

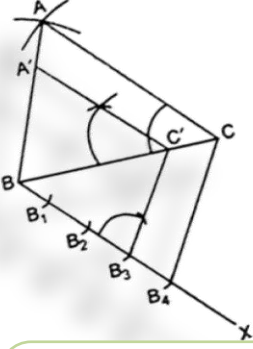
ಕರ್ನಾಟಕ ಸರ್ಕಾರ



ಸಾರ್ವಜನಿಕ ಶಿಕ್ಷಣ ಇಲಾಖೆ

ಉಪನಿರ್ದೇಶಕರ ಕಾರ್ಯಾಲಯ, ಸಾರ್ವಜನಿಕ ಶಿಕ್ಷಣ ಇಲಾಖೆ, ಕೋಲಾರ ಜಿಲ್ಲೆ, ಕೋಲಾರ.

2021-22

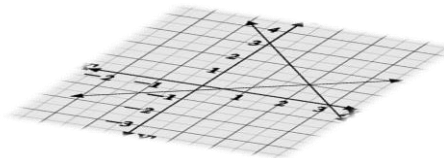


ನನ್ನನೊಮ್ಮೆ ಗಮನಿಸಿ

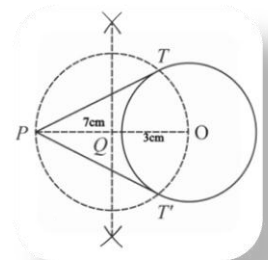
$$ax^2 + bx + c = 0$$

ವಿಷಯ: ಗಣಿತ

$$\tan \theta = \frac{OPP}{Adj}$$



10ನೇ ತರಗತಿ



ಪರಿವಿಡಿ :

ಘಟಕದ ಸಂಖ್ಯೆ	ಘಟಕದ ಹೆಸರು	ಪುಟ ಸಂಖ್ಯೆ
1	ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಗಳು	3-5
2	ತ್ರಿಭುಜಗಳು	6-12
3	ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳು	13-15
4	ವೃತ್ತಗಳು	16-17
5	ವೃತ್ತಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು	18-20
6	ರಚನೆಗಳು	21-22
7	ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ ರೇಖಾಗಣಿತ	23-27
10	ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣಗಳು	28-31
11	ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿಯ ಪ್ರಸ್ತಾವನೆ	32-35
12	ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿಯ ಕೆಲವು ಅನ್ವಯಗಳು	36-40
13	ಸಂಖ್ಯಾಶಾಸ್ತ್ರ	41-44
15	ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಮತ್ತು ಘನಫಲಗಳು	45-49

(ಶೀ.20 ರಷ್ಟು ಪಠ್ಯಕ್ರಮ ಕಡಿತಗೊಳಿಸಿರುವ ಕಾರಣ, 8, 9 ಮತ್ತು 14ನೇ ಘಟಕಗಳನ್ನು 2021-22 ನೇ ಸಾಲಿಗೆ ಪರಿಗಣಿಸಿರುವುದಿಲ್ಲ.)

ಘಟಕ - 1 : ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಗಳು

ಬಹು ಆಯ್ಕೆ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

1	ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೊದಲ ಪದ a ಮತ್ತು ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ d ಆದಾಗ, ಅದರ n ನೇ ಪದವು (A) $a_n = a + (n-1)d$ (B) $a_n = a - (n-1)d$ (C) $a_n = a - (n+1)d$ (D) $a_n = a + (n+1)d$
2	ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೊದಲ ಪದ a ಮತ್ತು ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ d ಆದಾಗ, ಅದರ ಮೊದಲ n ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವು (A) $S_n = \frac{2}{n}[a + (n-1)d]$ (B) $S_n = 2[a + (n-1)d]$ (C) $S_n = \frac{n}{2}[a + (n-1)d]$ (D) $S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$
3	$a_1, a_2, a_3, a_4, \dots$ ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸವು (A) $a_2 - a_1$ (B) $a_1 - a_2$ (C) $a_2 - a_3$ (D) $a_3 - a_4$
4	3, 7, 11, 15, .. ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸವು (A) -4 (B) 3 (C) 4 (D) 5
5	ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿ, (A) 3, 5, 7, 10, .. (B) 3, 5, 6, 9, .. (C) -2, -1, 0, 3, .. (D) 4, 7, 10, 13, ..
6	ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ n ನೇ ಪದ $3n - 2$ ಆಗಿದ್ದರೆ, ಅದರ 9ನೇ ಪದವು (A) 15 (B) 25 (C) 29 (D) 11
7	4, x , 10 ಗಳು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿದ್ದಾಗ x ನ ಬೆಲೆಯು (A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9
8	3, 8, 13, 18, ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ 25ನೇ ಪದವು (A) 25 (B) 123 (C) 128 (D) 80
9	ಮೊದಲ 30 ಬೆಸ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವು (A) 300 (B) 600 (C) 150 (D) 900
10	$5+10+15+20+\dots$ ಮೊದಲ 10 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವು (A) 50 (B) 75 (C) 100 (D) 275

ಒಂದು ಅಂಕದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

1	ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೊದಲ ಪದ a ಹಾಗೂ ಕೊನೆಯ ಪದ a_n ಆದಾಗ, ಅದರ ಮೊದಲ n ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಸೂತ್ರವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ. $S_n = \frac{n}{2}(a + a_n)$
2	ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೊದಲ ಪದ a ಹಾಗೂ ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ d ಆದಾಗ, ಅದರ ಮೊದಲ n ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಸೂತ್ರವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ. $S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$
3	ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸವು 3 ಆದಾಗ $a_7 - a_2$ ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. $a_7 - a_2 = a + 6d - (a + d) = a + 6d - a - d = 5d = 5(3) = 15$ $\therefore a_7 - a_2 = 15$

ಎರಡು ಅಂಕಗಳ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು	
1	<p>ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೊದಲ ಪದ 4 ಮತ್ತು ಕೊನೆಯ ಪದ 40 ಆದರೆ ಮೊದಲ 20 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.</p> $a = 4, l = 40, n = 20$ $S_n = \frac{n}{2}(a + l)$ $S_{20} = \frac{20}{2}(4 + 40) = 10 \times 44 = 440$ <p>$\therefore S_{20} = 440$</p>
2	<p>2+7+12+...ಈ ಸಮಾಂತರ ಸರಣಿಯ ಮೊದಲ 20 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಸೂಕ್ತವಾದ ಸೂತ್ರದ ಉಪಯೋಗದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.</p> $a = 2, d = 5, n = 20$ $S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$ $S_{20} = \frac{20}{2}[2(2) + (20-1)(5)] = 10[4+95]$ <p>$\therefore S_{20} = 990$</p>
3	<p>2, 5, 8, 11, ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ 12ನೇ ಪದವನ್ನು, ಸೂತ್ರವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿಕೊಂಡು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.</p> $a = 2, d = 5 - 2 = 3, n = 12.$ $a_n = a + (n - 1)d$ $a_{12} = 2 + (12 - 1)3 = 2 + 33 = 35$ <p>$\therefore a_{12} = 35$</p>
4	<p>4, 7, 10, 13, . . . 64 ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಕೊನೆಯಿಂದ ಆರಂಭಿಸಿ 10ನೇ ಪದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಕೊನೆಯಿಂದ ಮೊದಲನೇ ಪದದ ಕಡೆಗೆ 64, . . . 13, 10, 7, 4.</p> $a = 64, d = 10 - 13 = -3, n = 10$ $a_n = a + (n-1)d$ $a_{10} = 64 + (10 - 1)(-3) \therefore a_{10} = 37$
5	<p>2, 5, 8, 11, ... ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಒಂದು ಪದ 92 ಆಗಿರುವುದೇ ? ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.</p> $a = 2, d = 5 - 2 = 3, a_n = 92$ $a_n = a + (n - 1)d$ $92 = 2 + (n-1)3 = 2 + 3n - 3$ $3n = 93 \quad n = 31$ <p>n ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕವಾಗಿದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ 92 ಇದು 2,5,8,11,.. ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಪದವಾಗಿದೆ.</p>
ಮೂರು ಅಂಕಗಳ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು	
1	<p>ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜದ ಒಳಕೋನಗಳು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿವೆ. ಚತುರ್ಭುಜದ ಅತ್ಯಂತ ಚಿಕ್ಕಕೋನವು 15° ಆದರೆ ಉಳಿದ ಕೋನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.</p> <p>ಒಳಕೋನಗಳು $a - 3d, a - d, a + d, a + 3d$ ಆಗಿರಲಿ.</p> <p>ಚತುರ್ಭುಜದ ಒಳಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ= 360°</p> $(a - 3d) + (a - d) + (a + d) + (a + 3d) = 360^\circ$ $a = 90^\circ$ <p>ಅತ್ಯಂತ ಚಿಕ್ಕಕೋನ $a - 3d = 15$</p> $90 - 3d = 15 \Rightarrow d = 25$ <p>$65^\circ, 115^\circ$ ಮತ್ತು 165° ಚತುರ್ಭುಜದ ಉಳಿದ ಕೋನಗಳಾಗಿವೆ.</p>
2	<p>ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೂರನೇ ಪದ 3 ಮತ್ತು ಐದನೇ ಪದವು -11 ಆದರೆ, ಅದರ 50ನೇ ಪದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.</p> $a_3 = 3, a_5 = -11, a_{50} = ?$ $a + 2d = 3$ $a + 4d = -11 \quad (\text{ಕಳೆದಾಗ})$ $\underline{\hspace{1cm}}$ $-2d = 14 \Rightarrow d = -7$ <p>d ಬೆಲೆಯನ್ನು $a + 2d = 3$ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ $a = 17$</p> $a_n = a + (n - 1)d$ $a_{50} = 17 + (50 - 1)(-7)$ <p>$\therefore a_{50} = -326$</p>

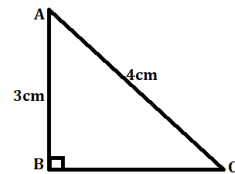
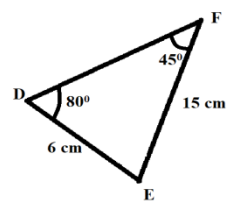
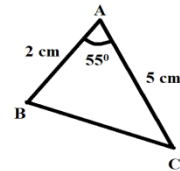
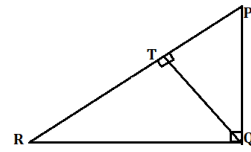
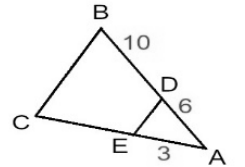
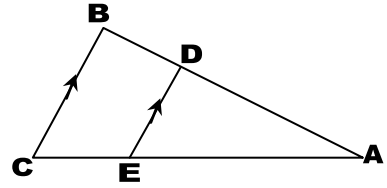
ನಾಲ್ಕು ಅಂಕಗಳ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

<p>1 ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೂರನೇ ಮತ್ತು ಆರನೇ ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವು 28 ಹಾಗೂ ನಾಲ್ಕನೇ ಮತ್ತು 8ನೇ ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವು 34 ಆದರೆ, ಆ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.</p> $a_3 + a_6 = 28$ $a + 2d + a + 5d = 28$ $2a + 7d = 28 \text{ ----- (1)}$ <p>ಇದೇ ರೀತಿ, $a_4 + a_8 = 34$</p> $2a + 10d = 34 \text{ ----- (2)}$ <p>(1)ನ್ನು (2)ರಿಂದ ಕಳೆದಾಗ</p> $\begin{array}{r} 2a + 7d = 28 \\ 2a + 10d = 34 \\ \hline -3d = -6 \Rightarrow d = 2 \end{array}$ <p>d ಯ ಬೆಲೆಯನ್ನು $a + 5d = 17$ ದಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ</p> $a = 7$ <p>ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಪದಗಳು 7, 9, 11, 13, ..</p>	<p>2 ಒಂದು ಶಾಲೆಯ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಮಗ್ರ ವಾರ್ಷಿಕ ನಿರ್ವಹಣೆಗಾಗಿ 10 ನಗದು ಬಹುಮಾನಗಳಿಗಾಗಿ ರೂ.1600 ರ ಮೊತ್ತವನ್ನು ನೀಡಲಾಗಿತ್ತು. ಪ್ರತಿ ಬಹುಮಾನವು ಅದರ ಮುಂಚಿನ ಬಹುಮಾನಕ್ಕಿಂತ ರೂ.20 ಕಡಿಮೆಯಾದರೆ ಪ್ರತಿ ಬಹುಮಾನಗಳ ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.</p> <p>ಇಲ್ಲಿ $n = 10, d = 20$.</p> <p>ಬಹುಮಾನಗಳ ಮೌಲ್ಯಗಳು $a, a - 20, \dots, a - 180$ ಆಗಿರಲಿ.</p> $a + a - 20 + a - 40 + \dots + a - 180 = 1600$ $a = a, l = a - 180, S_n = 1600, n = 10$ $S_n = \frac{n}{2} [a + l]$ $S_{10} = \frac{10}{2} [a + a - 180]$ $1600 = 5(2a - 180)$ $2a - 180 = 320 \quad a = 250$ <p>ಬಹುಮಾನಗಳ ಮೌಲ್ಯಗಳು: 250, 230, 210, -----70</p>
<p>3 ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ 4ನೇ ಪದ 14 ಮತ್ತು 8ನೇ ಪದವು 5ನೇ ಪದದ ಎರಡರಷ್ಟಕ್ಕಿಂತ 8 ಕಡಿಮೆ ಆಗಿದ್ದರೆ, ಆ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೊದಲ 25 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.</p> $a_4 = 14, a_8 = 2a_5 - 8, S_{25} = ?$ $a + 3d = 14 \text{ ----- (1)}$ $a + 7d = 2(a + 4d) - 8$ $a + d = 8 \text{ ----- (2)}$ <p>(1)ನ್ನು (2)ರಿಂದ ಕಳೆದಾಗ</p> $\begin{array}{r} a + 3d = 14 \\ a + d = 8 \\ \hline 2d = 6 \\ d = 3 \end{array}$ <p>d ಬೆಲೆಯನ್ನು $a + d = 8$ ದಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ, $a = 5$</p> $S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$ $S_{25} = \frac{25}{2} [2 \times 5 + (25-1)3]$ $= \frac{25}{2} [10 + 72]$ $\therefore S_{25} = 1025$	<p>4 ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೂರು ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವು 18 ಮತ್ತು ಮೊದಲನೇ ಹಾಗೂ ಮೂರನೇ ಪದಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತವು 104 ಆದರೆ, ಆ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೊದಲ 40 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.</p> <p>ಆ ಮೂರು ಪದಗಳು $a - d, a, a + d$ ಆಗಿರಲಿ</p> $(a - d) + (a) + (a + d) = 18$ $3a = 18$ $a = 6$ $(a-d)^2 + (a+d)^2 = 104$ $a^2 + d^2 - 2ad + a^2 + d^2 + 2ad = 104$ $2a^2 + 2d^2 = 104$ $a^2 + d^2 = 52$ $6^2 + d^2 = 52$ $d = \pm 4$ <p>ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಪದಗಳು 2, 6, 10.</p> <p>40 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ: $S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$</p> $S_{40} = \frac{40}{2} [2 \times 6 + (40 - 1)4] = 3360$ $\therefore S_{40} = 3360$

ಘಟಕ - 2 : ತ್ರಿಭುಜಗಳು

ಬಹು ಆಯ್ಕೆ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

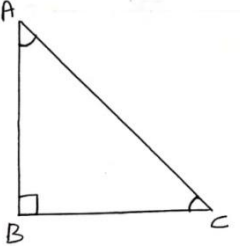
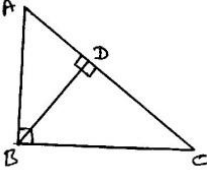
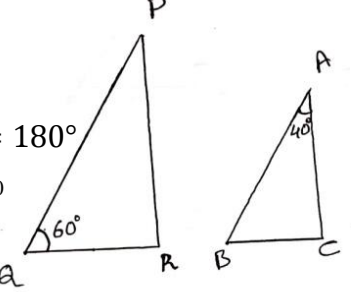
1	ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸರ್ವಸಮವಾಗಿದ್ದಾಗ, ಅವುಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಅನುಪಾತವು (A) 1:1 (B) 1:2 (C) 2:1 (D) 2:3
2	ಎರಡು ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ಅನುಪಾತವು 4:9 ಆದಾಗ ಅವುಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಅನುಪಾತವು (A) 81:16 (B) 16:81 (C) 9:4 (D) 2:3
3	ΔABC ಯಲ್ಲಿ, $\angle B = 90^\circ$ ಆದಾಗ $AB^2 =$ (A) $AB^2 + BC^2$ (B) $AC^2 - BC^2$ (C) $\sqrt{AC^2 - BC^2}$ (D) $AC^2 + BC^2$
4	ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿನ ಲಂಬ ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದ 3 cm . ಮತ್ತು 4 cm ಗಳಾದರೆ, ಅದರ ವಿಕರ್ಣದ ಉದ್ದವು (A) 5cm (B) 9cm (C) 16cm (D) 7cm
5	10m. ಎತ್ತರದ ನೇರವಾದ ಕಂಬವು ನೆಲದ ಮೇಲೆ 4m. ಉದ್ದದ ನೆರಳನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುತ್ತದೆ. ಅದೇ ಸಮಯದಲ್ಲಿ 50m ಎತ್ತರದ ಕಟ್ಟಡವು ಉಂಟುಮಾಡುವ ನೆರಳಿನ ಉದ್ದವು (A) 20m (B) 10m (C) 25m (D) 30m
6	ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ, $DE \parallel BC$, ಆದಾಗ $\frac{AD}{DB} =$ (A) $\frac{BD}{AD}$ (B) $\frac{BC}{DE}$ (C) $\frac{CE}{AE}$ (D) $\frac{AE}{EC}$
7	ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ, ΔABC ಯಲ್ಲಿ $DE \parallel BC$, $AD = 6\text{cm}$, $BD = 10\text{cm}$ ಮತ್ತು $AE = 3\text{cm}$ ಆದಾಗ $CE =$ (A) 5 (B) 3 (C) 6 (D) 10
8	ದತ್ತ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ, ΔPQR ನಲ್ಲಿ $\angle Q = 90^\circ$ ಮತ್ತು $QT \perp PR$ ಆದಾಗ $QT^2 =$ (A) $PT \cdot PR$ (B) $QR \cdot TR$ (C) $PR \cdot TR$ (D) $PT \cdot RT$
9	ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ, ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಸಮರೂಪತೆಯನ್ನು ಸಾಧಿಸಲು ಉಪಯೋಗಿಸಿರುವ ಸಮರೂಪತೆಯ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣವು (A) ಬಾ.ಬಾ.ಬಾ (B) ಬಾ.ಕೋ.ಬಾ. (C) ಕೋ.ಕೋ.ಕೋ. (D) ಕೋ.ಬಾ.ಕೋ.
10	ದತ್ತ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ, ΔABC ಯಲ್ಲಿ, $\angle B = 90^\circ$, $AC = 4\text{cm}$, $AB = 3\text{cm}$ ಆದಾಗ $BC =$ (A) 5cm (B) 7cm (C) $\sqrt{7}\text{cm}$ (D) 1cm



ಒಂದು ಅಂಕದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

1	<p>ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯದ ಹೇಳಿಕೆಯನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.</p> <p>ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ವಿಕರ್ಣದ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗವು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ.</p>
2	<p>ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ (ಥೇಲ್ಸ್) ಪ್ರಮೇಯದ ಹೇಳಿಕೆಯನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.</p> <p>ತ್ರಿಭುಜದ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಎರಡು ವಿಭಿನ್ನ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಭೇದಿಸುವಂತೆ ಒಂದು ಬಾಹುವಿಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿ ಎಳೆದ ಸರಳ ರೇಖೆಯು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.</p>
3	<p>ಒಂದು ಚೌಕದ ಪ್ರತಿ ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದ 12ಸೆ.ಮೀ. ಆದರೆ, ಅದರ ಕರ್ಣದ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.</p> <p>ಚೌಕದ ಕರ್ಣದ ಉದ್ದ = $\sqrt{2}$ (ಚೌಕದ ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದ)</p> <p>ಚೌಕದ ಕರ್ಣದ ಉದ್ದ = $12\sqrt{2} \text{ cm}$.</p>

ಎರಡು ಅಂಕಗಳ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

1	<p>$\Delta ABC \sim \Delta DEF$ ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ 64cm^2 ಮತ್ತು 121cm^2. $EF=15.4\text{cm}$ ಆದರೆ BCಯ ಅಳತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.</p> <p>$\frac{\text{ವ}(\Delta ABC)}{\text{ವ}(\Delta DEF)} = \frac{BC^2}{EF^2}$</p> <p>$\frac{64}{121} = \frac{BC^2}{15.4^2}$</p> <p>$\frac{8^2}{11^2} = \frac{BC^2}{15.4^2}$</p> <p>$\frac{8}{11} = \frac{BC}{15.4}$</p> <p>$\therefore BC = 11.2\text{cm}$.</p>	2	<p>ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ ABC ಯಲ್ಲಿ $\angle B = 90^\circ$ ಆದರೆ $AC^2 = 2AB^2$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.</p> <p>ΔABC ಯಲ್ಲಿ $\angle B = 90^\circ$</p> <p>$\angle A = \angle C$ ಮತ್ತು $AB = BC$ [ದತ್ತ]</p> <p>ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯದ ಅನ್ವಯ, A</p> <p>$AC^2 = AB^2 + BC^2$</p> <p>$AC^2 = AB^2 + AB^2$</p> <p>$AC^2 = 2AB^2$</p> <p>\therefore ಈ ಮೂಲಕ ಸಾಧಿಸಿದೆ.</p> 
3	<p>ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ, ΔABC ಯಲ್ಲಿ $\angle B = 90^\circ$ ಮತ್ತು $BD \perp AC$ ಆದರೆ $BC^2 = AC \cdot CD$ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.</p> <p>ΔBDC ಮತ್ತು ΔABC ಗಳಲ್ಲಿ</p> <p>$\angle BDC = \angle ABC$ [$BD \perp AC$]</p> <p>$\angle BCD = \angle ACB$ [ಸಾಮಾನ್ಯ ಕೋನ]</p> <p>$\therefore \Delta BDC \sim \Delta ABC$ [ಕೋ.ಕೋ. ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ]</p> <p>$\frac{BD}{AB} = \frac{DC}{BC} = \frac{BC}{AC}$</p> <p>$BC^2 = AC \times DC$</p> <p>$\therefore$ ಈ ಮೂಲಕ ಸಾಧಿಸಿದೆ.</p> 	4	<p>ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ, $\Delta ABC \sim \Delta PQR$, $\angle A = 40^\circ$ ಮತ್ತು $\angle Q = 60^\circ$ ಆದರೆ $\angle C$ಯ ಅಳತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.</p> <p>$\angle B = \angle Q = 60^\circ$ [$\Delta ABC \sim \Delta PQR$]</p> <p>$\Delta ABC$ ಯಲ್ಲಿ,</p> <p>$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$</p> <p>$40^\circ + 60^\circ + \angle C = 180^\circ$</p> <p>$\angle C = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$</p> <p>$\therefore \angle C = 80^\circ$</p> 

ಮೂರು ಅಂಕಗಳ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

1 ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ, $DE \parallel AC$ ಮತ್ತು $DF \parallel AE$. $\frac{BF}{FE} = \frac{BE}{EC}$ ಎಂದು

ಸಾಧಿಸಿ.

$\triangle BEA$ ಯಲ್ಲಿ, $DF \parallel AE$

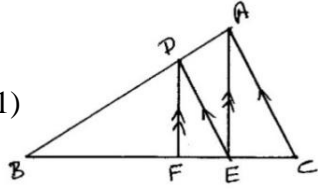
$$\frac{BF}{FE} = \frac{BD}{DA} \quad \text{-----(1)}$$

$\triangle BCA$ ಯಲ್ಲಿ, $DE \parallel AC$

$$\frac{BE}{EC} = \frac{BD}{DA} \quad \text{-----(2)}$$

ಸಮೀಕರಣ (1) ಮತ್ತು (2) ರಿಂದ

$$\frac{BF}{FE} = \frac{BE}{EC} \quad \therefore \text{ಈ ಮೂಲಕ ಸಾಧಿಸಿದೆ.}$$



2 ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ, AP ಮತ್ತು BQ ಗಳು AB ಯ ಮೇಲಿನ

ಲಂಬಗಳಾಗಿವೆ. $\frac{AO}{PO} = \frac{BO}{QO}$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

$\triangle AOP$ ಮತ್ತು $\triangle BOQ$ ಗಳಲ್ಲಿ

$$\angle OAP = \angle OBQ = 90^\circ \quad [\text{ದತ್ತ}]$$

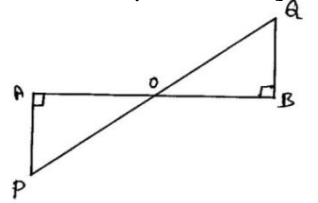
$$\angle AOP = \angle BOQ \quad [\text{ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು}]$$

$$\therefore \triangle AOP \sim \triangle BOQ \quad [\text{ಕೋ.ಕೋ. ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ}]$$

$$\frac{AO}{BO} = \frac{PO}{QO}$$

$$\therefore \frac{AO}{PO} = \frac{BO}{QO}$$

\therefore ಈ ಮೂಲಕ ಸಾಧಿಸಿದೆ.



