circ, \angle AOB = 72^\circ, \angle ADB = 180 - 36 = 144^\circ$

3) ഒരു സമളജസാമാന്തരികത്തിന്റെ ഒരു കോൺ 60° ആണ് . വശങ്ങൾ 5 വ്യാസമുള്ള വൃത്തത്തെ തൊടുന്നു.സമളജസാമാന്തരികം വരക്കുക .

Answers

- a) 5സെ.മീ നീളമുള്ള വര വരക്കുക . ഈ വര വ്യാസമായി വൃത്തം വരക്കുക . വ്യാസത്തിന്റെ അറ്റങ്ങൾ A, B എന്ന് അടയാളപ്പെടുത്തുക
- b) AB യുമായി $180 - 60 = 120^\circ$ ഉണ്ടാകുന്ന വിധം CD എന്ന വ്യാസം വരക്കുക
- c) A, B, C, D യിലൂടെ വൃത്തത്തിന് തൊടുവരകൾ വരക്കുക. തൊടുവരകൾ ചേർന്ന് സമളജസാമാന്തരീകം രൂപീകരിക്കുക

4) O വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രമാണ്. PA, PB എന്ന് വ തൊടുവരകളാണ്. $\angle ADB = 110^\circ$ ആയാൽ



- a) $\angle ACB$ എത്ര?
- b) $\angle AOB$ എത്ര?
- c) $\angle APB$ എത്ര?

Answers

- a) $\angle ACB = 180 - 110 = 70^\circ$
- b) $\angle AOB = 2 \times 70 = 140^\circ$
- c) $\angle APB = 180 - 140 = 40^\circ$

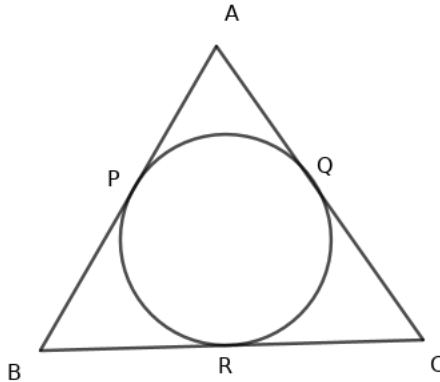
5) ത്രികോണത്തിന്റെ രണ്ട് കോണുകൾ $120^\circ, 40^\circ$ വീതമാണ്. വശങ്ങൾ 3സെ.മീ ആരമുള്ള വൃത്തത്തെ തൊടുന്ന . ത്രികോണം വരക്കുക.

Answers

- * 3ആരമുള്ള വൃത്തം വരക്കുക
- * കേന്ദ്രത്തിന് ചുറ്റുമുള്ള കോൺ $180 - 120 = 60^\circ, 180 - 40 = 140^\circ, 160^\circ$ എന്ന അളവിൽ ഭാഗിക്കുക
- * തൊടുവരയുടെ അറ്റങ്ങളിലൂടെ വൃത്തത്തിന് തൊടുവരകൾ വരക്കുക.

Session 80 | തൊടുവരകൾ 6 | Worksheet 81

1) ചിത്രത്തിൽ $AB = AC$, വൃത്തം വശങ്ങളെ P, Q, R എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ തൊടുന്നു.

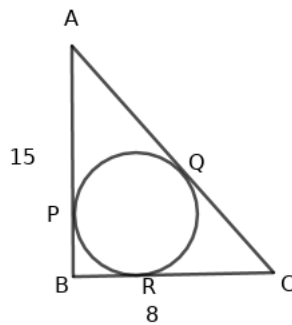


- a) $AP = AQ$ എന്തുകൊണ്ട്?
- b) $BR = CR$ എന്ന് തെളിയിക്കുക

Answers

- a) പുറത്തെ ബിന്ദുവിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിലേയ്ക്കുള്ള തൊടുവരകൾ തുല്യം $\therefore AP = AQ$
- b) $AB = AC, AB - AP = AC - AQ$
 $BP = CQ \rightarrow BR = CR$

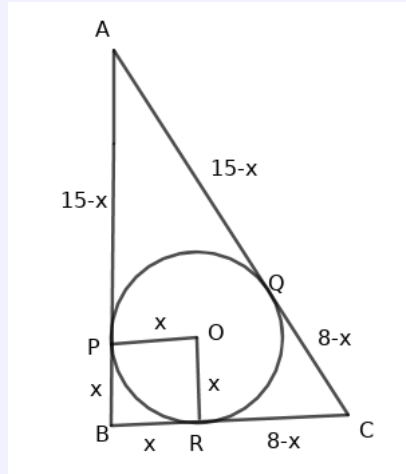
2) ചിത്രത്തിൽ $\angle B = 90^\circ, AB = 15\text{cm}, BC = 8$ സെ.മീ .



- a) ഏകദേശചിത്രം വരച്ച് കേന്ദ്രം O എന്ന് അടയാളപ്പെടുത്തുക . $PORB$ ന് ഉചിതമായ പേരെഴുതുക
- b) $PB = x$ ആയാൽ AP, AQ, CR, CQ കണക്കാക്കുക
- c) വൃത്തത്തിന്റെ ആരം എത്ര?

Answers

a) ചിത്രം

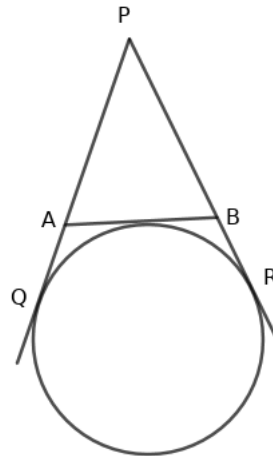


$PORB$ ഒരു സമചതുരം

b) $AP = 15 - x, AQ = 15 - x, CR = 8 - x, CQ = 8 - x$

c) വികർണ്ണം $AC = \sqrt{15^2 + 8^2} = 17$
 $15 - x + 8 - x = 17, 23 - 17 = 2x, 2x = 6, x = 3$
 വൃത്തത്തിന്റെ ആരം 3 സെ.മീ

3) ചിത്രത്തിൽ PQ, PR എന്നിവ P നിന്നുള്ള തൊടുവരകളാണ്. $PQ = 24$ സെ.മീ $AQ = 10$ സെ.മീ, $BR = 8$ സെ.മീ ആയാൽ

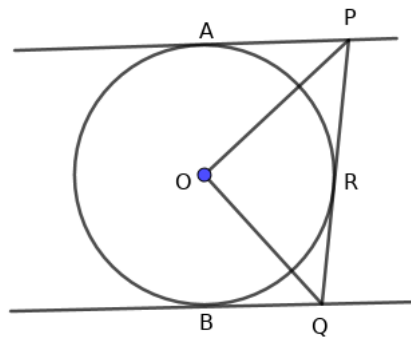


- a) PR ന്റെ നീളമെത്ര?
- b) AB യുടെ നീളമെത്ര?
- c) $\triangle PAB$ യുടെ ചുറ്റളവ് എത്ര?
- d) $PQ + PR = \triangle PAB$ ന്റെ ചുറ്റളവ് എന്ന് തെളിയിക്കുക.

Answers

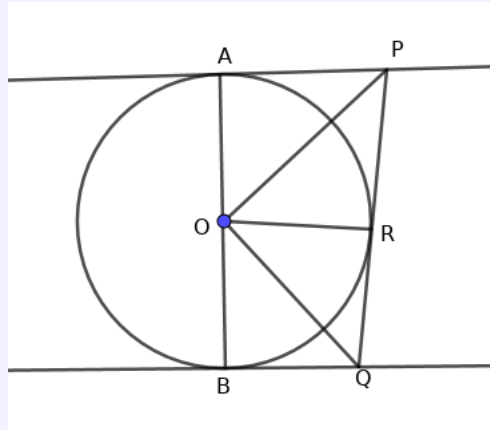
- a) $PQ = PR$ (പുറത്തുള്ള ബിന്ദുവിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിലേയ്ക്കുള്ള തൊടുവരകൾ തുല്യം)
 $\therefore PR = 24$ സെ.മീ
- b) C എന്നത് AB എന്ന വര AB യെ തൊടുന്നു.
 $AQ = AC = 10$
 $BR = BC = 8$
 $AB = 10 + 8 = 18$
- c) $PA + AB + PB = 14 + 18 + 16 = 48$ cm
- d) $PQ + PR = (PA + AQ) + (PB + BR)$
 $(PA + AC) + (PB + BC)$
 $(PA + PB + AC + BC)$
 $PA + PB + AB$
 ത്രികോണത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് .

