യൂണിറ്റ് – 1

സമാന്തരശ്രേണികൾ

- ❖ ഏതെങ്കിലും നിയമമനുസരിച്ച് ഒന്നാമത്തേത്, രണ്ടാമത്തേത്, മൂന്നാമത്തേത് എന്നിങ്ങനെ ക്രമമായി എഴുതുന്ന ഒരു കൂട്ടം സംഖ്യകളെ സംഖ്യാശ്രേണി എന്നു പറയുന്നു.

- ❖ ഒരു സംഖ്യയിൽ നിന്ന് തുടങ്ങി ഒരേ സംഖ്യതന്നെ വീണ്ടും വീണ്ടും കൂട്ടികിട്ടുന്ന ശ്രേണിയാണ് സംഖ്യാശ്രേണി

- ❖ ഒരു പദത്തിൽ നിന്ന് തൊട്ടുപുറകിലെ പദം കുറച്ചുകിട്ടുന്ന സ്ഥിരവ്യത്യാസത്തെ സമാന്തരശ്രേണിയുടെ പൊതുവ്യത്യാസം എന്ന് പറയുന്നു.

സ്ഥാനവും പദവും

- ❖ സമാന്തര ശ്രേണിയിൽ പദവ്യത്യാസം സ്ഥാനവ്യത്യാസത്തിന് ആനുപാതികമാണ് : ആനുപാതികസ്ഥിരം പൊതുവ്യത്യാവും.

X_m, X_n എന്നിവ ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ഏതെങ്കിലും രണ്ട് പദങ്ങൾ ആയാൽ

$$X_m - X_n = (m-n)d$$

പൊതുവ്യത്യാസം $= \dfrac{X_m - X_n}{m-n}$

❖ ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ഓരോ പദത്തെയും പൊതുവ്യത്യാസം കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ ഒരേ ശിഷ്ടം തന്നെയാണ് ലഭിക്കുന്നത്.

- ❖ **സമാന്തരശ്രേണികളുടെ ബീജഗണിതം**

ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം

$$x_n = an + b$$
$$a = d$$
$$b = f - d$$
$$a + b = f$$

- ❖ ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ പദങ്ങളുടെ എണ്ണം

$$n = \frac{x_n - x_1}{d} + 1$$

- ❖ **തുകയും പദങ്ങളും**

  - a, b, c എന്നിവ ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ അടുത്തടുത്ത മൂന്ന് പദങ്ങളായാൽ $a + b = 2b$.
  - ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ സ്ഥാനവിലകളുടെ തുക തുല്യമായ എല്ലാ ജോടി പദങ്ങളുടെയും തുക തുല്യമാണ്.

അതായത്, $x_1, x_2, x_3, \ldots\ldots$ എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിൽ

$$x_1 + x_{10} = x_3 + x_8 = x_4 + x_7 = x_2 + x_9, \ldots\ldots$$

- n ഒറ്റസംഖ്യ ആയാൽ സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ n പദങ്ങളുടെ തുക,

  Sn = n x മധ്യപദം

- പൊതുവ്യത്യാസം d ആയ സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ n പദങ്ങളുടെ തുകയും അടുത്ത n പദങ്ങളുടെ തുകയും തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം n^2d ആണ്.

- n ഒറ്റസംഖ്യ ആയാൽ ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ n പദങ്ങൾ പരിഗണിച്ചാൽ, മധ്യപദത്തിൽ നിന്നും ഒരേ അകലത്തിലുള്ള ഓരോ ജോടി പദങ്ങളുടെയും തുക മധ്യപദത്തിന്റെ ഇരട്ടിയാണ്.

തുക:

- ആദ്യത്തെ 'n' എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ തുക $= \frac{n(n+1)}{2}$

- ആദ്യത്തെ 'n' ഒറ്റ സംഖ്യകളുടെ തുക $= n^2$

- ആദ്യത്തെ 'n' ഇരട്ട സംഖ്യകളുടെ തുക = n (n + 1)

❖ ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിയിലെ ആദ്യത്തെ 'n' പദങ്ങളുടെ തുക Sn

i) $Sn = \frac{n}{2}(x_1 + x_n)$

ii) ബീജഗണിതരൂപം $x_n = an + b$ ആയ സമാന്തരശ്രേണിയിൽ

$$Sn = a\frac{n(n+1)}{2} + bn$$

iii) $Sn = Pn^2 + qn$

$q = f - \frac{d}{2}$

$P - q = f$

❖ ഒരേ പൊതുവ്യത്യാസമുള്ള രണ്ട് സമാന്തരശ്രേണികളുടെ ആദ്യപദം യഥാക്രമം F, f എന്നിവ ആയാൽ, അവയുടെ ആദ്യത്തെ n പദങ്ങളുടെ തുകയുടെ വ്യത്യാസം (F - f)n , F > f ആകുന്നു.

❖ പൊതുവ്യത്യാസം d ആയാൽ സമാന്തരശ്രേണിയിൽ, ആദ്യത്തെ n പദങ്ങളുടെ തുക, തൊട്ടടുത്ത (n-1) പദങ്ങളുടെ തുകയോട് തുല്യമായാൽ n-ാം പദം = n(n-1)d.

ചോദ്യങ്ങൾ

1. താഴെ തന്നിരിക്കുന്നവയിൽ നിന്ന് സമാന്തരശ്രേണി ആയവ കണ്ടെത്തുക.

a) 4, 8, 16, ...
b) 1, 6, 11, 16, ...
c) -4, -7, -10, ...
d) 1, 4, 9, ...
e) 2, 3, 5, ...
f) $\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, ...$

2. വിട്ടുപോയ പദങ്ങൾ പൂരിപ്പിക്കുക

a) 1, 4, 7, ____, 13, ____, ...
b) 8, 13, ____, ____, 28, ...
c) 5, ____, 11, 14, ____, ...
d) 3, ____, 11, ____, 19, ...
e) ____, ____, 9, 18, 27, ...
f) ____, 0, -3, ____, -9, ...

3. ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ അടുത്തടുത്ത മൂന്ന് പദങ്ങളാണ് 4, x, 18 എങ്കിൽ x എത്ര?

4. a) എണ്ണൽ സംഖ്യകളെ 4 കൊണ്ട് ഗുണിച്ച ശ്രേണി എഴുതുക.
b) ഈ ശ്രേണിയിലെ ഓരോ പദത്തോടും 3 കൂട്ടിയ ശ്രേണി എഴുതുക.
c) ഇപ്പോൾ കിട്ടിയ ശ്രേണി സമാന്തരശ്രേണി ആണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക.

5. 2x + 1, 4x-1, 5x + 1 എന്നിവ ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ അടുത്തടുത്ത പദങ്ങളായാൽ

a) xന്റെ വില എത്ര?
b) പദങ്ങൾ എഴുതുക.

6. a) പൊതുവ്യത്യാസം 4 ആയ ഒരു സമാന്തരശ്രേണി എഴുതുക.
b) ഈ ശ്രേണിയിലെ ഏതെങ്കിലും രണ്ട് പദങ്ങളുടെ വ്യത്യാസം 30 ആകുമോ? എന്തുകൊണ്ട്?

7. താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന സമാന്തരശ്രേണികളുടെ ആദ്യപദം, പൊതുവ്യത്യാസം, ബീജഗണിത രൂപം എന്നിവ കാണുക.

a) 8, 11, 14, ...
b) 11, 18, 25, ...
c) 10, 15, 20, ...
d) -4, 0, 4, ...

8. a) $x_1 = 3, d = 4$ ആയാൽ x_8 എത്ര?
b) $x_2 = 5, d = 3$, ആയാൽ x_{21} എത്ര?
c) $x_1 = 100, d = -4$, ആയാൽ x_{25} എത്ര?
d) $x_1 = -3, d = -2$, ആയാൽ x_{50} എത്ര?

9. a) പൊതുവ്യത്യാസം 6 ആയ ഒരു സമാന്തരശ്രേണിഎഴുതുക.
b) ഇതിലെ ഏതെങ്കിലും രണ്ട് പദങ്ങളുടെ വ്യത്യസം 60 ആകുമോ? എന്തുകൊണ്ട്?

10. 4, 7, 10, 13, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണി പരിഗണിക്കുക.
a) പൊതുവ്യത്യാസം എന്ത്?
b) 70 ഇതിലെ ഒരു പദമാകുമോ? എന്തുകൊണ്ട്?

11. 2, 11, 20, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണി പരിഗണിക്കുക.
a) പൊതുവ്യത്യാസം കാണുക.
b) 101 ഇതിലെ ഒരു പദമാകുമോ? എന്തുകൊണ്ട്?

12. a) എണ്ണൽ സംഖ്യകളെ 3 കൊണ്ട് ഗുണിച്ച് അതിന്റെ കൂടെ 2 കൂട്ടിയ ശ്രേണി എഴുതുക.

b) ഇത് ഒരു സമാന്തരശ്രേണി ആണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക.

13. 7, 17, 27, ...എന്ന സമാന്തരശ്രേണി പരിഗണിക്കുക.

a) ഇതിന്റെ പൊതുവ്യത്യാസം എത്ര?

b) അടുത്ത 3 പദങ്ങൾ കൂടി എഴുതുക?

c) ഏതെങ്കിലും പൂർണവർഗസംഖ്യ ഈ ശ്രേണിയിലെ ഒരു പദമാകുമോ? എന്തുകൊണ്ട്?

14. 64, 61, 58, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണി പരിഗണിക്കുക.

a) പൊതുവ്യത്യാസം എന്ത്?

b) ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിത രൂപം കാണുക.

c) പൂജ്യം ഈ ശ്രേണിയിലെ ഒരു പദമാകുമോ?

d) ഈ ശ്രേണിയിൽ പോസിറ്റീവ് ആയ എത്ര പദങ്ങൾ ഉണ്ട്?

e) ഈ ശ്രേണിയിലെ ഏറ്റവും വലിയ നെഗറ്റീവ് സംഖ്യ ഏത്?

15. ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ 4-ാം പദം 14ഉം, 8-ാം പദം 46ഉം ആണ്.

a) പൊതുവ്യത്യാസം എത്ര?

b) ആദ്യപദം എത്ര?

c) 110 ഈ ശ്രേണിയിലെ എത്രാമത്തെ പദമാണ്?

16. എട്ടാം പദം 5ഉം , അഞ്ചാംപദം 8ഉം ആയ സമാന്തരശ്രേണിയിൽ ചുവടെ പറയുന്നവ കണ്ടെത്തുക.

a) പൊതുവ്യത്യസം

b) ഒന്നാം പദം

c) ആദ്യത്തെ അഞ്ച് പദങ്ങൾ

d) പൂജ്യം ഈ ശ്രേണിയിലെ എത്രാമത്തെ പദമാണ്?

17. ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യപദം 5ഉം പൊതുവ്യത്യാസം 4ഉം ആയാൽ അതിന്റെ ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക.

18. ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം $x_n = 3n + 4$ ആകുന്നു.

a) ഇതിന്റെ ഒന്നാം പദം എത്ര?

b) പൊതുവ്യത്യാസം എത്ര?

19. ബീജഗണിതരൂപം $x_n = 3n + 2$ ആയ സമാന്തരശ്രേണി പരിഗണിക്കുക.

a) ഇതിലെ ആദ്യത്തെ 3 പദങ്ങൾ എഴുതുക.

b) ഇതിലെ ഓരോ പദത്തെയും 3 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടം എത്ര?

c) 100 ഈ ശ്രേണിയിലെ ഒരു പദമാണോ?

20. 200നും 600നും ഇടയിൽ 7 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ ശിഷ്ടം 3 കിട്ടുന്ന എത്ര സംഖ്യകൾ ഉണ്ട് ?

21. 7, 1, 15,.... എന്ന സമാന്തരശ്രേണി പരിഗണിക്കുക.

a) ഇതിന്റെ ബീജഗണിതരൂപം എന്ത്?

b) 30-ാമത്തെ പദത്തിനോട് 40 കൂട്ടിയാൽ കിട്ടുന്നത് എത്രാമത്തെ പദമാണ്?

22. ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ നാലാം പദം 24ഉം പൊതുവ്യത്യാസം 4ഉം ആകുന്നു.

a) ഇതിന്റെ മൂന്നാംപദം എത്ര?

b) ഒന്നാംപദം കാണുക.

c) 8-ാം പദം കണ്ടുപിടിക്കുക.

23. a) പൊതുവ്യത്യാസം 6 ആയ ഒരു സമാന്തരശ്രേണി എഴുതുക.

b) ഈ ശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളെ 2 കൊണ്ട് ഗുണിച്ച് 3 കൂട്ടിയാൽ കിട്ടുന്ന ശ്രേണി എഴുതുക.

24. - 38, -35, -32, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണി പരിഗണിക്കുക.

a) ഇതിന്റെ പൊതുവ്യത്യാസം എന്ത്?

b) തൊട്ടടുത്ത പദം എഴുതുക.

25. ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആറാം പദം 53ഉം പതിമൂന്നാം പദം 102 ഉം ആണ്.

a) പൊതുവ്യത്യാസം എത്ര?

b) ഒന്നാം പദം എത്ര?

c) ശ്രേണി എഴുതുക.

26. ഒന്നാം പദം 5ഉം പൊതുവ്യത്യാസം 6ഉം ആയ സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക.

27. ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം $x_n = 4n + 3$

a) ഇതിന്റെ ഒന്നാം പദം എന്ത്?

b) പൊതുവ്യത്യാസം എത്ര?

28. ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ നാലാംപദം 10ഉം പൊതുവ്യത്യാസം 4 ഉം ആയാൽ

i) മൂന്നാം പദം എത്ര?

ii) ഒന്നാം പദം എത്ര?

iii) പത്താം പദം എത്ര?

iv) ബീജഗണിത രൂപം എഴുതുക.

29. ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ പത്താംപദം 84ഉം പൊതുവ്യത്യാസം 6ഉം ആകുന്നു.

a) 10-ാം പദത്തിന്റെ കൂടെ എന്തുകൂട്ടിയാൽ 15-ാം പദം എത്ര?

b) ഈ ശ്രേണിയുടെ അഞ്ചാംപദം എത്ര?

c) ഒന്നാം പദം എത്ര?

d) ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക.

e) ഈ ശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളെ പൊതുവ്യത്യാസം കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടം എന്ത്?

30. 2, 9, 16, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണി പരിഗണിക്കുക.

a) ഇതിന്റെ പൊതുവ്യത്യാസം കാണുക.

b) ഈ ശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളെ പൊതുവ്യത്യാസം കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടം എന്ത്?

c) 100 ഈ ശ്രേണിയിലെ ഒരു പദമാണോ?

d) ഈ ശ്രേണിയിലെ അവസാനത്തെ രണ്ടക്കസംഖ്യാപദം ഏത്?

e) ഈ ശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ മൂന്നക്ക സംഖ്യാപദം ഏത്?

31. നാലു കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം 3 കിട്ടുന്ന രണ്ടക്കസംഖ്യകളുടെ ശ്രേണി പരിഗണിക്കുക.

a) ഈ ശ്രേണിയുടെ പൊതുവ്യത്യാസം എന്ത്?

b) ഈ ശ്രേണിയിലെ ഏറ്റവും ചെറിയ പദം എന്ത്?

c) 4 കൊണ്ട് ഹരിയ്ക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം 3 വരുന്ന എത്ര രണ്ടക്കസംഖ്യകൾ ഉണ്ട്?

32. 3, 10, 17, 24, ..., 178 എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിൽ

a) പൊതുവ്യത്യാസം എന്താണ്?

b) ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക.

c) ഈ ശ്രേണിയിൽ എത്ര പദങ്ങളുണ്ട്?

33. 100, 96, 92, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണി പരിഗണിക്കുക.

a) ഇതിന്റെ പൊതുവ്യത്യാസം എന്താണ്?

b) ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക.

c) ഈ ശ്രേണിയിൽ എത്ര പോസിറ്റീവ് സംഖ്യകൾ പദങ്ങളായി ഉണ്ട്?

d) '0' ഈ ശ്രേണിയിലെ ഒരു പദമാണോ?

e) ഈ ശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ നെഗറ്റീവ് സംഖ്യ എത്രാമത്തെ പദമാണ്?

34. ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ മൂന്നാംപദവും എട്ടാംപദവും തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം 25 ആകുന്നു.

a) പൊതുവ്യത്യാസം എത്ര?

b) 12-ാം പദവും 20-ാം പദവും തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം എത്ര?

c) 20-ാം പദത്തിന്റെ കൂടെ എന്തു കൂട്ടിയാൽ 25-ാം പദം കിട്ടും?

35. ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യപദം 6 ഉം പത്താംപദം 42 ഉം ആണ്.

a) ശ്രേണിയുടെ പൊതുവ്യത്യാസം കണ്ടുപിടിക്കുക.

b) ഇതിലെ അഞ്ചാംപദം എത്ര?

c) അഞ്ചാം പദത്തിന്റെ കൂടെ എന്തുകൂട്ടിയാൽ പതിഞ്ചാം പദം ലഭിയ്ക്കും?

d) രണ്ടാംപദവും ആറാം പദവും തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം എത്ര?

36. a) 4 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളോട് 3 കൂട്ടിയ ശ്രേണി എഴുതുക.

b) 48 ഇതിലെ ഒരു പദമാണോ?

c) ഈ ശ്രേണിയിലെ ഏതെങ്കിലും രണ്ടു പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം 48 ആകുമോ?

d) 10-ാം പദത്തിനോട് എന്തു കൂട്ടിയാൽ 17-ാം പദം ലഭിക്കം?

37. 4, 7, 10, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണി നിരീക്ഷിക്കുക.

താഴെ ഒരു സംഖ്യാപാറ്റേൺ തന്നിട്ടുണ്ട്.

$4 = 3 \times 1 + 1$

$7 = 3 \times 2 + 1$

$10 = 3 \times 3 + 1$

a) 13 എന്ന പദത്തെ പാറ്റേണ്ടിൽ തന്നിരിക്കുന്നതുപോലെ എഴുതുക.

b) 100 ഈ ശ്രേണിയിലെ ഒരു പദമാണോ?

c) ഈ ശ്രേണിയിലെ 30-ാം ലദം കണ്ടുപിടിക്കുക.

d) ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിത രൂപം എഴുതുക.

38. 6, 10, 14, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണി പരിഗണിക്കുക.

a) ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക.

b) ഇതുപയോഗിച്ച് 15-ാം പദം കണ്ടുപിടിക്കുക.

c) 134 ഈ ശ്രേണിയിലെ ഒരു പദമാണോ?

39. ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം $5n + 4$ ആകുന്നു.

a) ആദ്യപദവും പൊതുവ്യത്യാസവും കാണുക.

b) ഈ ശ്രേണിയിലെ ഏതെങ്കിലും രണ്ടു പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം 125 ആകുമോ?

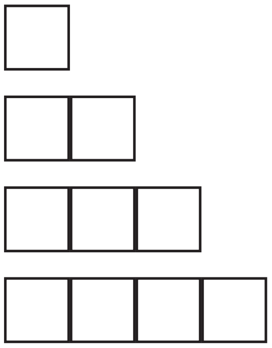
c) 125 ഈ ശ്രേണിയിലെ ഒരു പദമാണോ?

d) 125 ഒരു പദമല്ലെങ്കിൽ 125ന് തൊട്ടുമുകളിലുള്ള ശ്രേണിയിലെ പദം ഏത്?

40. പട്ടിക പൂർത്തിയാക്കുക.

ഒന്നാംപദം	പൊതുവ്യത്യാസം	ബീജഗണിതരൂപം
-2	4	___
3	-2	___
___	___	$5n + 3$
___	___	$4n - 2$

41.



തീപ്പെട്ടിക്കൊള്ളികൾ ഉപയോഗിച്ച് നിർമ്മിച്ച സമചതുരങ്ങളുടെ പാറ്റേണിന്റെ ചിത്രമാണ് മുകളിൽ.

a) ഓരോ വരിയിലേയും തീപ്പെട്ടിക്കൊള്ളികളുടെ എണ്ണം ശ്രേണിയായി എഴുതുക.

b) ഈ ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം എന്ത്?

c) പാറ്റേണിന്റെ 21-ാം വരി നിർമ്മിക്കാൻ എത്ര തീപ്പെട്ടിക്കൊള്ളികൾ വേണം?

d) 100 തീപ്പെട്ടിക്കൊള്ളികൾ ഉള്ള ഏതെങ്കിലും വരി ഉണ്ടോ? ഉണ്ടെങ്കിൽ അത് എത്രാമത്തെ വരിയാണ്?

42. ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ അടുത്തടുത്ത 3 പദങ്ങളുടെ തുക 18 ആയാൽ നടുക്കത്തെ പദം എത്ര?

43. ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ നാലാംപദം 20 ആയാൽ ആദ്യത്തെ ഏഴ് പദങ്ങളുടെ തുക കണക്കാക്കുക.

44. ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ 5-ാം പദത്തിന്റെയും 15-ാം പദത്തിന്റെയും തുക 60 ആകുന്നു.

a) ഈ ശ്രേണിയുടെ ഒന്നാം പദത്തിന്റെയും പത്തൊൻപതാം പദത്തിന്റെയുംത തുക എന്ത്?

b) പത്താം പദം എത്ര?

c) ശ്രേണിയിലെ ആദ്യ്തെ 19 പദങ്ങളുടെ തുക കാണുക.

45. താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നവയുടെ തുക കണ്ടുപിടിക്കുക.

a) $1 + 2 + 3 + ... + 100$

b) $5 + 10 + 15 + ... + 500$

c) $6 + 11 + 16 + ... + 501$

d) $4 + 9 + 14 + ... + 499$

46. 6, 9, 12, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണി പരിഗണിക്കുക.

a) ഈ ശ്രേണിയുടെ പൊതുവ്യത്യാസം എന്ത്?

b) 20-ാം പദം എത്ര?

c) ശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ 20 പദങ്ങളുടെ തുക എന്ത്?

47. 6, 10, 14, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ

a) ബാജഗണിതരൂപം എന്ത്?

b) ആദ്യത്തെ n പദങ്ങളുടെ തുക എന്ത്?

48. ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ n പദങ്ങളുടെ തുക $3n^2 + 2n$ ആയാൽ ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക.

49. 7, 10, 13, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെയും 5, 8, 11, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെയും ആദ്യത്തെ 20 പദങ്ങളുടെ തുക തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം എത്ര?

50. ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ 11-ാം പദത്തിന്റെയും 18-ാം പദത്തിന്റെയും തുക 80 ഉം 23-ാം പദം 60 ഉം ആകുന്നു.

a) ഇതിന്റെ 6-ാം പദം എത്ര?

b) ഇതിലെ ആദ്യത്തെ 11 പദങ്ങളുടെ തുക എത്ര?

51. a) 9, 15, 21, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക.

b) ഇതിലെ ആദ്യത്തെ 30 പദങ്ങളുടെ തുക കണ്ടുപിടിക്കുക.

52. ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ 8-ാം പദം 67ഉം 18-ാം പദം 147 ഉം ആണ്.

a) ഇതിന്റെ പൊതുവ്യത്യാസം എന്ത്?

b) ശ്രേണിയുടെ ഒന്നാം പദത്തിന്റെയും 25-ാം പദത്തിന്റെയും തുക കണ്ടുപിടിക്കുക.

c) 13-ാം പദം എത്ര?

d) ആദ്യത്തെ 25 പദങ്ങളുടെ തുക കണ്ടുപിടിക്കുക.

53. താഴെ കൊടുത്തിരിയ്ക്കുന്നവ കണ്ടുപിടിക്കുക.

a) $1 + 2 + 3 + ... + 50$

b) $2 + 4 + 6 + ... + 100$

c) $3 + 6 + 9 + ... + 150$

54. 4, 9, 14, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണി ആദ്യത്തെ 25 പദങ്ങളുടെ തുകയും അടുത്ത 25 പദങ്ങളുടെ തുകയും തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം എന്ത്?