3 ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ, ABCD ಒಂದು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ, $AB \parallel CD$ ಮತ್ತು

$AB = 2CD$ ಆದರೆ $\triangle AOB$ ಮತ್ತು $\triangle COD$ ಗಳ

ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಅನುಪಾತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$\triangle AOB$ ಮತ್ತು $\triangle COD$ ಗಳಲ್ಲಿ

$$\angle AOB = \angle COD \quad [\text{ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು}]$$

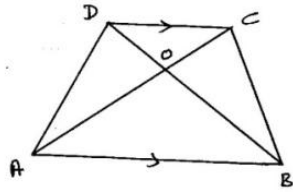
$$\angle OAB = \angle OCD \quad [\text{ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು, } AB \parallel DC]$$

$$\triangle AOB \sim \triangle COD \quad [\text{ಕೋ.ಕೋ. ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ}]$$

$$\frac{\text{ವ}(\triangle AOB)}{\text{ವ}(\triangle COD)} = \frac{AB^2}{DC^2}$$

$$\frac{\text{ವ}(\triangle AOB)}{\text{ವ}(\triangle COD)} = \frac{(2DC)^2}{(DC)^2} = \frac{4}{1}$$

$$\therefore \text{ವ}(\triangle AOB) : \text{ವ}(\triangle COD) = 4 : 1$$



4 15m. ಎತ್ತರವಿರುವ ಏಣಿಯು ನೆಲದಿಂದ 12m. ಎತ್ತರದಲ್ಲಿ,

ಗೋಡೆಯಲ್ಲಿರುವ ಕಿಟಕಿಯನ್ನು ಮುಟ್ಟುತ್ತದೆ. ಹಾಗಾದರೆ

ಏಣಿಯ ಪಾದವು ಗೋಡೆಯ ಪಾದದಿಂದ ಎಷ್ಟು

ದೂರದಲ್ಲಿದೆ?

ಏಣಿಯ ಉದ್ದವು AC ಮತ್ತು ಕಿಟಕಿಯವರೆಗಿನ

ಗೋಡೆಯ ಎತ್ತರವು AB ಆಗಿರಲಿ.

$AC = 15\text{m}$ ಮತ್ತು $AB = 12\text{m}$

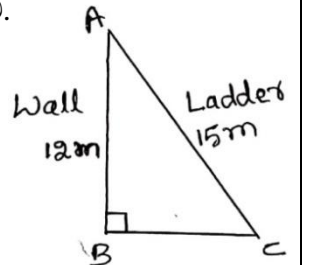
ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ನ ಪ್ರಮೇಯದಿಂದ

$$BC^2 = AC^2 - AB^2$$

$$BC^2 = 15^2 - 12^2$$

$$BC^2 = 81 \quad \therefore BC = 9$$

ಏಣಿಯ ಪಾದವು ಗೋಡೆಯ ಪಾದದಿಂದ 9m. ದೂರದಲ್ಲಿದೆ.



5 12ಮೀ. ಎತ್ತರದ ನೆರವಾದ ಕಂಬವು ನೆಲದ ಮೇಲೆ 8ಮೀ. ಉದ್ದದ ನೆರಳನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುತ್ತದೆ. ಅದೇ ಸಮಯದಲ್ಲಿ ಒಂದು

ಗೋಪುರವು 40ಮೀ. ಉದ್ದದ ನೆರಳನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡಿದರೆ ಗೋಪುರದ ಎತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಕಂಬದ ಎತ್ತರ = $AB = 12\text{ಮೀ.}$,

ಕಂಬದಿಂದ ಉಂಟಾದ ನೆರಳಿನ ಉದ್ದ = $BC = 8\text{ಮೀ.}$

ಗೋಪುರದಿಂದ ಉಂಟಾದ ನೆರಳಿನ ಉದ್ದ = $EF = 40\text{ಮೀ.}$

ಗೋಪುರದ ಎತ್ತರ = h ಮೀ.

$\triangle ABC$ ಮತ್ತು $\triangle DEF$ ಗಳಲ್ಲಿ

$$\angle B = \angle E = 90^\circ$$

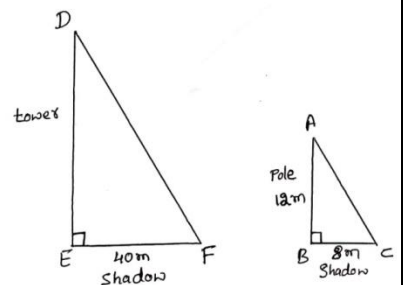
$$\angle C = \angle F \quad [\text{ಸೂರ್ಯನಿಂದ ಏಕಕಾಲದಲ್ಲಿ ಉಂಟಾದ ಕೋನಗಳು}]$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle DEF \quad [\text{ಕೋ.ಕೋ. ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ}]$$

$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}$$

$$\frac{12}{h} = \frac{8}{40} \quad \frac{12 \times 40}{8} = h$$

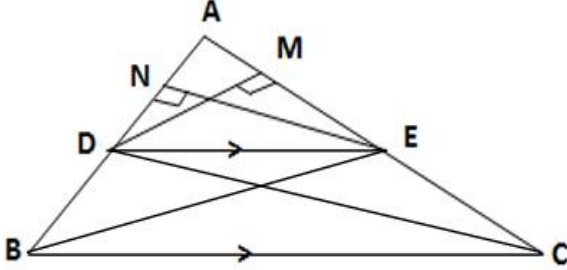
$$\therefore \text{ಗೋಪುರದ ಎತ್ತರ} = 60 \text{ ಮೀ.}$$



ನಾಲ್ಕು ಅಥವಾ ಐದು ಅಂಕಗಳ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

1 ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ (ಥೇಲ್ಮ್) ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ನಿರೂಪಿಸಿ ಮತ್ತು ಸಾಧಿಸಿ.

ತ್ರಿಭುಜದ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಎರಡು ವಿಭಿನ್ನ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಭೇದಿಸುವಂತೆ ಒಂದು ಬಾಹುವಿಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿ ಎಳೆದ ಸರಳರೇಖೆಯು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ



ದತ್ತ: ΔABC ಯಲ್ಲಿ $DE \parallel BC$.

ಸಾಧನೀಯ: $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

ರಚನೆ: $DM \perp AC$ ಮತ್ತು $EN \perp AB$ ಎಳೆದಿದೆ.

BE ಮತ್ತು CD ಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿದೆ.

ಸಾಧನೆ:

$$\frac{\text{ವಿ}(\Delta ADE)}{\text{ವಿ}(\Delta BDE)} = \frac{\frac{1}{2} \times AD \times EN}{\frac{1}{2} \times DB \times EN} \quad (\Delta \text{ ದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \frac{1}{2} \times \text{ಪಾದ} \times \text{ಎತ್ತರ})$$

$$\frac{\text{ವಿ}(\Delta ADE)}{\text{ವಿ}(\Delta BDE)} = \frac{AD}{DB} \text{ -----} \rightarrow (1)$$

$$\frac{\text{ವಿ}(\Delta ADE)}{\text{ವಿ}(\Delta CED)} = \frac{\frac{1}{2} \times AE \times DM}{\frac{1}{2} \times EC \times DM} \quad (\Delta \text{ ದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \frac{1}{2} \times \text{ಪಾದ} \times \text{ಎತ್ತರ})$$

$$\frac{\text{ವಿ}(\Delta ADE)}{\text{ವಿ}(\Delta CED)} = \frac{AE}{EC} \text{ -----} \rightarrow (2)$$

ಆದರೆ ΔBDE ಮತ್ತು ΔCED ಗಳು ಒಂದೇ ಪಾದ DE ಮತ್ತು $DE \parallel BC$ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ ಇವೆ.

$$\text{ವಿ}(\Delta BDE) = \text{ವಿ}(\Delta CED) \text{ -----} \rightarrow (3)$$

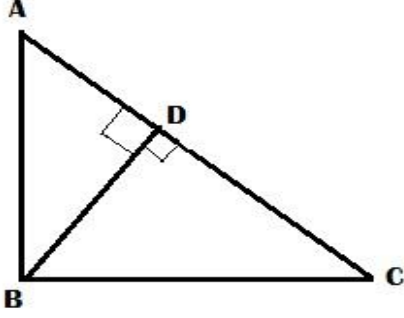
\therefore ಸ(1), ಸ(2) ಮತ್ತು ಸ(3) ರಿಂದ

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

\therefore ಪ್ರಮೇಯ ಸಾಧಿಸಿದೆ.

2 ಪೈಥಾಗೋರಸ್ ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ನಿರೂಪಿಸಿ ಮತ್ತು ಸಾಧಿಸಿ.

“ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ, ವಿಕರ್ಣದ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗವು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ”



ದತ್ತ: ΔABC ಯು ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ ಮತ್ತು $\angle B = 90^\circ$

ಸಾಧನೀಯ: $AC^2 = AB^2 + BC^2$

ರಚನೆ: $BD \perp AC$ ರಚಿಸಿ

ಸಾಧನೆ: ΔADB ಮತ್ತು ΔABC ಗಳಲ್ಲಿ

$\angle D = \angle B = 90^\circ$ (ದತ್ತ ಮತ್ತು ರಚನೆ)

$\angle A = \angle A$ (ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ಕೋನ)

$\Delta ADB \sim \Delta ABC$ (ಕೋ. ಕೋ. ಕೋ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ)

$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{AB}{AC}$ (ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆ)

$AC \cdot AD = AB^2$ -----> (1)

ಇದೇ ರೀತಿ

ΔBDC ಮತ್ತು ΔABC ಗಳಲ್ಲಿ

$\angle D = \angle B = 90^\circ$ (ದತ್ತ ಮತ್ತು ರಚನೆ)

$\angle C = \angle C$ (ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ಕೋನ)

$\Delta BDC \sim \Delta ABC$ (ಕೋ. ಕೋ. ಕೋ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ)

$\therefore \frac{DC}{BC} = \frac{BC}{AC}$ (ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆ)

$AC \cdot DC = BC^2$ -----> (2)

$AC \cdot AD + AC \cdot DC = AB^2 + BC^2$ [ಸ. (1) ಮತ್ತು ಸ. (2) ನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ]

$AC (AD + DC) = AB^2 + BC^2$

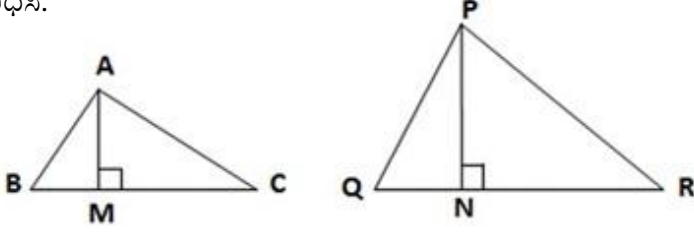
$AC \times AC = AB^2 + BC^2$ (ಚಿತ್ರದಿಂದ $AD + DC = AC$)

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

\therefore ಪ್ರಮೇಯ ಸಾಧಿಸಿದೆ.

3 "ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಅನುಪಾತವು, ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಅನುಪಾತಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತದೆ."

ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.



ದತ್ತ: $\Delta ABC \sim \Delta DEF$

$$\text{ಅಂದರೆ } \frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{AC}{PR}$$

$$\text{ಸಾಧನೀಯ: } \frac{\text{ವಿ}(\Delta ABC)}{\text{ವಿ}(\Delta PQR)} = \left(\frac{AB}{PQ}\right)^2 = \left(\frac{BC}{QR}\right)^2 = \left(\frac{AC}{PR}\right)^2$$

ರಚನೆ: $AM \perp BC$ ಮತ್ತು $PN \perp QR$ ಎಳೆದಿದೆ.

$$\text{ಸಾಧನೆ: } \frac{\text{ವಿ}(\Delta ABC)}{\text{ವಿ}(\Delta PQR)} = \frac{\frac{1}{2} \times BC \times AM}{\frac{1}{2} \times QR \times PN} \quad (\Delta \text{ ದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \frac{1}{2} \times \text{ಪಾದ} \times \text{ಎತ್ತರ})$$

$$\frac{\text{ವಿ}(\Delta ABC)}{\text{ವಿ}(\Delta PQR)} = \frac{BC \times AM}{QR \times PN} \text{ -----> (1)}$$

ΔABM ಮತ್ತು ΔPQN ಗಳಲ್ಲಿ

$$\angle B = \angle Q \quad (\Delta ABC \sim \Delta DEF)$$

$$\angle M = \angle N = 90^\circ \quad (\text{ರಚನೆ})$$

$$\therefore \Delta ABM \sim \Delta PQN \quad (\text{ಕೋ. ಕೋ. ಸಮರೂಪತೆಯ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ})$$

$$\text{ಆದ್ದರಿಂದ } \frac{AM}{PN} = \frac{AB}{PQ} \text{ -----> (2)}$$

$$\text{ಆದರೆ } \frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{AC}{PR} \text{ -----> (3) (ದತ್ತ)}$$

$$\frac{\text{ವಿ}(\Delta ABC)}{\text{ವಿ}(\Delta PQR)} = \frac{AB}{PQ} \times \frac{AB}{PQ} \quad (\text{ಸ(2) ಮತ್ತು ಸ(3) ನ್ನು ಸ(1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದೆ})$$

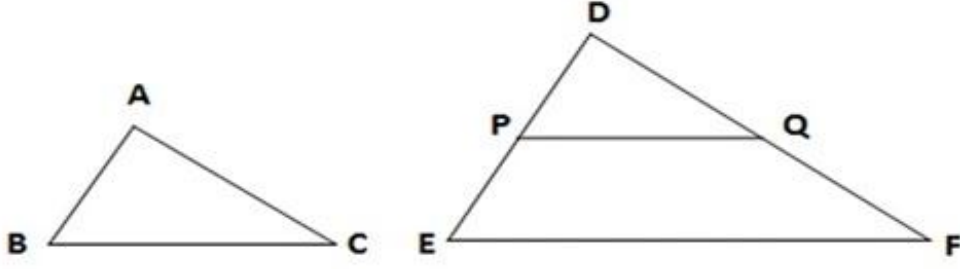
$$\frac{\text{ವಿ}(\Delta ABC)}{\text{ವಿ}(\Delta PQR)} = \left(\frac{AB}{PQ}\right)^2$$

ಈಗ ಸ.(3) ರಿಂದ

$$\frac{\text{ವಿ}(\Delta ABC)}{\text{ವಿ}(\Delta PQR)} = \left(\frac{AB}{PQ}\right)^2 = \left(\frac{BC}{QR}\right)^2 = \left(\frac{AC}{PR}\right)^2$$

\therefore ಪ್ರಮೇಯ ಸಾಧಿಸಿದೆ.

4 "ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸಮಕೋನೀಯಗಳಾಗಿದ್ದರೆ, ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ." ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.



ದತ್ತ: ΔABC ಮತ್ತು ΔDEF ಗಳಲ್ಲಿ

$$\angle A = \angle D$$

$$\angle B = \angle E$$

$$\angle C = \angle F$$

$$\text{ಸಾಧನೀಯ: } \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$$

ರಚನೆ: $DP = AB$ ಮತ್ತು $DQ = AC$ ಅಗುವಂತೆ, P ಬಿಂದುವನ್ನು DE ಮೇಲೆ ಹಾಗೂ Q ಬಿಂದುವನ್ನು DF ಮೇಲೆ ಗುರ್ತಿಸಿ. PQ ಸೇರಿಸಿ.

ಸಾಧನೆ: ΔABC ಮತ್ತು ΔDPQ ಗಳಲ್ಲಿ

$$\angle A = \angle D \quad (\text{ದತ್ತ})$$

$$AB = DP \quad (\text{ರಚನೆ})$$

$$AC = DQ \quad (\text{ರಚನೆ})$$

$$\Delta ABC \cong \Delta DPQ \quad (\text{ಬಾ.ಕೋ.ಬಾ. ಸಿದ್ಧಾಂತ})$$

$$\therefore BC = PQ \quad (\text{ಸರ್ವ ಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಭಾಗಗಳು}) \text{ -----} \rightarrow (1)$$

$$\left. \begin{array}{l} \angle B = \angle P \\ \angle B = \angle E \end{array} \right\} (\text{ಸರ್ವ ಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಭಾಗಗಳು})$$

$$\left. \begin{array}{l} \angle B = \angle E \\ \angle B = \angle P \end{array} \right\} (\text{ದತ್ತ})$$

$$\therefore \angle P = \angle E \quad (\text{ಸ್ವಯಂ ಸಿದ್ಧ - 1})$$

ಅಂದರೆ $PQ \parallel EF$

$$\frac{DP}{DE} = \frac{PQ}{EF} = \frac{DQ}{DF} \quad (\text{ಥೇಲ್ಸನ ಉಪ ಪ್ರಮೇಯ})$$

$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF} \quad [\text{ಸ(1) ಮತ್ತು ರಚನೆಯಿಂದ}]$$

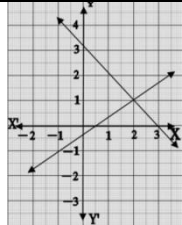
\therefore ಪ್ರಮೇಯ ಸಾಧಿಸಿದೆ.

ಘಟಕ - 3 : ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳು

ಬಹು ಆಯ್ಕೆ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

1	$a_1x + b_1y + c_1 = 0, a_2x + b_2y + c_2 = 0$, ಈ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯು ಅಸ್ಥಿರತೆಯಾಗುವ ಗುಣವನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ ಹೇಳಿಕೆ (A) $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ (B) $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ (C) $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ (D) $\frac{a_1}{a_2} = \frac{c_2}{c_1}$
2	$a_1x + b_1y + c_1 = 0$ ಮತ್ತು $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ ಈ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ಎರಡು ರೇಖೆಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಛೇದಿಸಿದರೆ, ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಸರಿಯಾದ ಸಂಬಂಧ, (A) $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ (B) $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ (C) $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ (D) $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_2}{b_1}$
3	$2x + 3y - 9 = 0$ ಮತ್ತು $4x + 6y - 18 = 0$ ಈ ಜೋಡಿ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ರೇಖೆಗಳು (A) ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ (B) ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗಿರುತ್ತವೆ (C) ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತವೆ (D) ಐಕ್ಯಗೊಳ್ಳುತ್ತವೆ
4	$x + 2y = 6$ ಮತ್ತು $3x - 6y = 18$ ಈ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯು ಹೊಂದಿರುವ ಪರಿಹಾರಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ (A) ಪರಿಹಾರ ಇರುವುದಿಲ್ಲ (B) ಅಪರಿಮಿತ ಪರಿಹಾರಗಳು (C) ನಿರ್ದಿಷ್ಟವಾಗಿ ಒಂದು ಪರಿಹಾರ (D) ಎರಡು ಪರಿಹಾರಗಳು

ಒಂದು ಅಂಕದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

1	ಕೊಟ್ಟಿರುವ ನಕ್ಷೆಯು, x ಮತ್ತು y ನಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿರುವ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತದೆ. ಈ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ. $x = 2$ ಮತ್ತು $y = 1$	
2	ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯ ಆದರ್ಶರೂಪವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ. $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ ಮತ್ತು $a_2x + b_2y + c_2 = 0$, ಇಲ್ಲಿ $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2$ ಗಳೆಲ್ಲವೂ ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು.	

ಎರಡು ಅಂಕಗಳ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

1	ಕೊಟ್ಟಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಯಾವುದೇ ಬೀಜಗಣಿತೀಯ ವಿಧಾನದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ: $x + y = 8$ ಮತ್ತು $2x - y = 7$ $x + y = 8$ ----- (1) $2x - y = 7$ ----- (2) $x + y = 8$ $2x - y = 7$ $3x = 15$ $x = 5$ ಸಮೀಕರಣ (1) ಮತ್ತು (2) ನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ x ಬೆಲೆಯನ್ನು $x + y = 8$ ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ $5 + y = 8 \Rightarrow y = 3$ $\therefore x = 5$ ಮತ್ತು $y = 3$	2	ಕೊಟ್ಟಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗೇ ವರ್ಜಿಸುವ ವಿಧಾನದಿಂದ ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ: $x + y = 5$ ಮತ್ತು $2x + 3y = 12$ $x + y = 5$ ----- (1) $2x + 3y = 12$ ----- (2) (1) ಕ್ಕೆ 2 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ $2x + 2y = 10 \rightarrow$ (3) ಸಮೀಕರಣ (2) ನ್ನು (3) ರಿಂದ ಕಳೆದಾಗ $2x + 3y = 12$ $2x + 2y = 10$ $y = 2$ y ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸಮೀಕರಣ (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ, $x = 3$ $\therefore x = 3$ ಮತ್ತು $y = 2$
---	---	---	---

ಮೂರು ಅಥವಾ ನಾಲ್ಕು ಅಂಕಗಳ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

1 5 ಕಿತ್ತಳೆ ಮತ್ತು 3 ಸೇಬು ಹಣ್ಣುಗಳ ಬೆಲೆಯು 35 ರೂ.ಗಳು ಹಾಗೂ 2 ಕಿತ್ತಳೆ ಮತ್ತು 4 ಸೇಬು ಹಣ್ಣುಗಳ ಬೆಲೆಯು 28 ರೂ.ಗಳಾದರೆ, ಒಂದು ಕಿತ್ತಳೆ ಮತ್ತು ಒಂದು ಸೇಬಿನ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಒಂದು ಕಿತ್ತಳೆಯ ಬೆಲೆ ರೂ. x ಹಾಗೂ ಒಂದು ಸೇಬಿನ ಬೆಲೆ ರೂ. y ಆಗಿರಲಿ. $\Rightarrow 5x + 3y = 35$ ಮತ್ತು

$$2x + 4y = 28$$

$(5x + 3y = 35) \times 4 \Rightarrow 20x + 12y = 140$
 $(2x + 4y = 28) \times 3 \Rightarrow 6x + 12y = 84$

$$\begin{array}{r} 20x+12y=140 \\ 6x+12y=84 \\ \hline 14x=56 \\ x=4 \end{array}$$

ಕಳೆದಾಗ x ಬೆಲೆಯನ್ನು $5x + 3y = 35$ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ $y = 5$
 \therefore ಒಂದು ಕಿತ್ತಳೆಯ ಬೆಲೆ ರೂ. **4** ಮತ್ತು ಒಂದು ಸೇಬಿನ ಬೆಲೆ ರೂ **5**.

2 ಪರಿಹರಿಸಿ: $141x + 93y = 189$ ಮತ್ತು

$$93x + 141y = 45$$

$141x + 93y = 189$ ----- (1)
 $93x + 141y = 45$ ----- (2)

ಸಮೀಕರಣ (1) ಮತ್ತು (2) ನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ

$$\begin{array}{r} 141x+93y=189 \\ 93x+141y=45 \\ \hline 234x+234y=234 \end{array} \quad x + y = 1 \text{ ----- (3)}$$

$x+y=1$

ಸಮೀಕರಣ (1) ನ್ನು (2) ರಿಂದ ಕಳೆದಾಗ

$$\begin{array}{r} 141x+93y=189 \\ 93x+141y=45 \\ \hline 48x-48y=144 \end{array} \quad x - y = 3 \text{ ----- (4)}$$

$x-y=3$

(3) ಮತ್ತು (4) ನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ $\begin{array}{r} x+y=1 \\ x-y=3 \\ \hline 2x=4 \\ x=2 \end{array}$

x ಬೆಲೆಯನ್ನು (3) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ $y = -1$
 $\therefore x = 2$ ಮತ್ತು $y = -1$

3 ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ 50 ಹಾಗೂ ಅವುಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸ 22 ಆದರೆ, ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಆ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು x ಮತ್ತು y ಆಗಿರಲಿ.