4) ചിത്രത്തിൽ PA, QB എന്നിവ സമാന്തര തൊടുവരകളാണ് . PQ എന്ന വര വൃത്തത്തെ R ൽ ഖണ്ഡിക്കുന്നു



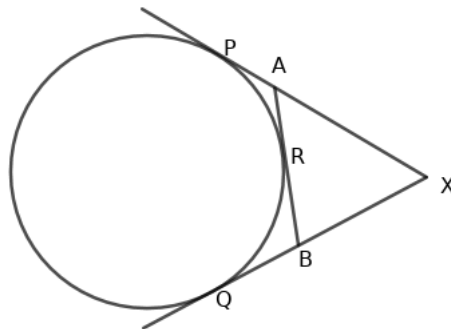
- a) $\triangle PAO, \triangle PRO$ എന്നിവ തുല്യത്രികോണങ്ങളാണെന്ന് തെളിയിക്കുക
- b) $\triangle QBO, \triangle QRO$ എന്നിവ തുല്യത്രികോണങ്ങളാണെന്ന് തെളിയിക്കുക
- c) $\angle POQ$ കണക്കാക്കുക

Answers



- a) $OA = OR, PA = PR, OP$ പൊതുവശം . $\triangle PAO$ and $\triangle PRO$ തുല്യത്രികോണങ്ങൾ
- b) $OB = OR, QB = QR, OQ$ പൊതുവശം . $\triangle QBO$ and $\triangle QRO$ തുല്യമാണ്
- c) $\angle AOP = \angle ROP, \angle QOR = \angle QOB$
 $\angle AOP + \angle ROP + \angle QOR + \angle QOB = 180^\circ$
 $2 \times \angle ROP + 2 \times \angle QOR = 180^\circ$
 $\angle ROP + \angle QOR = 90^\circ, \angle POQ = 90^\circ$

5) XP, XQ എന്നിവ X ൽ നിന്നുള്ള തൊടുവരകളാണ് . AB എന്ന വര വൃത്തത്തെ R ൽ തൊടുന്നു



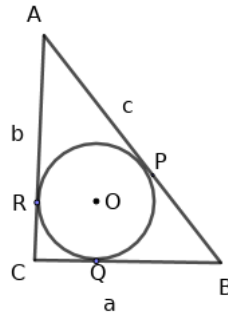
Prove that $XA + AR = XB + BR$

Answers

- ★ $XP = XQ$ പുറത്തെ ബിന്ദുവിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിലേയ്ക്കുള്ള തൊടുവരകൾ തുല്യം .
- ★ $XA + AP = XB + BQ$
- ★ $AP = AR, BQ = BR, XA + AR = XB + BR$

Session 81 | തൊട്ടുവരകൾ 6 | Worksheet 81

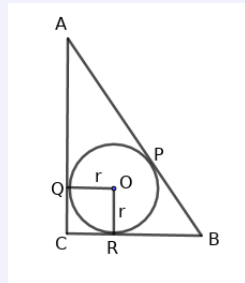
1) മട്ടത്രികോണം $\triangle ABC$ യിൽ, $\angle C = 90^\circ$. a, b, c എന്നിവ A, B, C എന്നീ കോണുകൾക്ക് എതിരെയുള്ള വശങ്ങളാണ്. വശങ്ങൾ വൃത്തത്തെ തൊടുന്നു.



- a) വൃത്തത്തിന്റെ ആരം r ആയാൽ PB, AP എന്നീ വശങ്ങൾ എഴുതുക
- b) $r = \frac{a+b-c}{2}$ എന്ന് തെളിയിക്കുക
- c) ലംബവശങ്ങൾ 6 സെ.മീ 8 സെ.മീ വീതമായാൽ കർണ്ണത്തിന്റെ നീളമെത്ര?
- d) ലംബവശങ്ങൾ 6, 8 വീതമായാൽ വൃത്തത്തിന്റെ ആരമെത്ര?

Answers

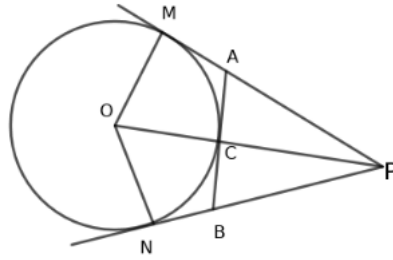
a) ചിത്രം വരയ്ക്കുക



$ORCQ$ സമചതുരമാണ്. $OR = OQ = r$. $\therefore CR = CQ = r$
 $BR = a - r, BP = a - r$
 $AQ = AP = b - r$

- b) $c = PA + PB = b - r + a - r$
 $c = a + b - 2r, 2r = a + b - c, r = \frac{a+b-c}{2}$
- c) $AB = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$
- d) $r = \frac{a+b-c}{2} = \frac{6+8-10}{2} = 2\text{cm}$

2) ചിത്രത്തിൽ PM, PN എന്നിവ വൃത്തത്തിലെ തൊടുവരകളാണ് . P യിൽ നിന്നും വൃത്തകേന്ദ്രത്തിലേയ്ക്കുള്ള ദൂരം 13സെ.മീ , വൃത്തത്തിന്റെ ആരം 5സെ.മീ . AB എന്ന വര വൃത്തത്തെ C യിൽ തൊടുന്നു

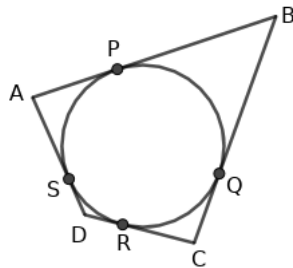


- a) PM, PN എന്നിവ എത്രവീതമാണ്?
- b) $AM = x$ ആയാൽ AC, AP എത്രവീതമാണ്?
- c) x കണക്കാക്കുക
- d) AB യുടെ നീളമെത്ര?

Answers

- a) $PM = PN = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$ സെ.മീ
- b) $AM = x$ then $AC = x, AP = 12 - x$
- c) OC എന്നത് AB യ്ക്ക് ലംബമാണ്, $\triangle ACP$ മട്ടത്രികോണം .
 $(12 - x)^2 = x^2 + (13 - 5)^2$
 $12^2 + x^2 - 24x = x^2 + 8^2, 24x = 80, x = \frac{80}{24}$ സെ.മീ
- d) $AB = 2 \times \frac{80}{24} = \frac{20}{3}$ സെ.മീ

3) $ABCD$ യുടെ വശങ്ങൾ P, Q, R, S എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ തൊടുന്നു



- a) $AB + CD = AD + BC$ എന്ന് തെളിയിക്കുക
- b) $AB = 12$ സെ.മീ $CD = 8$ സെ.മീ , $AD = 14$ സെ.മീ ആയാൽ BC എത്ര?

Answers

a)

$$AP = AS \quad (1)$$

$$BP = BQ \quad (2)$$

$$DR = DS \quad (3)$$

$$CR = CQ \quad (4)$$

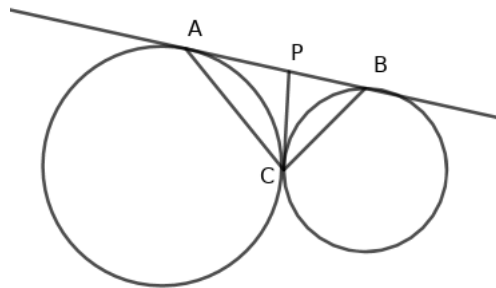
സമവാക്യങ്ങൾ കൂട്ടിയാൽ , $AP + BP + DR + CR = AS + BQ + DS + CQ$

$$(AP + BP) + (DR + CR) = (AS + DS) + (BQ + CQ)$$

$$AB + CD = AD + BC$$

b) $12 + 8 = 14 + BC, BC = 20 - 14 = 6$ സെ.മീ

4) ചിത്രത്തിൽ AB എന്ന വശം വൃത്തങ്ങളെ തൊടുന്നു. CP പൊതുവായ തൊടുവര .



a) $PA = PB$ എന്ന് തെളിയിക്കുക

b) ത്രികോണം $\triangle ABC$ മട്ടത്രികോണമാണെന്ന് തെളിയിക്കുക.

c) $AC = BC = 10$ ആയാൽ AB യുടെ നീളമെത്ര?

Answers

a) $PA = PC, PB = PC$ (പുറത്തെ ബിന്ദുവിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിലേയ്ക്കുള്ള തൊടുവരകൾ തുല്യം)
 $PA = PB$

b) ത്രികോണം $\triangle APC$ യിൽ , $PA = PC$. \therefore തുല്യമായ വശങ്ങൾക്ക് എതിരെയുള്ള കോണുകൾ തുല്യം . $\angle A = \angle C = x$

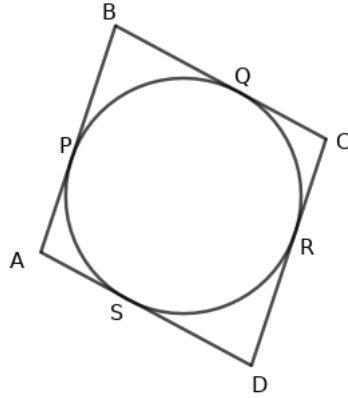
In $\triangle BPC, PB = PC$. \therefore തുല്യ വശങ്ങൾക്ക് എതിരെയുള്ള കോണുകൾ തുല്യം . $\angle B = \angle C = y$
 $\triangle ABC$ യിൽ , $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ, x + x + y + y = 180, 2x + 2y = 180, x + y = 90^\circ$. $\triangle ABC$ മട്ടത്രികോണം .

c) $\triangle ABC$ ഒരു $45^\circ - 45^\circ - 90^\circ$ triangle. $AB = 10\sqrt{2}$ സെ.മീ

¹John P A, jpavpz@gmail.com, sjpuzzles@gmail.com ,9847307721

Session 82 | Tangents 7 | Worksheet 82

1) ചിത്രത്തിൽ $ABCD$ സമാന്തരീകമാണ് .വൃത്തം വശങ്ങളെ P, Q, R, S എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ തൊടുന്നു



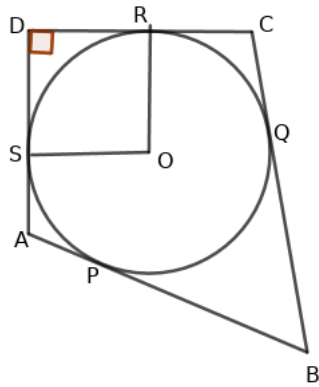
- a) $AD + BC = AB + CD$ എന്ന് തെളിയിക്കുക
- b) $ABCD$ സമഭുജസമാന്തരീകം എന്ന് തെളിയിക്കുക

Answers

a) $BQ = BP, CQ = CR, AS = AP, DS = DR$
 സമവാക്യങ്ങൾ കൂട്ടിയാൽ
 $(BQ + CQ) + (AS + DS) = (BP + CR) + (AP + DR)$
 $BC + AD = AB + CD$

b) $ABCD$ സമാന്തരീകം ആയതിനാൽ , $AD = BC, AB = CD$
 $BC + AD = AB + CD$ എന്ന് $2AD = 2AB$ ആകുന്നു. അതിനാൽ $AD = AB$
 $AB = BC = CD = AD$
 $ABCD$ സമഭുജസമാന്തരീകമാണ് .