55. 4, 12, 20, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണി പരിഗണിക്കുക

a) ഇതിന്റെ പൊതുവ്യത്യാസം എത്ര?

b) ഇതിലെ ആദ്യത്തെ നാലു പദങ്ങളുടെ തുകയെത്ര?

c) ഈ ശ്രേണിയിലെ 25 പദങ്ങളുടെ തുക 1090 ആകുമോ? എന്തുകൊണ്ട്?

56. 7, 13, 19, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണി പരിഗണിക്കുക.

a) ഈ ശ്രേണിയുടെ പൊതുവ്യത്യാസം എന്ത്?

b) ഇതിന്റെ 10-ാം പദം എന്ത്?

c) ഈ ശ്രേണിയിലെ ഏതെങ്കിലും രണ്ട് പദങ്ങളുടെ തുക ഇതിലെ ഒരു പദമാകുമോ?

57. 5, 10, 15, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണി പരിഗണിക്കുക.

a) ഇതിന്റെ പൊതുവ്യത്യാസം എത്ര?

b) ഈ ശ്രേണിയുടെ തുകയുടെ ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക.

58. 6n - 5 ആണ് ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം

a) ശ്രേണിയുടെ പൊതുവ്യത്യാസം എത്ര?

b) ശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ 15 പദങ്ങളുടെ തുക കണ്ടുപിടിക്കുക.

c) ശ്രേണിയുടെ തുകയുടെ ബീജഗണിതരൂപം എന്ത്?

59. ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ n പദങ്ങളുടെ തുത $3n^2 - n$ ആണ്.

a) ഇതിന്റെ ഒന്നാം പദം കണ്ടുപിടിക്കുക.

b) പൊതുവ്യത്യാസം എന്ത്?

c) ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക.

60. a) 3, 8, 13, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ പൊതുവ്യത്യാസം എത്ര?

b) 4, 19, 14, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ പൊതുവ്യത്യാസം എത്ര?

c) രണ്ടു ശ്രേണികളിലെയും ആദ്യത്തെ 50 പദങ്ങളുടെ തുക തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം എന്ത്?

61. 8, 14, 20, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ പരിഗണിക്കുക.

a) ഇതിന്റെ പൊതുവ്യത്യാസം എന്ത്?

b) ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക.

c) ഇതിലെ എത്രാമത്തെ പദമാണ് 62?

d) ഇതിലെ ആദ്യത്തെ 10 പദങ്ങളുടെ തുക എന്ത്?

62. 3 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ ശിഷ്ടം 1 വരുന്ന മൂന്നക്കസംഖ്യകളുടെ ശ്രേണി പരിഗണിക്കുക.

a) ശ്രേണിയുടെ പൊതുവ്യത്യാസം എന്ത്?

b) ഈ ശ്രേണിയിലെ ഏറ്റവും ചെറിയ പദം ഏത്?

c) ഈ ശ്രേണിയിൽ എത്ര പദങ്ങൾ ഉണ്ട്?

d) ഈ പദങ്ങളുടെ തുക കണ്ടുപിടിക്കുക.

63. ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ 13 പദങ്ങളുടെ തുകയും അടുത്ത 12 പദങ്ങളുടെ തുകയും തുല്യമാണ്. ഇതന്റെ പൊതുവ്യത്യാസം 3.

a) ശ്രേണിയിലെ 14-ാം പദവും ഒന്നാംപദവും തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം പൊതുവ്യത്യാസത്തിന്റെ എത്ര മടങ്ങാണ്?

b) ഇതിലെ 13-ാം പദം എത്ര?

c) ഇതിലെ ആദ്യത്തെ 25 പദങ്ങളുടെ തുക കണ്ടുപിടിക്കുക.

64. പൊതുവ്യത്യാസം 10 ആയ ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ 7 പദങ്ങളുടെ തുകയും അടുത്ത 6 പദങ്ങളുടെ തുകയും തുല്യമാണ്.

a) ശ്രേണിയിലെ ഒന്നാംപദവും 8-ാം പദവും തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം പൊതുവ്യത്യാസത്തിന്റെ എത്ര മടങ്ങാണ്?

b) ശ്രേണിയിലെ 7-ാം പദം എന്ത്?

c) ശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ 13 പദങ്ങളുടെ തുക കാണുക

65. a) 1,3,5,.......എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ n പദങ്ങളുടെ തുക എന്ത്?

b) $\frac{1}{n}, \frac{3}{n}, \frac{5}{n}, \ldots$ എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ n പദങ്ങളുടെ തുക എന്ത്?

c) $\frac{1}{2022}, \frac{3}{2022}, \frac{5}{2022}, \ldots$ എന്ന ശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ 2022 പദങ്ങളുടെ തുക എന്ത്?

66. താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന സംഖ്യാപാറ്റേൺ നോക്കുക.

1				
2	3			
4	5	6		
7	8	9	10	
.....	.....	.....	.....	
.....	.....	.....	.....	.....

a) ഇതിന്റെ അടുത്ത രണ്ട് വരികൾ എഴുതുക.

b) 10-ാമത്തെ വരിയിൽ എത്ര സംഖ്യകളുണ്ട്?

c) 9-ാമത്തെ വരിയിലെ അവസാനത്തെ സംഖ്യ ഏത്?

d) 10-ാമത്തെ വരിയിലെ ആദ്യത്തെ സംഖ്യ എഴുതുക.

e) 10-ാമത്തെ വരിയിലെ അവസാന സംഖ്യ ഏത്?

f) 10-ാമത്തെ വരിയിലെ സംഖ്യകളുടെ തുകയെന്ത്?

67. താഴെ ഒരു സംഖ്യാ പാറ്റേൺ തന്നിരിയ്ക്കുന്നു.

5			
8	11		
14	17	20	
23	26	29	32
.....	.....	.....	.....
.....	.....	.....	.....

a) അടുത്ത രണ്ട് വരികൾ കൂടി എഴുതുക.

b) 10-ാമത്തെ വരിയിൽ എത്ര സംഖ്യകളുണ്ട്?

c) 9-ാമത്തെ വരിയിലെ അവസാനത്തെ സംഖ്യ ഏത്?

d) 10-ാമത്തെ വരിയിലെ ആദ്യത്തെ സംഖ്യ എഴുതുക.

e) 10-ാമത്തെ വരിയിലെ അവസാന സംഖ്യ ഏത്?

f) 10-ാമത്തെ വരിയിലെ സംഖ്യകളുടെ തുകയെന്ത്?

68. താഴെ ഒരു സംഖ്യാ പാറ്റേൺ തന്നിരിയ്ക്കുന്നു.

1
3 5
7 9 11
13 15 17 19
....
....

a) അടുത്ത രണ്ട് വരികൾ കൂടി എഴുതുക.
b) 15-ാമത്തെ വരിയിലെ ആദ്യപദം ഏത്?
c) 15-ാമത്തെ വരിയിലെ അവസാന പദം ഏത്?
d) 15-ാമത്തെ വരിയിലെ സംഖ്യകളുടെ തുക എന്ത്?
e) ആദ്യത്തെ 15 വരികളിലെ സംഖ്യകളുടെ ആകെ തുക എത്ര?

69. തന്നിട്ടുള്ള പാറ്റേൺ പരിഗണിക്കുക.

4
8 12
16 20 24
28 32 36 40
....
....

a) അടുത്ത വരി കൂടി എഴുതുക.
b) ആദ്യത്തെ 19 വരികളിലും കൂടി ആകെ എത്ര പദങ്ങൾ ഉണ്ട്?
c) 20-ാമത്തെ വരിയിലെ ആദ്യ സംഖ്യ ഏത്?
d) 20-ാമത്തെ വരിയിലെ അവസാന സംഖ്യ ഏത്?
f) 20-ാമത്തെ വരിയിലെ സംഖ്യകളുടെ തുക കണ്ടുപിടിക്കുക.

70. പാറ്റേൺ ശ്രദ്ധിയ്ക്കുകയ

3
7 11
15 19 23
....
....

a) അടുത്ത രണ്ട് വരികൾ കൂടി എഴുതുക.
b) 15-ാമത്തെ വരിയിലെ ആദ്യത്തെയും അവസാനത്തെയും സംഖ്യകൾ ഏവ?
c) 15-ാമത്തെ വരിയിലെ സംഖ്യകളുടെ തുകയെന്ത്?

Answer Key

1. b, c, f

(a) $8 - 4 = 4$	(b) $6 - 1 = 5$	(c) $-7 - (-4) = -3$
$16 - 8 = 8$	$11 - 6 = 5$	$-10 - (-7) = -3$
സമാന്തരശ്രേണി അല്ല	സമാന്തരശ്രേണിയാണ്	സമാന്തരശ്രേണിയാണ്
(d) $4 - 1 = 3$	(e) $3 - 2 = 1$	(f) $\frac{3}{2} - \frac{1}{2} = 1$
$9 - 4 = 5$	$5 - 3 = 2$	$\frac{5}{2} - 2 = 1$
സമാന്തരശ്രേണി അല്ല	സമാന്തരശ്രേണി അല്ല	സമാന്തരശ്രേണിയാണ്

2. a) 1, 4, 7, 10, 13, 16, ... d) 3, 7, 11, 15, 19, ...
   b) 8, 13, 18, 23, 28, ... e) -9, 0, 9, 18, 27, ...
   c) 5, 8, 11, 14, 17, ... f) 3, 0, -3, -6, -9, ...

3. $x - 4 = 18x$

   $2x = 18 + 4$

   $= 22$

   [സമാന്തരശ്രേണിയിൽ, $x_2 - x_1 = x_3 = x_2$]

   $x =$

   $= 11$

   $\frac{22}{2}$

4. a) 4, 8, 12, 16, ...
   b) 7, 11, 15, 19,.....
   c) $11 - 7 = 4$ $15 - 11 = 14$ $19 - 15 = 4$

   ∴ തന്നിരിക്കുന്ന ശ്രേണി ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയാണ്

5. a) $4x - 1 - (2x + 1) = 5x + 1 - (4x - 1)$

   $4x - 1 - 2x - 1 = 5x + 1 - 4x + 1$

   $2x - 2 = x + 2$

   $x = 4$

   b) പദങ്ങൾ, 9, 15, 21, ...

6. a) 4, 8, 12, ...
   b) ആകില്ല. കാരണം 30 എന്നത് 4 ന്റെ ഗുണിതമല്ല.

7. a) $x_1 = 8, d = 3, x_n = dn + (f-d)$

   $= 3n + 5$

   b) $x_1 = 11, d = 7, x_n = 7n + 4$
   c) $x_1 = 10, d - 5, x_n = 5n + 5$
   d) $x_1 = -4, d = 4, x_n = 4n - 8$

8. $x_8 = 31$ b) $x_{21} = 62$ c) $x_{25} = 4$ d) $x_{50} = -101$

9. a) 1, 5, 13,....
   b) ആകും. ന്റെ ഗുണിതമാണ് 60

10. a) $d = 7 - 4 = 3$
    b) ആകും.

11. a) $d = 11 - 2 = 9$
    b) ആകും.

12. a) 5, 8, 11, ...
    b) $8 - 5 = 3$
       $11 - 8 = 3$
       $\therefore$ ഇത് ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയാണ്

13. a) $d = 17 - 7 = 10$
    b) 37, 47, 57
    c) പദമാകില്ല. ഒരു പൂർണ വർഗസംഖ്യയും 7ൽ അവസാനിക്കുന്നില്ല
    d) $xn = 10n - 3$

14. a) $d = 61 - 64 = -3$
    b) $x_n = -3n + 66$
    c) ഇല്ല
    d) 22
    e) -2

15. a) $d = 8$
    b) $f = -10$
    c) 16

16. a) $d = -1$
    b) $f = 12$
    c) 12, 11, 10, 9, 8
    d 13

17. $x_n = 4n + 1$

18. $x_1 = 8, d = 3$

19. a) 5, 8, 11
    b) 2
    c) അല്ല

20. $f - 206, l = 598, n = 57$

21. a) $x_n = 4n + 3$
    b) $x_{30} = 123$
       $x_{30} + 40 = 123 + 40 = 163$, 40-ാം പദം

22. a) $x_3 = 20$
    b) $f = 12$
    c) $x_8 = 40$

23. a) 0, 6, 12, 18, ...
    b) 3, 15, 27, ...

24. a) d = -35 - (-38) = 3
    b) x_4 = -29

25. a) d = 7
    b) f = 18
    c) 18, 25, 32, ...