ದತ್ತ ಮಾಹಿತಿಯ ಪ್ರಕಾರ

$$x + y = 50 \text{ ----- (1)}$$

$$x - y = 22 \text{ ----- (2)}$$

ಸಮೀಕರಣ (1) ಮತ್ತು (2) ನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ

$$\begin{array}{r} x + y = 50 \\ x - y = 22 \\ \hline 2x = 72 \\ x = 36 \end{array}$$

x ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸಮೀಕರಣ (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

$$\begin{array}{r} x + y = 50 \\ 36 + y = 50 \\ y = 14 \end{array}$$

\therefore ಆ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು **36** ಮತ್ತು **14**.

4 ಮಗನ ವಯಸ್ಸಿನ ಎರಡರಷ್ಟನ್ನು ತಂದೆಯ ವಯಸ್ಸಿನೊಂದಿಗೆ ಕೂಡಿದಾಗ 56 ಆಗುತ್ತದೆ ಹಾಗೂ ತಂದೆಯ ವಯಸ್ಸಿನ ಎರಡರಷ್ಟನ್ನು ಮಗನ ವಯಸ್ಸಿನೊಂದಿಗೆ ಕೂಡಿದಾಗ 88 ಆದರೆ, ತಂದೆಯ ಮತ್ತು ಮಗನ ವಯಸ್ಸುಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಮಗನ ವಯಸ್ಸು ' x ' ವರ್ಷಗಳು ಮತ್ತು ತಂದೆಯ ವಯಸ್ಸು ' y ' ವರ್ಷಗಳಾಗಿರಲಿ.

ದತ್ತ ಮಾಹಿತಿಯ ಪ್ರಕಾರ: $2x + y = 56$ ----- (1)
 $x + 2y = 82$ ----- (2)

ಸಮೀಕರಣ (2) ನ್ನು 2ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ:

$$2x + 4y = 164 \text{ ----- (3)}$$

ಸಮೀಕರಣ(1)ನ್ನು (3)ರಿಂದ ಕಳೆದಾಗ

$$\begin{array}{r} 2x+4y=164 \\ 2x+y=56 \\ \hline 3y=108 \\ y=36 \end{array}$$

y ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸಮೀಕರಣ (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ $x=10$

ತಂದೆಯ ವಯಸ್ಸು **36** ವರ್ಷಗಳು
 ಮಗನ ವಯಸ್ಸು **10** ವರ್ಷಗಳು.

5 4 ಜನ ಪುರುಷರು ಮತ್ತು 6 ಜನ ಹುಡುಗರು ಸೇರಿ ಒಂದು ಕೆಲಸವನ್ನು ಐದು ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿದರೆ, ಅದೇ ಮೂರು ಜನ ಪುರುಷರು ಮತ್ತು 4 ಜನ ಹುಡುಗರು ಸೇರಿ ಅದೇ ಕೆಲಸವನ್ನು 7 ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿದರೆ, ಅದೇ ಕೆಲಸವನ್ನು ಒಬ್ಬ ಪುರುಷ ಅಥವಾ ಒಬ್ಬ ಹುಡುಗ ಮಾತ್ರ ಎಷ್ಟು ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸುತ್ತಾರೆ?

ಒಬ್ಬ ಪುರುಷನು ಕೆಲಸ ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯ = x ದಿನಗಳು.

ಒಬ್ಬ ಹುಡುಗನು ಕೆಲಸ ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯ = y ದಿನಗಳು.

ಒಬ್ಬ ಪುರುಷನಿಂದ ಒಂದು ದಿನದಲ್ಲಿ ನಡೆದ ಕೆಲಸ = $\frac{1}{x}$

ಒಬ್ಬ ಹುಡುಗನಿಂದ ಒಂದು ದಿನದಲ್ಲಿ ನಡೆದ ಕೆಲಸ = $\frac{1}{y}$

$$\frac{4}{x} + \frac{6}{y} = \frac{1}{5} \text{ ----- (1)} ; \frac{3}{x} + \frac{4}{y} = \frac{1}{7} \text{ ----- (2)}$$

$\frac{1}{x} = a$ ಮತ್ತು $\frac{1}{y} = b$ ಎಂದು ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

$$4a + 6b = \frac{1}{5} \quad 20a + 30b = 1 \text{ ---- (3)}$$

$$3a + 4b = \frac{1}{7} \quad 21a + 28b = 1 \text{ ---- (4)}$$

ಸಮೀಕರಣ (3) ಮತ್ತು (4) ರಿಂದ $x = 35$ ಮತ್ತು $y = 70$

ಒಬ್ಬ ಪುರುಷನು 35 ದಿನಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಒಬ್ಬ ಹುಡುಗನು 70 ದಿನಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತಾರೆ.

6 ರೀತು ಪ್ರವಾಹದ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ 2 ಗಂಟೆಗಳಲ್ಲಿ 20 ಕಿ.ಮೀ. ಮತ್ತು ಪ್ರವಾಹದ ವಿರುದ್ಧ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ 2 ಗಂಟೆಗಳಲ್ಲಿ 4 ಕಿ.ಮೀ. ಸಂಚರಿಸುವಳು. ನಿಶ್ಚಲ ನೀರಿನಲ್ಲಿ ಅವಳು ಸಂಚರಿಸುವ ಜವ ಮತ್ತು ಹರಿಯುವ ನೀರಿನ ಜವಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ನಿಶ್ಚಲ ನೀರಿನಲ್ಲಿ ರೀತುವಿನ ಜವ = ' x ' km/h.

ಹರಿಯುವ ನೀರಿನ ಜವ = ' y ' km/h ಆಗಿರಲಿ.

ಪ್ರವಾಹದ ದಿಕ್ಕಿನೊಂದಿಗೆ ರೀತುವಿನ ಜವ = $(x + y)$ km/h.

ಪ್ರವಾಹದ ವಿರುದ್ಧ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ ರೀತುವಿನ ಜವ = $(x - y)$ km/h

$$\text{ಕಾಲ} = \frac{\text{ದೂರ}}{\text{ಜವ}}$$

$$t_1 = \frac{20}{(x + y)} = 2 \Rightarrow 2x + 2y = 20 \rightarrow (1)$$

$$t_2 = \frac{4}{(x - y)} = 2 \Rightarrow 2x - 2y = 4 \rightarrow (2)$$

$$2x + 2y = 20$$

$$2x - 2y = 4$$

$$4x = 24$$

$$\Rightarrow x = 6$$

$$2x + 2y = 20 \text{ ಪರಿಗಣಿಸಿದಾಗ}$$

$$2(6) + 2y = 20 \Rightarrow y = 4$$

ನಿಶ್ಚಲ ನೀರಿನಲ್ಲಿ ರೀತುವಿನ ಜವ = 6km/hr

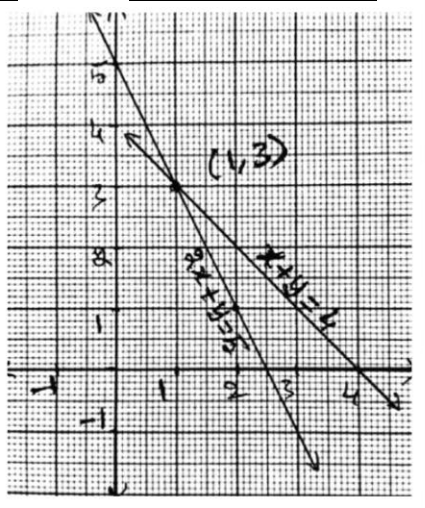
ಹರಿಯುವ ನೀರಿನ ಜವ = 4 km/hr.

7 ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯ ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ನಕ್ಷಾ ವಿಧಾನದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ: $2x + y = 5$, $x + y = 4$.

$$2x + y = 5 \quad y = 5 - 2x \quad x + y = 4 \quad y = 4 - x$$

x	0	1	2
y	5	3	1

x	1	2	3
y	3	2	1



$\therefore x = 1$ ಮತ್ತು $y = 3$

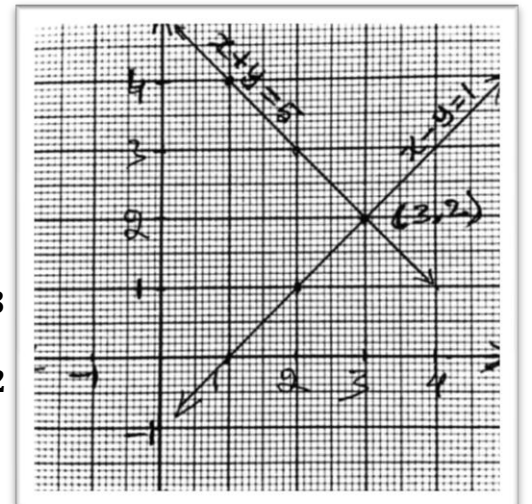
8 ನಕ್ಷೆಯ ಮೂಲಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ: $x + y = 5$ and $x - y = 1$

$$y = 5 - x$$

$$y = x - 1$$

x	1	2	3
y	4	3	2

x	1	2	3
y	0	1	2



$x = 3$ ಮತ್ತು $y = 2$

ಘಟಕ-4 : ವೃತ್ತಗಳು

ಬಹು ಆಯ್ಕೆ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

1	ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ O ^a ಕೇಂದ್ರ TP ಮತ್ತು TQ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳು $\angle POQ = 110^\circ$ ಆದರೆ $\angle PTQ$ ಬೆಲೆಯು A. 70° B. 80° C. 60° D. 140°	
2	ವೃತ್ತದ ವ್ಯಾಸದ ಅಂತ್ಯ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳು ಪರಸ್ಪರ A. ಲಂಬ B. ಸಮಾಂತರ C. ಸಮ D. ಸಮವಲ್ಲ	
3	ವೃತ್ತವನ್ನು ಎರಡು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಭೇದಿಸುವ ಸರಳ ರೇಖೆ A. ಸ್ಪರ್ಶಕ B. ಜ್ಯಾ C. ಭೇದಕ D. ವ್ಯಾಸ	
4	ಒಂದು ವೃತ್ತಕ್ಕೆಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ 40° ಆದರೆ, ಆ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ A. 90° B. 100° C. 140° D. 180°	
5	ತ್ರಿಜ್ಯ 3.5cm ಇರುವ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಎರಡು ಸಮಾಂತರ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ನಡುವಿನ ಅಂತರ A. 3.5cm B. 7cm C. 10cm D. 14cm.	
6	ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ O ಕೇಂದ್ರವಾಗಿರುವ ^a ಕ್ಷದಲ್ಲಿ PA, PC ಮತ್ತು CD ಗಳು ^a ಕ್ಷದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳು ಆದರೆ ಸ್ಪರ್ಶಕ PC ಯ ಉದ್ದವು A. 8 cm B. 5 cm C. 3 cm D. 2 cm	
7	ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ, 'O' ಕೇಂದ್ರವಿರುವ ವೃತ್ತದ ಜ್ಯಾ A. XY B. OP C. MN D. AB	
8	6cm ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಬಾಹ್ಯಬಿಂದು 'A' ನಿಂದ 8cm ಉದ್ದದ ಸ್ಪರ್ಶಕವನ್ನು ಎಳೆಯಲಾಗಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ, 'A' ಮತ್ತು ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರದ ನಡುವಿನ ದೂರ A. 12 cm B. 5 cm C. 10 cm D. 14 cm	
9	ಒಂದು ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ದತ್ತ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆಯಬಹುದಾದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಗರಿಷ್ಠ ಸಂಖ್ಯೆ A. 2 B. 3 C. 4 D. 5	

ಒಂದು ಅಂಕದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

1	ವೃತ್ತದ ಸ್ಪರ್ಶಕ ಮತ್ತು ಸ್ಪರ್ಶಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನದ ಅಳತೆ ಎಷ್ಟು? Ans: 90°
2	ವೃತ್ತ ಭೇದಕವನ್ನು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಿ.. ವೃತ್ತವನ್ನು ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಭೇದಿಸುವ ರೇಖೆಯನ್ನು ವೃತ್ತ ಭೇದಕ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.
3	ವೃತ್ತ ಸ್ಪರ್ಶಕವನ್ನು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಿ.. ವೃತ್ತವನ್ನು ಒಂದೇ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಸ್ಪರ್ಶಿಸುವ ರೇಖೆಯನ್ನು ಸ್ಪರ್ಶಕ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.
4	ವೃತ್ತದ ಸ್ಪರ್ಶಬಿಂದುವನ್ನು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಿ.. ಒಂದು ಸ್ಪರ್ಶಕ ಮತ್ತು ವೃತ್ತಕ್ಕೆಳೆದ ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಿಂದುವನ್ನು ಸ್ಪರ್ಶ ಬಿಂದು ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

ಮೂರು ಅಂಕಗಳ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

1 "ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಿತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಒಂದು ಜೊತೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳು ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ" ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ದತ್ತ:- 'O'ವೃತ್ತ ಕೇಂದ್ರ PA ಮತ್ತು PB ಗಳು ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದು P ನಿಂದ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳು.

ಸಾಧನೀಯ:- PA=PB

ರಚನೆ:- OA, OB, OP ಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ

ಸಾಧನೆ:- ΔOAP ಮತ್ತು ΔOBP ಗಳಲ್ಲಿ

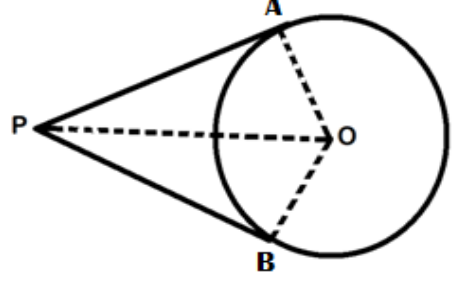
$$\angle OAP = \angle OBP = 90^0 \quad (\text{ತ್ರಿಜ್ಯ ಮತ್ತು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ})$$

$$OP = OP \quad (\text{ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು})$$

$$OA = OB \quad (\text{ಒಂದೇ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು})$$

$$\Delta OAP \cong \Delta OBP \quad (\text{ಲಂ.ವಿ.ಬಾ ಸಿದ್ಧಾಂತ})$$

$$PA = PB \quad (\text{ಸ.ತ್ರಿ.ಅ.ಬಾಹುಗಳು})$$



2 "ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕವು ಸ್ಪರ್ಶಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ತ್ರಿಜ್ಯಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿರುವುದು ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ".

ದತ್ತ : 'O' ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರವಾಗಿದೆ XY ಯು

P ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕವಾಗಿದೆ.

OP ಯು ಸ್ಪರ್ಶ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ತ್ರಿಜ್ಯವಾಗಿದೆ.

ಸಾಧನೀಯ : $OP \perp XY$

ರಚನೆ : XY ಮೇಲೆ ಯಾವುದಾದರೊಂದು ಬಿಂದು Q ವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ.

OQ ಸೇರಿಸಿ OQವು ವೃತ್ತವನ್ನು ನಲ್ಲಿ R ಛೇದಿಸಲಿ.

ಸಾಧನೆ : ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $OR < OQ$ ಆಗಿದೆ.

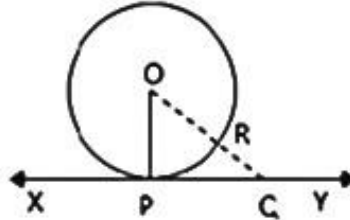
ಆದರೆ $OR = OP$ [\because ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು]

$\therefore OP < OQ$

Q ವು P ಯನ್ನು ಬಿಟ್ಟು ಬೇರೆ ಬಿಂದುವಾಗಿರುವುದರಿಂದ OP ಯು O

ನಿಂದ XY ಗಿರುವ ಅತ್ಯಂತ ಕಡಿಮೆ ದೂರವಾಗಿದೆ.

$\therefore OP \perp XY$

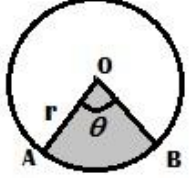


ಘಟಕ-5 : ವೃತ್ತಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು

ಬಹು ಆಯ್ಕೆ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

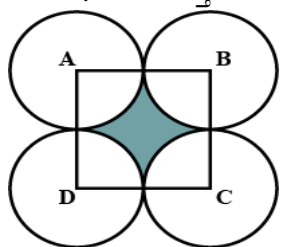
1	<p>'r' ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತ ಚತುರ್ಥಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ</p> <p style="text-align: center;"> A. $\frac{\pi r^2}{2}$ B. $\frac{\pi r^2}{4}$ C. πr D. $\frac{\pi r}{2}$ </p>
2	<p>ಒಂದು ಅರ್ಧವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ 7cm, ಅದರ ಕಂಸದ ಉದ್ದ</p> <p style="text-align: center;"> A. 11cm B. 44cm C. 22cm D. 14cm </p>
3	<p>ಒಂದು ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರಖಂಡದ ಕೋನ 120° ಹಾಗೂ ಅದರ ತ್ರಿಜ್ಯವು 9cm ಆದರೆ, ಆ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ಕಂಸದ ಉದ್ದ</p> <p style="text-align: center;"> A. 2π cm B. 3π cm C. 6π cm D. 9π cm </p>
4	<p>ಒಂದು ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರಖಂಡದ ಕೋನ P ಡಿಗ್ರಿ ಹಾಗೂ ಅದರ ತ್ರಿಜ್ಯವು R ಆದರೆ, ಆ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ</p> <p style="text-align: center;"> A. $\frac{P}{180} \times 2\pi R$ B. $\frac{P}{180} \times \pi R^2$ C. $\frac{P}{360} \times 2\pi R$ D. $\frac{P}{720} \times 2\pi R^2$ </p>
5	<p>ಎರಡು ವೃತ್ತಗಳ ಪರಿಧಿಗಳ ಅನುಪಾತ 4 : 5 ಆದರೆ, ಅವುಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಅನುಪಾತ</p> <p style="text-align: center;"> A. 4:5 B. 16:25 C. 64:125 D. 5:4 </p>

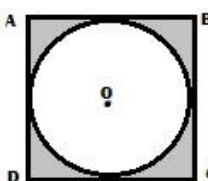
ಒಂದು ಅಂಕದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

1	<p>ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ, ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಉಪಯೋಗಿಸುವ ಸೂತ್ರವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.</p> <p style="text-align: center;">$\frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2$</p>	
2	<p>ವೃತ್ತಖಂಡವನ್ನು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಿ. ಒಂದು ಜ್ಯಾ ಹಾಗೂ ಅದರ ಅನುರೂಪ ಕಂಸದಿಂದ ಆವೃತವಾದ ವೃತ್ತದ ಭಾಗವನ್ನು ವೃತ್ತಖಂಡ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.</p>	
3	<p>ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡ ಎಂದರೇನು? ವೃತ್ತದ ಎರಡು ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು ಹಾಗೂ ಅದರ ಅನುರೂಪ ಕಂಸದಿಂದ ಆವೃತವಾದ ವೃತ್ತದ ಭಾಗವನ್ನು ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.</p>	
4	<p>ಒಂದು ಅರ್ಧವೃತ್ತದ ವ್ಯಾಸವು 14cm ಆದರೆ, ಅದರ ಪರಿಧಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ($\pi = \frac{22}{7}$ ನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ)</p> <p style="text-align: center;"> $\text{ಅರ್ಧವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿ} = \pi r + d$ $= \frac{22}{7} \times \frac{14}{2} + 14$ $\therefore \text{ಅರ್ಧವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿ} = 36 \text{ cm}$ </p>	
5	<p>ಒಂದು ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಅದರ ಪರಿಧಿಗೆ ಸಾಂಖ್ಯಿಕವಾಗಿ ಸಮವಾದರೆ, ಆ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.</p> <p style="text-align: center;"> $\pi r^2 = 2\pi r$ $\therefore r = 2 \text{ ಮಾನಗಳು}$ </p>	

ಎರಡು ಅಂಕಗಳ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು ($\pi = \frac{22}{7}$ ನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ)

<p>1 21cm ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ, ಕಂಸವೊಂದು ಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿ 60° ಕೋನವನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡಿದರೆ, ಆ ಕಂಸದ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.</p> $\text{ಕಂಸದ ಉದ್ದ} = \frac{\theta}{360^\circ} \times 2\pi r$ $= \frac{60^\circ}{360^\circ} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 21$ <p>∴ ಕಂಸದ ಉದ್ದ = 22 cm</p>	<p>2 21cm ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ, ಕಂಸವೊಂದು ಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿ 60° ಕೋನವನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡಿದರೆ, ಆ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.</p> $\text{ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2$ $= \frac{60^\circ}{360^\circ} \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21$ <p>∴ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 231 cm²</p>
---	---

<p>3 ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ, ABCD ಚೌಕದ ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದ 14cm. ಪ್ರತಿ ವೃತ್ತವು ಉಳಿದ ಮೂರು ವೃತ್ತಗಳಲ್ಲಿ ಎರಡನ್ನು ಬಾಹ್ಯವಾಗಿ ಸ್ಪರ್ಶಿಸುವಂತೆ A, B, C ಮತ್ತು D ಕೇಂದ್ರವಾಗಿರುವ ನಾಲ್ಕು ವೃತ್ತಗಳನ್ನು ಎಳೆದಿದೆ. ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.</p> $\text{ಪ್ರತಿ ವೃತ್ತ ಚತುರ್ಥಕದ ತ್ರಿಜ್ಯ} = \frac{14}{2} = 7 \text{ cm}$ <p>ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ - 4 ಚತುರ್ಥಕಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ</p> $\text{ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = 14^2 - 4 \times \frac{\pi r^2}{4}$ $= 196 - 4 \times \frac{22}{7} \times \frac{7 \times 7}{4}$ $= 196 - 154$ <p>∴ ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 42 cm²</p>	
--	--

<p>4 ಒಂದು ಚರಂಡಿಯ ಮುಚ್ಚಳಿಕೆಯು ಒಂದು ಚೌಕಾಕಾರದ ಲೋಹದ ಹಾಳೆಯಿಂದ ಮಾಡಲ್ಪಟ್ಟಿದ್ದು, ಅದರ ಬಾಹುವು 40cm ಇದೆ ಹಾಗೂ 441 ರಂಧ್ರಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿದೆ. ಪ್ರತಿ ರಂಧ್ರದ ವ್ಯಾಸವು 1cm ಆಗಿದ್ದರೆ, ಉಳಿದ ಹಾಳೆಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.</p> $\text{ಪ್ರತಿ ರಂಧ್ರದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \pi r^2$ $= \frac{22}{7} \times \left(\frac{1}{2}\right)^2$ $= \frac{11}{14} \text{ cm}^2$ <p>441 ರಂಧ್ರಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 441 x $\frac{11}{14}$ = 346.5 cm²</p> <p>ವಿ(ಚೌಕಾಕಾರದ ಲೋಹದ ಹಾಳೆ) = 40² = 1600 cm²</p> <p>ವಿ(ಚೌಕಾಕಾರದ ಉಳಿದ ಲೋಹದ ಹಾಳೆ) = 1600 - 346.5 = 1253.5 cm²</p>	<p>5 ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ, ಒಂದು ವೃತ್ತವು ಚೌಕ ABCD ಯೊಳಗೆ ಅಂತಃಸ್ಥವಾಗಿದೆ. ಚೌಕದ ಪ್ರತಿ ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದ 14cm ಆದರೆ, ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.</p> $\text{ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ; } r = \frac{14}{2}$ $r = 7 \text{ cm}$  <p>ವಿ(ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗ) = ವಿ(ಚೌಕ) - ವಿ(ವೃತ್ತ)</p> $= (\text{ಬಾಹು})^2 - \pi r^2$ $= 14^2 - \frac{22}{7} \times 7 \times 7$ $= 196 - 154$ <p>∴ ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 42 cm²</p>
---	---

ಮೂರು ಅಂಕಗಳ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು ($\pi = \frac{22}{7}$ ನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ)

1 ಒಂದು ವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿಯು 44cm ಆದರೆ, ಆ ವೃತ್ತದಿಂದ ಉಂಟಾದ ಚತುರ್ಥಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

$$2\pi r = \text{ಪರಿಧಿ}$$

$$2\pi r = 44\text{ cm}$$

$$2 \times \frac{22}{7} \times r = 44$$

$$r = \frac{44 \times 7}{22 \times 2} \Rightarrow r = 7\text{ cm}$$

ವೃತ್ತ ಚತುರ್ಥಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\frac{1}{4} \times \pi r^2$

$$= \frac{1}{4} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7$$

$$= \frac{77}{2}$$

\therefore ವೃತ್ತ ಚತುರ್ಥಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 38.5 cm^2

2 14cm ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 154cm^2 ಆದರೆ ಆ ಕಂಸದ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಕೊಟ್ಟಿರುವುದು, $r = 14\text{ cm}$

ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು = 154 cm^2

$$\frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2 = 154$$

$$\frac{\theta}{360^\circ} \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14 = 154$$

$$\frac{\theta}{360^\circ} \times 22 \times 2 \times 14 = 154$$

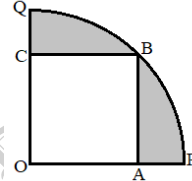
$$\theta = \frac{154 \times 360}{22 \times 2 \times 14} \Rightarrow \theta = 90^\circ$$

ಕಂಸದ ಉದ್ದ = $\frac{\theta}{360^\circ} \times 2\pi r$

$$= \frac{90^\circ}{360^\circ} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 14$$

\therefore ಕಂಸದ ಉದ್ದ = 22 cm

3 ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ, OABC ಚೌಕವು OPBQ ವೃತ್ತ ಚತುರ್ಥಕದಲ್ಲಿ ಅಂತಃಸ್ಥವಾಗಿದೆ. $OA = 20\text{ cm}$ ಆದರೆ, ಛಾಯಾ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



($\pi = 3.14$ ನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ)
ವಿ (ಚೌಕ) = 20^2

$$= 400\text{cm}^2$$

ವೃತ್ತ ಚತುರ್ಥಕದ ತ್ರಿಜ್ಯ; $r = OB$

$$r = OB = \sqrt{OA^2 + AB^2}$$

$$= \sqrt{20^2 + 20^2} \Rightarrow r = 20\sqrt{2}\text{ cm}$$

ವಿ(ವೃತ್ತ ಚತುರ್ಥಕ) = $\frac{\pi r^2}{4} = \frac{3.14 \times (20\sqrt{2})^2}{4}$

$$= \frac{3.14 \times (20\sqrt{2})^2}{4}$$

$$= \frac{3.14 \times 400 \times 4}{4}$$

ವಿ(ವೃತ್ತ ಚತುರ್ಥಕ) = 628 cm^2

ವಿ(ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗ) = ವಿ(ವೃತ್ತ ಚತುರ್ಥಕ) - ವಿ(ಚೌಕ)

$$= 628 - 400$$

\therefore ಛಾಯಾ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 228 cm^2

4 ಒಂದು ವೃತ್ತದ ಜ್ಯಾದ ಅಂತ್ಯಬಿಂದುಗಳಿಂದೆಳೆದ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು ಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿ 120° ಕೋನವನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡಿವೆ. ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯವು 12cm ಆದರೆ, ಈ ವೃತ್ತಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ($\pi = 3.14$ ಮತ್ತು $\sqrt{3} = 1.73$ ಉಪಯೋಗಿಸಿ.)