2) $ABCD$ ഒരു ചതുർഭുജമാണ് , $\angle D = 90^\circ$
 AB, BC, CD, DA എന്നീ വശങ്ങൾ വൃത്തത്തെ P, Q, R, S എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ തൊടുന്നു.
 $BC = 38$ സെ.മീ , $CD = 25$ സെ.മീ , $BP = 27$ സെ.മീ



- a) $ORDS$ സമചതുരമാണെന്ന് തെളിയിക്കുക
- b) CQ യുടെ നീളമെത്ര?

c) $ORDS$ എന്ന സമചതുരത്തിന്റെ വശത്തിന്റെ നീളമെത്ര ?

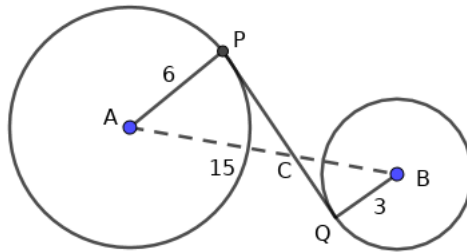
2

d) വശങ്ങളെ തൊടുന്ന വൃത്തത്തിന്റെ ആരമെത്ര?

Answers

- a) CD തൊടുവരയും OR ആരവുമാണ് . CD എന്ന വര OR യ്ക്ക് ലംബമാണ് . ഇതുപോലെ AD എന്ന വര OS യ്ക്ക് ലംബമാണ് , $\angle D = 90^\circ$. In $ORDS$, $\angle = 90^\circ$ കൂടാതെ $DR = DS$. $ORDS$ ന്റെ വശങ്ങൾ തുല്യം , കോണുകൾ 90° വീതം . $ORDS$ സമചതുരമാണ് .
- b) $BP = BQ = 27, BC = 38, QC = 38 - 27 = 11$ സെ.മീ
- c) $CQ = CR = 11$ cm, $DR = CD - 11 = 25 - 11 = 14$ cm
 $ORDS$ യുടെ വശങ്ങൾ 14 സെ.മീ
- d) $ORDS$ ആയതിനാൽ . ആരം = 14 സെ.മീ

3) ചിത്രത്തിൽ PQ എന്നത് വൃത്തങ്ങളുടെ പൊതുവായ തൊടുവരയാണ് . വലിയ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം 6 സെ.മീ , ചെറിയ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം 3 സെ.മീ . കേന്ദ്രങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അകലം 15 സെ.മീ.



- a) ത്രികോണം APC , ത്രികോണം BQC സദൃശത്രികോണങ്ങളാണോ?
- b) AC, BC എന്നീ വശങ്ങൾ കണക്കാക്കുക?
- c) PQ എന്ന വശത്തിന്റെ നീളമെത്ര?

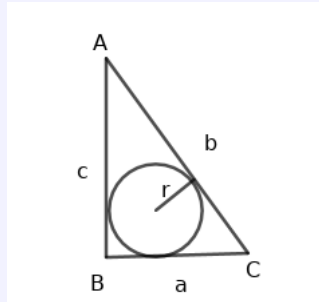
Answers

- a) ത്രികോണം $\triangle APC$, $\triangle BQC$ എന്നിവ പരിഗണിക്കുക
 $\angle P = \angle Q, \angle ACP = \angle BCQ$. $\triangle APC$, $\triangle BQC$ സദൃശത്രികോണങ്ങളാണ്
- b) $\frac{AP}{BQ} = \frac{AC}{BC}$
If $AC = x$ ആയതിനാൽ $BC = 15 - x$
 $\frac{6}{3} = \frac{x}{15-x}, 6(15 - x) = 3x, 90 - 6x = 3x, 90 = 9x, x = 10$ സെ.മീ
 $AC = 10$ സെ.മീ , $BC = 5$ സെ.മീ
- c) $PC = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$ സെ.മീ, $CQ = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$.
 $PQ = 8 + 4 = 12$ സെ.മീ

4) ത്രികോണം ABC യിൽ , $\angle B = 90^\circ$, ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് 30 സെ.മീ, ലംബവശങ്ങളുടെ തുക 17 സെ.മീ

- a) AC യുടെ നീളമെത്ര?
- b) വൃത്തത്തിന്റെ ആരം എത്ര ?

Answers



- a) $a + c = 17, \frac{1}{2} \times a \times c = 30, ac = 60$
 $(a + c)^2 = a^2 + c^2 + 2ac, 17^2 = a^2 + c^2 + 120, a^2 + c^2 = 169$
 $a^2 + c^2 = b^2, b^2 = 169, b = 13$
- b) $r = \frac{a+c-b}{2} = \frac{17-13}{2} = 2\text{cm.}\overline{21}$

1

¹John P A, jpavpz@gmail.com, sjpuzzles@gmail.com ,9847307721

Session 83 | Tangents 8 | Worksheet 83

- 1) ത്രികോണം $\triangle ABC$ യിൽ, A, B and C എന്ന കോണുകൾക്ക് എതിരെയുള്ള വശങ്ങളാണ് a, b, c . r ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളെ തൊടുന്ന വൃത്തത്തിന്റെ ആരമാണ്, ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് A , ചുറ്റളവിന്റെ പകുതി s ആയാൽ $A = rs$ എന്ന് തെളിയിക്കുക

Answers

a) ചിത്രം നോക്കുക

$\triangle ABC$ യുടെ പരപ്പളവ് = $\triangle BOC$ യുടെ പരപ്പളവ് + $\triangle OAC$ യുടെ പരപ്പളവ് + $\triangle OAB$ യുടെ പരപ്പളവ്

$$A = \frac{1}{2}a \times r + \frac{1}{2}b \times r + \frac{1}{2}c \times r$$

$$A = r\left(\frac{a+b+c}{2}\right) = rs$$

- 2) ത്രികോണാകൃതിയിലുള്ള ഒരു കാർഡ് ബോഡിന്റെ വശങ്ങൾ 26സെ.മീ, 24സെ.മീ and 10സെ.മീ വീതമാണ്
- ഏത് തരം ത്രികോണമാണ്?
 - ചുറ്റളവ് കണക്കാക്കുക?
 - പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക?
 - മുകൾ ഭാഗത്തിന്റെ ആരം 5സെ.മീ ആയ സിലിണ്ടർ പാത്രം ഈ കാർഡ് ബോഡ് ഉപയോഗിച്ച് മൂടാൻ സാധിക്കുമോ?

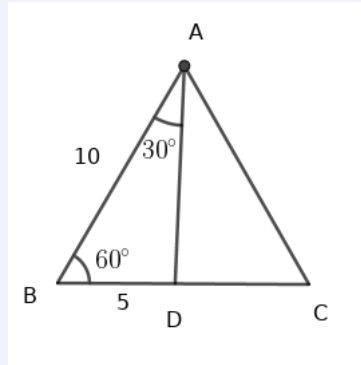
Answers

- $24^2 + 10^2 = 576 + 100 = 676 = 26^2$.
അത് ഒരു മട്ടത്രികോണമാണ്
- ചുറ്റളവ് $26 + 24 + 10 = 60$ സെ.മീ
- പരപ്പളവ് $\frac{1}{2} \times 24 \times 10 = 120$ ചതുരശ്രസെ.മീ
- അന്തർവൃത്തത്തിന്റെ ആരം $r = \frac{A}{s}$
 $s = \frac{26+24+10}{2} = 30$
 $r = \frac{120}{30} = 4$ സെ.മീ
 സിലിണ്ടറിന്റെ ആരം 5സെ.മീ അന്തർവൃത്തത്തിന്റെ ആരത്തേക്കാൾ കൂടുതലാണ്. അതിനാൽ മുകൾഭാഗം മൂടാൻ സാധ്യമല്ല.

- 3) ഒരു സമളംബ്രികോണത്തിന്റെ വശം 10സെ.മീ
- ത്രികോണത്തിന്റെ ഉന്നതി എത്ര?
 - ത്രികോണത്തിന്റെ ചുറ്റളവും പരപ്പളവും കണക്കാക്കുക
 - അന്തർവൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക.

Answers

a) ചിത്രം നോക്കുക



$\triangle ABD$ ഒരു $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ ത്രികോണം . $AD = 5\sqrt{3}$ സെ.മീ

b) ചുറ്റളവ് 30സെ.മീ , പരപ്പളവ് $\frac{1}{2} \times 10 \times 5\sqrt{3} = 25\sqrt{3}$ ചതുരശ്രസെ.മീ

c) $A = rs \rightarrow r = \frac{A}{s} = \frac{25\sqrt{3}}{15} = \frac{5\sqrt{3}}{3}$ സെ.മീ

4) ഒരു കോൺ വരച്ച് ഭുജങ്ങളെ തൊടുന്ന വൃത്തം വരക്കുക.