26. $x_n = 6n - 1$

27. f = 7, d = 4

28. i) x_3 = 6
    ii) x_1 = -2
    iii) x_{10} = 34
    iv) $x_n = 4n - 6$

29. a) 30
    b) 54
    c) 30

30. a) d = 9 - 2 =7
    b) 2
    c) അതെ
    d) 93
    e) 100

31. a) 4
    b) 15
    c) 22

32. a) d = 7
    b) $x_n = 7n - 4$
    c) 26

33. a) d = -4
    b) xn = -4n + 104
    c) 26
    d) അതെ, 27-ാം പദം
    e) 27 + 1 = 38-ാമത്തെ പദം

34. a) d = 5
    b) 40
    c) 25

35. a) $d = 4$
    b) 22
    c) 40
    d) 16

36. a) 7, 11, 15, ...
    b) അല്ല
    c) ആകും
    d) 28

37. a) $13 = 3 \times 4 + 1$
    b) അതെ ($100 = 3 \times 33 + 1$)
    c) $x_{30} = 91$
    d) $x_n = 3n + 1$

38. a) $x^n = 4n + 2$
    b) $x^{15} = 4 \times 15 + 2 = 62$
    c) അതെ

39. a) $f = 9$ $d = 5$
    b) ആകും
    c) അല്ല
    d) 129

40.

<u>f</u>	<u>d</u>	<u>xn</u>
-2	4	<u>4n - 6</u>
3	-2	-2n+5
<u>8</u>	<u>5</u>	5n + 3
<u>2</u>	<u>4</u>	4n - 2

41. a) 4, 7, 10, ...
    b) x_n $= - dn + (f-d)$
    $= 3n + (4-3) = 3n + 1$
    c) x_{21} $= 3 \times 21 + 1 = 64$
    d) ഉണ്ട്
    $100 = 3 \times 33 + 1$
    100 33-ാമത്തെ വരിയാണ്

42. അടുത്ത 3 പദങ്ങളുടെ തുക
    = 3x മധ്യപദം $= 3 \times x_2$
    = 18

$\therefore$ മധ്യപദം, $x2 = \frac{18}{3} = 6$

43. ആദ്യത്തെ 7 പദങ്ങളുടെ തുക

= 7x x മധ്യപദം

= $7 \times x_4$

= 7×20

= 140

44. a) $x_1 + x_{10} = x_5 + x_{15} = 60$

b) $x_{10} = \frac{x_1 + x_{19}}{2} = \frac{60}{2} = 30$

c) ആദ്യത്തെ 19 പദങ്ങളുടെ തുക

= 19 x 30 = 570

45. a) $1 + 2 + 3 + ... + 100 = \frac{100 \times 101}{2} = 5050$

b) $5 + 10 + 15 + ...+500 = 5 (1+2 + 3 + ...+ 100)$

$= 5 \times 5050 = 25250$

c) $6 + 11 + 16 + ... + 501 = 25250 + (100 \times 1)$

$= 25250 + 100 = 25350$

(5, 10, 15, ..., 500 എന്ന ശ്രേണിയുടെ ഓരോ പദത്തോടും 1 കൂട്ടിയാൽ 6, 11, ..., 501 എന്ന ശ്രേണി കിട്ടും)

d) $4 + 9 + 14 + ... + 499 = (5 + 10 + 15 + ...+500) - (1 + 1 +.... +1)$ 100 തവണ

$= 25250 - 100$

$= 25150$

46. a) പൊതുവ്യത്യാസം, d $= x_2 - x_1$

$= 9 - 6 = 3$

b) $x_{20} = x_1 + 19d$

$= 6 + (3 \times 19) = 6 + 57$

$= 63$

c) ആദ്യത്തെ 20 പദങ്ങളുടെ തുക, $S20= \frac{20}{2}(x_1 + x_{20})$

$= 10 (6 + 63)$

$= 10 \times 69 = 690$

47. a) $x_n = an + b$

a = d = 10 - 6 = 4

b = f - d = 6 - 4 = 2

x_n = 4n + 2

b) Sn = pn2 + qn

p = $\frac{d}{2}$ = = 2

q = f - $\frac{d}{2}$ = 6 - 2 = 4

∴ Sn = $2n_2 + 4n$

48. Sn = 3n2 + 2n

p = 3 = $\frac{d}{2}$

d = 3 x 2 = 6

f = p + q = 3 + 2 = 5

xn = 6n + (5 - 6) = 6n - 1

49. 5, 8, 11.....and 7, 10, 13,....

Common difference of both the sequences are equal

∴ Difference in the sums of first 20 terms = $(f_2 - f_1)$ x 20

= (7-5) x 20

= 2 x 20

= 40

50. $x_{11} + x_{18}$ = 80 $\frac{4}{2}$

$x_1 + 10d + x_1 + 17d$ = 80

2x1 + 27d = 80............(1)

x_{23} = 60

$x_1 + 22d$ = 60..................(2)

(1) - (2) ⇒ $x_1 + 5d$ = 20

a) $x_1 + 5d$ = $x_6 = 20$

b) Sum of first 11 terms

= 11 x 20

= 220

51. a) xn = dn + (f - d)

= 6n + 3

b) S_{30} = $pn^2 + qn$

p = $\frac{d}{2}$ = 3

q = f - $\frac{d}{2}$ = 9 - 3 = 6

∴ S_{30} = $3 \times (3)^2 + (6 \times 30)$

= 2700 + 180

= 2880

52. a) $d = \frac{x_{18} - x_8}{18 - 8} = \frac{127 - 67}{18 - 8} = \frac{80}{10} = 8$

b) $x_1 + x_{25} = x_8 + x_{18} = 147 + 67 = 214$

c) $x_{13} = \frac{214}{2} = 107$

d) $S_{25} = 25 \text{ x } x_13 = 25 \text{ x } 107 = 2675$

53. a) a) $1 + 2 + 3 + \ldots\ldots\ldots + 50 = \frac{50 \times 51}{2} = 1275$

b) $2 + 4 + 6 + \ldots\ldots\ldots + 100 = 50 \text{ x } 51 = 2550$

c) $3 + 6 + 9 + \ldots\ldots\ldots + 150 = 3 \text{ x } 1275 = 3825$

54. ആദ്യത്തെ 25 പദങ്ങളുടെ തുകയും അടുത്ത 25 പദങ്ങളുടെ തുകയും തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം

$= (25)^2 \text{ x } d = 625 \text{ x } 5 = 3125$

55. a) $12 - 4 = 8$

b) $4 + 12 + 20 + 28 = 64$

c) No 1090 is not a multiple of 4

(Each term of this sequence is a multiple of 4. So their sum is also a multiple of 4)

56. a) $d = 3 - 7 = 6$

b) $x_{10} = x_1 + 9d = 7 + (9 \text{ x } 6) = 7 + 54$

$= 61$

c) No. Sum of two odd number is an even number (Each term of this sequence is odd)

57. a) $d = 10 - 5 = 5$

b) $Sn = pn2 + qn$

$p = \frac{d}{2} = \frac{5}{2}$

$q = f - \frac{d}{2} = 5 - \frac{5}{2} = \frac{5}{2}$

$\therefore Sn = \frac{5}{2}n^2 + \frac{5}{2}n$

58. a) $d = 6$

b) ആദ്യത്തെ 15 പദങ്ങളുടെ തുക = 15 x മധ്യപദം

മധ്യപദം $= x_8 = (6 \text{ x } 8) - 5 = 48 - 5$

$= 43$

$S_{15} = 15 \text{ x } x_8 = 15 \text{ x } 43$

$= 645$

59. a) $f = 3 - 1 = 2$

b) $d = 2 \times 3 = 6$

c) $x_n = an + b = dn + (f - d)$

$= 6n + (2 - 6) = 6n - 4$

60. a) പൊതുവ്യത്യാസം = 8 - 3 = 5

b) പൊതുവ്യത്യാസം = 9 - 4 = 5

c) തുകയുടെ വ്യത്യാസം = 50 x ആദ്യപദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം

= 50 x (4 - 3) = 50 x 1 = 50

61. a) പൊതുവ്യത്യാസം = 14 - 8 = 6

b) $x_n = an + b = dn + (f - d) = 6n + (8 - 6)$

$= 6n + 2$

c) $n = \left(\frac{x_n - x_1}{d}\right) + 1 = \left(\frac{62 - 8}{6}\right) + 1$

$= \left(\frac{54}{6}\right) + 1 = 9 + 1 = 10$

d) $S_{10} = \frac{10}{2}(8 + 6_2) = 5 \times 70$

$= 350$

62. a) 3

b) 100

c) ശ്രേണിയിലെ അവസാനത്തെ മൂന്നക്കസംഖ്യ

= 997

$\therefore n = \left(\frac{x_n - x_1}{d}\right) + 1$

$= \left(\frac{997 - 100}{3}\right) + 1 = 299 + 1 = 300$

d) Sum $= \frac{300}{2}(100 + 997) = 150 \times 1097 = 164550$

63. a) 13 മടങ്ങ്

b) $x_{13} = 12 \times 13 \times d = 12 \times 13 \times 3 = 468$

c) $S_{25} = 25 \times$ മധ്യപദം $= 25 \times x_{13} = 25 \times 468 = 11700$

64. a) 7 മടങ്ങ്

b) $x_7 = 6 \times 7 \times d = 6 \times 7 \times 10 = 420$

c) $S_{13} = 13 \times$ മധ്യപദം $= 13 \times x_7 = 13 \times 420 = 5460$

65. a) $1 + 3 + 5 + ...$ n പദങ്ങൾ $= n^2$

b) $\frac{1}{n}+\frac{3}{n}+\frac{5}{n}+.....n$ പദങ്ങൾ $= \frac{n^2}{n} = n$

c) $\frac{1}{2022}+\frac{3}{2022}+\frac{5}{2022}+.....n$ പദങ്ങൾ $= 2022$

66 a) 11 12 13 14 5

16 17 18 19 20 21

b) 10

c) 9-ാം വരിയിലെ അവസാന സംഖ്യ $= \frac{9\times10}{2} = 45$

d) 10-ാം വരിയിലെ ആദ്യ സംഖ്യ = 46

e) 10-ാം വരിയിലെ അവസാന സംഖ്യ $= \frac{10\times11}{2} = 55$

f) 10-ാം വരിയിലെ സംഖ്യകളുടെ തുക $= \frac{10}{2}(46+55) = \frac{10}{2}\times101$

$= 505$

67 a) 35 38 41 44 47

50 53 56 59 62 65

b) 10

c) 9-ാം വരിയിലെ അവസാന സംഖ്യ $= 3 \times \left(\frac{9\times10}{2}\right)+2$

$= (3 \times 45) + 2 = 135 + 2 = 137$

(5, 8, 11....എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിത രൂപം $3n + 2$. ആണ്. 9-ാം വരിയിലെ അവസാന സംഖ്യയ്ക്ക്, $n = \frac{9\times10}{2}$)

d) 10-ാം വരിയിലെ ആദ്യ സംഖ്യ $= 137 + 3 = 140$

e) 10-ാം വരിയിലെ അവസാന സംഖ്യ $= 3\times\left(\frac{10\times11}{2}\right)+2$

$= (3 \times 55) + 2= 165 + 2 = 167$

f) 10-ാം വരിയിലെ സംഖ്യകളുടെ തുക

$= \frac{10}{2}(140 + 167) = 5 \times 307 = 1535$

68. a) 21 23 25 27 29

31 33 35 37 39 41

b) ഒന്നു മുതൽ 14 വരെയുള്ള വരിതളിലെ ആകെ സംഖ്യകളുടെ എണ്ണം $= \frac{14 \times 15}{2} = 105$

$\therefore$ 15-ാം വരിയിലെ ആദ്യപജം 1, 3, 5.... എന്ന ശ്രേണിയിലെ 106-ാം പദമാണ്.