ತ್ರಿಜ್ಯ $r = 12\text{ cm}$, $\theta = 120^\circ \Rightarrow \frac{\theta}{2} = 60^\circ$

ವಿ(ವೃತ್ತಖಂಡ) = $r^2 \left(\frac{\pi\theta}{360^\circ} - \sin\frac{\theta}{2} \cos\frac{\theta}{2} \right)$

$$= (12)^2 \left(\frac{3.14 \times 120^\circ}{360^\circ} - \sin 60^\circ \times \cos 60^\circ \right)$$

$$= 144 \left(\frac{3.14}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2} \right)$$

$$= 144 \left(\frac{3.14}{3} - \frac{1.73}{4} \right)$$

$$= 144 \left(\frac{12.56 - 5.19}{12} \right)$$

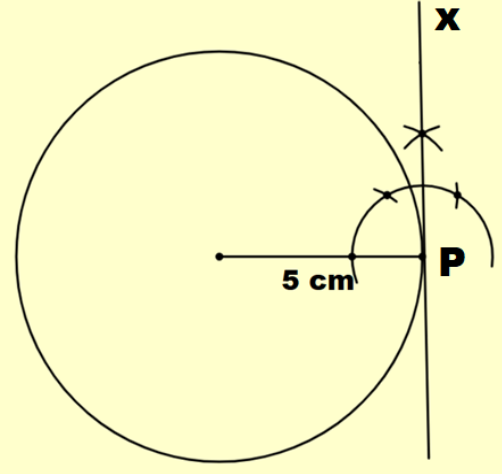
$$= 12(7.37)$$

\therefore ವೃತ್ತಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 88.44 cm^2

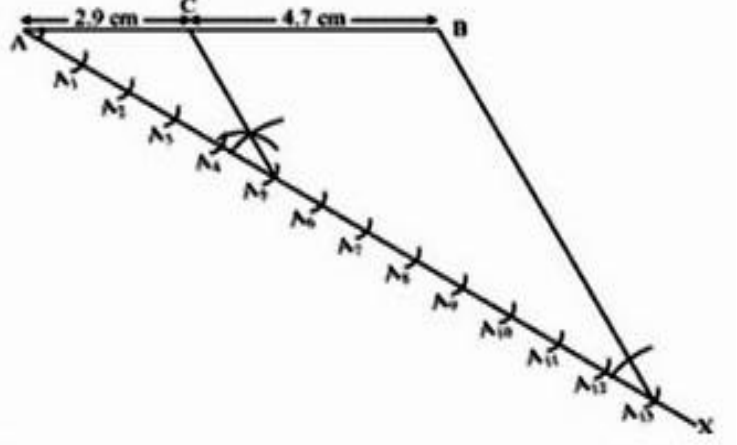
ಘಟಕ-6 : ರಚನೆಗಳು

ಎರಡು ಅಂಕಗಳ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

1 5cm ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆದು, ಅದರ ಮೇಲಿನ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ ಒಂದು ಸ್ಪರ್ಶಕವನ್ನು ರಚಿಸಿ

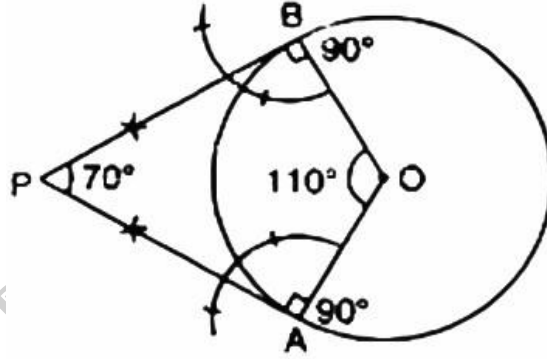


2 7.6cm ಉದ್ದದ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ಎಳೆದು, ಅದನ್ನು $8 : 5$ ರ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸಿ.

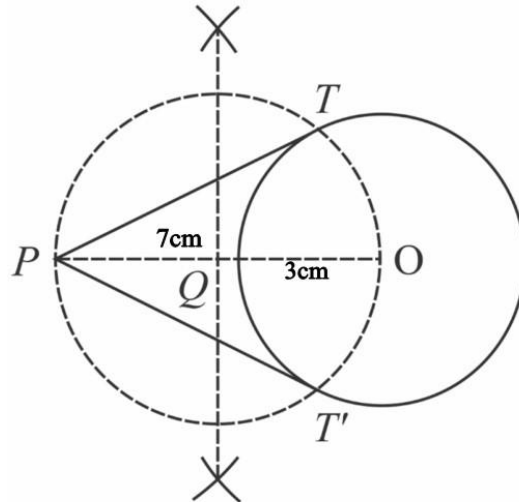


ಮೂರು ಅಂಕಗಳ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

1 3cm ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆದು, ಅದಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ 70° ಇರುವಂತೆ ಒಂದು ಜೊತೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ.

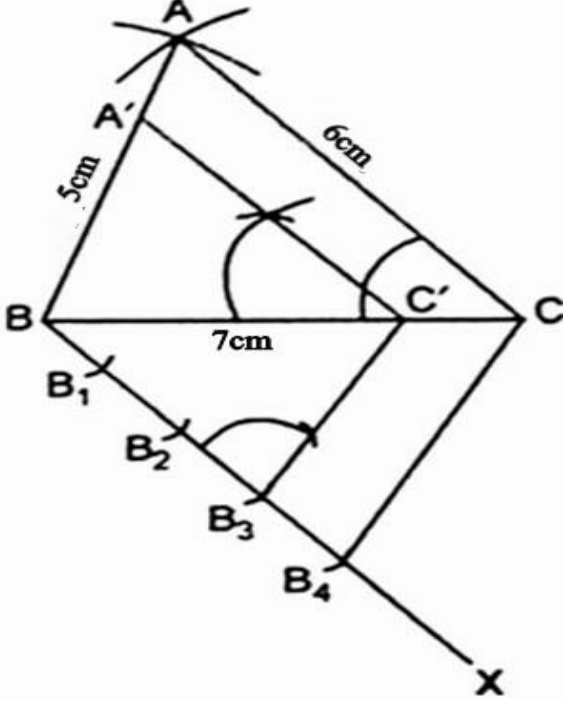


2 3cm ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆದು, ಕೇಂದ್ರದಿಂದ 7cm ದೂರದ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಅದಕ್ಕೆ ಒಂದು ಜೊತೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ.

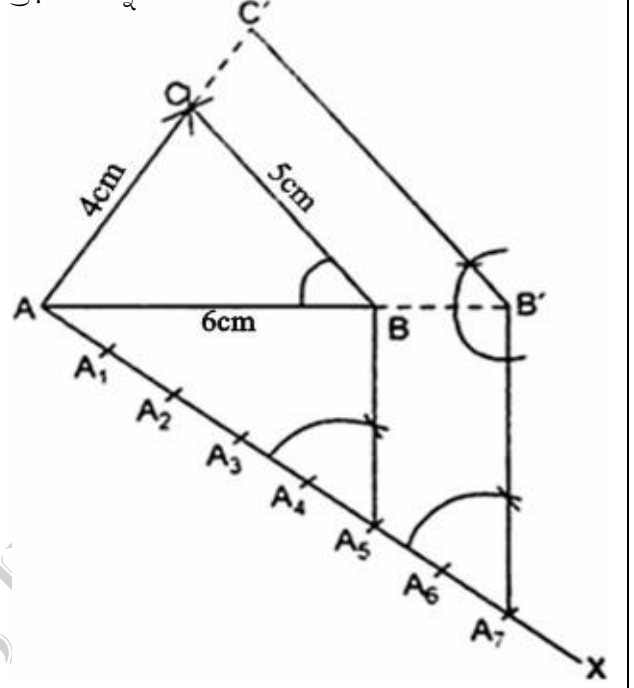


ನಾಲ್ಕು ಅಂಕಗಳ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

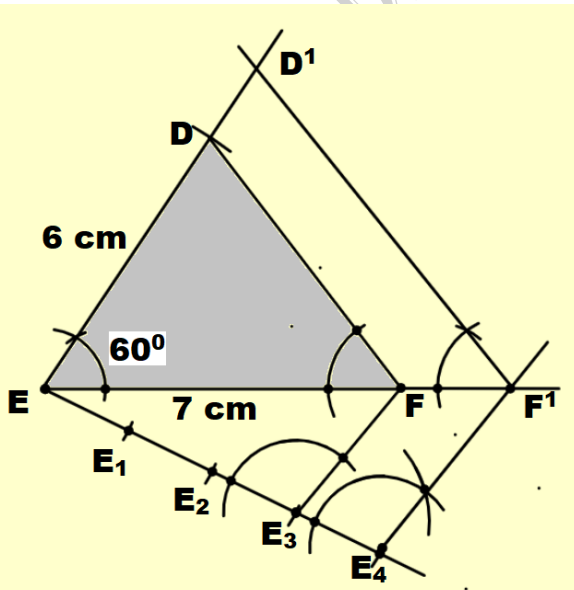
- 1 ಬಾಹುಗಳು 5 cm , 6 cm ಮತ್ತು 7 cm ಇರುವಂತೆ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ, ಅದಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪವಾದ, ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ಅನುಪಾತ $\frac{3}{4}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ.



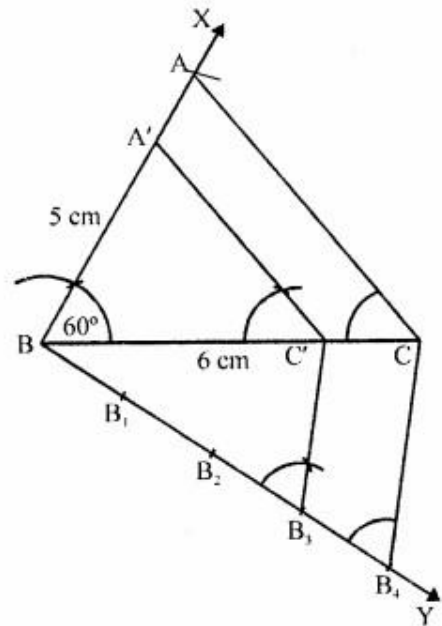
- 2 ಬಾಹುಗಳು 4 cm , 5 cm ಮತ್ತು 6 cm ಇರುವಂತೆ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ, ಅದಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪವಾದ, ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ಅನುಪಾತ $\frac{7}{5}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ.



- 1 $EF = 7\text{ cm}$, $\angle DEF = 60^\circ$ ಮತ್ತು $DE = 6\text{ cm}$ ಇರುವಂತೆ DEF ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ, ಅದಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪವಾದ, ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ಅನುಪಾತ $\frac{4}{3}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ.



- 2 $AB = 4\text{ cm}$, $\angle ABC = 60^\circ$ ಮತ್ತು $BC = 6\text{ cm}$ ಇರುವಂತೆ ABC ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ, ಅದಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪವಾದ, ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ಅನುಪಾತ $\frac{3}{4}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ.



ಘಟಕ-7 : ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ ರೇಖಾಗಣಿತ

ಬಹು ಆಯ್ಕೆ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

1	(2, 0) ಮತ್ತು (6, 0) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡದ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು A. (2,4) B. (2,6) C. (4,0) D. (0,4)
2	ಮೂಲ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ, (4, -3) ಬಿಂದುವಿಗಿರುವ ದೂರ A. 4 ಮಾನಗಳು B. 5 ಮಾನಗಳು C. 9 ಮಾನಗಳು D. 16 ಮಾನಗಳು
3	X- ಅಕ್ಷದಿಂದ P(2,3) ಬಿಂದುವಿಗಿರುವ ಲಂಬ ದೂರ A. 1 ಮಾನಗಳು B. 2 ಮಾನಗಳು C. 3 ಮಾನಗಳು D. 5 ಮಾನಗಳು
4	ಮೂಲ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು A. (1,1) B. (0,0) C. (0,1) D. (1,0)
5	X-ಅಕ್ಷದ ಮೇಲಿರುವ P ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು ಈ ರೂಪದಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ A. (x, 0) B. (0, y) C. (y, 0) D. (0, x)
6	P(0, 6), Q(0,2) ಮತ್ತು R(2, 0) ಇವುಗಳನ್ನು ಶೃಂಗಗಳಾಗಿ ಹೊಂದಿರುವ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ A. 4 ಚದರ ಮಾನಗಳು B. 0 C. 8 ಚದರ ಮಾನಗಳು D. 6 ಚದರ ಮಾನಗಳು
7	P(-2, 5) ಮತ್ತು Q(8, y) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡದ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವು M(6, 3) ಆದರೆ, y ನ ಬೆಲೆ A. 4 B. 3 C. 2 D. 1
8	ಮೂಲ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ, P(x, y) ಬಿಂದುವಿಗಿರುವ ದೂರ A. $\sqrt{(x - y)^2}$ B. $\sqrt{x^2 - y^2}$ C. $\sqrt{x^2 + y^2}$ D. $\sqrt{(x + y)^2}$

ಒಂದು ಅಂಕದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

1	X-ಅಕ್ಷದ ಮೇಲಿನ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನ y-ನಿರ್ದೇಶಾಂಕದ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು?	Ans: 0
2	ಮೂಲ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ. ಅಥವಾ X-ಅಕ್ಷ ಮತ್ತು Y-ಅಕ್ಷಗಳು ಛೇದಿಸುವ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ	Ans: (0,0)
3	P (x ₁ ,y ₁) ಮತ್ತು Q(x ₂ ,y ₂).ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡದ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ Ans: $P(x, y) = \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2} \right)$	5
4	ಮೂಲ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ, (3, 4) ಬಿಂದುವಿಗಿರುವ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಮೂಲ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ದೂರ $d = \sqrt{x^2 + y^2}$ $d = \sqrt{3^2 + 4^2} \Rightarrow d = \sqrt{9 + 16}$ $\Rightarrow d = \sqrt{25}$ $\therefore d = 5$	<p>(0,8) ಮತ್ತು (4,0) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡದ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.</p> $P(x, y) = \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2} \right)$ $P(x, y) = \left(\frac{0+4}{2}, \frac{8+0}{2} \right)$ $P(x, y) = \left(\frac{4}{2}, \frac{8}{2} \right)$ $P(x, y) = (2, 4)$

ಎರಡು ಅಂಕಗಳ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

<p>1 (3,2) ಮತ್ತು (-5,6) ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.</p> $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ $= \sqrt{(-5 - 3)^2 + (6 - 2)^2}$ $= \sqrt{(-8)^2 + (4)^2}$ $= \sqrt{64 + 36}$ $= \sqrt{100}$ <p>$\therefore d = 10$ ಮಾನಗಳು</p>	<p>2 (4, p) ಮತ್ತು (1, 0) ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರ 5 ಮಾನಗಳಾದರೆ, 'p' ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.</p> $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ $5 = \sqrt{(1 - 4)^2 + (0 - p)^2} \quad [\text{ಎರಡೂ ಕಡೆ ವರ್ಗ ಮಾಡಿದೆ}]$ $25 = (-3)^2 + p^2$ $25 = 9 + p^2$ $25 - 9 = p^2$ $16 = p^2$ <p>$\therefore p = \pm 4$</p>
<p>3 D(0, 2), E(0, 6) ಮತ್ತು F(-4, -2) ಇವುಗಳನ್ನು ಶೃಂಗಗಳಾಗಿ ಹೊಂದಿರುವ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.</p> <p>ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\frac{1}{2}[x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)]$</p> $= \frac{1}{2} [0(6 - (-2)) - 0(-2 - 2) + (-4)(2 - 6)]$ $= \frac{1}{2} [0 + 0 + (-4)(-4)]$ $= \frac{1}{2} (16)$ <p>\therefore ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 8 ಚದರ ಮಾನಗಳು</p>	
<p>4 (2, 3) ಮತ್ತು (4, 7) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡದ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.</p> $\text{ಮಧ್ಯಬಿಂದು } P(x, y) = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$ $= \left(\frac{2+4}{2}, \frac{3+7}{2} \right)$ $= \left(\frac{6}{2}, \frac{10}{2} \right)$ <p>\therefore ಮಧ್ಯಬಿಂದು $P(x, y) = (3, 5)$</p>	<p>5 (3,2)ಬಿಂದುವನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿ ಹೊಂದಿರುವ ವೃತ್ತವು (-5, 6) ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ ಹಾದುಹೋದರೆ, ಆ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.</p> <p>ತ್ರಿಜ್ಯ:- ವೃತ್ತ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವಿಗಿರುವ ದೂರ. \therefore ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ = d</p> $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ $= \sqrt{(-5 - 3)^2 + (6 - 2)^2}$ $= \sqrt{(-8)^2 + (4)^2}$ $= \sqrt{80}$ <p>\therefore ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ = $4\sqrt{5}$ ಮಾನಗಳು</p>

ಮೂರು ಅಂಕಗಳ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

1 (1,6) ಮತ್ತು (4,3) ಈ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ಆಂತರಿಕವಾಗಿ 1 : 2 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಜಿಸುವ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$\begin{aligned} P(x, y) &= \left[\frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2} \right] \\ &= \left[\frac{(1)(4) + 2(1)}{1 + 2}, \frac{(1)(3) + 2(6)}{1 + 2} \right] \\ &= \left[\frac{4 + 2}{3}, \frac{3 + 12}{3} \right] \\ &= \left[\frac{6}{3}, \frac{15}{3} \right] \end{aligned}$$

$$\therefore P(x, y) = (2, 5)$$

2 $D(1, 2)$, $E(-5, 6)$ ಮತ್ತು $F(a, -2)$ ಈ ಬಿಂದುಗಳು ಏಕರೇಖಾಗತವಾಗಿದ್ದರೆ, 'a' ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಬಿಂದುಗಳು ಏಕರೇಖಾಗತವಾಗಿದ್ದರೆ, ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 0

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{1}{2} [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)] &= 0 \\ [1(6 - (-2)) - 5(-2 - 2) + a(2 - 6)] &= 0 \times 2 \\ [1(6 + 2) - 5(-4) + a(-4)] &= 0 \\ [8 + 20 - 4a] &= 0 \\ 28 &= 4a \\ \frac{28}{4} &= a \\ \therefore a &= 7 \end{aligned}$$

3 (1, 2), (3, 7) ಮತ್ತು (5, 3) ತ್ರಿಭುಜದ ಬಿಂದುಗಳಿಂದ ಉಂಟಾದ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$\begin{aligned} \text{ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} &= \frac{1}{2} [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)] \\ &= \frac{1}{2} [1(7 - 3) + 3(3 - 2) + 5(2 - 7)] \\ &= \frac{1}{2} [1(4) + 3(1) + 5(-5)] \\ &= \frac{1}{2} [4 + 3 - 25] \\ &= \frac{1}{2} [-18] = -9 \end{aligned}$$

ಆದರೆ, ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಋಣಾತ್ಮಕವಾಗಿರಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ.

\therefore ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 9 ಚದರ ಮಾನಗಳು

4 $(-6, 10)$ ಮತ್ತು $(3, -8)$ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು $(-4, 6)$ ಬಿಂದುವು ಯಾವ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ?

$$\therefore P(x,y) = \left(\frac{m_1x_2+m_2x_1}{m_1+m_2}, \frac{m_1y_2+m_2y_1}{m_1+m_2} \right)$$

$$(-4, 6) = \left(\frac{3m_1-6m_2}{m_1+m_2}, \frac{-8m_1+10m_2}{m_1+m_2} \right)$$

$$\Rightarrow -4 = \frac{3m_1-6m_2}{m_1+m_2} \quad \text{ಮತ್ತು} \quad 6 = \frac{-8m_1+10m_2}{m_1+m_2}$$

$$-4 = \frac{3m_1-6m_2}{m_1+m_2} \quad \text{ನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿದಾಗ,}$$

$$-4m_1 - 4m_2 = 3m_1 - 6m_2$$

$$2m_2 = 7m_1$$

$$\Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{2}{7}$$

$$\therefore m_1 : m_2 = 2 : 7$$

5 $A(0, 2)$ ಬಿಂದುವು $(3, p)$ ಮತ್ತು $(p, 3)$ ಬಿಂದುಗಳಿಂದ ಸಮಾನ ದೂರದಲ್ಲಿದ್ದರೆ, 'p' ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$B(3, p)$ ಮತ್ತು $C(p, 3)$ ಆಗಿರಲಿ,

Given $AB = AC$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$\sqrt{(0 - 3)^2 + (2 - p)^2} = \sqrt{(p - 0)^2 + (3 - 2)^2}$$

$$(0 - 3)^2 + (2 - p)^2 = (p - 0)^2 + (3 - 2)^2$$

[ಎರಡೂ ಕಡೆ ವರ್ಗ ಮಾಡಿದೆ]

$$9 + 4 + p^2 - 4p = p^2 + 1$$

$$13 - 4p = 1$$

$$-4p = 1 - 13$$

$$-4p = -12$$

$$\therefore p = 3$$

ನಾಲ್ಕು ಅಂಕಗಳ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

1 $K(2, 1), L(4, 3)$ ಮತ್ತು $M(2, 5)$ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಶೃಂಗಗಳನ್ನಾಗಿ ಹೊಂದಿರುವ ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹುಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿದಾಗ ಉಂಟಾಗುವ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$\text{ಮಧ್ಯಬಿಂದು} = \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2} \right)$$

$$K(2, 1) \text{ ಮತ್ತು } L(4, 3) \text{ ನ ಮಧ್ಯಬಿಂದು: } A = \left(\frac{2+4}{2}, \frac{1+3}{2} \right) = \left(\frac{6}{2}, \frac{4}{2} \right) = A(3, 2).$$

$$K(2, 1), \text{ ಮತ್ತು } M(2, 5) \text{ ನ ಮಧ್ಯಬಿಂದು: } B = \left(\frac{2+2}{2}, \frac{1+5}{2} \right) = \left(\frac{4}{2}, \frac{6}{2} \right) = B(2, 3).$$

$$L(4, 3), \text{ ಮತ್ತು } M(2, 5) \text{ ನ ಮಧ್ಯಬಿಂದು: } C = \left(\frac{4+2}{2}, \frac{3+5}{2} \right) = \left(\frac{6}{2}, \frac{8}{2} \right) = C(3, 4).$$

$$A(3, 2), \quad (B(2, 3) \text{ ಮತ್ತು } (3, 4))$$

$$\text{ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \frac{1}{2} [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)]$$

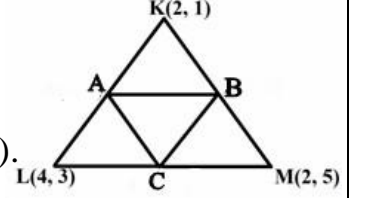
$$ABC \text{ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \frac{1}{2} [3(3 - 4) + 2(4 - 2) + 3(2 - 3)]$$

$$= \frac{1}{2} [3(-1) + 2(2) + 3(-1)]$$

$$= \frac{1}{2} [-3 + 4 - 3]$$

$$= -1$$

ಆದರೆ, ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಋಣಾತ್ಮಕವಾಗಿರಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. $\therefore ABC$ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 1 ಚದರ ಮಾನ.