Answers

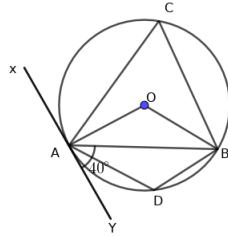
a) കോണം അതിന്റെ സമഭാജിയും വരക്കുക

b) സമഭാജിയിൽ O എന്ന ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുക . O യിൽ നിന്ന് ഒരു ഭുജത്തിലേയ്ക്ക് ലംബം വരക്കുക.

c) O കേന്ദ്രമായി ഭുജത്തിലേയ്ക്കുള്ള ലംബദൂരം ആരമായി വൃത്തം വരക്കുക. അത് അന്തർവൃത്തമായിരിക്കും .

Session 84 | തൊട്ടുവരകൾ 9 | Worksheet 84

1) ചിത്രത്തിൽ AB ഒരു ഞാൺ ആണ്, XY എന്ന വര വൃത്തത്തിൽ A ലൂടെയുള്ള തൊട്ടുവരയാണ്. $\angle YAB = 40^\circ$ ആയാൽ



- a) $\angle ACB$ എത്ര?
- b) $\angle AOB$ എത്ര?
- c) $\angle ADB$ എത്ര?

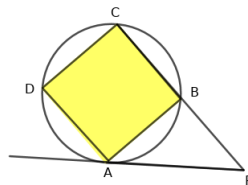
Answers

a) $\angle ACB = 40^\circ$

b) $\angle AOB = 2 \times 40 = 80^\circ$

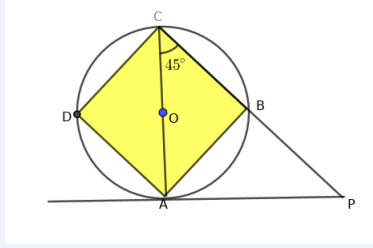
c) $\angle ADB = 180 - 40 = 140^\circ$

2) $ABCD$ ഒരു സമചതുരമാണ്. സമചതുരത്തിന്റെ ശീർഷങ്ങൾ വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുക്കളാണ്. A യിലൂടെയുള്ള തൊട്ടുവര CB നീട്ടിയതിനെ P യിൽ ഖണ്ഡിക്കുന്നു.



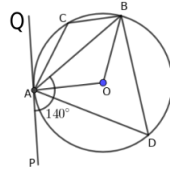
- a) $\angle BAP$ എത്ര?
- b) $\angle ABP$ എത്ര?
- c) $\angle APB$ എത്ര?
- d) $AP = 20$ ആയാൽ സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എത്ര ?

Answers



- a) വികർണ്ണം AC വരക്കുക
 $\angle ACB = 45^\circ, \angle BAP = 45^\circ$
- b) $ABCD$ സമചതുരം $\angle ABC = 90^\circ, \therefore \angle ABP = 90^\circ$
- c) $\angle APB = 180 - (90 + 45) = 45^\circ$
- d) $\triangle ABP$ ഒരു $45^\circ - 45^\circ - 90^\circ$ ത്രികോണമാണ്. $AP = 20$ സെ.മീ, $AB = \frac{20}{\sqrt{2}} = 10\sqrt{2}$ സെ.മീ
സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് $= (10\sqrt{2})^2 = 200$ ചതുരശ്രസെ.മീ

3) O കേന്ദ്രമായ വൃത്തത്തിലെ തൊടുവരയാണ് AP . AB യും തൊടുവരയും തമ്മിലുള്ള കോൺ 140°



- a) $\angle ACB$ എത്ര?
- b) ADB യുടെ കേന്ദ്രകോൺ എത്ര?
- c) $\angle ADB$ എത്ര?
- d) $\angle ADB$ യ്ക്ക് തുല്യമായ കോൺ ഏത്?

Answers

- a) $\angle ACB = 140^\circ$
- b) കേന്ദ്രകോൺ ADB യുടെ അളവ് $2 \times 140 = 280^\circ$
- c) $\angle ADB = 40^\circ$
- d) $\angle ADB = \angle QAB$

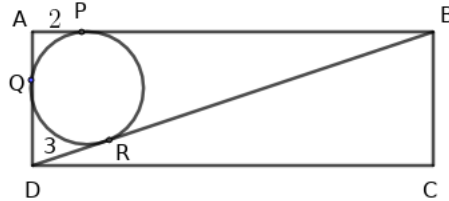
4) 4 വശമുള്ള സമളജ ത്രികോണം വരക്കുക . ഈ ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളെ തൊടുന്ന വൃത്തം വരക്കുക

Answers

- a) ത്രികോണം വരക്കുക
- b) കോണുകളുടെ സമഭാജി വരക്കുക . (രണ്ട് കോണുകളുടെ സമഭാജി വരച്ചാൽ മതി)
- c) സമഭാജികൾ കൂട്ടിച്ചുട്ടുന്ന ബിന്ദുവിൽ നിന്നും വശത്തിലേയ്ക്ക് ലംബം വരക്കുക
- d) ഈ ബിന്ദു കേന്ദ്രമായി വശത്തേയ്ക്കുള്ള ലംബരൂപം ആരമായി വൃത്തം വരക്കുക .

Session 85 | തൊട്ടുവരകൾ 10 | Worksheet 85

1) ചിത്രത്തിൽ $ABCD$ ഒരു ചതുരമാണ്. ഒരു വൃത്തം രണ്ട് വശങ്ങളെയും വികർണ്ണത്തെയും തൊടുന്ന ബിന്ദുക്കൾ P, Q, R ആണ്. $AP = 2$ സെ.മീ, $DQ = 3$ സെ.മീ ആയാൽ



- a) AD യുടെ നീളമെത്ര?
- b) AB എന്ന വശത്തിന്റെ നീളമെത്ര?
- c) വികർണ്ണത്തിന്റെ നീളമെത്ര?
- d) വൃത്തത്തിന്റെ ആരം കണക്കാക്കുക?

Answers

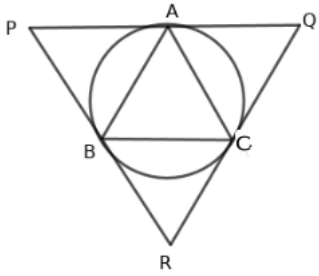
a) $DR = DQ = 3\text{cm}$, $AP = AQ = 2\text{cm}$
 $AD = 3 + 2 = 5$ സെ.മീ

b) $BP = BR = x$, $AB = x + 2$, $BD = x + 3$
 $(x + 3)^2 = (x + 2)^2 + 5^2$, $x^2 + 6x + 9 = x^2 + 4x + 4 + 25$
 $2x = 20$, $x = 10$ സെ.മീ
 $AB = 10 + 2 = 12$ സെ.മീ

c) $BD = 13\text{cm}$

d) വൃത്തകേന്ദ്രം O എന്ന് അടയാളപ്പെടുത്തുക.
 $OQAP$ സമചതുരമാണ്. $OP = OQ = 2$ സെ.മീ, വൃത്തത്തിന്റെ ആരം 2 സെ.മീ

2) ABC ഒരു സമളംബത്രികോണമാണ്. പരിവൃത്തത്തിന്റെ ശീർഷങ്ങളിലൂടെ തൊട്ടുവരകൾ വരക്കുന്നു. ഈ തൊട്ടുവരകൾ PQR എന്ന ത്രികോണം രൂപീകരിക്കുന്നു.

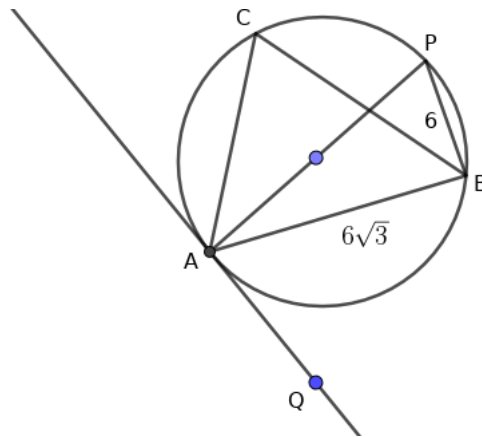


- a) ത്രികോണം PQR ഒരു സമളംബത്രികോണമാണ് എന്ന് തെളിയിക്കുക.
- b) ത്രികോണം ABC യുടെ ചുറ്റളവ് 12 സെ.മീ ആയാൽ $\triangle PQR$ ചുറ്റളവ് എത്ര?
- c) ത്രികോണം PQR യുടെ പരപ്പളവ് ത്രികോണം ABC യുടെ പരപ്പളവിന്റെ എത്ര മടങ്ങാണ്?

Answers

- a) $\triangle ABC$ ഒരു സമളംബത്രികോണമാണ്.
 $\angle A = \angle CBR = \angle BCR = 60^\circ, \angle R = 60^\circ$
 $\angle B = \angle CAQ = \angle ACQ = 60^\circ, \angle Q = 60^\circ, \angle P = 60^\circ$. $\triangle PQR$ സമളംബത്രികോണം .
- b) $PACB$ സമാന്തരീകമാണ് $.BC = PA$
 $QABC$ സമാന്തരീകം $BC = AQ \therefore PQ = 2 \times BC$,
ഇതുപോലെ $PR = 2 \times AC, QR = 2 \times AB$
ചുറ്റളവ് $\triangle PQR = 2 \times 12 = 24$ സെ.മീ
- c) $PACB, QABC, RBAC$ എന്നിവ തുല്യമായ സമാന്തരീകങ്ങളാണ് . ഒരോന്നിനെയും രണ്ട് തുല്യത്രികോണങ്ങളാക്കാം..
ത്രികോണം ABC യുടെ പരപ്പളവിന്റെ നാല് മടങ്ങാണ് ത്രികോണം PQR ന്റെ പരപ്പളവ്

3) ചിത്രത്തിൽ AP വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസമാണ് $.AB = 6\sqrt{3}$ സെ.മീ $PB = 6$ സെ.മീ

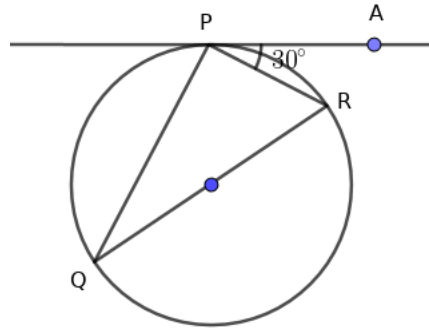


- a) വൃത്തത്തിന്റെ ആരം എത്ര?
- b) $\triangle APB$ യുടെ കോണുകൾ കണക്കാക്കുക?
- c) $\angle ACB$ എത്ര?
- d) $\angle BAQ$ എത്ര?