$= 1 + (105 \text{ x } 2) = 211$

c) 15-ാം വരിയിലെ അവസാന പദം $= 211 + (14 \text{ x } 2) = 239$

d) 15-ാം വരിയിലെ സംഖ്യകളുടെ തുക $= \frac{15}{2}(211 + 230) = 3375$

e) ആദ്യത്തെ 15 വരികളിലെ സംഖ്യകളുടെ ആകെ തുക $= 120^2 = 14400$

($\therefore$ ആദ്യത്തെ 15 വരികളിലെയും സംഖ്യകളുടെ എണ്ണം = 120)

$1 + 3 + 5 + \ldots\ldots$ n പദങ്ങൾ $= n^2$)

69. a) 44, 48, 52, 56, 60

b) $1 + 2 + 3 + \ldots. + 19 = \frac{19 \times 20}{2} = 190$

c) 20-ാം വരിയിലെ ആദ്യസംഖ്യ = 191th term

4, 8, 12, ...എന്ന ശ്രേണിയുടെ 19-ാം പദം $= 191 \text{ x } 4 = 764$

d) 20-ാം വരിയിലെ അവസാന സംഖ്യ $= 764 + (19 \text{ x } 4) = 840$

e) 20-ാം വരിയിലെ സംഖ്യകളുടെ തുക $= \frac{20}{2}(764 + 840) = 16040$

70. a) 27, 31, 35, 39

43, 47, 51, 55, 59

b) 14-ാം വരിയിലെ അവസാന സംഖ്യ $= 4 \times \left(\frac{14 \times 15}{2}\right) - 1 = 419$

($\therefore$ 3, 7, 11, ... എന്ന ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിത രൂപം 4n-1 ആണ്. 14-ാം വരിയിലെ അവസാന പദത്തിന്, n - $\frac{14 \times 15}{2}$)

$\therefore$ 15-ാം വരിയിലെ ആദ്യപദം $= 419 + 4 = 423$

15-ാം വരിയിലെ അവസാന സംഖ്യ $= 4 \times \left(\frac{15 \times 16}{2}\right) - 1$

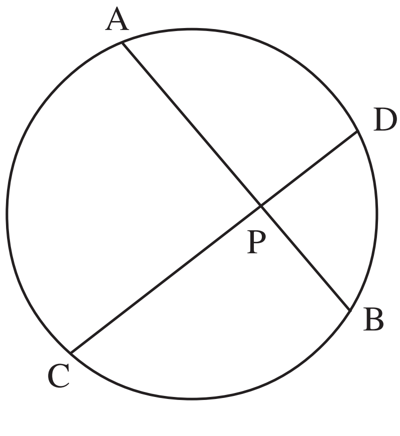
$= 480 - 1 = 479$

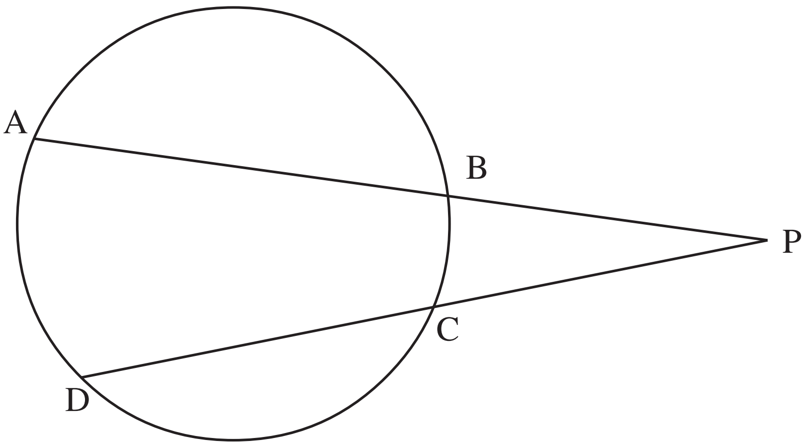
c) 15-ാം വരിയിലെ സംഖ്യകളുടെ തുക $= \frac{15}{12}(423 + 479) = 6765$

UNIT - 2
വൃത്തങ്ങൾ

ആശയങ്ങൾ

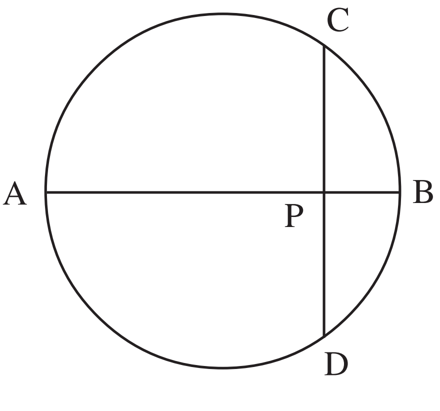
- ❖ ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസത്തിന്റെ അഗ്രബിന്ദുക്കൾ വൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവുമായി ഉണ്ടാക്കുന്ന കോൺ 90^0 ആയിരിക്കും. അതായത് അർധവൃത്തത്തിലെ കോൺ മട്ടകോൺ ആണ്.
- ❖ ഒരു ബിന്ദു വൃത്തത്തിലെ വ്യാസവുമായി ഉണ്ടാക്കുന്ന കോൺ 90^0 ആയാൽ ബിന്ദുവിന്റെ സ്ഥാനം വൃത്തത്തിലാണ്. 90^0യിൽ കുറവ് ആയാൽ ബിന്ദു വൃത്തത്തിനു പുറത്താണ്. 900യിൽ കൂടുതൽ ആയാൽ ബിന്ദു വൃത്തത്തിനകത്തായിരിക്കും.
- ❖ വൃത്തത്തിലെ ഒരു ചാപം മറ്റു ചാപത്തിലുണ്ടാക്കുന്ന കോണുകളെല്ലാം തുല്യമാണ്.
- ❖ വൃത്തത്തിലെ ഒരു ചാപത്തിലേയും അതിന്റെ മറ്റു ചാപത്തിലേയും കോണുകളുടെ തുക 180^0 ആണ്.
- ❖ ഒരു ചതുർഭുജത്തിന്റെ നാലു മൂലകളും ഒരേ വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുക്കളായാൽ അത് ചക്രിയ ചതുർഭുജമാണ്. ചക്രിയ ചതുർഭുജത്തിലെ എതിർകോണുകളുടെ തുക തുക 180^0 ആണ്.
- ❖ വൃത്തത്തിലെ ഏത് ചാപവും കേന്ദ്രത്തിലുണ്ടാക്കുന്ന കോണിന്റെ പകുതിയാണ് മറ്റു ചാപത്തിലുണ്ടാക്കുന്ന കോൺ.
- ❖ ഒരു ചതുർഭുജത്തിന്റെ മൂന്നു മൂലകളിൽകൂടി വരയ്ക്കുന്ന വൃത്തത്തിനു പുറത്താണ് നാലാമത്തെ മൂലയെങ്കിൽ ആ മൂലയിലേയും എതിർമൂലയിലേയും കോണുകളുടെ തുക 180^0 യേക്കാൾ കുറവാണ്. അകത്താണെങ്കിൽ 180^0യേക്കാൾ കൂടുതലും.





AP x PB = CP x PD

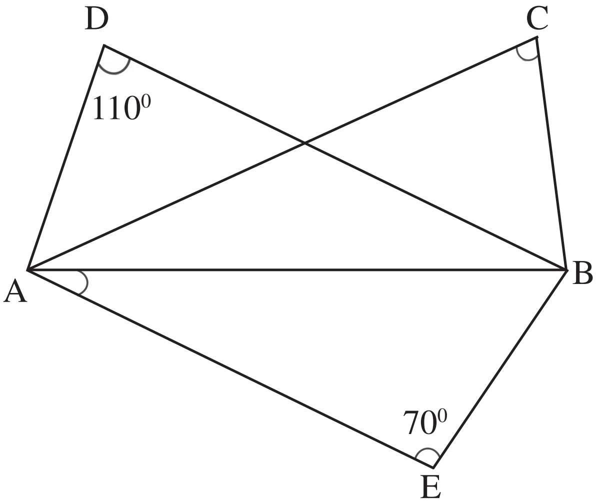
AP, PB വശങ്ങളായ ചതുരത്തിനും CP, PD വശങ്ങളായ ചതുരത്തിനും ഒരേ പരപ്പളവാണ്.



AP x PB = CP^2

AP, PB വശങ്ങളായ ചതുരത്തിനും CP വശമായ സമചതുരത്തിനും ഒരേ പരപ്പളവാണ്.

ചോദ്യം:



a) ചിത്രത്തിൽ AB വ്യാസമായ ഒരു വൃത്തം വരച്ചാൽ C, D, E എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ ഏതെല്ലാം ആ വൃത്തത്തിൽ വരും? വൃത്തത്തിന് അകത്തുള്ള ബിന്ദു ഏത്? പുറത്തുള്ള ബിന്ദു ഏത്?

b) C യും E യും ഒരു വൃത്തത്തിൽ വരത്തക്കരീതിയിൽ ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കാൻ കഴിയുമോ? സമർത്ഥിക്കുക.

c) AB ഞാൺ ആയി ഒരു വൃത്തം D യിലൂടെ വരച്ചാൽ C, E ഇവയിൽ ഏതൊക്കെ ബിന്ദുക്കൾ ആ വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുക്കൾ ആകും.

ഉത്തരസൂചിക:

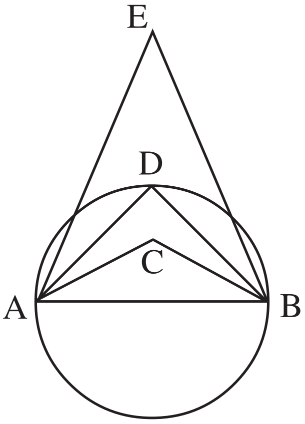
ബിന്ദുവിന്റെ സ്ഥാനം

- വൃത്തത്തിലാണെങ്കിൽ 90^0
- വൃത്തത്തിനുള്ളിലാണെങ്കിൽ 90^0യേക്കാൾ കൂടുതൽ
- വൃത്തത്തിനു പുറത്താണെങ്കിൽ 90^0യേക്കാൾ കുറവ്

ചോദ്യം:

ചിത്രത്തിൽ AB വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസവും 'O' വൃത്തത്തിന്റെ ഒരു ബിന്ദുവുമാണ്.

$\angle ACB + \angle ADB + \angle AEB = 260^0$ ഇവയിൽ ഒരു കോണിന്റെ അളവ് 120^0 ആണ്. $\angle ACB$, $\angle ADB$, $\angle AEB$ എന്നിവയുടെ അളവുകൾ എഴുതുക.



ഉത്തരസൂചിക:

ബിന്ദുവിന്റെ സ്ഥാനം

- വൃത്തത്തിലാണെങ്കിൽ 90^0
- വൃത്തത്തിനുള്ളിലാണെങ്കിൽ 90^0 യേക്കാൾ കൂടുതൽ
- വൃത്തത്തിന് പുറത്താണെങ്കിൽ 90^0 യേക്കാൾ കുറവ്

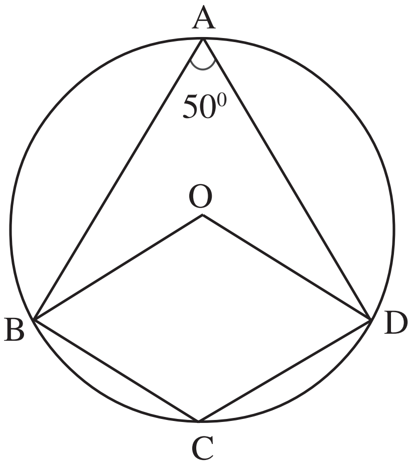
ചോദ്യം:

Δ ABC യിൽ AB വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസമാണ്. $\angle A = 50^0$, $\angle B = 60^0$ C എന്ന ശീർഷം വൃത്തത്തിനകത്തോ, പുറത്തോ എന്നു പരിശോധിക്കുക.