2 $K(4, 5), L(7, 6), M(6, 3)$ ಮತ್ತು $N(3, 2)$ ಬಿಂದುಗಳು ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ಶೃಂಗಗಳು ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$K(4, 5), \quad L(7, 6)$$

$$KL = \sqrt{(7 - 4)^2 + (6 - 5)^2} = \sqrt{(3)^2 + (1)^2} = \sqrt{9 + 1} = \sqrt{10} \text{ ಮಾನ.ಗಳು}$$

$$L(7, 6), \quad M(6, 3)$$

$$LM = \sqrt{(6 - 7)^2 + (3 - 6)^2} = \sqrt{(-1)^2 + (-3)^2} = \sqrt{1 + 9} = \sqrt{10} \text{ ಮಾನ.ಗಳು}$$

$$M(6, 3), \quad N(3, 2)$$

$$MN = \sqrt{(3 - 6)^2 + (2 - 3)^2} = \sqrt{(-3)^2 + (-1)^2} = \sqrt{9 + 1} = \sqrt{10} \text{ ಮಾನ.ಗಳು}$$

$$N(3, 2), \quad K(4, 5)$$

$$NK = \sqrt{(3 - 4)^2 + (2 - 5)^2} = \sqrt{(-1)^2 + (-3)^2} = \sqrt{1 + 9} = \sqrt{10} \text{ ಮಾನ.ಗಳು}$$

$$KL = LM = MN = NK$$

ಇಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲಾ ಬಾಹುಗಳೂ ಸಮವಾಗಿವೆ

$\therefore K, L, M$ ಮತ್ತು N ಒಂದು ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ಶೃಂಗಗಳಾಗಿವೆ.

ಘಟಕ-10 : ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣಗಳು

ಬಹು ಆಯ್ಕೆ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

- | | |
|---|---|
| 1 | ಒಂದು ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಶೋಧಕದ ಬೆಲೆಯು 3 ಆದರೆ, ಅದರ ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವವು
A. ಮೂಲಗಳು ವಾಸ್ತವ ಮತ್ತು ಜಿಭಿನ್ನ B. ಮೂಲಗಳು ವಾಸ್ತವ ಮತ್ತು ಸಮ
C. ಮೂಲಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವುದಿಲ್ಲ D. ಮೂಲಗಳು ಕಾಲ್ಪನಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು |
| 2 | ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಆದರ್ಶ ರೂಪ
A. $ax^2 - bx + c = 0$ B. $ax^2 + bx + c = 0$
C. $ax^2 - bx - c = 0$ D. $ax^2 + bx - c = 0$ |
| 3 | -1 ಮತ್ತು 2 ನ್ನು ಮೂಲಗಳಾಗಿ ಹೊಂದಿರುವ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣ
A. $x^2 - x - 2 = 0$ B. $x^2 - x + 2 = 0$
C. $x^2 + x - 2 = 0$ D. $x^2 + x + 2 = 0$ |
| 4 | $x(x + 1) = 30$ ಈ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಆದರ್ಶ ರೂಪ
A. $x^2 - x = 30$ B. $x^2 + x - 30 = 0$
C. $x^2 - x - 30 = 0$ D. $x^2 - x = 30$ |
| 5 | "ಎರಡು ಕ್ರಮಾಗತ ಬೆಸ ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತವು 130." ಈ ಹೇಳಿಕೆಯ ಗಣಿತೀಯ ರೂಪ
A. $x^2 + (x + 1)^2 = 130$ B. $x^2 + (2x)^2 = 130$
C. $x^2 + (x + 2)^2 = 130$ D. $(x + 2x)^2 = 130$ |
| 6 | $ax^2 + bx + c = 0$ ಈ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳು ಸಮವಾದರೆ, ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಸರಿಯಾದ ಸಂಬಂಧ
A. $\frac{b}{2a} = \frac{2c}{b}$ B. $b^2 + 4ac = 0$ C. $\frac{b}{2a} = \frac{b}{2c}$ D. $a = b$ |

ಒಂದು ಅಂಕಗಳ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

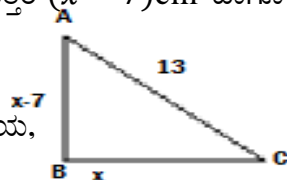
- | | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಆದರ್ಶ ರೂಪವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ. Ans: $ax^2 + bx + c = 0$, ಆದರೆ, $a \neq 0$ | | |
| 2 | $x^2 + 2x + 1 = 0$ ಈ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಶೋಧಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
$b^2 - 4ac = 2^2 - 4(1)(1)$ $= 4 - 4$ $\therefore b^2 - 4ac = 0$ | 3 | $x^2 - 25 = 0$ ಈ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
$x^2 = 25$ $x = \sqrt{25}$ $\therefore x = \pm 5$ |
| 4 | $ax^2 + bx + c = 0$ ಈ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಶೋಧಕವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.
Ans: $b^2 - 4ac$ | 5 | $ax^2 + bx + c = 0$ ಈ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಉಪಯೋಗಿಸುವ ಸೂತ್ರವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.
Ans: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ |

ಎರಡು ಅಂಕಗಳ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

<p>1 $x^2 + 7x + 12 = 0$ ಈ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಅಪವರ್ತನ ವಿಧಾನದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ.</p> $x^2 + 3x + 4x + 12 = 0$ $x(x + 3) + 4(x + 3) = 0$ $(x + 3)(x + 4) = 0$ $x + 3 = 0 \text{ ಅಥವಾ } x + 4 = 0$ $x = -3 \text{ ಅಥವಾ } x = -4$	<p>2 $x^2 + x - 6 = 0$ ಈ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಅಪವರ್ತನ ವಿಧಾನದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ.</p> $x^2 + 3x - 2x - 6 = 0$ $x(x + 3) - 2(x + 3) = 0$ $(x + 3)(x - 2) = 0$ $x + 3 = 0 \text{ ಅಥವಾ } x - 2 = 0$ $x = -3 \text{ ಅಥವಾ } x = 2$
<p>3 $2x^2 - 15x + 18 = 0$ ಈ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಅಪವರ್ತನ ವಿಧಾನದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ.</p> $2x^2 - 12x - 3x + 18 = 0$ $2x(x - 6) - 3(x - 6) = 0$ $(x - 6)(2x - 3) = 0$ $x - 6 = 0 \text{ ಅಥವಾ } 2x - 3 = 0$ $x = 6 \text{ ಅಥವಾ } x = \frac{3}{2}$	<p>4 $3x^2 - x - 14 = 0$ ಈ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಅಪವರ್ತನ ವಿಧಾನದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ.</p> $3x^2 + 6x - 7x - 14 = 0$ $3x(x + 2) - 7(x + 2) = 0$ $(x + 2)(3x - 7) = 0$ $x + 2 = 0 \text{ ಅಥವಾ } 3x - 7 = 0$ $x = -2 \text{ ಅಥವಾ } x = \frac{7}{3}$
<p>5 $2x^2 - 5x + 3 = 0$ ಈ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಸೂತ್ರದ ಉಪಯೋಗದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ.</p> $a = 2, \quad b = -5, \quad c = 3$ $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ $x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4(2)(3)}}{2(2)}$ $x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{4}$ $x = \frac{5 \pm 1}{4}$ $x = \frac{5+1}{4} \text{ ಅಥವಾ } \frac{5-1}{4}$ $x = \frac{3}{2} \text{ ಅಥವಾ } x = 1$	<p>6 $x^2 + 2x + 4 = 0$ ಈ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಸೂತ್ರದ ಉಪಯೋಗದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ.</p> $a = 1, \quad b = 2, \quad c = 4$ $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ $x = \frac{-(2) \pm \sqrt{(2)^2 - 4(1)(4)}}{2(1)}$ $x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 16}}{2}$ $x = \frac{-2 \pm \sqrt{-12}}{2}$ $x = \frac{-2 \pm \sqrt{4(-3)}}{2}$ $x = \frac{2(-1 \pm \sqrt{-3})}{2}$ $x = (-1 + \sqrt{-3}) \text{ ಅಥವಾ } x = (-1 - \sqrt{-3})$

<p>7 $4x^2 - 12x + 9 = 0$ ಈ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.</p> <p>$a = 4, \quad b = -12, \quad c = 9$</p> <p>$b^2 - 4ac = (-12)^2 - 4(4)(9)$ $= 144 - 144$</p> <p>$b^2 - 4ac = 0$</p> <p>\therefore ಮೂಲಗಳು ವಾಸ್ತವ ಮತ್ತು ಸಮ</p>	<p>8 $x^2 + 2x - 15 = 0$ ಈ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.</p> <p>$a = 1, \quad b = 2, \quad c = -15$</p> <p>$b^2 - 4ac = (2)^2 - 4(1)(-15)$ $= 4 + 60$ $= 64$</p> <p>ಇಲ್ಲಿ $b^2 - 4ac > 0$</p> <p>\therefore ಮೂಲಗಳು ವಾಸ್ತವ ಮತ್ತು ವಿಭಿನ್ನ</p>
<p>9 $x^2 - x + 12 = 0$ ಈ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.</p> <p>$a = 1, \quad b = -1, \quad c = 12$</p> <p>$b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4(1)(12)$ $= 1 - 48$ $= -47$</p> <p>ಇಲ್ಲಿ $b^2 - 4ac < 0$</p> <p>\therefore ವಾಸ್ತವ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವುದಿಲ್ಲ</p>	<p>10 $x^2 - kx + 4 = 0$ ಈ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳು ಸಮವಾದರೆ, 'k' ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.</p> <p>$a = 1, \quad b = -k, \quad c = 4$</p> <p>ದತ್ತ; ಮೂಲಗಳು ಸಮ $\Rightarrow b^2 - 4ac = 0$</p> <p>$(-k)^2 - 4(1)(4) = 0$ $k^2 - 16 = 0$ $k^2 = 16$ $k = \pm\sqrt{16} \Rightarrow k = \pm 4$</p>

ಮೂರು ಅಂಕಗಳ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

<p>1 ಒಂದು ಹುಡುಗಿಯ ವಯಸ್ಸು ಅವಳ ಸೋದರಿಯ ವಯಸ್ಸಿನ ಎರಡರಷ್ಟಿದೆ. ನಾಲ್ಕು ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ, ಅವರಿಬ್ಬರ ವಯಸ್ಸುಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ 160 (ವರ್ಷಗಳಲ್ಲಿ) ಆದರೆ, ಅವರಿಬ್ಬರ ಈಗಿನ ವಯಸ್ಸುಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.</p> <p>ಸೋದರಿಯ ಈಗಿನ ವಯಸ್ಸು x ಆಗಿರಲಿ.</p> <p>\Rightarrow ಹುಡುಗಿಯ ಈಗಿನ ವಯಸ್ಸು $= 2x$</p> <p>ನಾಲ್ಕು ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ, ಅವರಿಬ್ಬರ ವಯಸ್ಸುಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ</p> <p>$= (x + 4)(2x + 4)$</p> <p>$\therefore (x + 4)(2x + 4) = 160$</p> <p>$2x^2 + 12x - 144 = 0 \Rightarrow x^2 + 6x - 72 = 0$</p> <p>$x^2 + 12x - 6x - 72 = 0$</p> <p>$x(x + 12) - 6(x + 12) = 0$</p> <p>$x = -12$ ಅಥವಾ $x = 6$</p> <p>ವಯಸ್ಸು ಋಣಾತ್ಮಕವಾಗಿರಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ $\Rightarrow x = 6$</p> <p>\therefore ಹುಡುಗಿಯ ಈಗಿನ ವಯಸ್ಸು $= 12$ ವರ್ಷಗಳು ಮತ್ತು ಅವಳ ಸೋದರಿಯ ಈಗಿನ ವಯಸ್ಸು $= 6$ ವರ್ಷಗಳು</p>	<p>2 ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ಎತ್ತರವು ಅದರ ಪಾದಕ್ಕಿಂತ 7 ಸೆ.ಮೀ. ಕಡಿಮೆ ಇದೆ ಮತ್ತು ಅದರ ವಿಕರ್ಣವು 13 ಸೆ.ಮೀ ಆದಾಗ ಅದರ ಮತ್ತೆರಡು ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.</p> <p>ಪಾದ 'x'cm ಆಗಿರಲಿ ಮತ್ತು ಎತ್ತರ $(x - 7)$cm ಹಾಗೂ ವಿಕರ್ಣ $= 13$ cm</p>  <p>ಪೈಥಾಗೊರಾಸ್‌ನ ಪ್ರಮೇಯದ ಅನ್ವಯ,</p> <p>$13^2 = (x - 7)^2 + x^2$</p> <p>$169 = x^2 + 49 - 14x + x^2$</p> <p>$2x^2 - 14x - 12 = 0$</p> <p>$x^2 - 7x - 60 = 0$</p> <p>$x^2 - 12x + 5x - 60 = 0$</p> <p>$x(x - 12) + 5(x - 12) = 0$</p> <p>$x - 12 = 0$ ಅಥವಾ $x + 5 = 0$</p> <p>$x = 12$ ಅಥವಾ $x = -5$</p> <p>\therefore ತ್ರಿಭುಜದ ಪಾದ $= 12$ cm ಮತ್ತು ಎತ್ತರ 5 cm</p>
---	---

<p>3 ಎರಡು ಧನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸವು 180 ಆಗಿದೆ. ಚಿಕ್ಕ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗವು, ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಯ 8 ರಷ್ಟಿದ್ದರೆ ಆ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.</p> <p>ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆ x ಹಾಗೂ ಚಿಕ್ಕ ಸಂಖ್ಯೆ y ಆಗಿರಲಿ</p> <p>ಕೊಟ್ಟಿರುವುದು $x^2 - y^2 = 180$ ಮತ್ತು</p> $y^2 = 8x$ $\therefore x^2 - 8x = 180$ $x^2 - 8x - 180 = 0$ $x^2 - 18x + 10x - 180 = 0$ $x(x - 18) + 10(x - 18) = 0$ $(x - 18)(x + 10) = 0$ $\Rightarrow x = 18 \text{ ಅಥವಾ } x = -10$ $y^2 = 8(18) \Rightarrow y^2 = 144$ $\therefore y = 12$ <p>\therefore ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 18 ಮತ್ತು 12</p>	<p>4 ಎರಡು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತ 13 ಆದರೆ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.</p> <p>ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು x ಮತ್ತು $(x + 1)$ ಆಗಿರಲಿ</p> $x^2 + (x + 1)^2 = 13$ $x^2 + x^2 + 1 + 2x = 13$ $2x^2 + 2x - 12 = 0$ $x^2 + x - 6 = 0$ $x^2 + 3x - 2x - 6 = 0$ $x(x + 3) - 2(x + 3) = 0$ $(x + 3) = 0 \text{ ಅಥವಾ } (x - 2) = 0$ $x = -3 \text{ ಅಥವಾ } x = 2$ <p>ಮತ್ತೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆ $= x + 1 = 3$</p> <p>\therefore ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 2 ಮತ್ತು 3</p>
---	---

ನಾಲ್ಕು ಅಂಕಗಳ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

<p>5 ಪ್ರವಾಸದಲ್ಲಿರುವ ವ್ಯಕ್ತಿಯೊಬ್ಬನು ತನ್ನ ಖರ್ಚುಗಳಿಗಾಗಿ 4200 ರೂಗಳನ್ನು ಪಡೆದಿರುತ್ತಾನೆ. ಅವನು ತನ್ನ ಪ್ರವಾಸವನ್ನು 3 ದಿನಗಳವರೆಗೆ ವಿಸ್ತರಿಸಿದಾಗ ಅವನು ತನ್ನ ದಿನನಿತ್ಯದ ವೆಚ್ಚವನ್ನು 70 ರೂ.ಗಳನ್ನು ಕಡಿತಗೊಳಿಸಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ಆಗ ಅವನ ಪ್ರವಾಸದ ಮೂಲ ಅವಧಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.</p> <p>ಅವನ ಪ್ರವಾಸದ ಮೂಲ ಅವಧಿ 'x' ದಿನಗಳಾಗಿರಲಿ</p> <p>ಕೊಟ್ಟಿರುವುದು, $\frac{4200}{x} - \frac{4200}{x+3} = 70$</p> $4200\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+3}\right) = 70$ $\frac{(x+3)-x}{x(x+3)} = \frac{70}{4200}$ $x(x+3) = 180$ $x^2 + 3x - 180 = 0$ $x^2 + 15x - 12x - 180 = 0$ $(x+15)(x-12) = 0$ $x+15 = 0 \text{ ಅಥವಾ } x-12 = 0$ $x = -15 \text{ ಅಥವಾ } x = 12$ <p>ದಿನಗಳು ಋಣಾತ್ಮಕವಾಗಿರಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ $\Rightarrow x = 12$</p> <p>ಅವನ ಪ್ರವಾಸದ ಮೂಲ ಅವಧಿ 12 ದಿನಗಳು</p>	<p>6 ಒಂದು ಮೋಟಾರ್ ದೋಣಿಯ ಜವವು ನಿಶ್ಚಲ ನೀರಿನಲ್ಲಿ 18 km/hr ಆಗಿದೆ. ಆ ದೋಣಿಯು ಪ್ರವಾಹಕ್ಕೆ ಎದುರಾಗಿ 24 km ದೂರ ಚಲಿಸಲು ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಸಮಯವು, ಅದು ಪ್ರವಾಹದೊಡನೆ ಮೊದಲಿನ ಸ್ಥಾನಕ್ಕೆ ಹಿಂದಿರುಗಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯಕ್ಕಿಂತ ಒಂದು ಗಂಟೆ ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ, ಪ್ರವಾಹದ ಜವವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.</p> <p>ಪ್ರವಾಹದ ಜವವು x km/hr ಆಗಿರಲಿ. ಜವ = $\frac{\text{ಚಲಿಸಿದ ದೂರ}}{\text{ಕಾಲ}}$</p> <p>ಪ್ರವಾಹದ ವಿರುದ್ಧ ದೋಣಿಯ ಜವವು = $(18 - x)$ km/hr</p> <p>ಪ್ರವಾಹದೊಂದಿಗೆ ದೋಣಿಯ ಜವವು = $(18 + x)$ km/hr</p> <p>ಪ್ರವಾಹದ ವಿರುದ್ಧ ಚಲಿಸಲು ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಕಾಲ = $\frac{24}{18-x}$</p> <p>ಪ್ರವಾಹದೊಂದಿಗೆ ಚಲಿಸಲು ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಕಾಲ = $\frac{24}{18+x}$</p> <p>ಕೊಟ್ಟಿರುವುದು $\frac{24}{18-x} - \frac{24}{18+x} = 1$</p> $\frac{24(18+x) - 24(18-x)}{(18-x)(18+x)} = 1$ $24(18+x) - 24(18-x) = (18-x)(18+x)$ $x^2 + 48x - 324 = 0$ $x^2 + 54x - 6x - 324 = 0$ $x(x+54) - 6(x+54) = 0$ $(x+54)(x-6) = 0 \Rightarrow x = -54 \text{ ಅಥವಾ } x = 6$ <p>ಜವವು ಋಣಾತ್ಮಕವಾಗಿರಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ</p> <p>\therefore ಪ್ರವಾಹದ ಜವವು 6 km/hr</p>
---	--

ಘಟಕ-11 : ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿಯ ಪ್ರಸ್ತಾವನೆ

ಬಹು ಆಯ್ಕೆ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

1	$\sin \theta = \frac{12}{13}$ ಆದರೆ, $\operatorname{cosec} \theta$ ದ ಬೆಲೆ A. $\frac{5}{12}$ B. $\frac{5}{13}$ C. $\frac{13}{12}$ D. $\frac{12}{13}$
2	$\tan 45^\circ$ ಯ ಬೆಲೆ A. $\sqrt{3}$ B. 0 C. 1 D. $\frac{1}{\sqrt{3}}$
3	$2\cos \theta = 1$ ಹಾಗೂ θ ಲಘುಕೋನವಾದರೆ θ ದ ಬೆಲೆ A. 0° B. 30° C. 45° D. 60°
4	$\cos \theta = \frac{1}{2}$ ಆದರೆ, $\tan \theta$ ದ ಬೆಲೆ A. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ B. $\sqrt{3}$ C. 1 D. 0
5	$\frac{\sin A}{\cos A}$ ಗೆ ಸಮನಾದುದು A. $\sec A$ B. $\operatorname{cosec} A$ C. $\tan A$ D. $\cot A$
6	$(1 + \cos \theta)(1 - \cos \theta) =$ A. $\sin^2 \theta$ B. $\tan^2 \theta$ C. $\operatorname{cosec}^2 A$ D. $\sec^2 A$
7	$(\cos 48^\circ - \sin 42^\circ)$ ದ ಬೆಲೆ A. 0 B. $\frac{1}{4}$ C. 1 D. $\frac{1}{2}$

ಒಂದು ಅಂಕದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

1	$\sin^2 25^\circ + \sin^2 65^\circ$ ಯ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. $\sin^2 25^\circ + \sin^2 65^\circ = \sin^2 25^\circ + \sin^2(90^\circ - 25^\circ)$ $= \sin^2 25^\circ + \cos^2 25^\circ.$ $= 1$	2	$\sin A = \frac{1}{2}$ ಹಾಗೂ A ಲಘುಕೋನವಾದರೆ A ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. $\sin A = \frac{1}{2}$ $\sin A = \sin 60^\circ$ $\Rightarrow A = 60^\circ$
3	$(1 + \tan^2 \theta) \cdot \cos^2 \theta$ ದ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ $(1 + \tan^2 \theta) \cdot \cos^2 \theta = \sec^2 \theta \times \frac{1}{\sec^2 \theta}$ $= 1$	4	$\cos A = \sin B$ ಆದರೆ $(A + B)$ ಯ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. $\sin(90^\circ - A) = \sin B$ $90^\circ - A = B$ $\Rightarrow A + B = 90^\circ$