Answers

- a) $AP = \sqrt{(6\sqrt{3})^2 + 6^2} = 12$. വൃത്തത്തിന്റെ ആരം 6 സെ.മീ
- b) AP വ്യാസമായതിനാൽ $\angle B = 90^\circ$. $\triangle APB$ യുടെ വശങ്ങൾ $1 : \sqrt{3} : 2$ എന്ന അംശബന്ധത്തിലാണ് . $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ ത്രികോണമാണ് .
 $\angle A = 30^\circ, \angle P = 60^\circ, \angle B = 90^\circ$
- c) $\angle ACB = 60^\circ$ (ഒരു ചാപത്തിലെ കോണുകൾ)
- d) 60°

5) ചിത്രത്തിൽ QR വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസമാണ് , PA തൊടുവരയാണ് , $\angle RPA = 30^\circ$.



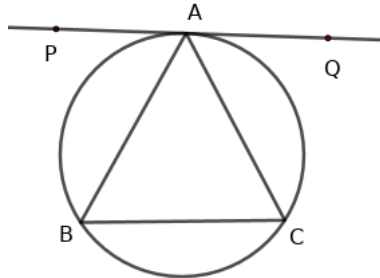
- a) $\angle PQR$ എത്ര?
 b) $\angle PRQ$ എത്ര?
 c) PA , PQ എന്നിവ ചേരുന്ന ന്യൂന കോൺ എത്ര?

Answers

- a) $\angle PQR = 30^\circ$
 b) $\angle PRQ = 60^\circ$
 c) ന്യൂനകോൺ 60°

Session 86 | തൊട്ടുവരകൾ 11 | Worksheet 86

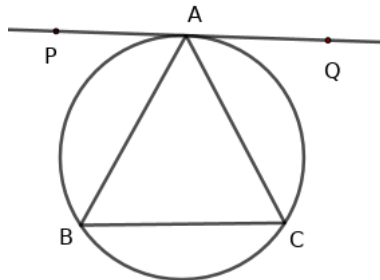
1) $\triangle ABC$ $AB = AC$ യിൽ, A യിലൂടെ പരിവൃത്തത്തിന്റെ തൊട്ടുവരയാണ് PQ . PQ വര BC യ്ക്ക് സമാന്തരമാണെന്ന് തെളിയിക്കുക.



Answers

- ★ $AB = AC$ ആയതിനാൽ എതിർകോണുകൾ തുല്യം . $\angle B = \angle C$
- ★ $\angle PAB = \angle C$ (ഞാണം തൊട്ടുവരയും തമ്മിലുള്ള കോൺ മറുവശത്തെ വൃത്തഭാഗത്തെ കോണിന് തുല്യം)
- ★ $\angle B = \angle C$, $\angle PAB = \angle B$.മറുകോണുകൾ തുല്യമായതിനാൽ PQ എന്ന വര BC യ്ക്ക് സമാന്തരം

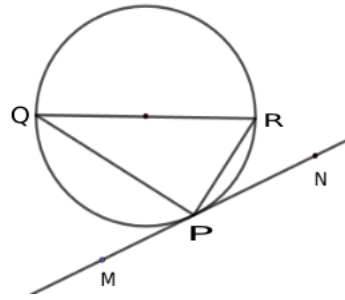
2) $\triangle ABC$ യിൽ പരിവൃത്തത്തിന് A യിലൂടെയുള്ള തൊട്ടുവരയാണ് PQ . BC എന്ന വര PQ യ്ക്ക് സമാന്തരമാണ് $AB = AC$ എന്ന് തെളിയിക്കുക



Answers

- ★ $\angle PAB = \angle C$ (ഞാണം തൊട്ടുവരയും തമ്മിലുള്ള കോൺ മറുവശത്തെ വൃത്തഭാഗത്തെ കോണിന് തുല്യമാണ് .)
- ★ $\angle PAB = \angle B$ (Line PQ is parallel to BC , മറുകോണുകൾ തുല്യം)
- ★ $\angle PAB = \angle B = \angle C$
 $\angle B = \angle C$
തുല്യമായ കോണുകൾക്ക് എതിരെയുള്ള വശങ്ങൾ തുല്യം . $AB = AC$

3) ചിത്രത്തിൽ PQ വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസമാണ്, MN എന്ന വര P യിലൂടെയുള്ള തൊട്ടുവരയാണ് . $\angle RPN = 50^\circ$ ആയാൽ

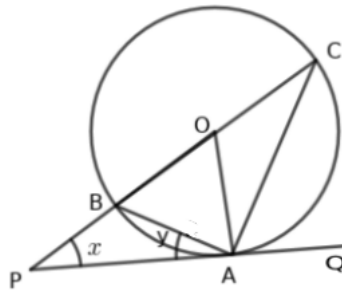


- a) $\angle PQR$ എത്ര?
 b) $\angle PRQ$ എത്ര?
 c) $\angle QPM$ എത്ര?

Answers

- a) $\angle PQR = 50^\circ$
 (ഞാണം തൊടുവരയും തമ്മിലുള്ള കോൺ മറുവശത്തെ വൃത്തഭാഗത്തെ കോണിന് തുല്യമാണ്.)
 b) $\angle QPR = 90^\circ$, $\angle PRQ = 90 - 50 = 40^\circ$
 c) $\angle QPM = \angle PRQ = 40^\circ$

- 4) ചിത്രത്തിൽ BC വ്യാസമാണ്, PA തൊടുവരയാണ്. $\angle APB = x$, $\angle PAB = y$ ആയാൽ



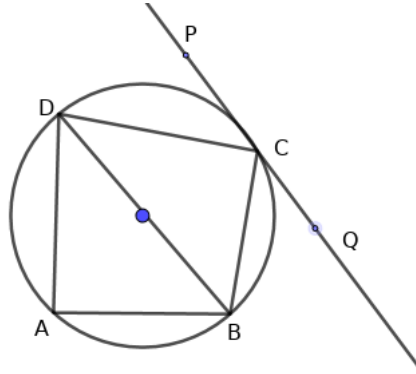
- a) $\angle BCA$, $\angle CAQ$ എന്നീ കോണുകൾ എത്ര?
 b) $\angle ABC$ എത്ര?
 c) $x + 2y$ കണക്കാക്കുക

Answers

- a) $\angle BCA = y$ (ഞാണം തൊടുവരയും തമ്മിലുള്ള കോൺ മറുവശത്തെ വൃത്തഭാഗത്തെ കോണിന് തുല്യമാണ്)
 $OC = OA$ ആയതിനാൽ എതിർ കോണുകൾ തുല്യം $\angle OAC = y$.
 $\angle CAQ = 90 - y$
 b) $\angle ABC = 90 - y$
 c) $\angle PBA = 180 - (90 - y) = 90 + y$
 In triangle PBA , $90 + y + x + y = 180$, $x + 2y = 90^\circ$

Session 87 | തൊട്ടുവരകൾ 12 | Worksheet 87

1) $ABCD$ ചക്രിയചതുർഭുജമാണ്. PQ എന്നത് C ലൂടെയുള്ള തൊട്ടുവരയാണ്. BD വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസം. $\angle DCP = 40^\circ, \angle ABD = 60^\circ$

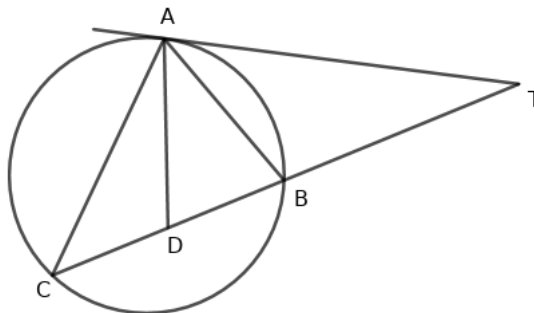


- a) കോൺ DBC എത്ര?
- b) കോൺ BCQ എത്ര?
- c) കോൺ BDC എത്ര?
- d) കോൺ ADB എത്ര?