ഉത്തരസൂചിക:

- C എന്ന ശീർഷകം 90^0യിൽ കൂടുതലാണ്

ചോദ്യം:



ചിത്രത്തിൽ O വൃത്തകേന്ദ്രമാണ്. $\angle A = 50^0$

a) $\angle$ BOD = __________

b) $\angle$ C = __________

ഉത്തരസൂചിക:

- കേന്ദ്രകോണായ $\angle$ BOD യുടെ അളവിന്റെ പകുതിയാണ് $\angle$ A
- $\angle A + \angle C = 180^0$

ചോദ്യം:

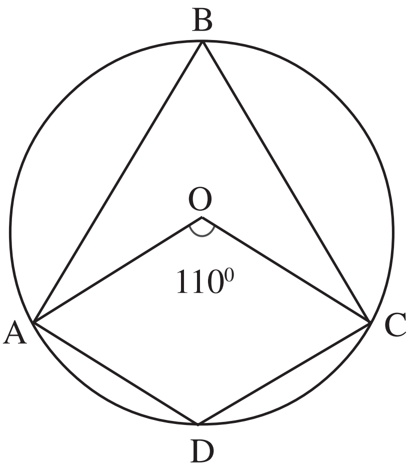
Δ ABC യിൽ AB വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസമാണ്. $\angle A = 50^0$, $\angle B = 60^0$ C എന്ന ശീർഷം വൃത്തത്തിനകത്തോ പുറത്തോ എന്ന പരിശോധിക്കുക.

ഉത്തരസൂചിക:

ബിന്ദുവിന്റെ സ്ഥാനം

- വൃത്തത്തിലാണെങ്കിൽ 90^0
- വൃത്തത്തിനുള്ളിലാണെങ്കിൽ 90^0 യേക്കാൾ കൂടുതൽ
- വൃത്തത്തിന് പുറത്താണെങ്കിൽ 90^0 യേക്കാൾ കുറവ്

ചോദ്യം:



ചിത്രത്തിൽ ചാപം ADC യുടെ കേന്ദ്രകോൺ 110^0 ആണ്.

a) ചാപം ABC യുടെ കേന്ദ്രകോൺ എത്ര?

b) $\angle ABC$, $\angle ADC$ എത്ര?

b) $\angle OAB + \angle OCB$ എത്ര?

ഉത്തരസൂചിക:

ബിന്ദുവിന്റെ സ്ഥാനം

- ഒരു ചാപത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോണിന്റെ പകുതിയാണ് മറ്റു ചാപത്തിന്റെ കോൺ

ചോദ്യം:

3.5cm ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കുക. ഈ വൃത്തത്തിലെ കോണുകൾ 30^0, 70^0, 80^0 ആയ ഒരു ത്രികോണം വരയ്ക്കുക. ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളങ്ങൾ അളന്നെഴുതുക.

ഉത്തരസൂചിക:

- തന്നിരിക്കുന്ന ആരമുള്ള വൃത്തം വരയ്ക്കുക. ഒരു ആരം വരയ്ക്കുക.
- കോണളവുകളുടെ ഇരട്ടി വൃത്തകേന്ദ്രത്തിൽ അടയാളപ്പെടുത്തുക.
- വൃത്തത്തിലെ മൂന്നു ബിന്ദുക്കളേയും യോജിപ്പിച്ച് ത്രികോണം വരയ്ക്കുക.
- ത്രികോണത്തിന്റെ കോണളവുകൾ എഴുതുക.

ചോദ്യം:

മൂലകൾ 3.5cm ആരമുള്ള വൃത്തത്തിലായ സമഭുജ ത്രികോണം വരയ്ക്കുക.

ഉത്തരസൂചിക:

- മുകളിലേത് തന്നെ കോണളവ് (60^0, 60^0, 60^0)
- കോണളവുകളുടെ ഇരട്ടി വൃത്തകേന്ദ്രത്തിൽ അടയാളപ്പെടുത്തുക.
- വൃത്തത്തിലെ മൂന്നു ബിന്ദുക്കളേയും യോജിപ്പിച്ച് ത്രികോണം വരയ്ക്കുക.
- ത്രികോണത്തിന്റെ കോണളവുകൾ എഴുതുക.

ചോദ്യം:

കോണുകളുടെ സമഭാജി വരയ്ക്കാതെ കോമ്പസും സ്കെയിലും മാത്രം ഉപയോഗിച്ച് $16\frac{1}{4}^0$ കോൺ വരയ്ക്കുക.

ഉത്തരസൂചിക:

- വൃത്തം വരച്ച് കേന്ദ്രത്തിൽ 90^0 നിർമ്മിക്കുക
- മറ്റു ചാപത്തിൽ 65^0 കോൺ വരയ്ക്കുക
- 65^0 കോൺ ശീർഷം കേന്ദ്രമാക്കി വൃത്തം വരച്ച് മറു ചാപത്തിൽ $32\frac{1}{2}^0$ കോൺ വരയ്ക്കുക
- $32\frac{1}{2}^0$ കോണിന്റെ ശീർഷം കേന്ദ്രമാക്കി വൃത്തം വരച്ച് മറു ചാപത്തിൽ ൽ $16\frac{1}{4}^0$ കോൺ വരയ്ക്കുക.

ചോദ്യം:

ചതുർഭുജം ABCD യിൽ $\angle A = 75^0$ $\angle B = 110^0$ $\angle C = 90^0$

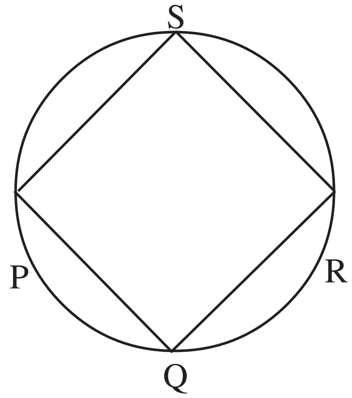
a) A, B, C എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ കൂടി വരയ്ക്കുന്ന വൃത്തത്തെ അടിസ്ഥാനമാക്കി D എന്ന ശീർഷത്തിന്റെ സ്ഥാനം എവിടെ ആയിരിക്കും. സമർത്ഥിക്കുക.

ഉത്തരസൂചിക:

- ❖ ചക്രിയ ചതുർഭുജത്തിലെ എതിർകോണുകളുടെ തുക 180^0യേക്കാൾ കൂടുതലാണെങ്കിൽ ബിന്ദുവിന്റെ സ്ഥാനം വൃത്തത്തിനുള്ളിലായിരിക്കും. 180^0 യേക്കാൾ കുറവാണെങ്കിൽ ബിന്ദുവിന്റെ സ്ഥാനം വൃത്തത്തിനു പുറത്തായിരിക്കും.

ചോദ്യം:

ചിത്രത്തിൽ $\angle S$, $\angle Q$ നേക്കാൾ 50^0 കൂടുതലാണ്. എങ്കിൽ $\angle S$, $\angle Q$ ന്റെ വിലകൾ കണ്ടുപിടിക്കാം.



ഉത്തരസൂചിക:

- ❖ ചക്രിയ ചതുർഭുജത്തിലെ എതിർകോണുകളുടെ തുക 180^0 ആണ്.

$\angle S + \angle Q = 180^0$

ചോദ്യം:

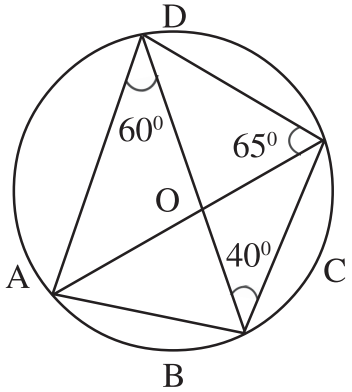
ചിത്രത്തിൽ ABCD ഒരു ചക്രിയ ചതുർഭുജമാണ്.

$\angle ADB = 60^0$, $\angle ACD = 65$, $\angle CBD = 40^0$ ആയാൽ

a) $\angle ACB$

b) $\angle BCD$

c) $\angle BAD$ എത്ര?



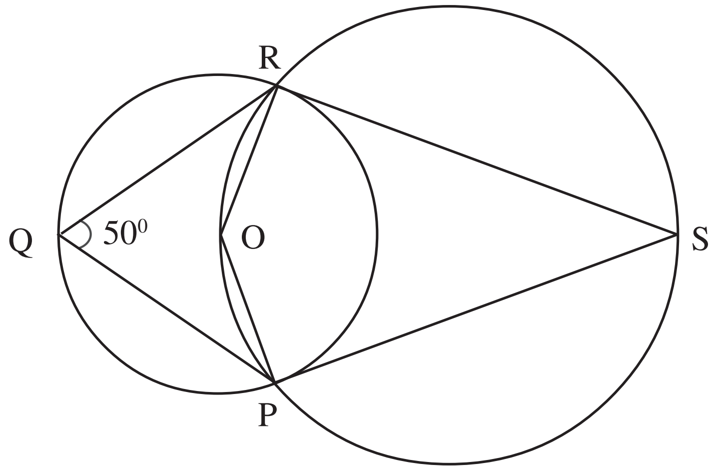
കൂടാതെ ചതുർഭുജത്തിന്റെ കോണുകളുടെ അളവുകൾ കണക്കാക്കുക

ഉത്തരസൂചിക:

- ❖ വൃത്തത്തിലെ ഒരേ ചാപത്തിലെ കോണുകൾ തുല്യമാണ്
- ❖ ചക്രിയ ചതുർഭുജത്തിന്റെ എതിർ കോണുകൾ അനുപൂരകങ്ങളാണ് (180^0)

ചോദ്യം:

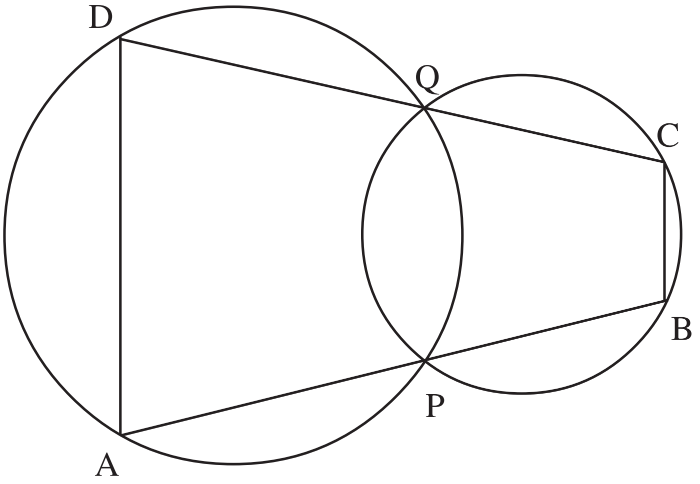
ചിത്രത്തിൽ 'O' ചെറിയ വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രം $\angle PQR = 50^0$, $\angle POR$, $\angle PSR$ ഇവ കാണുക.



ഉത്തരസൂചിക:

- ❖ ഒരു ചാപത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോണിന്റെ പകുതിയാണ് ആ ചാപം മറുചാപത്തിലുണ്ടാകുന്ന കോൺ
- ❖ ചക്രിയ ചതുർഭുജത്തിന്റെ എതിർ കോണുകളുടെ തുക 180^0

ചോദ്യം:



ചിത്രത്തിൽ രണ്ട് വൃത്തങ്ങൾ PR എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ കൂട്ടിമുട്ടുന്നു. ചതുർഭുജം ABCD യിൽ AB എന്ന വശത്തിലെ ബിന്ദുവാണ് P. CD എന്ന വശത്തിലെ ബിന്ദുവാണ് Q. $\angle A = 100^0$, $\angle D = 80^0$

a) $\angle APQ$, $\angle BPQ$ ഇവ കണക്കാക്കുക.

b) $\angle PQC$ എത്ര?

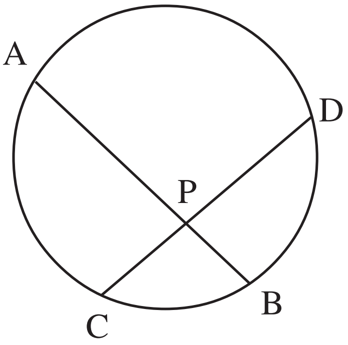
c) ABCD ഒരു ചക്രിയ ചതുർഭുജമാകുമോ? സമർത്ഥിക്കുക.

ഉത്തരസൂചിക:

- ❖ ചക്രിയ ചതുർഭുജത്തിലെ എതിർ ശീർഷകോണുകൾ അനുപൂരകങ്ങളാണ്
- ❖ ചക്രിയ ചതുർഭുജത്തിലെ ഒരു ശീർഷത്തിലെ പുറം കോൺ എതിർ ശീർഷത്തിലെ ആന്തരകോണിനു തുല്യം

ചോദ്യം:

ചിത്രത്തിൽ AB, CD എന്നീ ഞാണുകൾ P യിൽ ഖണ്ഡിക്കുന്നു. CD എന്ന ഞാണിന്റെ സമഭാജിയാണ് AB. AB = 13cm, PB = 4cm, CD യുടെ നീളം എത്ര?