ಎರಡು ಅಂಕಗಳ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

1	<p>$\sin 18^\circ - \cos 72^\circ - \cos 18^\circ + \sin 72^\circ$ ದ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ</p> $\sin 18^\circ - \cos 72^\circ - \cos 18^\circ + \sin 72^\circ = \sin(90^\circ - 72^\circ) - \cos 72^\circ - \cos(90^\circ - 72^\circ) + \sin 72^\circ$ $= \cos 72^\circ - \cos 72^\circ - \sin 72^\circ + \sin 72^\circ$ $= 0$	
2	<p>$\tan 2A = \cot(A - 18^\circ)$, ಹಾಗೂ A ಲಘುಕೋನವಾದರೆ A ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.</p> $\cot(90^\circ - 2A) = \cot(A - 18^\circ)$ $90^\circ - 2A = A - 18^\circ$ $90^\circ + 18^\circ = A + 2A$ $3A = 108^\circ$ $A = 36^\circ$	<p>3 $A=60^\circ$, $B=30^\circ$ ಆದರೆ, $\cos(A + B) = \cos A \cdot \cos B - \sin A \cdot \sin B$ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.</p> $\cos(A + B) = \cos A \cdot \cos B - \sin A \cdot \sin B$ $\cos(60^\circ + 30^\circ) = \cos 60^\circ \cdot \cos 30^\circ - \sin 60^\circ \cdot \sin 30^\circ$ $\cos 90^\circ = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2}$ $0 = 0$
4	<p>$(\tan A \cdot \sin A) + \cos A = \sec A$ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.</p> <p>ಎಡಭಾಗ = $\left(\frac{\sin A}{\cos A} \times \sin A\right) + \cos A$</p> $= \frac{\sin^2 A}{\cos A} + \cos A$ $= \frac{\sin^2 A + \cos^2 A}{\cos A} = \frac{1}{\cos A}$ <p>= sec A</p> <p>= ಬಲಭಾಗ</p>	<p>5 A, B ಮತ್ತು C ಗಳು, ತ್ರಿಭುಜ ABC ಯ ಒಳಕೋನಗಳಾದರೆ,</p> $\sin\left(\frac{A+B}{2}\right) = \cos\frac{A}{2}$ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ. <p>ತ್ರಿಭುಜದ ಒಳಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ = 180°</p> $\Rightarrow A + B + C = 180^\circ$ $B + C = 180^\circ - A$ $\frac{B + C}{2} = \frac{180^\circ - A}{2}$ <p>ಎರಡೂ ಕಡೆ sin ತೆಗೆದುಕೊಂಡಾಗ</p> $\sin\left(\frac{B + C}{2}\right) = \sin\left(90^\circ - \frac{A}{2}\right)$ $\therefore \sin\left(\frac{B + C}{2}\right) = \cos\left(\frac{A}{2}\right)$
6	<p>$\tan 10^\circ \cdot \tan 15^\circ \cdot \tan 75^\circ \cdot \tan 80^\circ = 1$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.</p> <p>ಎಡಭಾಗ = $\tan 10^\circ \cdot \tan 15^\circ \cdot \tan 75^\circ \cdot \tan 80^\circ$</p> $= \tan(90^\circ - 80^\circ) \times \tan(90^\circ - 75^\circ) \times \tan 75^\circ \times \tan 80^\circ$ $= \cot 80^\circ \times \cot 75^\circ \times \frac{1}{\cot 75^\circ} \times \frac{1}{\cot 80^\circ}$ $= 1$	

ಮೂರು ಅಂಕಗಳ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

1 $\frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta} = \operatorname{cosec} \theta + \cot \theta$ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

ಎಡಭಾಗ = $\frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta}$

$$= \frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta} \times \frac{1 + \cos \theta}{1 + \cos \theta}$$

$$= \frac{\sin \theta (1 + \cos \theta)}{1 - \cos^2 \theta}$$

$$= \frac{\sin \theta (1 + \cos \theta)}{\sin^2 \theta}$$

$$= \frac{(1 + \cos \theta)}{\sin \theta}$$

$$= \frac{1}{\sin \theta} + \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$$

$$= \operatorname{cosec} \theta + \cot \theta$$

= ಬಲಭಾಗ

2 $\frac{1 + \cot^2 A}{1 + \tan^2 A} = \cot^2 A$ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

ಎಡಭಾಗ = $\frac{1 + \cot^2 A}{1 + \tan^2 A}$

$$= \frac{\operatorname{cosec}^2 A}{\sec^2 A}$$

$$= \frac{1}{\frac{\sin^2 A}{1}}$$

$$= \frac{1}{\cos^2 A}$$

$$= \frac{1}{\sin^2 A} \times \frac{\cos^2 A}{1}$$

$$= \frac{\cos^2 A}{\sin^2 A}$$

$$= \cot^2 A$$

= ಬಲಭಾಗ

3 $\frac{\cos \theta - 2 \cos^3 \theta}{2 \sin^3 \theta + \sin \theta} = \cot \theta$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಎಡಭಾಗ = $\frac{\cos \theta - 2 \cos^3 \theta}{2 \sin^3 \theta + \sin \theta}$

$$= \frac{\cos \theta (1 - 2 \cos^2 \theta)}{\sin \theta (2 \sin^2 \theta + 1)}$$

$$= \frac{\cos \theta (1 - \cos^2 \theta - \cos^2 \theta)}{\sin \theta (\sin^2 \theta + \sin^2 \theta + 1)}$$

$$= \frac{\cos \theta (\sin^2 \theta - \cos^2 \theta)}{\sin \theta (\sin^2 \theta + \sin^2 \theta + 1)}$$

$$= \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

$$= \cot \theta$$

= ಬಲಭಾಗ

4 $\sin \theta = \frac{1}{2}$ ಆದರೆ, $3 \cos \theta - 4 \cos^3 \theta = 0$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಕೊಟ್ಟಿರುವುದು, $\sin \theta = \frac{1}{2}$

$$\sin \theta = \sin 30^\circ$$

$$\Rightarrow \theta = 30^\circ$$

ಎಡಭಾಗ = $3 \cos \theta - 4 \cos^3 \theta$

$$= 3 \cos 30^\circ - 4 \cos^3 30^\circ$$

$$= 3 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) - 4 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^3$$

$$= 3 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) - 4 \left(\frac{3\sqrt{3}}{8} \right)$$

$$= 3 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) - 3 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$= 0$$

= ಬಲಭಾಗ

5

$$\sqrt{\frac{1+\sin A}{1-\sin A}} = \sec A + \tan A \text{ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ}$$

$$\text{ಎಡಭಾಗ} = \sqrt{\frac{1+\sin A}{1-\sin A}}$$

$$= \sqrt{\frac{1+\sin A}{1-\sin A}} \times \sqrt{\frac{1-\sin A}{1-\sin A}}$$

$$= \sqrt{\frac{(1+\sin A)(1+\sin A)}{(1-\sin A)(1-\sin A)}}$$

$$= \sqrt{\frac{(1+\sin A)^2}{1-\sin^2 A}}$$

$$= \sqrt{\frac{(1+\sin A)^2}{\cos^2 A}}$$

$$= \frac{1+\sin A}{\cos A}$$

$$= \frac{1}{\cos A} + \frac{\sin A}{\cos A}$$

$$= \sec A + \tan A$$

= ಬಲಭಾಗ

6

$$\frac{\sin \theta}{1+\cos \theta} + \frac{1+\cos \theta}{\sin \theta} = 2 \operatorname{cosec} \theta \text{ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ}$$

$$\text{ಎಡಭಾಗ} = \frac{\sin \theta}{1+\cos \theta} + \frac{1+\cos \theta}{\sin \theta}$$

$$= \frac{\sin^2 \theta + (1+\cos \theta)^2}{(1+\cos \theta)\sin \theta}$$

$$= \frac{\sin^2 \theta + 1^2 + \cos^2 \theta + 2\cos \theta}{(1+\cos \theta)\sin \theta}$$

$$= \frac{1+1+2\cos \theta}{(1+\cos \theta)\sin \theta}$$

$$= \frac{2+2\cos \theta}{(1+\cos \theta)\sin \theta}$$

$$= \frac{2(1+\cos \theta)}{(1+\cos \theta)\sin \theta}$$

$$= \frac{2}{\sin \theta}$$

$$= 2 \operatorname{cosec} \theta$$

= ಬಲಭಾಗ

ಘಟಕ-12 : ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿಯ ಕೆಲವು ಅನ್ವಯಗಳು

ಎರಡು ಅಂಕಗಳ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

- 1 ಕಟ್ಟಡವೊಂದರ ತುದಿಯನ್ನು ಅದರ ಪಾದದಿಂದ $100\sqrt{3}$ ಅಡಿ ದೂರದ ನೆಲದ ಮೇಲಿನ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ನೋಡಿದಾಗ ಉಂಟಾದ ಉನ್ನತ ಕೋನವು 30° ಆದರೆ ಆ ಕಟ್ಟಡದ ಎತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
A ಯು ಅವಲೋಕನದ ಬಿಂದು ಮತ್ತು C ಯು ಕಟ್ಟಡದ ತುದಿಯಾಗಿರಲಿ,

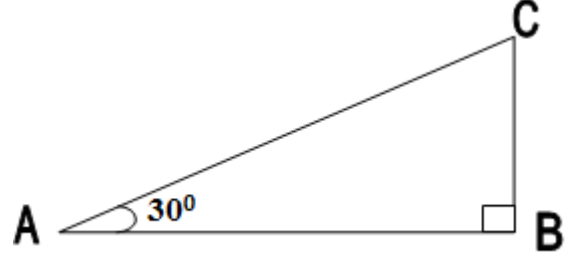
ಆಗ $AB=100\sqrt{3}$ ಅಡಿ ಮತ್ತು $\angle A=30^\circ$

$$\tan A = \frac{BC}{AB}$$

$$\tan 30^\circ = \frac{BC}{100\sqrt{3}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{BC}{100\sqrt{3}} \Rightarrow BC = 100\text{m}$$

\therefore ಕಟ್ಟಡದ ಎತ್ತರವು 100 ಅಡಿ ಆಗಿದೆ.



- 2 ಭೂಮಿಯಿಂದ $50\sqrt{3}m$ ಎತ್ತರದಲ್ಲಿ ಹಾರುತ್ತಿರುವ ಪತಂಗವನ್ನು $100m$ ಉದ್ದದ ದಾರದಿಂದ ಭೂಮಿಯ ಮೇಲಿನ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ದಾರವು ಸಡಿಲವಾಗದಂತೆ ಎಳೆದು ಕಟ್ಟಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ, ಭೂಮಿಯೊಂದಿಗೆ ದಾರವು ಉಂಟುಮಾಡಿದ ಕೋನವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

P ಯು ಭೂಮಿಯ ಮೇಲೆ ದಾರವನ್ನು ಕಟ್ಟಿರುವ ಬಿಂದು ಹಾಗೂ R ಪತಂಗದ ಸ್ಥಾನವಾಗಿರಲಿ,

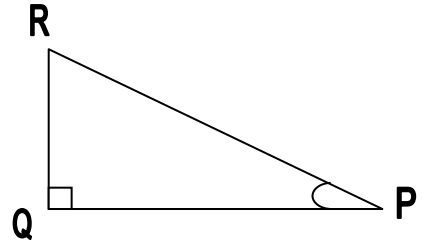
ಆಗ, $QR=50\sqrt{3}m$ ಮತ್ತು $PR=100m$

$$\sin P = \frac{QR}{PR}$$

$$\sin P = \frac{50\sqrt{3}}{100}$$

$$\sin P = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \angle P = 60^\circ$$

\therefore ಭೂಮಿಯೊಂದಿಗೆ ದಾರವು 60° ಕೋನವನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡಿದೆ.



- 3 ಮನರಂಜನಾ ಪಾರ್ಕ್‌ನಲ್ಲಿರುವ ಜಾರುಬಂಡೆಯೊಂದರ ಎತ್ತರವು $6m$ ಇದ್ದು, ನೆಲಕ್ಕೆ 30° ಓರೆಯಾಗಿದ್ದರೆ, ಜಾರುಬಂಡೆಯ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

QR ಜಾರುಬಂಡೆಯ ಎತ್ತರ, $\angle P$ ಯು ಓರೆಯ ಕೋನ, ಹಾಗೂ PR ಜಾರುಬಂಡೆಯ ಉದ್ದಗಳಾಗಿರಲಿ.

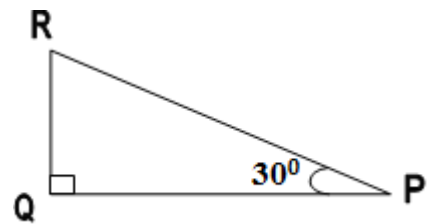
$\Rightarrow QR=6m$ ಮತ್ತು $\angle P=30^\circ$

$$\sin P = \frac{QR}{PR}$$

$$\sin 30^\circ = \frac{6}{PR}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{6}{PR} \Rightarrow PR = 12m$$

\therefore ಜಾರುಬಂಡೆಯ ಉದ್ದ = 12m.



ಮೂರು ಅಂಕಗಳ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

1 ಒಂದು ಸರೋವರದ ಮೇಲ್ಮೈಯಿಂದ 60m ಎತ್ತರದಲ್ಲಿರುವ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಸ್ಥಿರ ಮೋಡವನ್ನು ನೋಡಿದಾಗ ಉನ್ನತ ಕೋನವು 30° ಅದೇ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಮೋಡದ ಪ್ರತಿಫಲನವನ್ನು ನೀರಿನಲ್ಲಿ ನೋಡಿದಾಗ ಉಂಟಾದ ಅವನತ ಕೋನವು 60° ಆದರೆ ನೀರಿನ ಮೇಲ್ಮೈಯಿಂದ ಮೋಡದ ಎತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

AB ಸರೋವರದ ಮೇಲ್ಮೈ ಆಗಿರಲಿ

P ದೃಷ್ಟಿಸುವ ಬಿಂದುವಾಗಿರಲಿ, AP=60 m

C ಯು ಮೋಡದ ಸ್ಥಾನ ಹಾಗೂ C' ನೀರಿನಲ್ಲಿ ಮೋಡದ ಪ್ರತಿಬಿಂಬವಾಗಿರಲಿ.

$$CB = C'B$$

$$CM = h, \text{ ಮತ್ತು } C'B = (h + 60)$$

$$\Delta CMP \text{ ಯಲ್ಲಿ, } \tan 30^\circ = \frac{h}{PM}$$

$$PM = \sqrt{3}h \text{ -----(1)}$$

$$\Delta PMC' \text{ ಯಲ್ಲಿ } \tan 60^\circ = \frac{C'M}{PM}$$

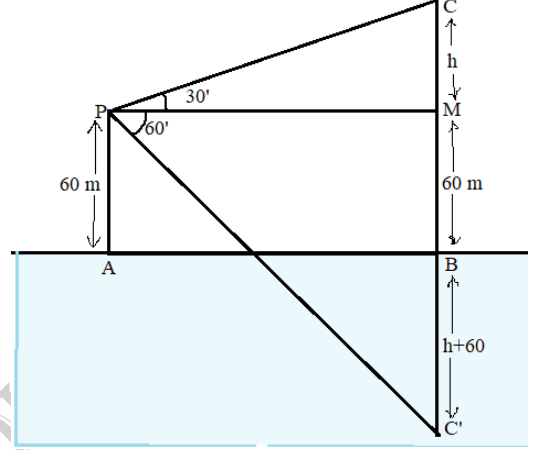
$$\sqrt{3} = \frac{h+60+60}{PM}$$

$$PM = \frac{h+120}{\sqrt{3}} \text{ -----(2)}$$

$$(1) \text{ ಮತ್ತು } (2) \text{ ರಿಂದ } \sqrt{3}h = \frac{h+120}{\sqrt{3}} \Rightarrow h = 60 \text{ m}$$

$$CB = CM + MB = 60 + 60 = 120 \text{ m}$$

∴ ಸರೋವರದ ಮೇಲ್ಮೈಯಿಂದ ಮೋಡದ ಎತ್ತರ = 120 m.



2 60 m ಎತ್ತರದ ಒಂದು ಕಟ್ಟಡದ ಮೇಲಿನಿಂದ ಕೆಳಗಿರುವ ಒಂದು ಗೋಪುರದ ಮೇಲ್ತುದಿ ಮತ್ತು ಕೆಳತುದಿಯನ್ನು ನೋಡಿದಾಗ ಏರ್ಪಟ್ಟ ಅವನತ ಕೋನವು 30° ಮತ್ತು 60° ಆದರೆ ಗೋಪುರದ ಎತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

CD ಯು ಕಟ್ಟಡದ ಎತ್ತರ = 60 m ಮತ್ತು AB ಯು ಗೋಪುರದ ಎತ್ತರವಾಗಿರಲಿ.

$$\angle FCA = \angle CAE = 30^\circ$$

$$\angle FCB = \angle CBD = 60^\circ$$

$$\Delta ACE \text{ ಯಲ್ಲಿ, } \tan 30^\circ = \frac{CE}{AE}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{60-h}{AE}$$

$$AE = (60 - h) \sqrt{3}$$

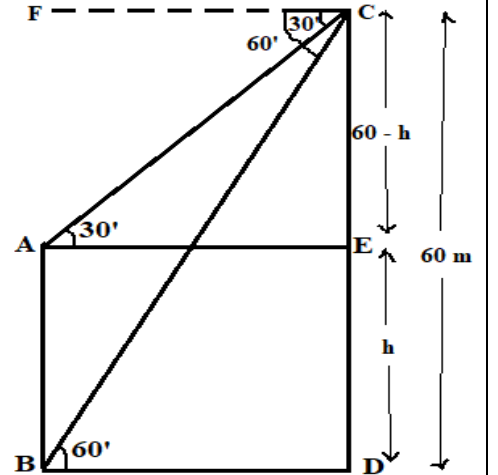
$$AE = BD = (60 - h) \sqrt{3}$$

$$\Delta BCD \text{ ಯಲ್ಲಿ, } \tan 60^\circ = \frac{60}{BD}$$

$$\sqrt{3} = \frac{60}{(60-h)\sqrt{3}} \Rightarrow (60-h)3 = 60$$

$$60 - h = 20$$

∴ ಗೋಪುರದ ಎತ್ತರ = 40 m



3 ಒಂದು ಗೋಪುರದ ತುದಿಯನ್ನು ಅದರ ಪಾದದಿಂದ ಒಂದೇ ಸರಳ ರೇಖೆಯಲ್ಲಿರುವ 'a' ಮತ್ತು 'b' ದೂರದಿಂದ ನೋಡಿದಾಗ ಉಂಟಾಗುವ ಉನ್ನತ ಕೋನಗಳು ಪೂರಕ ಕೋನಗಳಾದರೆ ಗೋಪುರದ ಎತ್ತರವು $\sqrt{ab} m$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಗೋಪುರದ ಎತ್ತರ 'x' m ಆಗಿರಲಿ

$$\tan\theta = \frac{x}{b} \text{ --- (i)}$$

$$\tan(90^\circ - \theta) = \frac{x}{a}$$

$$\cot\theta = \frac{x}{a} \text{ --- (ii)}$$

(i) ಮತ್ತು (ii) ನ್ನು ಗುಣಿಸಿದಾಗ

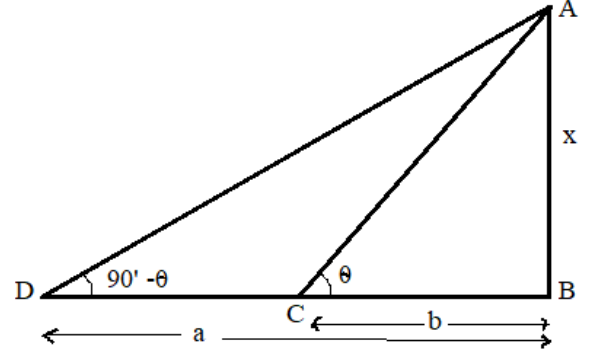
$$\tan\theta \cot\theta = \frac{x}{b} \times \frac{x}{a}$$

$$1 = \frac{x^2}{ab}$$

$$x^2 = ab$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{ab}$$

\therefore ಗೋಪುರದ ಎತ್ತರ $\sqrt{ab} m$.



4 ಒಂದು ಹಡಗಿನ ಮೇಲಂತಸ್ತು ನೀರಿನ ಮೇಲ್ಮೈಯಿಂದ 10 m ಎತ್ತರದಲ್ಲಿದೆ. ಅಲ್ಲಿ ನಿಂತಿರುವ ವ್ಯಕ್ತಿಯೊಬ್ಬನು ಅಲ್ಲಿಂದ ಬೆಟ್ಟದ ತುದಿಯನ್ನು ನೋಡಿದಾಗ ಉಂಟಾದ ಉನ್ನತ ಕೋನವು 60° ಹಾಗೂ ಅಲ್ಲಿಂದಲೇ, ಅದೇ ಬೆಟ್ಟದ ಪಾದವನ್ನು ನೋಡಿದಾಗ ಉಂಟಾದ ಅವನತ ಕೋನವು 30° ಆದರೆ ಬೆಟ್ಟದಿಂದ ಹಡಗಿಗೆ ಇರುವ ದೂರ ಮತ್ತು ಬೆಟ್ಟದ ಎತ್ತರ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$\Delta ADE \text{ ಯಲ್ಲಿ, } \tan 60^\circ = \frac{h}{AD}$$

$$\sqrt{3} = \frac{h}{x}$$

$$h = x\sqrt{3} \text{ --- (i)}$$

$$\Delta ABC \text{ ಯಲ್ಲಿ, } \tan 30^\circ = \frac{AB}{BC}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{10}{x}$$

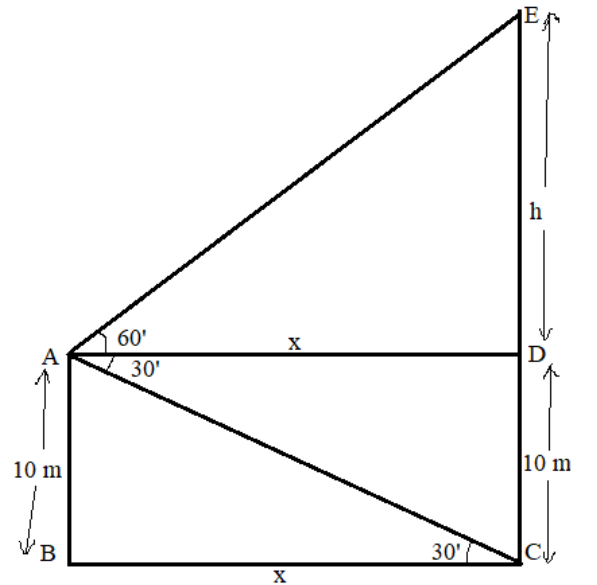
$$\Rightarrow x = 10\sqrt{3} \text{ --- (ii)}$$

ಹಡಗಿನಿಂದ ಬೆಟ್ಟಕ್ಕೆ ಇರುವ ದೂರ = $10\sqrt{3} m$

(ii) ರಲ್ಲಿ (i) ನ್ನು ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ, $h = 10\sqrt{3} \times \sqrt{3}$

$$h = 30 m$$

\Rightarrow ಬೆಟ್ಟದ ಎತ್ತರ = $30 + 10 = 40 m$.