Answers

- a) $\angle DBC = 40^\circ$
- b) $\angle BCD = 90^\circ, \angle BDC = 90 - 40 = 50^\circ, \angle BCQ = 50^\circ$
- c) $\angle BDC = 50^\circ$
- d) $\angle DAB = 90^\circ$ ആയതിനാൽ, $\angle ADB = 90 - 60 = 30^\circ$

2) വൃത്തത്തിന് പുറത്തുള്ള T എന്ന ബിന്ദുവിൽ നിന്ന് വൃത്തത്തിലേയ്ക്കുള്ള തൊട്ടുവരയാണ് AT . B, C എന്നിവ T യിൽ നിന്നുള്ള വരയിലെ ബിന്ദുക്കളാണ്. വര വൃത്തത്തെ ഖണ്ഡിക്കുന്നു. കോൺ ACB യിൽ, AD എന്നത് $\angle A$ യുടെ സമഭാജിയാണ്, $\angle A = 70^\circ, \angle CAD = 40^\circ$

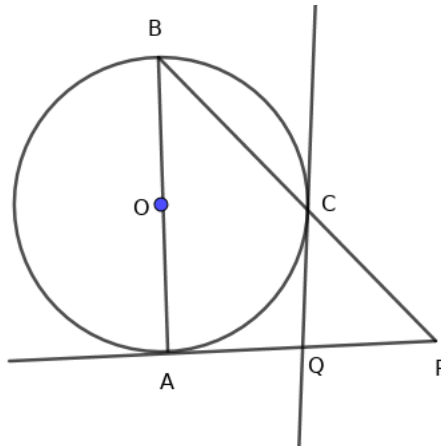


- a) $\angle ADB$ എത്ര?
- b) $\angle BAT$ എത്ര?
- c) $\triangle DAT$ എത്ര?

Answers

- a) AD എന്നത് $\angle A$ യുടെ സമഭാജിയാണ്. $\therefore \angle CAD = 35^\circ, \angle ADB = 35 + 40 = 75^\circ$
- b) $\angle BAT = 40^\circ$
- c) In $\triangle DAT$, $\angle A = 35 + 40 = 75^\circ$, (ത്രികോണത്തിലെ രണ്ട് കോണുകളുടെ തുക എതിർ ശീർഷത്തിലെ പുറം കോണിന്റെ അളവാണ്) $\angle D = 75^\circ \angle T = 180 - 150 = 30^\circ$

3) AB വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസമാണ്, PA തൊടുവര . PB എന്ന വര വൃത്തത്തെ C യിൽ ഖണ്ഡിക്കുന്നു, CQ എന്നത് C യിലെ തൊടുവരയാണ്

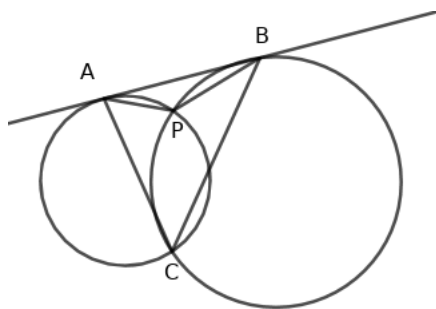


- a) AC വരച്ചാൽ $\angle ACB$ എത്ര?
- b) $\angle ACQ = x$ ആയാൽ $\triangle ABC$ യുടെ കോണുകൾ എത്ര?
- c) $AQ = QC$ ആകുമോ? എന്തുകൊണ്ട്?
- d) CQ എന്ന വര AP യെ സമഭാഗം ചെയ്യുന്നു എന്ന് തെളിയിക്കുക.

Answers

- a) AC വരക്കുക, $\angle ACB = 90^\circ$
- b) $\angle ACQ = x$ ആയാൽ $\triangle ABC$, $\angle B = x, \angle BAC = 90 - x$
- c) Q യിൽ നിന്നുള്ള തൊടുവരകൾ തുല്യം. $QC = QA$
- d) $\angle QCP = 90 - x, \angle CPQ = 90 - x$. എതിർവശങ്ങൾ തുല്യം. $QP = QC$
 $AQ = QC = PQ \rightarrow AQ = PQ$

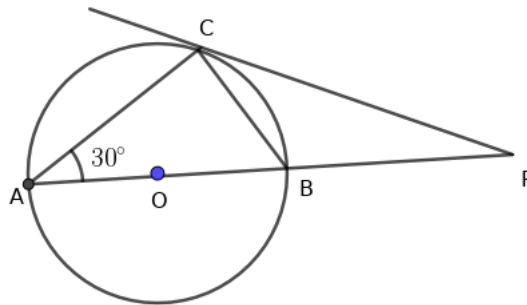
4) രണ്ട് വൃത്തങ്ങൾ P, C യിൽ ഖണ്ഡിക്കുന്നു. AB ഹൊതുവശം .



Answers

- * PC വരക്കുക . $\angle BAP = x$ ആയാൽ $\angle ACP = x$
- * $\angle ABP = y$ ആയാൽ $\angle BCP = y$
- * ത്രികോണം $\triangle ABP$ യിൽ , $\angle APC = 180 - (x + y)$
 $\angle ACB = x + y$
- * $\angle APC + \angle ACB = 180 - (x + y) + (x + y) = 180^\circ$

5) ചിത്രത്തിൽ AB വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസമാണ് . AB നീട്ടിയതിലെ ബിന്ദുവാണ് P . P യിൽ നിന്നുള്ള വര വൃത്തത്തെ C യിൽ തൊടുന്നു. $\angle CAB = 30^\circ$, വൃത്തത്തിന്റെ ആരം 6 സെ.മീ



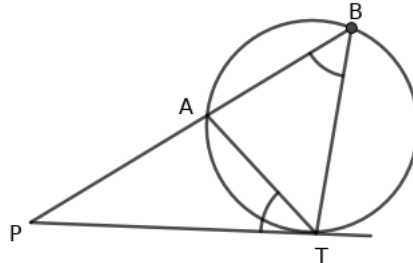
- a) AC, BC എന്നീ നീളങ്ങൾ കണക്കാക്കുക
- b) $BP = BC$ എന്ന് തെളിയിക്കുക.

Answers

- * $AB = 12$ സെ.മീ . $\triangle ACB$ is a $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ മട്ടത്രികോണം , $BC = 6$ സെ.മീ , $AC = 6\sqrt{3}$ സെ.മീ
- * $\angle BCP = 30^\circ$, $\angle CBP = 180 - 60 = 120^\circ$,
In $\triangle PBC$, $\angle P = \angle C = 30^\circ$.
എതിർവശങ്ങൾ തുല്യം . $BP = BC$

Session 88 | തൊട്ടുവരകൾ 13 | Worksheet 88

1) P വൃത്തത്തിന് പുറത്തുള്ള ഒരു ബിന്ദുവാണ്. PT തൊട്ടുവരയാണ്. P യിൽ നിന്നുള്ള മറ്റൊരു വര വൃത്തത്തെ A, B എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ ഖണ്ഡിക്കുന്നു.



- a) $\angle PTA, \angle PBT$ എന്നിവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധമെന്ത്?
- b) $\triangle PTA, \triangle PBT$ എന്നിവ സദൃശത്രിക്കോണങ്ങളാണോ?
- c) $PA \times PB = PT^2$ എന്ന് തെളിയിക്കുക

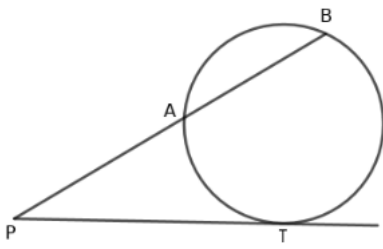
Answers

a) $\angle PTA = \angle PBT$ (ഞാണം തൊട്ടുവരയും തമ്മിലുള്ള കോൺ മറുവശത്തെ വൃത്തഭാഗത്തെ കോണിന് തുല്യം)

b) $\angle PTA = \angle PBT, \angle P$ പൊതുവായ കോൺ. അതിനാൽ $\triangle PTA$ യും $\triangle PTB$ സദൃശത്രിക്കോണങ്ങളാണ്

c) തുല്യമായ കോണുകൾക്ക് എതിരെയുള്ള വശങ്ങൾ ആനുപാതികം .
 $\frac{PT}{PB} = \frac{PA}{PT}, PA \times PB = PT^2$

2) PT എന്ന വര വൃത്തത്തിന് പുറത്ത് P യിൽ നിന്നുള്ള തൊട്ടുവരയാണ്. P യിൽ നിന്നുള്ള മറ്റൊരു വര വൃത്തത്തെ A യിലും B യിലും ഖണ്ഡിക്കുന്നു. PB എന്ന ഞാണിന്റെ നീളം 16 സെ.മീ $AB = 7$ സെ.മീ ആയാൽ

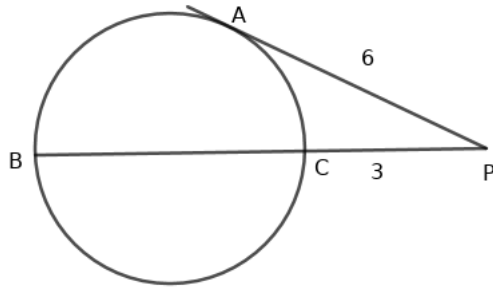


- a) PA യുടെ നീളമെത്ര?
- b) PA, PB, PT എന്നീ നീളങ്ങൾ കണക്കാക്കുക ?
- c) PT എന്ന തൊട്ടുവരയുടെ നീളമെത്ര?
- d) P യിൽ നിന്നുള്ള തൊട്ടുവരയുടെ നീളമെത്ര?

Answers

- a) $PA = 16 - 7 = 9$ സെ.മീ
- b) $PA \times PB = PT^2$
- c) $9 \times 16 = PT^2, PT = 3 \times 4 = 12$ സെ.മീ
- d) 12സെ.മീ

3) BC വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസമാണ്. BC നീട്ടിയതിലെ ബിന്ദുവാണ് P . P യിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിലേയ്ക്ക് PA എന്ന തൊടുവര വരക്കുന്നു. $PA = 6$ സെ.മീ, $PC = 3$ സെ.മീ ആയാൽ

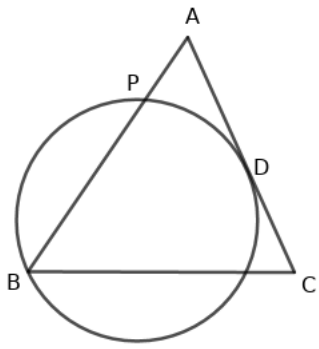


- a) PB യുടെ നീളമെത്ര?
- b) അന്തർവൃത്തത്തിന്റെ ആരം എത്ര?