ഉത്തരസൂചിക:

❖ PA x PB = PC x PD

ചോദ്യം:

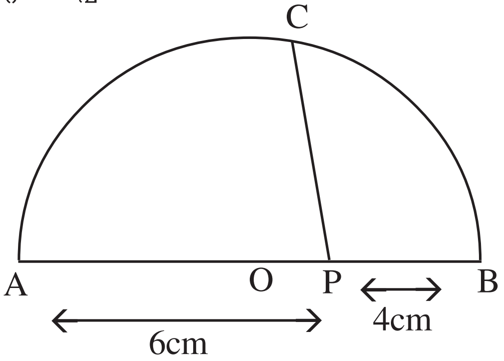
ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ പുറത്തുള്ള ഒരു ബിന്ദുവാണ് P. Pയിൽ നിന്നും വരച്ച ഒരു വര വൃത്തത്തെ C യിലും D യിലും ഖണ്ഡിക്കുന്നു. PC = 12cm, CD = 4cm P യിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിലേയ്ക്കുള്ള ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ ദൂരം വൃത്തത്തിന്റെ ആരത്തിനു തുല്യമാണ്. എങ്കിൽ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം എത്ര?

ഉത്തരസൂചിക:

❖ PA x PB = PC x PD

ചോദ്യം:

ചിത്രത്തിൽ AB = 6cm, PB = 4cm എങ്കിൽ PC യുടെ നീളം എത്ര? PC വശമാക്കി വരയ്ക്കുന്ന സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എത്ര?



ഉത്തരസൂചിക:

❖ PA x PB = PC^2

❖ സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കാണുന്നു

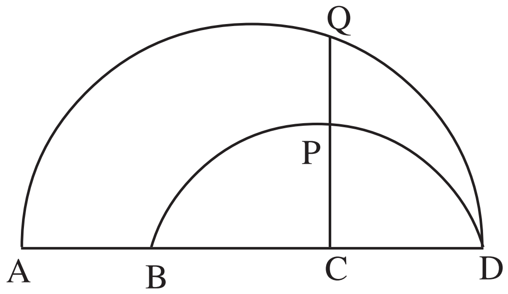
ചോദ്യം:

ചിത്രത്തിൽ AD = 12cm, BD = 8cm

CD = 4cm

a) CP യുടെ നീളം എത്ര?

b) QP യുടെ നീളം എത്ര?



ഉത്തരസൂചിക:

- PA x PB = PC^2

ചോദ്യം:

നീളം 5cm വീതി 4cm ആയ ചതുരം വരയ്ക്കുക. ഇതേ പരപ്പളവും നീളം 7cm ഉം ആയ മറ്റൊരു ചതുരം വരയ്ക്കുക.

ഉത്തരസൂചിക:

- തന്നിരിക്കുന്ന അളവിൽ ചതുരം വരയ്ക്കുക. നീളം AP
- AP നീട്ടിവരച്ച് PB = വീതി ആകുന്ന B അടയാളപ്പെടുത്തുക

  (AP + PB = നീളം + വീതി)
- AB യുടെ മധ്യലംബം വരയ്ക്കുക
- AB യുടെ താഴെയായി മധ്യലംബത്തിലെ ഒരു ബിന്ദു കേന്ദ്രമാക്കി A, B എന്നിവയിലൂടെ കടന്നുപോകുന്ന പരമാവധി വലിപ്പമുള്ള വൃത്തം വരയ്ക്കുക. (വൃത്തകേന്ദ്രം AB യുടെ മധ്യബിന്ദു അല്ല)
- പുതിയ ചതുരത്തിന്റെ നീളം = PC ആകത്തക്കവിധത്തിൽ P യിൽ നിന്നും ചാപം വരച്ച് വൃത്തത്തിൽ C എന്ന ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുക.
- CP നീട്ടി CD എന്ന ഞാൺ വരയ്ക്കുക
- CP നീളവും PD വീതിയുമായി പുതിയ ചതുരം വരയ്ക്കുക

  (AP x PB = CP x PD)

ചോദ്യം:

പരപ്പളവ് 30 ച.സെ.നീ. ആയി ചതുരം വരച്ച് തുല്യ പരപ്പളവുള്ള സമചതുരം വരയ്ക്കുക.

ഉത്തരസൂചിക:

- 6cm നീളവും 5cm വീതിയുമുള്ള ചതുരം വരയ്ക്കുക. (30 = 6 x 5)
- നീളം AP. AP നീട്ടിവരച്ച് PB = വീതി ആകത്തക്കവിധത്തിൽ B അടയാളപ്പെടുത്തുക

  (AP + PB = നീളം + വീതി)
- AB യുടെ മധ്യലംബം വരച്ച് മധ്യബിന്ദു കേന്ദ്രമായി A, B എന്നിവയിലൂടെ കടന്നുപോകുന്ന വൃത്തം വരയ്ക്കുക. (അർധവൃത്തം വരച്ചാലും മതി)
- P ൽ നിന്ന് AB യ്ക്ക് ലംബമായി മുകളിലേക്ക് നീട്ടിവരച്ച് വൃത്തത്തിൽ 'C' എന്ന ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുക. (PC ലംബം AB)
- PC വശമായി സമചതുരം പൂർത്തിയാക്കുക.

  (AP x PB = PC^2)

UNIT - 3
സാധ്യതകളുടെ ഗണിതം

ആശയങ്ങൾ

- ❖ സാധ്യത എന്ന ആശയം
- ❖ സാധ്യതയെ സംഖ്യാപരമായി വ്യാഖ്യാനിക്കുന്നു
- ❖ ജ്യാമിതീയ പ്രശ്നങ്ങളിൽ സാധ്യത ഉപയോഗിക്കുന്നു.
- ❖ സാധ്യത കണക്കാക്കുന്നതിന് എണ്ണൽസൂത്രങ്ങൾ ഉപയോഗിക്കുന്നു
- ❖ സാധ്യത കണക്കാക്കുന്ന പ്രായോഗിക സന്ദർഭങ്ങൾ

---

1. ഒരു കുട്ടിയോട് ഒരു രണ്ടക്കസംഖ്യ പറയാനാവശ്യപ്പെടുന്നു. കുട്ടി പറയുന്ന സംഖ്യ

   എ) 25 ആകാനുള്ള സാധ്യത എന്ത്?

   ബി) ഒരു പൂർണവർഗമാകാനുള്ള സാധ്യത എന്ത്? (2)

2. 1 മുതൽ 25 വരെയുള്ള എണ്ണൽസംഖ്യകൾ ഓരോന്നും എഴുതി ഒരു പെട്ടിയിലിട്ടു. അതിൽ നിന്നും ഒരു സംഖ്യ എടുത്താൽ, അത്

   എ) അഭാജ്യസംഖ്യയാകാനുള്ള സാധ്യത എന്ത്?

   ബി) ഇരട്ടസംഖ്യയാകാനുള്ള സാധ്യത എന്ത്? (2)

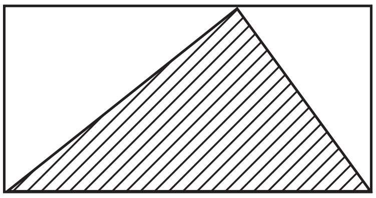
3. ഒരു സഞ്ചിയിൽ 12 ചുവന്ന പന്തുകളും 8 നീലപന്തുകളുമുണ്ട്. സഞ്ചിയിലേക്ക് നോക്കാതെ അതിൽ നിന്നും ഒരു പന്തെടുക്കുന്നു.

   എ) എടുക്കുന്ന പന്ത് ചുവന്നതാകാനുള്ള സാധ്യത എന്ത്?

   ബി) പന്ത് നീലയാകാനുള്ള സാധ്യത എന്ത്?

ജ്യാമിതീയ സാധ്യത

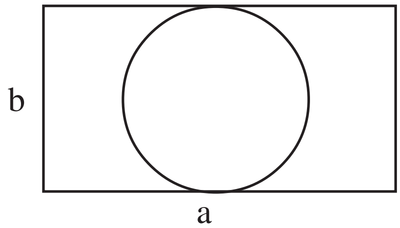
4. ചിത്രത്തിലെ ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് 40 ചതുരശ്ര സെന്റീമീറ്റർ ആണ്.



   എ) ഷെയ്ഡ് ചെയ്ത ഭാഗത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എത്രയാണ്?

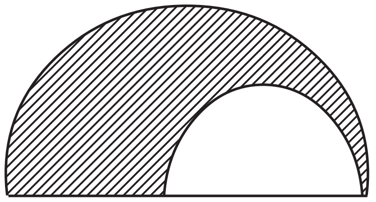
   ബി) കണ്ണടച്ച് ചതുരത്തിനകത്ത് ഒരു കുത്തിട്ടാൽ അത് ഷെയ്ഡ് ചെയ്ത ത്രികോണത്തിനകത്ത് ആകാനുള്ള സാധ്യത എത്രയാണ്?

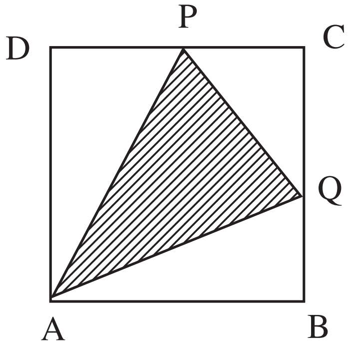
5.



ചിത്രത്തിലെ ചതുരത്തിന്റെ നീളം a യും വീതി b യും ആയാൽ, നോക്കാതെ ചതുരത്തിനുള്ളിൽ ഒരു കുത്തിട്ടാൽ അത് വൃത്തത്തിനകത്താകാനുള്ള സാധ്യത എന്ത്?

6. ചിത്രത്തിൽ AB വ്യാസമുള്ള വലിയ അർദ്ധവൃത്തവും OB വ്യാസമായ ചെറിയ അർദ്ധവൃത്തവുമുണ്ട്. 'O' വൃത്തകേന്ദ്രമാണ്. ഇതിലേയ്ക്ക് നോക്കാതെ ഒരു കുത്തിട്ടാൽ കുത്ത് ഷെയ്ഡ് ചെയ്ത ഭാഗത്ത് ആകാനുള്ള സാധ്യത കണക്കാക്കുക.





7. ചിത്രത്തിൽ ABCD ഒരു സമചതുരമാണ്. അതിന്റെ ഒരു മൂലയെയും രണ്ട് വശങ്ങളുടെ മധ്യബിന്ദുക്കളെയും ചേർത്ത് AB വരച്ച് ഷെയ്ഡ് ചെയ്തിക്കുന്നു. ഈ ചിത്രത്തിലേക്ക് നോക്കാതെ ഒരു കുത്തിട്ടാൽ, കുത്ത് ഷെയ്ഡ് ചെയ്ത ഭാഗത്ത് ആകാനുള്ള സാധ്യത കണക്കാക്കു.

8. 12 ന്റെ ഘടകങ്ങളെല്ലാം ഓരോന്നായി ഓരോ ചെറിയ കടലാസുകഷണങ്ങളിൽ എഴുതി ഒരു പെട്ടിയിൽ ഇട്ടിരിക്കുന്നു. ഇതിൽ നിന്നും നോക്കാതെ ഒന്നെടുത്താൽ കിട്ടുന്നത്

എ) അഭാജ്യസംഖ്യ ആകാനുള്ള സാധ്യത എന്ത?

ബി) 2 ന്റെ ഗുണിതമാകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര? (2)

9. ഒരു പെട്ടിയിൽ 1, 2, 3, 4 എന്നീ സംഖ്യകൾ എഴുതിയിട്ടിരിക്കുന്നു. മറ്റൊരു പെട്ടിയിൽ 1,4,9,16 എന്നീ സംഖ്യകളും എഴുതിയിട്ടിരിക്കുന്നു. രണ്ടിൽ നിന്നും നോക്കാതെ ഓരോന്നെടുത്താൽ

എ) കിട്ടുന്ന സംഖ്യാജോടികൾ എഴുതുക

ബി) അവയുടെ ഗുണനഫലം 16-ൽ കുറവുള്ള എത്ര ജോടികളുണ്ട്?