ನಾಲ್ಕು ಅಂಕಗಳ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

- 1 ರಸ್ತೆಯ ಒಂದು ಬದಿಯಲ್ಲಿರುವ ಕಟ್ಟಡದ ನೆಲದಿಂದ 15 m ಎತ್ತರದ ಕಿಟಕಿಯಿಂದ, ಅದೇ ರಸ್ತೆಗೆ ಅಭಿಮುಖವಾಗಿ ಮತ್ತೊಂದು ಬದಿಯಲ್ಲಿರುವ ಕಟ್ಟಡದ ಮೇಲ್ತುದಿ ಮತ್ತು ಕೆಳತುದಿಯನ್ನು ನೋಡಿದಾಗ ಏರ್ಪಟ್ಟ ಉನ್ನತ ಮತ್ತು ಅವನತ ಕೋನವು ಕ್ರಮವಾಗಿ 30° ಮತ್ತು 45° ಆಗಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಅಭಿಮುಖವಾಗಿರುವ ಆ ಕಟ್ಟಡದ ಎತ್ತರವು 23.66 m ಎಂದು ತೋರಿಸಿ. ($\sqrt{3} = 1.73$ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ)

AB – ನೆಲ, C- ಕಿಟಕಿಯ ಸ್ಥಾನ

BD – ರಸ್ತೆಗೆ ಅಭಿಮುಖವಾಗಿ ಮತ್ತೊಂದು ಬದಿಯಲ್ಲಿರುವ ಕಟ್ಟಡ

$$\angle DCE = 30^\circ, \angle ECB = \angle CBA = 45^\circ$$

$$AC = BE = 15 \text{ m}, BD = x \text{ m}, \text{ ಆಗಿರಲಿ, } \therefore DE = (x - 15) \text{ m}$$

$$\text{In } \triangle CDE, \tan 30^\circ = \frac{x-15}{CE}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{x-15}{CE} \Rightarrow CE = \sqrt{3}(x - 15)$$

$$\text{In } \triangle ACB, \tan 45^\circ = \frac{AC}{AB}$$

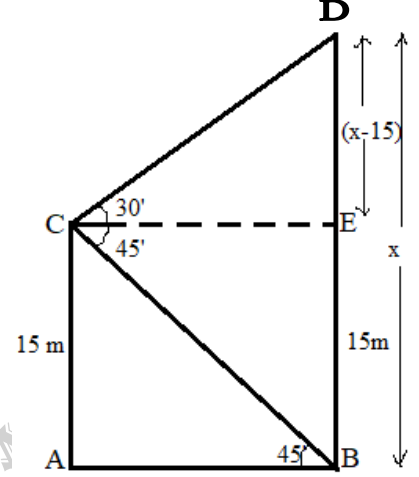
$$1 = \frac{15}{\sqrt{3}(x - 15)} \quad (\text{AB} = \text{CE} \text{ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ})$$

$$\sqrt{3}(x - 15) = 15$$

$$(x - 15) = \frac{15}{\sqrt{3}}$$

$$x - 15 = 8.66$$

$$x = 23.66 \text{ m}$$



- 2 ಒಂದು ವಿಮಾನವು ನೆಲದಿಂದ 4000 m ಎತ್ತರದಲ್ಲಿ ಹಾರಾಡುವಾಗ, ಅದೇ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಆ ವಿಮಾನಕ್ಕೆ ನೇರವಾಗಿ ಅದರ ಕೆಳಸ್ತರದಲ್ಲಿ ಮತ್ತೊಂದು ವಿಮಾನ ಹಾರುತ್ತಿರುತ್ತದೆ. ನೆಲದ ಮೇಲಿನಿಂದ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಎರಡೂ ವಿಮಾನಗಳನ್ನು ಒಮ್ಮೆಲೇ ಗಮನಿಸಿದಾಗ ಉಂಟಾದ ಉನ್ನತ ಕೋನವು 60° ಮತ್ತು 45° ಆದಾಗ ಎರಡೂ ವಿಮಾನಗಳ ನಡುವಿನ ಅಂತರ ಎಷ್ಟಿರುತ್ತದೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

P ಮತ್ತು Q ವಿಮಾನಗಳ ಸ್ಥಾನಗಳಾಗಿರಲಿ,

$$OP = 4000 \text{ m}$$

A ನೆಲದ ಮೇಲಿನ ದೃಷ್ಟಿಸುವ ಬಿಂದುವಾಗಿರಲಿ,

$\triangle AOP$ ಯಲ್ಲಿ ಹಾಗೂ $\triangle AOQ$ ಯಲ್ಲಿ

$$\tan 60^\circ = \frac{OP}{OA}$$

$$\tan 45^\circ = \frac{OQ}{OA}$$

$$\sqrt{3} = \frac{4000}{OA}$$

$$1 = \frac{OQ}{OA}$$

$$OA = \frac{4000}{\sqrt{3}}$$

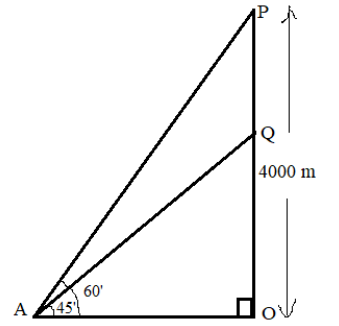
$$OQ = OA$$

ಲಂಬ ಅಂತರ, $PQ = OP - OQ$

$$PQ = 4000 - \frac{4000}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \frac{4000\sqrt{3}-4000}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{4000(\sqrt{3}-1)}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore \text{ಲಂಬ ಅಂತರ} = 1690.53 \text{ m}$$



3 ನೆಲದ ಮೇಲಿನ ಒಂದು ಬಿಂದು A ನಿಂದ ನೋಡಿದಾಗ ಹಾರುತ್ತಿರುವ ಒಂದು ಜೆಟ್ ವಿಮಾನವು 60° ಉನ್ನತ ಕೋನ ಉಂಟುಮಾಡುತ್ತದೆ. 30 ಸೆಕೆಂಡುಗಳು ಅದೇ ನೇರದಲ್ಲಿ ಹಾರಿದ ನಂತರ ಜೆಟ್ ವಿಮಾನವು A ನಿಂದಲೇ 30° ಉನ್ನತ ಕೋನವನ್ನುಂಟುಮಾಡುತ್ತದೆ. ಜೆಟ್ ವಿಮಾನವು ಒಂದೇ ಎತ್ತರ $3600\sqrt{3} m$ ದಲ್ಲಿಯೇ ಹಾರುತ್ತಿದ್ದರೆ ಜೆಟ್ ವಿಮಾನದ ಜವವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

P ಮತ್ತು Q ವಿಮಾನಗಳ ಸ್ಥಾನಗಳಾಗಿರಲಿ,

A ನೆಲದ ಮೇಲಿನ ದೃಷ್ಟಿಸುವ ಬಿಂದುವಾಗಿರಲಿ,

$$\Delta ABP \text{ ಯಲ್ಲಿ, } \tan 60^\circ = \frac{PB}{AB} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{3600\sqrt{3}}{AB}$$

$$AB = 3600 m$$

$$\Delta ACQ \text{ ಯಲ್ಲಿ, } \tan 30^\circ = \frac{CQ}{AC} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{3600\sqrt{3}}{AC}$$

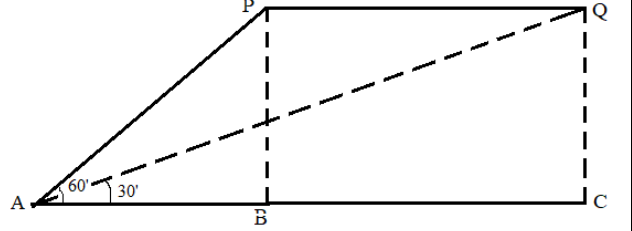
$$AC = 10800 m$$

$$BC = 10800 - 3600$$

$$BC = 7200 m$$

$$\text{ಆದರೆ } BC=PQ \Rightarrow \text{ಚಲಿಸಿದ ದೂರ } 7200 m$$

$$\text{ವಿಮಾನದ ಜವ} = \frac{7200}{30} = 240 m/s$$



4 ಒಬ್ಬ ವ್ಯಕ್ತಿಯು ಬೆಟ್ಟದ ಮೇಲ್ತುದಿಯಿಂದ ಬೆಟ್ಟದ ಪಾದದ ಕಡೆಗೆ ಬರುವ ನೇರ ರಸ್ತೆಯ 1 ಕಿಲೋ ಮೀಟರ್ ಅಂತರದ ಎರಡು ಕಿಲೋಮೀಟರ್ ಕಲ್ಲುಗಳನ್ನು ನೋಡುತ್ತಾನೆ. ಹೀಗೆ ನೋಡಿದಾಗ ಅವನ ನೇರ ದೃಷ್ಟಿಗೆ ಉಂಟಾದ ಅವನತ ಕೋನ 30° ಮತ್ತು 60° ಆದರೆ, ಬೆಟ್ಟದ ಎತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

AB - ಬೆಟ್ಟ, C ಮತ್ತು D ಕಿಲೋಮೀಟರ್ ಕಲ್ಲುಗಳು

A ದೃಷ್ಟಿಸುವ ಬಿಂದುವಾಗಿರಲಿ,

$$\angle XAC = \angle ACD = 30^\circ, \quad \angle XAD = \angle ADB = 60^\circ$$

$$\Delta ABC \text{ ಯಲ್ಲಿ, } \tan 30^\circ = \frac{AB}{BC} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{BC}$$

$$BC = h\sqrt{3} \text{ -----(i)}$$

$$\Delta ABD \text{ ಯಲ್ಲಿ, } \tan 60^\circ = \frac{h}{BD} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{h}{BD}$$

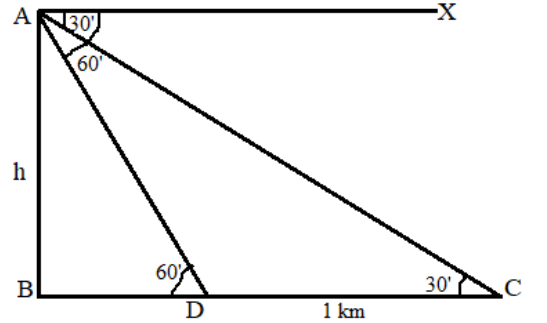
$$BD = \frac{h}{\sqrt{3}} \text{ -----(ii)}$$

$$BC = BD + DC \Rightarrow h\sqrt{3} = \frac{h}{\sqrt{3}} + 1$$

$$h\sqrt{3} - \frac{h}{\sqrt{3}} = 1$$

$$\frac{3h-h}{\sqrt{3}} = 1$$

$$\therefore \text{ಬೆಟ್ಟದ ಎತ್ತರ} = \frac{\sqrt{3}}{2} km.$$



ಘಟಕ-14 : ಸಂಖ್ಯಾಶಾಸ್ತ್ರ

ಬಹು ಆಯ್ಕೆ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

1 10, 15, 5, 20 ಮತ್ತು 50 ಈ ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕಗಳ ಸರಾಸರಿಯು

A. 10 B. 5 C. 15 D. 20

2 7, 3, 6, 14, 13, 11, 19 ಈ ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕಗಳ ಮಧ್ಯಾಂಕ

A. 7 B. 13 C. 11 D. 19

3 6, 7, 2, 4, 2, 8, 5, 2, 2, 7 ಈ ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕಗಳ ಬಹುಲಕ

A. 7 B. 6 C. 4 D. 2

4 ಕೇಂದ್ರೀಯ ಪ್ರವೃತ್ತಿಯ ಅಳತೆಗಳಲ್ಲಿ, ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕಗಳ ಅತ್ಯಂತ ಮಧ್ಯದ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸೂಚಿಸುವುದು,

A. ಮಧ್ಯಬಿಂದು B. ಸರಾಸರಿ C. ಮಧ್ಯಾಂಕ D. ಬಹುಲಕ

5 ಒಂದು ದತ್ತಾಂಶದ ಬಹುಲಕವು

A. ಅತ್ಯಂತ ಮಧ್ಯದ ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕ B. ಕನಿಷ್ಠ ಆವೃತ್ತಿ ಬೆಲೆ
C. ಗರಿಷ್ಠ ಆವೃತ್ತಿ ಬೆಲೆ D. ಯಾವುದೂ ಅಲ್ಲ

ಒಂದು ಅಂಕದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

1. ಕೇಂದ್ರೀಯ ಪ್ರ^aತ್ತಿ ಅಳತೆಗಳಿಗಿರುವ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

3 ಮಧ್ಯಾಂಕ = ಬಹುಲಕ + 2ಸರಾಸರಿ

2. 24, 31, 17, 29, 36, 39 ಈ ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕ ಮಧ್ಯಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ

17, 24, 29, 31, 36, 39

$$\text{ಮಧ್ಯಾಂಕ} = \frac{29+31}{2}$$

$$\therefore \text{ಮಧ್ಯಾಂಕ} = 30$$

3. 40-50 ಈ ವರ್ಗಾಂತರದ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

$$\text{ಮಧ್ಯಬಿಂದು} = \frac{\text{ಕನಿಷ್ಠ} + \text{ಮೇಲ್ಮಿತಿ}}{2}$$

$$\text{ಮಧ್ಯಬಿಂದು} = \frac{40+50}{2}$$

$$\therefore \text{ಮಧ್ಯಬಿಂದು} = 45$$

ಮೂರು ಅಂಕಗಳ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

1) ಕೆಳಗಿನ ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣೆಯ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

ವರ್ಗಾಂತರ	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
ಆವೃತ್ತಿ	3	5	9	5	3

ವರ್ಗಾಂತರ	ಆವೃತ್ತಿ	x	fx
0-10	3	5	15
10-20	5	15	75
20-30	9	25	225
30-40	5	35	175
40-50	3	45	135
	$\Sigma f = 25$		$\Sigma fx = 625$

$$\text{ಸರಾಸರಿ} = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f} = \frac{625}{25}$$

$$\therefore \text{ಸರಾಸರಿ} = 25$$

2) ಕೆಳಗಿನ ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣೆಯ ಮಧ್ಯಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

ವರ್ಗಾಂತರ	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
ಆವೃತ್ತಿ	4	7	13	9	3

ವರ್ಗಾಂತರ	ಆವೃತ್ತಿ	ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ
0-10	4	4
10-20	7	4+7=11
20-30	13	11+13=24
30-40	9	24+9=33
40-50	3	33+3=36

$$n = 36, \quad \frac{n}{2} = 18, \quad f = 13, \quad cf = 11, \\ h = 10, \quad l = 20$$

$$\text{ಮಧ್ಯಾಂಕ} = l + \left[\frac{\frac{n}{2} - cf}{f} \right] \times h$$

$$\text{ಮಧ್ಯಾಂಕ} = 20 + \left[\frac{18 - 11}{13} \right] \times 10$$

$$\text{ಮಧ್ಯಾಂಕ} = 20 + 5.38$$

$$\therefore \text{ಮಧ್ಯಾಂಕ} = 25.38$$

3) ಕೆಳಗಿನ ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣೆಯ ರೂಢಿಬೆಲೆ (ಬಹುಲಕ)

-ಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

ವರ್ಗಾಂತರ	ಆವೃತ್ತಿ
30-40	4
40-50	7
50-60	9
60-70	11
70-80	6
80-90	2

$$f_1 = 11, \quad f_0 = 9, \quad f_2 = 6, \quad l = 60, \quad h = 10$$

$$\text{ರೂಢಿಬೆಲೆ} = l + \left[\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \right] \times h$$

$$\text{ರೂಢಿಬೆಲೆ} = 60 + \left[\frac{11 - 9}{2(11) - 9 - 6} \right] \times 10$$

$$\text{ರೂಢಿಬೆಲೆ} = 60 + 2.86$$

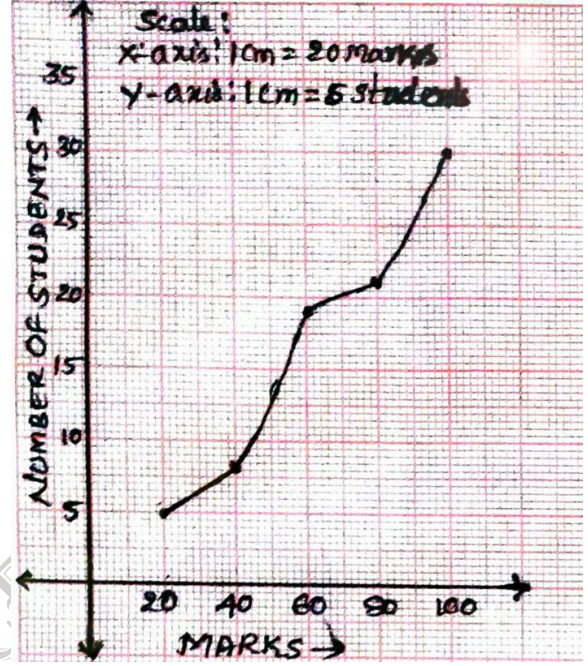
$$\therefore \text{ರೂಢಿಬೆಲೆ} = 62.86$$

ಮೂರು ಅಂಕಗಳ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

4) ಗಣಿತ ವಿಷಯದಲ್ಲಿ ಹತ್ತನೇ ತರಗತಿಯ 30 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಗಳಿಸಿದ ಅಂಕಗಳನ್ನು ನೀಡಲಾಗಿದೆ. ಈ ವಿತರಣೆಗೆ ಕಡಿಮೆ ವಿಧಾನದ ಓಜೀವ್ ನಕ್ಷೆ ರಚಿಸಿ.

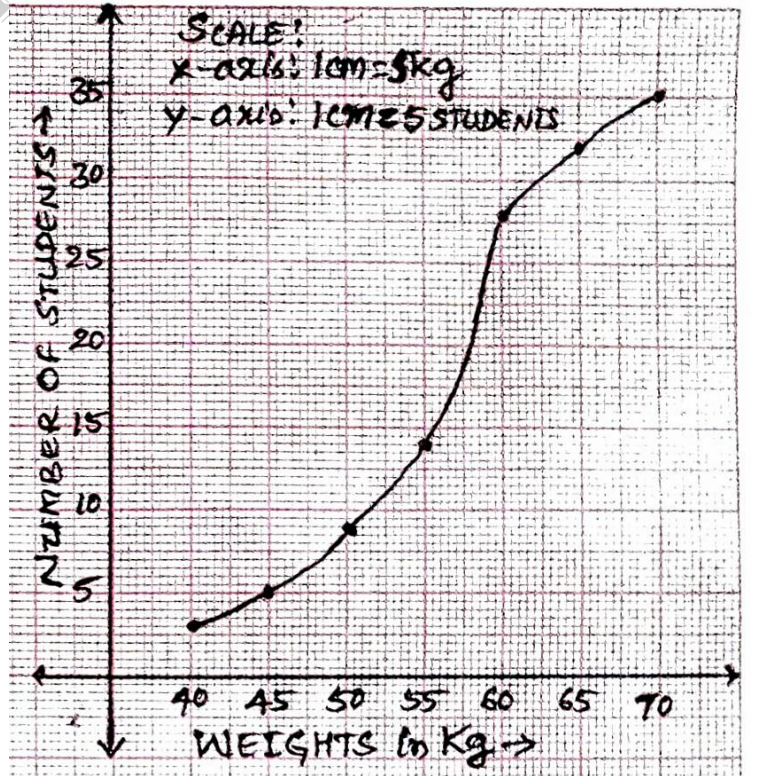
ಗಳಿಸಿದ ಅಂಕಗಳು	0-20	20-40	40-60	60-80	80-100
ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	5	3	11	2	9

ಗಳಿಸಿದ ಅಂಕಗಳು	ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ
20 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	5
40 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	5+3=8
60 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	8+11=19
80 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	19+2=21
100 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	21+9=30



5) ಒಂದು ತರಗತಿಯ 35 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಆರೋಗ್ಯ ತಪಾಸಣೆಯಲ್ಲಿ ಅವರ ತೂಕವು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ನಮೂದಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಈ ವಿತರಣೆಗೆ ಕಡಿಮೆ ವಿಧಾನದ ಓಜೀವ್ ನಕ್ಷೆ ರಚಿಸಿ.

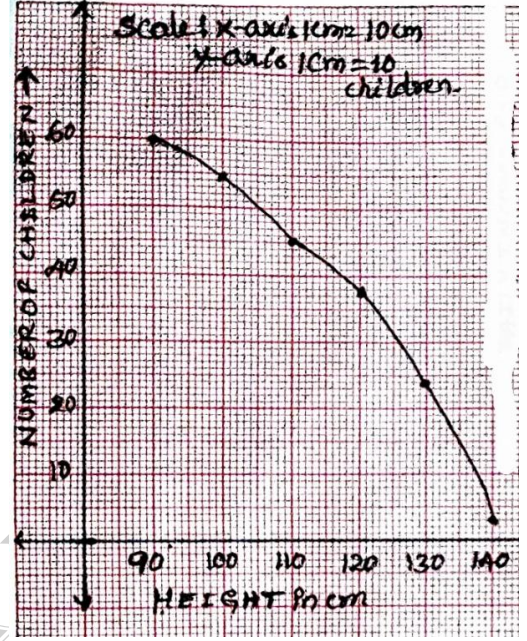
ತೂಕ (kg ಗಳಲ್ಲಿ)	ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ
40 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	3
45 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	5
50 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	9
55 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	14
60 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	28
65 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	32
70 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	35



6) 60 ಮಕ್ಕಳ ಎತ್ತರಗಳನ್ನು ಈ ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣೆಯು ನೀಡುತ್ತದೆ. ಈ ವಿತರಣೆಗೆ ಅಧಿಕ ವಿಧಾನದ ಓಜೀವ್ ನಕ್ಷೆ ರಚಿಸಿ.

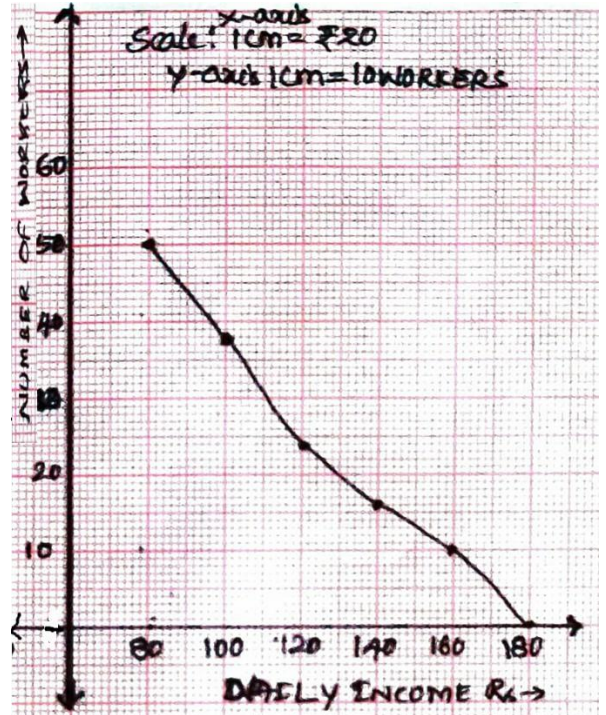
ಎತ್ತರ (cm)	90-100	100-110	110-120	120-130	130-140	140-150
ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	5	10	7	24	11	3

ಎತ್ತರ (cm)	ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ
90 ಕ್ಕೆ ಸಮ ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು	60
100 ಕ್ಕೆ ಸಮ ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು	$60 - 5 = 55$
110 ಕ್ಕೆ ಸಮ ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು	$55 - 10 = 45$
120 ಕ್ಕೆ ಸಮ ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು	$45 - 7 = 38$
130 ಕ್ಕೆ ಸಮ ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು	$38 - 24 = 14$
140 ಕ್ಕೆ ಸಮ ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು	$14 - 11 = 3$



7) ಕೆಲವು ನೀಡಿರುವ ದತ್ತಾಂಶವು ಒಂದು ಕಾರ್ಖಾನೆಯಲ್ಲಿ 50 ಕೆಲಸಗಾರರ ದೈನಂದಿನ ಆದಾಯವನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ. ಈ ವಿತರಣೆಗೆ ಅಧಿಕ ವಿಧಾನದ ಓಜೀವ್ ನಕ್ಷೆ ರಚಿಸಿ

ದೈನಂದಿನ ಆದಾಯ (ರೂ. ಗಳಲ್ಲಿ)	ಕೆಲಸಗಾರರ ಸಂಖ್ಯೆ
80 ಕ್ಕೆ ಸಮ ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು	50
100 ಕ್ಕೆ ಸಮ ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು	38
120 ಕ್ಕೆ ಸಮ ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು	24
140 ಕ್ಕೆ ಸಮ ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು	16
160 ಕ್ಕೆ ಸಮ ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು	10
180 ಕ್ಕೆ ಸಮ ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು	0



ಘಟಕ-15 : ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಮತ್ತು ಘನಫಲ

ಬಹು ಆಯ್ಕೆ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

1. 'r' ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ಅರ್ಧ ಗೋಳದ ಘನಫಲ

- (A) πr^2 (B) $\frac{4}{3}\pi r^3$ (C) $4\pi r^3$ (D) $\frac{2}{3}\pi r^3$

2. ಪಾದದ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು ಸಮವಾಗಿರುವ ಎರಡು ಘನ ಅರ್ಧಗೋಳಗಳನ್ನು ಅವುಗಳ ಪಾದಗಳ ಮೇಲೆ ಒಂದನ್ನೊಂದು ಸೇರಿಸಿದಾಗ ದೊರಕುವ ಹೊಸ ಘನಾಕೃತಿಯ ವಕ್ರ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

- (A) $3\pi r^2$ (B) $4\pi r^2$ (C) $5\pi r^2$ (D) $6\pi r^2$

3. ಒಂದು ಸಿಲಿಂಡರ್ ಮತ್ತು ಒಂದು ಶಂಕುವಿನ ಪಾದದ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು ಸಮವಾಗಿವೆ ಹಾಗೂ ಎತ್ತರಗಳೂ ಸಹಾ ಸಮವಾಗಿವೆ. ಸಿಲಿಂಡರ್‌ನ ಘನಫಲ 924 cm^3 ಆದರೆ, ಶಂಕುವಿನ ಘನಫಲ,

- (A) 924 cm^3 (B) 308 cm^3 (C) 462 cm^3 (D) 38 cm^3

4. ಒಂದು ಘನಾಕೃತಿಯನ್ನು ಒಂದು ಆಕಾರದಿಂದ ಮತ್ತೊಂದು ಆಕಾರಕ್ಕೆ ಬದಲಾಯಿಸಿದಾಗ, ದೊರಕುವ ಹೊಸ ಘನಾಕೃತಿಯ ಘನಫಲವು

- (A) ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ (B) ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತದೆ (C) ಬದಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ (D) ದ್ವಿಗುಣವಾಗುತ್ತದೆ

5. 7cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ಗೋಳದ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು

- (A) 308 cm^2 (B) 154 cm^2 (C) 616 cm^2 (D) 462 cm^2

6. ಒಂದು ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ಓರೆ ಎತ್ತರ 4cm ಮತ್ತು ಅದರ ಎರಡು ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಪಾದಗಳ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು 5cm ಮತ್ತು 2cm ಆದರೆ, ಅದರ ವಕ್ರ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

- (A) 88 cm^2 (B) 22 cm^2 (C) 48 cm^2 (D) 26 cm^2

7. ಅಂಚು 4cm ಇರುವ ಮೂರು ವರ್ಗಘನಗಳನ್ನು ಒಂದರ ತುದಿಗೊಂದರಂತೆ ಅಂಟಿಸಿದಾಗ ದೊರಕುವ ಆಯತಘನದ ಘನಫಲ

- (A) 162 cm^3 (B) 172 cm^3 (C) 182 cm^3 (D) 192 cm^3

8. ಒಂದು ಶಂಕುವಿನ ಪಾದದ ತ್ರಿಜ್ಯ 9cm, ಓರೆ ಎತ್ತರ 15cm ಆದರೆ, ಅದರ ಎತ್ತರ

- (A) 6cm (B) 3cm (C) 5cm (D) 12cm

ಒಂದು ಅಂಕದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

1. ಒಂದು ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಪಾದಗಳ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು r_1 ಮತ್ತು r_2 ಹಾಗೂ ಎತ್ತರ 'h' ಆಗಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ, ಅದರ ಘನಫಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಉಪಯೋಗಿಸುವ ಸೂತ್ರವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ .

$$\text{Ans: } V = \frac{1}{3}\pi h(r_1^2 + r_2^2 + r_1 r_2)$$

2. ಸಮ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಒಂದು ಗೋಳ ಮತ್ತು ಒಂದು ಘನ ಅರ್ಧಗೋಳಗಳ ಪೂರ್ಣ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಅನುಪಾತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$\frac{\text{ಗೋಳದ ಪೂ.ಮೇ.ವಿ.}}{\text{ಅರ್ಧಗೋಳದ ಪೂ.ಮೇ.ವಿ.}} = \frac{4\pi r^2}{3\pi r^2} \quad \frac{A_1}{A_2} = \frac{4}{3} \quad \therefore A_1 : A_2 = 4 : 3$$

3. ಒಂದು ನೇರ ವೃತ್ತಪಾದ ಸಿಲಿಂಡರ್‌ನ ಪಾದದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ 38.5 cm^2 , ಮತ್ತು ಎತ್ತರ 6cm ಆದರೆ, ಅದರ ಘನಫಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$\text{ಕೊಟ್ಟಿರುವುದು: ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \pi r^2 = 38.5 \text{ cm}^2, h = 6 \text{ cm}, V = ?$$

$$\text{ಸಿಲಿಂಡರ್‌ನ ಘನಫಲ} = \pi r^2 h = 38.5 \times 6 \Rightarrow \text{ಸಿಲಿಂಡರ್‌ನ ಘನಫಲ} = 231 \text{ cm}^3$$

ಎರಡು ಅಂಕಗಳ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

1. $8cm$ ಅಂಚುಳ್ಳ ಎರಡು ವರ್ಗಘನಗಳ ಮುಖಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ ಒಂದು ಆಯತ ಘನಾಕೃತಿಯನ್ನು ಮಾಡಿದೆ. ಈ ಆಯತ ಘನಾಕೃತಿಯ ಪೂರ್ಣ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಕೊಟ್ಟಿರುವುದು $l = 8 + 8 = 16cm, b = 8cm, h = 8cm,$
ಪೂ.ಮೇ.ವಿ(ಆಯತಘನ) = ?

$$\begin{aligned} \text{ಪೂ.ಮೇ.ವಿ(ಆಯತಘನ)} &= 2[lb + bh + hl] \\ &= 2[(16)(8) + (8)(8) + (8)(16)] \\ \therefore \text{ಪೂ.ಮೇ.ವಿ(ಆಯತಘನ)} &= 640cm^2 \end{aligned}$$

2. ಒಂದು ವರ್ಗಘನದ ಪೂರ್ಣ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $154cm^2$ ಆದರೆ, ಅದರ ಘನಫಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$\begin{aligned} \text{ಪೂ.ಮೇ.ವಿ(ವರ್ಗಘನ)} &= 6a^2 \\ 150 &= 6a^2 \\ a &= 5cm \end{aligned}$$

$$\text{ಪೂ.ಮೇ.ವಿ(ವರ್ಗಘನ)} = a^3 = 5^3$$

$$\therefore \text{ಪೂ.ಮೇ.ವಿ(ವರ್ಗಘನ)} = 125cm^3$$

3. ಲೋಹದ ಒಂದು ಪಾತ್ರೆಯು ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ಆಕಾರದಲ್ಲಿದೆ. ಅದರ ಎತ್ತರ $21cm$ ಮತ್ತು ಅದರ ಎರಡು ತುದಿಗಳ ವೃತ್ತಪಾದಗಳ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು $8cm$ ಮತ್ತು $20cm$ ಆದರೆ ಅದರ ಸಾಮರ್ಥ್ಯವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

$$\begin{aligned} r_1 &= 20cm, r_2 = 8cm, h = 21cm \\ \text{ಸಾಮರ್ಥ್ಯ} &= \text{ಘನಫಲ} = \frac{1}{3}\pi h(r_1^2 + r_2^2 + r_1r_2) \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 21(20^2 + 8^2 + 20 \times 8) \end{aligned}$$

$$\therefore \text{ಸಾಮರ್ಥ್ಯ} = 13728cm^3$$

4. ಒಂದು ಅರ್ಧಗೋಳಾಕೃತಿಯ ಬಟ್ಟಲಿನ ಪೂರ್ಣ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು $462cm^2$ ಆದರೆ, ಅದರ ತ್ರಿಜ್ಯವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$\begin{aligned} \text{ಪೂ.ಮೇ.ವಿ(ಅರ್ಧಗೋಳ)} &= 2\pi r^2 = 462 \\ 2 \times \frac{22}{7} \times r^2 &= 462 \end{aligned}$$

$$r^2 = \frac{462 \times 7}{2 \times 22}$$

$$\therefore \text{ಬಟ್ಟಲಿನ ತ್ರಿಜ್ಯ} = 7cm$$

ಮೂರು ಅಂಕಗಳ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

1. ಲೋಹದ ಒಂದು ಘನ ಗೋಳದ ವ್ಯಾಸವು $6cm$ ಇದೆ. ಅದನ್ನು ಕರಗಿಸಿ, $0.2cm$ ಏಕರೂಪ ಅಡ್ಡಕೊಯ್ತುವಿರುವ ತಂತಿಯನ್ನು ಮಾಡಲಾಗಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ, ಆ ತಂತಿಯ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಗೋಳದ ತ್ರಿಜ್ಯ $R = 3cm,$
ತಂತಿಯ ತ್ರಿಜ್ಯ(ಸಿಲಿಂಡರ್) $r = 0.1cm$
ತಂತಿಯ ಉದ್ದ = ಸಿಲಿಂಡರ್‌ನ ಎತ್ತರ $h = ?$

ಸಿಲಿಂಡರ್‌ನ ಘನಫಲ = ಗೋಳದ ಘನಫಲ

$$\pi r^2 h = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$\pi (0.1)^2 h = \frac{4}{3} \pi (3)^3$$

$$0.01\pi h = 36\pi$$

$$\therefore h = 3600cm$$

$$\therefore \text{ತಂತಿಯ ಉದ್ದ} = 36m$$

2. $48cm$ ವ್ಯಾಸವಿರುವ ಲೋಹದ ಒಂದು ದೊಡ್ಡ ಗೋಳವನ್ನು ಕರಗಿಸಿ, $3cm$ ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ಚಿಕ್ಕ ಚಿಕ್ಕ ಘನ ಗೋಳಗಳನ್ನು ತಯಾರಿಸಲಾಗಿದೆ. ಹೀಗೆ ತಯಾರಿಸಲಾದ ಚಿಕ್ಕ ಘನ ಗೋಳಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ದೊಡ್ಡ ಗೋಳದ ತ್ರಿಜ್ಯ $R = 24cm$

ಚಿಕ್ಕ ಗೋಳದ ತ್ರಿಜ್ಯ $r = 3cm$

ಚಿಕ್ಕ ಘನ ಗೋಳಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = ?

$$\text{ಚಿಕ್ಕ ಗೋಳಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ} = \frac{\text{ಘ.ಘ. (ದೊಡ್ಡ ಗೋಳ)}}{\text{ಘ.ಘ. (ಒಂದು ಚಿಕ್ಕ ಗೋಳ)}}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\frac{4}{3} \pi R^3}{\frac{4}{3} \pi r^3} = \frac{R^3}{r^3} \\ &= \frac{24^3}{3^3} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{ಚಿಕ್ಕ ಘನ ಗೋಳಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ} = 512$$

ನಾಲ್ಕು ಅಂಕಗಳ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

1. ಒಂದು ಅರ್ಧಗೋಳದ ಮೇಲೆ ಅಷ್ಟೇ ತ್ರಿಜ್ಯವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಒಂದು ಶಂಕುವನ್ನು ಕೂಡಿಸಿ ಒಂದು ಆಟಿಕೆಯನ್ನು ಮಾಡಿದೆ. ಅವೆರಡರ ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಪಾದದ ತ್ರಿಜ್ಯವು 3.5 cm . ಆಗಿದೆ. ಆಟಿಕೆಯ ಒಟ್ಟು ಎತ್ತರವು 15.5 cm . ಆದರೆ ಆಟಿಕೆಯ ಒಟ್ಟು ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

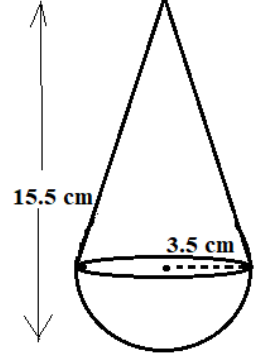
ಶಂಕು: $h = 15.5 - 3.5 = 12 \text{ cm}, r = 3.5 \text{ cm}$

ಅರ್ಧಗೋಳ: $R = 3.5 \text{ cm}$:

ಓರೆ ಎತ್ತರ: $l = \sqrt{h^2 + r^2}$

$= \sqrt{(12)^2 + (3.5)^2}$

$\therefore l = 12.5 \text{ cm}$



ಆಟಿಕೆಯ ಒಟ್ಟು ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ಶಂಕುವಿನ ಪಾ.ಮೇ.ವಿ. + ಅರ್ಧಗೋಳದ ಪಾ.ಮೇ.ವಿ.

$= \pi r l + 2\pi R^2$

$= \frac{22}{7} \times 3.5 \times 12.5 + 2 \times \frac{22}{7} \times 3.5 \times 3.5$

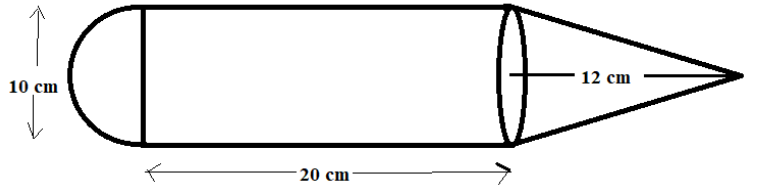
\therefore ಆಟಿಕೆಯ ಒಟ್ಟು ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 214.5 cm^2

3. ಸಿಲಿಂಡರ್ ಆಕೃತಿಯ ಒಂದು ಬದಿಗೆ ಅರ್ಧಗೋಳ ಮತ್ತು ಇನ್ನೊಂದು ಬದಿಗೆ ಶಂಕುವನ್ನು ಜೋಡಿಸಿ ಒಂದು ಆಟಿಕೆಯನ್ನು ತಯಾರಿಸಿದೆ. ಸಿಲಿಂಡರ್ ಭಾಗದ ಉದ್ದವು 20 cm ಮತ್ತು ಅದರ ವ್ಯಾಸ 10 cm ಆಗಿದೆ. ಶಂಕುವಿನ ಭಾಗದ ಎತ್ತರ 12 cm ಆದರೆ ಆಟಿಕೆಯ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಅರ್ಧಗೋಳ: $r_{hs} = 5 \text{ cm}$

ಸಿಲಿಂಡರ್: $r_{cylinder} = 5 \text{ cm}, h_{cylinder} = 20 \text{ cm}$

ಶಂಕು: $r_{cone} = 5 \text{ cm}, h_{cone} = 12 \text{ cm}$



ಓರೆ ಎತ್ತರ: $l_{cone} = \sqrt{r_{cone}^2 + h_{cone}^2}$

$= \sqrt{5^2 + 12^2}$

$\therefore l_{cone} = 13 \text{ cm}$

ಆಟಿಕೆಯ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ಅರ್ಧಗೋಳದ ಪಾ.ಮೇ.ವಿ. + ಸಿಲಿಂಡರಿನ ಪಾ.ಮೇ.ವಿ. + ಶಂಕುವಿನ ಪಾ.ಮೇ.ವಿ

$= 2\pi r_{hs}^2 + 2\pi r_{cylinder}^2 + \pi r_{cone} l_{cone}$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 5^2 + 2 \times \frac{22}{7} \times 5^2 + \frac{22}{7} \times 5 \times 13$

\therefore ಆಟಿಕೆಯ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 518.57 cm^2

4. ಸಿಲಿಂಡರಿನ ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಪಾದವನ್ನು ಶಂಕುವು ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಆವರಿಸುವಂತೆ ಒಂದು ಡೇರೆ ಇದೆ. ಸಿಲಿಂಡರಿನ ಎತ್ತರ 2.1m ಮತ್ತು ವ್ಯಾಸವು 4m. ಇದೆ ಹಾಗೂ ಶಂಕುವಿನ ಓರೆ ಎತ್ತರ 2.8m. ಆದರೆ, ಡೇರೆಯನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಲು ಬಳಸಿದ ತಾಡಪತ್ರಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಹಾಗೆಯೇ, ತಾಡಪತ್ರಿಯ(canvas) ದರವು ಪ್ರತಿ ಚದರ ಮೀಟರಿಗೆ ರೂ. 500 ಆದರೆ, ತಾಡಪತ್ರಿಯ ಕೊಳ್ಳಲು ಬೇಕಾದ ಹಣವೆಷ್ಟು?

ಸಿಲಿಂಡರ್: $H = 2.1m, D = 4m, R = 2m$ ಶಂಕು: $l = 2.8m, r = 2m$

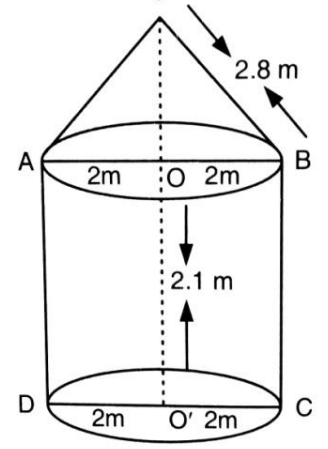
ತಾಡಪತ್ರಿಯ ಒಟ್ಟು ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ಸಿಲಿಂಡರಿನ ಪಾ.ಮೇ.ವಿ. + ಶಂಕುವಿನ ಪಾ.ಮೇ.ವಿ

$$= 2\pi RH + \pi rl$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 2 \times 2.1 + \frac{22}{7} \times 2 \times 2.8$$

\therefore ತಾಡಪತ್ರಿಯ ಒಟ್ಟು ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $44m^2$

\therefore ತಾಡಪತ್ರಿಯನ್ನು ಕೊಳ್ಳಲು ಬೇಕಾದ ಹಣ = Rs. (500 × 44) = Rs. 22000



5. ಒಂದು ಪಾತ್ರೆಯು ನೇರ ವೃತ್ತಪಾದ ಸಿಲಿಂಡರಿನ ಆಕಾರದಲ್ಲಿದೆ. ಅದರ ವ್ಯಾಸ 12cm ಮತ್ತು ಎತ್ತರ 15cm. ಇದ್ದು, ಅದರ ತುಂಬಾ ಐಸ್ ಕ್ರೀಮ್ ಇದೆ. ಈ ಐಸ್ ಕ್ರೀಮನ್ನು 12cm. ಎತ್ತರ ಮತ್ತು 6cm. ವ್ಯಾಸವಿರುವ ಶಂಕುವಿನಲ್ಲಿ, ಅದರ ಮೇಲೆ ಒಂದು ಅರ್ಧಗೋಳವಿರುವಂತೆ ತುಂಬಬೇಕಾಗಿದೆ, ಈ ಐಸ್ ಕ್ರೀಮನ್ನು ಎಷ್ಟು ಶಂಕುಗಳಲ್ಲಿ ತುಂಬಬಹುದು?

ನೇರ ವೃತ್ತಪಾದ ಸಿಲಿಂಡರ್: $R = 6cm, H = 15cm$

ಶಂಕು: $r = 3cm, h = 12cm$

$$V_1 = \text{ಪಾತ್ರೆಯ ಘನಫಲ} = \pi R^2 H$$

$$V_1 = \pi \times 6^2 \times 15 = 540\pi \text{ cm}^3$$

$$V_2 = \text{ಶಂಕುವಿನ ಘನಫಲ} + \text{ಅರ್ಧಗೋಳದ ಘನಫಲ} = \frac{1}{3}\pi r^2 h + \frac{2}{3}\pi r^3$$

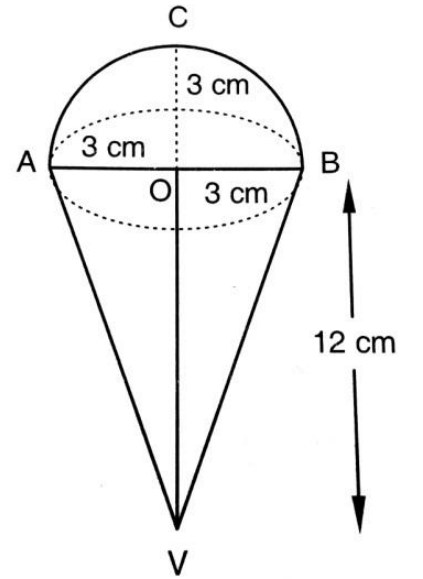
$$= \frac{1}{3}\pi r^2 (h + 2r)$$

$$= \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 (12 + 2 \times 3)$$

$$V_2 = 54\pi \text{ cm}^3$$

$$\text{ಐಸ್ ಕ್ರೀಮನ್ನು ತುಂಬಬಹುದಾದ ಶಂಕುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{540\pi}{54\pi}$$

\therefore ಐಸ್ ಕ್ರೀಮನ್ನು ತುಂಬಬಹುದಾದ ಶಂಕುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = 10



ಐದು ಅಂಕಗಳ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

1. ಪಾದದ ತ್ರಿಜ್ಯ 12cm . ಮತ್ತು ಎತ್ತರ 20cm . ಇರುವ ಒಂದು ಶಂಕುವಿನಲ್ಲಿ ಮೇಲಿನಿಂದ ಪಾದದ ತ್ರಿಜ್ಯ 3cm . ಆಗುವಂತೆ ಕತ್ತರಿಸಿದೆ. ಇದರಿಂದ ಉಂಟಾಗಿರುವ ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ಘನಫಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಮೂಲ ಶಂಕು: $r_1 = 12\text{cm}, h_1 = 20\text{cm}$

ಕತ್ತರಿಸಲ್ಪಟ್ಟ ಶಂಕು: $r_2 = 3\text{cm}, h_2 = ?$

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{r_2}{r_1} \quad \frac{h_2}{20} = \frac{3}{12}$$

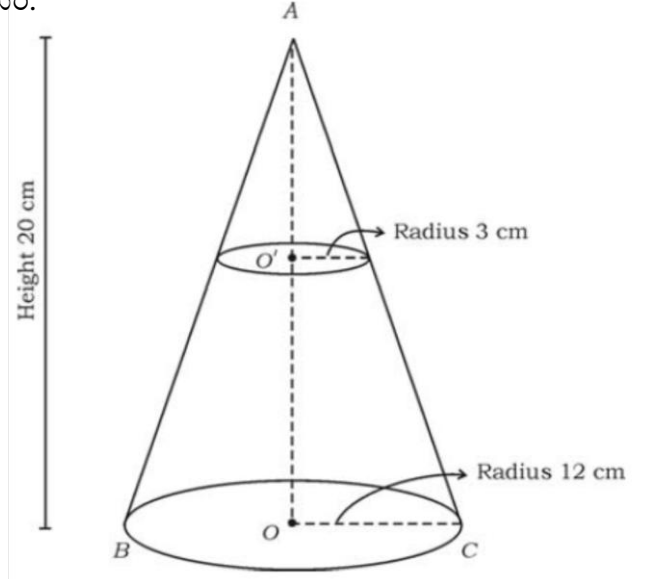
$$h_2 = 5\text{cm}$$

$$h = 20 - 5 = 15\text{cm}$$

$$V = \frac{1}{3}\pi h(r_1^2 + r_2^2 + r_1 r_2)$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 15(12^2 + 3^2 + 12 \times 3)$$

$$\therefore \text{ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ಘನಫಲ} = 2970\text{cm}^3$$



2. 60cm . ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ಅರ್ಧಗೋಳದ ಪಾದದ ಮೇಲೆ 120cm ಎತ್ತರ ಮತ್ತು 60cm . ತ್ರಿಜ್ಯವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ನೇರ ವೃತ್ತ ಪಾದ ಶಂಕುವನ್ನು ಜೋಡಿಸಲಾಗಿದೆ. ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ನೀರಿನಿಂದ ತುಂಬಿದ ನೇರ ವೃತ್ತಪಾದ ಸಿಲಿಂಡರಿನಲ್ಲಿ ತಳವನ್ನು ಮುಟ್ಟುವಂತೆ ನೇರವಾಗಿ ಈ ಘನಾಕೃತಿಯನ್ನು ಮುಳುಗಿಸಲಾಗಿದೆ. ಸಿಲಿಂಡರಿನ ತ್ರಿಜ್ಯವು 60cm . ಮತ್ತು ಎತ್ತರ 180cm ಆದರೆ, ಸಿಲಿಂಡರಿನಲ್ಲಿ ಉಳಿದಿರುವ ನೀರಿನ ಪ್ರಮಾಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಸಿಲಿಂಡರ್: $r_{cy} = 60\text{cm}, h_{cy} = 180\text{cm}$

ಶಂಕು: $r_{co} = 60\text{cm}, h_{co} = 120\text{cm}$

ಅರ್ಧಗೋಳ: $r_{hs} = 60\text{cm}$

ಸಿಲಿಂಡರಿನಲ್ಲಿ ಉಳಿದಿರುವ ನೀರಿನ ಪ್ರಮಾಣ = V

$$V = V_{\text{ಸಿಲಿಂಡರ್}} - V_{\text{ಶಂಕು}} - V_{\text{ಅರ್ಧಗೋಳ}}$$

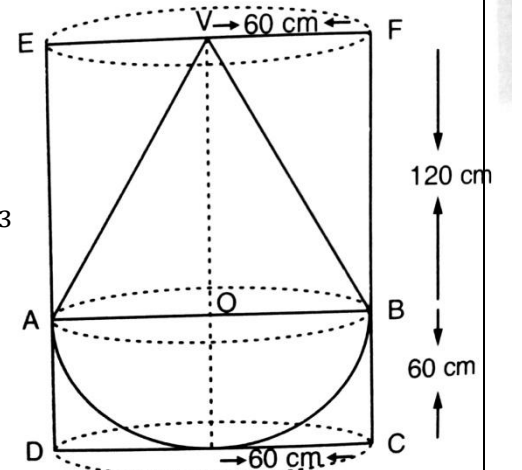
$$= \pi r_{cy}^2 h_{cy} - \frac{1}{3}\pi r_{co}^2 h_{co} - \frac{2}{3}\pi r_{hs}^3$$

$$= \pi \times 60^2 \times 180 - \frac{1}{3} \times \pi \times 60^2 \times 120 - \frac{2}{3} \times \pi \times 60^3$$

$$= \pi \times 60^2 [180 - 40 - 40]$$

$$= \frac{22}{7} \times 60 \times 60 \times 100 = \frac{22 \times 360000}{7} \text{cm}^3$$

$$V = \frac{22 \times 360000}{7 \times (100)^3} \text{m}^3 \quad \therefore V = 1.1314\text{m}^3$$



\therefore ಸಿಲಿಂಡರಿನಲ್ಲಿ ಉಳಿದಿರುವ ನೀರಿನ ಪ್ರಮಾಣ = 1.1314m^3