Answers

- a) $PB \times PC = PA^2$
 $PB \times 3 = 6^2, PB = 12$ സെ.മീ
- b) $BC = 12 - 3 = 9$ സെ.മീ
ആരം = $\frac{9}{2} = 4.5$ സെ.മീ

4) $\triangle ABC$ യിൽ, $AB = AC$, B ലൂടെയുള്ള വൃത്തം AB യെ P യിൽ ഖണ്ഡിക്കുന്നു. വൃത്തം AC യെ D യുടെ മധ്യബിന്ദുവിൽ ഖണ്ഡിക്കുന്നു

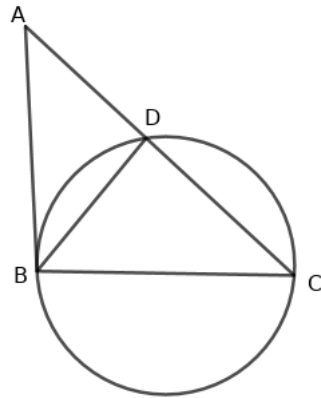


$4AP = AB$ എന്ന് തെളിയിക്കുക

Answers

- * $AB \times AP = AD^2$
- * $AB \times AP = \left(\frac{AC}{2}\right)^2$
- $AB \times AP = \frac{AC^2}{4}$
- * $AB = AC \rightarrow AB \times AP = \frac{AB^2}{4}$
- * $AP = \frac{AB}{4}$
- $AB = 4 \times AP$

5) ചിത്രത്തിൽ BC വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസമാണ്. AB തൊടുവരയാണ്.



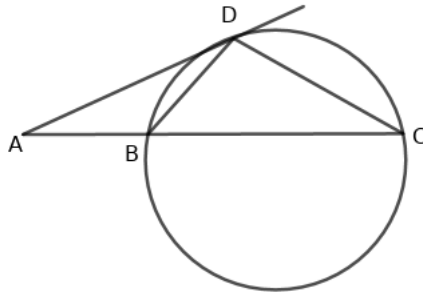
- a) AC, AD, AB എന്നീ വശങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധമെന്ത്?
- b) $AC \times CD = BC^2$ എന്ന് തെളിയിക്കുക

Answers

- a) $AC \times AD = AB^2$
- b) $\triangle ABC, \triangle BDC$ എന്നിവ പരിഗണിക്കുക.
 $\angle ABC = 90^\circ$ (വ്യാസവും തൊടുവരയും തമ്മിലുള്ള കോൺ)
 $\angle BDC = 90^\circ$ (അർദ്ധവൃത്തത്തിലെ കോൺ)
 $\angle ABC = \angle BDC, \angle C$ പൊതുവായ കോൺ
 $\triangle ABC$ are similar $\triangle BDC$
 $\frac{BC}{CD} = \frac{AC}{BC}$
 $AC \times CD = BC^2$

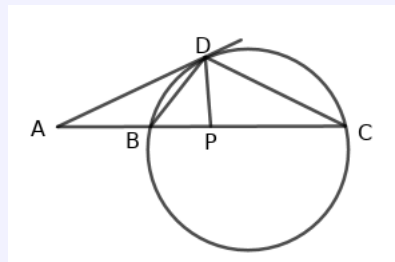
Session 89 | തൊട്ടുവരകൾ 14 | Worksheet 89

1) ചിത്രത്തിൽ $AB = BD$, AD എന്ന വര A യിൽ നിന്നുള്ള തൊട്ടുവരയാണ്.



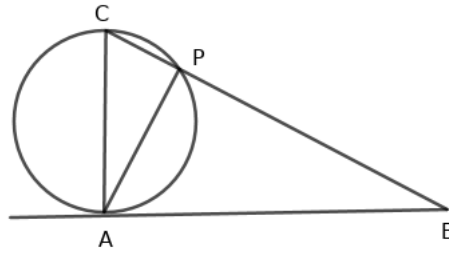
- a) AB, AC, AD എന്നീ നീളങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധമെഴുതുക
- b) $AB \times AC = CD^2$ എന്ന് തെളിയിക്കുക
- c) ഏത് തരം ത്രികോണമാണ് $\triangle ACD$?
- d) $\angle BAD = 30^\circ$ ആണ്, D യിൽ നിന്നും AC യിലേക്കുള്ള ലംബത്തിന്റെ നീളമാണ് 12 എങ്കിൽ AD യുടെ നീളമെത്ര?

Answers



- a) $AB \times AC = AD^2$
- b) $\triangle ABD, \triangle ACD$ എന്നിവ പരിഗണിക്കുക.
 $\angle ADB = \angle ACD$ (ഞാനം തൊട്ടുവരയും തമ്മിലുള്ള കോൺ മറുവശത്തെ വൃത്തഭാഗത്തെ കോണിന് തുല്യം)
 $AB = BD$ ആയതിനാൽ $\angle BAD = \angle ADB$
 അതുകൊണ്ട് $\angle ADB = \angle ACD \rightarrow AD = CD$ $AB \times AC = AD^2 \rightarrow AB \times AC = CD^2$
- c) ത്രികോണം $\triangle ACD$ യിൽ, $\angle A = \angle C$ എതിർവശങ്ങൾ തുല്യം . സമപാർശ്വത്രികോണം .
- d) $\triangle APD$ is a $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ ത്രികോണം . 30° യ്ക്ക് എതിരെയുള്ള കോൺ 12 സെ.മീ . അതിനാൽ $AD = 24$ സെ.മീ . തൊട്ടുവരയുടെ നീളം 24 സെ.മീ

2) ചിത്രത്തിൽ AC വ്യാസവും BA തൊട്ടുവരയുമാണ്. BC വൃത്തത്തെ P യിൽ ഖണ്ഡിക്കുന്ന വൃത്തത്തിന്റെ ആരം 2.5 സെ.മീ, തൊട്ടുവരയുടെ നീളം 12 സെ.മീ

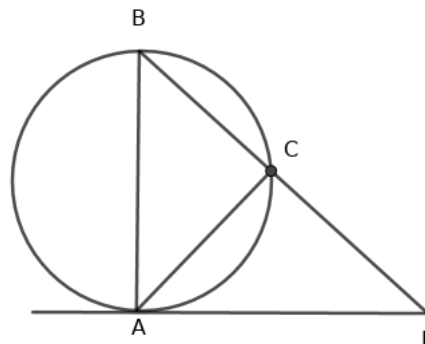


- a) BC യുടെ നീളമെത്ര?
- b) PC യുടെ നീളമെത്ര?
- c) AP യുടെ നീളമെത്ര?

Answers

- a) $\triangle CAB$ മട്ടത്രികോണമാണ് . (വ്യാസം ആരത്തിൽ ലംബമാണ്)
 $BC^2 = AC^2 + AB^2 = 5^2 + 12^2 = 169, BC = 13$ സെ.മീ
- b) $BP \times BC = BA^2, BP \times 13 = 12^2, BP = \frac{144}{13} = 11.08$ സെ.മീ
 $PC = 13 - 11.08 = 1.92$ സ.മീ
- c) $AP^2 = AC^2 - PC^2, AP^2 = 5^2 - 1.92^2 = 25 - 3.68 = 21.32$ cm, $AP = 4.6$ സെ.മീ

3) AB വ്യാസമായ വൃത്തത്തിലേയ്ക്കുള്ള തൊടുവരയാണ് AB . PB എന്ന വര വൃത്തത്തെ C യിൽ ഖണ്ഡിക്കുന്നു. വൃത്തത്തിന്റെ ആരം 5 സെ.മീ , $AC = 6$ സെ.മീ ആയാൽ

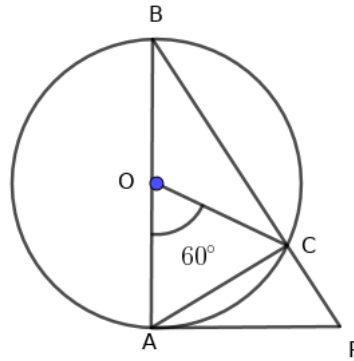


- a) BC യുടെ നീളമെത്ര?
- b) PC എത്ര?

Answers

- a) $\triangle ACB$ മട്ടത്രികോണം . $BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$ സെ.മീ
- b) $\triangle BAP$ മട്ടത്രികോണം . $PC = x, PA = y$
 $(8 + x)^2 = y^2 + 10^2$
 $\triangle ACP$ മട്ടത്രികോണം . $y^2 = 6^2 + x^2$
 $10^2 + y^2 = (8 + x)^2 \rightarrow 10^2 + 6^2 + x^2 = (8 + x)^2, 136 + x^2 = 64 + x^2 + 16x, 16x = 72, x = \frac{9}{2} = 4.5$ cm . $PC = 4.5$ cm
- c) $y = \sqrt{6^2 + 4.5^2} = 7.5$ cm . തൊടുവരയുടെ നീളം 7.5 സെ.മീ

4) AB വ്യാസമായ വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രമാണ് O . PA എന്നത് P യിലേക്കുള്ള തൊടുവരയാണ് , PB എന്ന വര വൃത്തത്തെ C യിൽ ഖണ്ഡിക്കുന്നു. $\angle AOC = 60^\circ, AC = 6$ സെ.മീ ആയാൽ



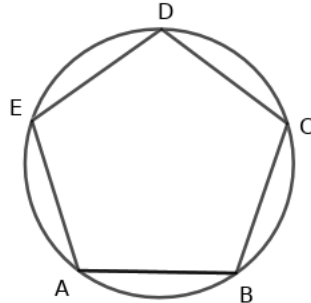
- $\angle ABC$ എത്ര?
- വ്യാസം കണക്കാക്കുക?
- BC യുടെ നീളമെത്ര?
- PC യുടെ നീളമെത്ര?

Answers

- $\angle ABC = 30^\circ$
- $\triangle OAC$ സമജ്ജത്രികോണം. $OA = OC = AC = 6\text{cm}$. വ്യാസം 12 സെ.മീ
- $\triangle ACB$ മട്ടത്രികോണം. $AB^2 = AC^2 + BC^2$, $BC^2 = 144 - 36 = 108$, $BC = \sqrt{108} = 6\sqrt{3}$ സെ.മീ
- $\triangle APC$ പരിഗണിക്കുക. $\angle A = 90 - 60 = 30^\circ$, $\angle C = 90^\circ$, $\angle P = 60^\circ$. ഇത് ഒരു $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ ത്രികോണമാണ്. 60° ക്ക് എതിരെയുള്ള കോൺ 6 സെ.മീ. $PC = \frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}\text{cm}$. $PC = 2\sqrt{3}\text{cm}$ തൊട്ടുവരയുടെ നീളം $4\sqrt{3}\text{cm}$

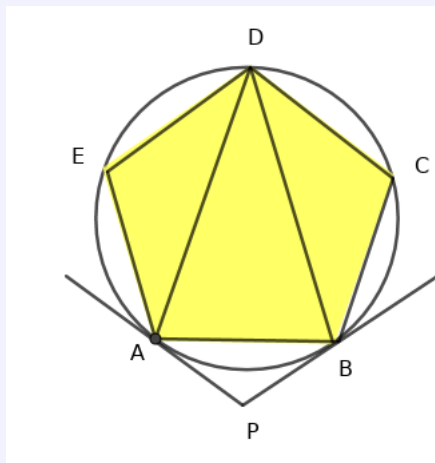
Session 90 | തൊട്ടുവരകൾ 15 | Worksheet 90

1) $ABCDE$ ഒരു സമപഞ്ചഭുജമാണ് . അതിന് പരിവൃത്തം വരച്ചിരിക്കുന്നു. A, B എന്നിവയിലൂടെയുള്ള തൊട്ടുവരകൾ P യിൽ ഖണ്ഡിക്കുന്നു.



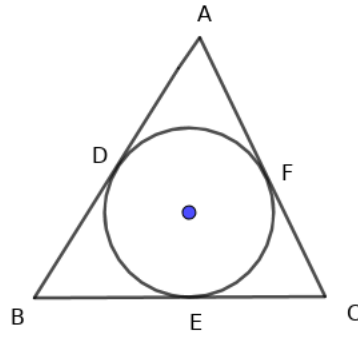
- a) AD വരച്ചാൽ $\triangle ADE$ എത്രവീതമാണ്?
- b) $\angle ADB$ എത്ര?
- c) A, B എന്നിവയിലൂടെയുള്ള തൊട്ടുവരകൾ P യിൽ ഖണ്ഡിക്കുന്നു. $\angle BAP$ കണക്കാക്കുക?
- d) $\angle APB$ എത്ര?

Answers



- a) n വശങ്ങളുള്ള ബഹുഭുജത്തിന്റെ കോൺ തുക = $(n - 2) \times 180^\circ$
 $\angle AED = \frac{(5-2) \times 180}{5} = 108^\circ$
 $ED = EA \rightarrow \angle EAD = \angle EDA = 36^\circ$
- b) $\angle ADB = \frac{108}{3} = 36^\circ$
- c) $\angle BAP = 36^\circ$ (AB എന്ന ഞാണം AP എന്ന തൊട്ടുവരയും തമ്മിലുള്ള കോൺ മറുവശത്തെ വൃത്തഭാഗത്തെ കോണിന് തുല്യമാണ്)
- d) $\angle APB = 180 - (36 + 36) = 108^\circ$

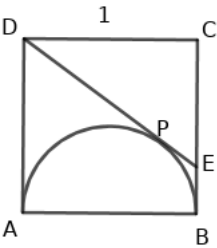
2) $\triangle ABC$ യിൽ AB, BC, AC എന്നീ വശങ്ങളെ വൃത്തം D, E, F ൽ ഖണ്ഡിക്കുന്നു. $AB = 12$ സെ.മീ, $BC = 8$ സെ.മീ, $AC = 10$ സെ.മീ ആയാൽ AD, BE, CF എന്നിവ കണക്കാക്കുക



Answers

- * $AD = x, AF = x$ (പുറത്തുള്ള ബിന്ദുവിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിലേയ്ക്കുള്ള തൊടുവരകൾ തുല്യം)
- * $BD = 12 - x, BE = 12 - x, CF = 10 - x, CE = 10 - x$
- * $BC = BE + EC, 8 = 12 - x + 10 - x, 8 = 22 - 2x, 2x = 14, x = 7$ സെ.മീ
- * $AD = 7$ സെ.മീ , $BE = 12 - x = 5$ സെ.മീ , $CF = 10 - x = 10 - 7 = 3$ സെ.മീ

3) സമചതുരം ABCD യിൽ AB വശമായി അർദ്ധവൃത്തം വരക്കുന്നു. DE എന്ന വര അർദ്ധവൃത്തത്തെ P യിൽ തൊടുന്നു. സമചതുരത്തിന്റെ വശം 1 ആയാൽ

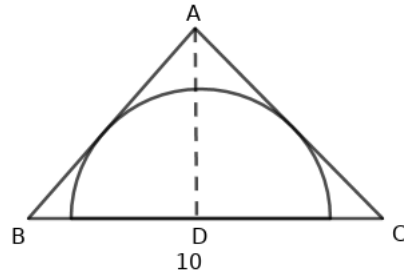


- a) DP എത്ര?
- b) $PE = x$ ആയാൽ DE, CD, CE എന്നീ നീളങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധമെഴുതുക
- c) DE യുടെ നീളമെത്ര?

Answers

- a) സമചതുരത്തിന്റെ വശം 1. $DA = 1, DP = 1$
- b) $PE = x$ ആയാൽ $DE = 1 + x, CE = 1 - x, CD = 1$
 $(1 + x)^2 = (1 - x)^2 + 1^2$
- c) $4x = 1 \rightarrow x = \frac{1}{4} = 0.25, DE = 1.25$

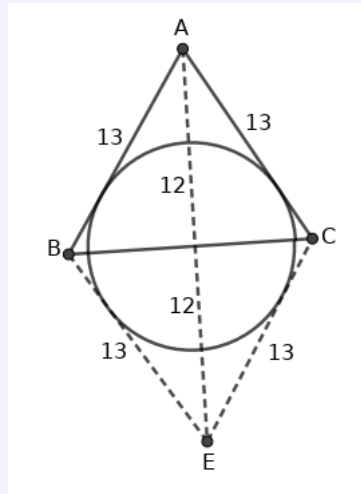
4) ചിത്രത്തിൽ $AB = AC, BC = 10$ സെ.മീ , A യിൽ നിന്നും BC ലേയ്ക്കുള്ള ലംബം 12 സെ.മീ . BC വ്യാസമായി അർദ്ധവൃത്തം വരക്കുന്നു. അർദ്ധവൃത്തം AB, AC എന്നീ വശങ്ങളെ തൊടുന്നു.



- $\triangle ABC$ ചുറ്റളവ് കണക്കാക്കുക?
- ത്രികോണം ABC യുടെ പരപ്പളവ് എത്ര?
- അർദ്ധവൃത്തത്തിന്റെ ആരം എത്ര?

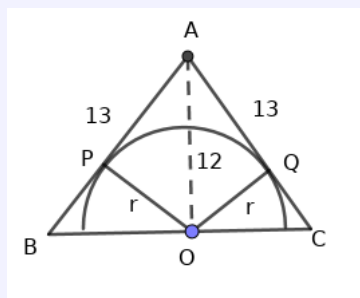
Answers

- a) $AB = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13\text{cm}$
- b) ചുറ്റളവ് $13 + 13 + 10 = 36\text{cm}$
- c) ചിത്രം



$ABCE$ ഒരു സമളംസമാന്തരീകമാണ്. അർദ്ധവൃത്തത്തെ വൃത്തമാക്കിയാൽ ചതുർഭുജത്തിന്റെ $= 13 \times 4 = 52$ സെ.മീ, പരപ്പളവ് $60 \times 2 = 120$ ചതുരശ്രസെ.മീ അന്തർവൃത്തത്തിന്റെ ആരം $r = \frac{A}{s} = \frac{120}{26} = 4.6$ സെ.മീ

മറ്റൊരു രീതി



r വൃത്തത്തിന്റെ ആരമാണ്. കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും വശത്തേയ്ക്കുള്ള ലംബദൂരം r .
 ത്രികോണം ABO , ത്രികോണം ACO എന്നിവയുടെ പരപ്പളവുകളുടെ തുക ത്രികോണം ABC യുടെ പരപ്പളവ്
 $\frac{1}{2} \times 13 \times r + \frac{1}{2} \times 13 \times r = \frac{1}{2} \times 10 \times 12$
 $26r = 120, r = \frac{120}{26} = 4.6$ സെ.മീറ്റർ