10. ഒരു പെട്ടിയിൽ 4 കറുത്ത മുത്തുകളും 3 ചുവന്ന മുത്തുകളും ഉണ്ട്. മറ്റൊരു പെട്ടിയിൽ 5 കറുത്ത മുത്തുകളും 4 ചുവന്ന മുത്തുകളും ഉണ്ട്. രണ്ടിൽ നിന്നും ഓരോന്നു വീതം നോക്കാതെ എടുക്കണം

എ) കിട്ടുന്ന രണ്ട് മുത്തുകളും കറുത്ത മുത്തുകൾ ആകാനുള്ള സാധ്യത കണക്കാക്കുക.

ബി) കിട്ടുന്ന രണ്ട് മുത്തുകളും ചുവന്നതാകാനുള്ള സാധ്യത കണക്കാക്കുക.

സി) ഒരു മുത്ത് കറുത്തതും മറ്റേത് ചുവന്നതും ആകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?

ഡി) ഒരു മുത്തെങ്കിലും കറുത്തതാകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?

11. ഒരു സഞ്ചിയിൽ 10 നീലപന്തും 12 മഞ്ഞപന്തുമുണ്ട്. മറ്റൊരു സഞ്ചിയിൽ 15 നീലപന്തും 7 മഞ്ഞപന്തുമുണ്ട്.

എ) ആദ്യത്തെ സഞ്ചിയിൽ നിന്നൊരു പന്തെടുത്താൽ അത് മഞ്ഞ പന്താകാനുള്ള സാധ്യത എന്താണ്?

ബി) രണ്ടാമത്തെ സഞ്ചിയിൽ നിന്നെടുത്താലോ?

സി) രണ്ട് സഞ്ചികളിലേയും പന്തുകൾ ഒരു സഞ്ചിയിലാക്ക് അതിൽ നിന്നൊരു പന്തെടുത്താൽ അത് മഞ്ഞപന്താകാനുള്ള സാധ്യത എന്ത്?

12. ഒരാളോട് ഒരു മൂന്നക്കസംഖ്യ പറയാൻ ആവശ്യപ്പെടുന്നു.

എ) ഇതിലെ മൂന്നക്കങ്ങളും തുല്യമാകാനുള്ള സാധ്യത എന്ത്?

ബിഃ 6 ന്റെ ഗുണിതമാകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?

13. ഒരു പെട്ടിയിൽ കുറെ പച്ചനിറത്തിലുള്ള പന്തുകളും കുറെ നീലനിറത്തിലുള്ള പന്തുകളുമുണ്ട്. അതിലേക്ക് ചുവപ്പ് നിറത്തിലുള്ള 5 പന്തുകൾ കൂടി ഇടുന്നു. ഇതിൽ നിന്നും ഒരു പന്തെടുത്താൽ ചുവന്നതാകാനുള്ള സാധ്യത $\frac{5}{22}$ ഉം നീലയാകാനുള്ള സാധ്യത $\frac{1}{2}$ ഉം.ആണ്.

എ) പെട്ടിയിൽ ഇപ്പോൾ ആകെ എത്ര പന്തുകളുണ്ട്?

ബി) നീലപന്തുകളുടെ എണ്ണം എത്ര?

സി) പെട്ടിയിൽ നിന്നും ഒരു പന്തെടുത്താൽ അത് പച്ചയാകാനുള്ള സാധ്യത എന്താണ്?

ഡി) പെട്ടിയിൽ നിന്നും ഒരു പന്തെടുത്താൽ അത് ചുവന്നതോ നീലയോ ആകാനുള്ള സാധ്യത എന്താണ്?

14. ഒരു സഞ്ചിയിൽ കുറെ ചുവപ്പും പച്ചയും പന്തുകളുണ്ട്. ഈ സഞ്ചിയിൽ നിന്നും നോക്കാതെ ഒരു പന്തെടുത്താൽ അത് ചുവന്നതാകാനുള്ള സാധ്യത 1/4 ആണ്.

എ) സഞ്ചിയിൽ 8 ചുവന്ന പന്തുകൾ ഉണ്ടെങ്കിൽ ആകെ പന്തുകളുടെ എണ്ണം എത്ര?

ബി) എടുക്കുന്ന ഒരു പന്ത് പച്ചയാകാനുള്ള സാധ്യത എന്ത്?

സി) ഈ രണ്ട് സാധ്യതകളുടെയും തുക കണ്ടുപിടിക്കുക.

ഡി) കുറെ ചുവപ്പുപന്തുകളും കുറെ നീലപന്തുകളുമുള്ള ഒരു പെട്ടിയിൽ നിന്ന് ഒരു ചുവന്ന പന്ത് കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത $\frac{a}{b}$ ആയാൽ നീല പന്ത് കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത എന്ത്?

15. ഒരു പെട്ടിയിൽ പച്ച നിറത്തിലുള്ള കുറെ പന്തുകളും നീല നിറത്തിലുള്ള കുറെ പന്തുകളും ഉണ്ട്. അതിലേക്ക് ചുവപ്പു നിറത്തിലുള്ള 7 പന്തുകൾ കൂടി ഇടുന്നു. ഇതിൽ നിന്നൊരു പന്തെടുത്താൽ അത് ചുവന്നതാകാനുള്ള സാധ്യത $\frac{7}{24}$ ഉം നീലയാകാനുള്ള സാധ്യത $\frac{1}{3}$ ഉം ആണ്.

എ) പെട്ടിയിൽ ആകെ എത്ര പന്തുകൾ ഉണ്ട്?

ബി) നീലനിറത്തിലുള്ള പന്തുകളുടെ എണ്ണം എത്ര?

സി) പെട്ടിയിൽ നിന്നൊരു പന്തെടുത്താൽ അത് പച്ചയാകാനുള്ള സാധ്യത എന്താണ്?

Answer Key

1. എ) രണ്ടക്കസംഖ്യകളുടെ എണ്ണം = 90

   സംഖ്യ 25 ആകാനുള്ള സാധ്യത $\frac{1}{90}$

   ബി) രണ്ടക്ക പൂർണവർഗങ്ങൾ = 16, 25, 36, 49, 64, 81

   രണ്ടക്ക പൂർണവർഗങ്ങളുടെ എണ്ണം = 6

   പൂർണവർഗമാകാനുള്ള സാധ്യത = $\frac{6}{90}=\frac{1}{15}$

2. എ) 1 മുതൽ 25 വരെയുള്ള അഭാജ്യസംഖ്യകൾ = 2, 3, 5, 6, 11, 13, 17, 19, 23

   അഭാജ്യസംഖ്യയാകാനുള്ള സാധ്യത = $\frac{9}{25}$

   ബി) 1 മുതൽ 25 വരെയുള്ള ഇരട്ടസംഖ്യകൾ = 2, 4, 6, 8, 20, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24

   ഇരട്ടസംഖ്യ കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത = $\frac{12}{25}$

3. ആകെ പന്തുകൾ = 20

   എ) പന്ത് ചുവന്നതാകാനുള്ള സാധ്യത = $\frac{12}{20}=\frac{3}{5}$

   ബി) പന്ത് നീലയാകാനുള്ള സാധ്യത = $\frac{8}{20}=\frac{2}{5}$

4. എ) ഷെയ്ഡ് ചെയ്ത ഭാഗത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = $\frac{\text{ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പാളവ്}}{2}$

   = 20 ച.സെ.മീ.

   ബി) കുത്തി, ഷെയ്ഡ് ചെയ്ത ത്രികോണത്തിനുള്ളിലാകാനുള്ള സാധ്യത = $\frac{\text{ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ്}}{\text{ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ്}}$

   $= \frac{20}{40}=\frac{1}{2}$

5. കുത്ത്, വൃത്തത്തിനകത്താകാനുള്ള സാധ്യത = $\frac{\text{വൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവ്}}{\text{ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ്}}$

   $= \frac{\pi\left(b/2\right)^2}{ab}=\frac{\pi b}{4a}$

6. ചെറിയ അർധവൃത്തത്തിന്റെ ആരം = r

   ചെറിയ അർധവൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = $\frac{\pi r^2}{2}$

   വലിയ അർധവൃത്തത്തിന്റെ ആരം = $2r$

   വലിയ അർധവൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = $\frac{1}{2}\pi(2r)^2 = 2\pi r^2$

   ഷെയ്ഡ് ചെയ്ത ഭാഗത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = $2\pi r^2-\frac{\pi r^2}{2}$

   $= \frac{3\pi r^2}{2}$

കുത്ത്, ഷെയ്ഡ് ചെയ്ത ഭാഗത്ത് ആകാനുള്ള സാധ്യത = $\dfrac{\text{ഷെയ്ഡ് ചെയ്ത ഭാഗത്തെ പരപ്പളവ്}}{\text{വലിയ അർധവൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവ്}}$

$$= \frac{3\pi r^2}{2} \div 2\pi r^2$$

$$= \frac{3}{4}$$

7. സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശം = a

സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = a^2

Δ ABQ ന്റെ പരപ്പളവ് $= \frac{1}{2} \times a \times \frac{a}{2} = \frac{a^2}{4}$

Δ ADP ന്റെ പരപ്പളവ് $= \frac{1}{2} \times a \times \frac{a}{2} = \frac{a^2}{4}$

Δ PCQ ന്റെ പരപ്പളവ് $= \frac{1}{2} \times \frac{a}{2} \times \frac{a}{2} = \frac{a^2}{8}$

ഷെയ്ഡ് ചെയ്ത ഭാഗത്തിന്റെ പരപ്പളവ് $= a^2 - \left[\frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{8}\right]$

$$= \frac{3a^2}{8}$$

ഷെയ്ഡ് ചെയ്ത ഭാഗത്ത് കുത്ത് വീഴാനുള്ള സാധ്യത $= \frac{3a^2}{8} \div a^2 = \frac{3}{8}$

8. 12ന്റെ ഘടകങ്ങൾ 1, 2, 3, 4, 6, 12 (6 എണ്ണം)

അഭാജ്യസംഖ്യകൾ = 2,3 (2 എണ്ണം)

അഭാജ്യസംഖ്യ കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത = $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

2 ന്റെ ഗുണിതങ്ങൾ = 2, 4, 6, 12 (4 എണ്ണം)

2 ന്റെ ഗുണിതം കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത = $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

9. എ) (1,1) (1,4) (1,9) (1,16)

(2,1) (2,4) (2,9) (2,16)

(3,1) (3,4) (3,9) (3,16)

(4,1) (4,4) (4,9) (4,16)

ബി) ഗുണനഫലം 16-ൽ കുറവുള്ള സംഖ്യാജോടികൾ

(1,1) (1,1) 1,4) (1,9)

(2,1) (2,4)

(3,1) (3,4)

(4,1)

സാധ്യത = $\frac{8}{16} = \frac{1}{2}$

10. ആദ്യത്തെ പെട്ടിയിലെ മുത്തുകളുടെ എണ്ണം = 4 + 3 = 7

രണ്ടാമത്തെ പെട്ടിയിലെ മുത്തുകളുടെ എണ്ണം = 5 + 4 = 9

ആകെ ജോടികൾ = 63

എ) കറുത്ത മുത്തുകൾ കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത = $\frac{20}{63}$

ബി) രണ്ടും ചുവന്ന മുത്തുകൾ കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത = $\frac{12}{63}=\frac{4}{21}$

സി) ഒരു മുത്ത് കറുത്തതും മറ്റേത് ചുവന്നതും ആകാനുള്ള സാധ്യത = $\frac{4\times4 \ + \ 3\times5}{63}$

ഡി) ഒരു മുത്തെങ്കിലും കറുത്തതാകാനുള്ള സാധ്യത = $(4\times5) \ + \ (4\times4)+\frac{(3\times5)}{63}$

$= \frac{51}{63}=\frac{17}{21}$

11. എ) ആദ്യത്തെ സഞ്ചിയിലെ ആകെ പന്തുകൾ = 22

ആദ്യത്തെ സഞ്ചിയിൽ നിന്നും മഞ്ഞപന്ത് കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത = $\frac{12}{22}=\frac{6}{11}$

ബി) രണ്ടാമത്തെ സഞ്ചിയിലെ ആകെ പന്തുകൾ = 22

രണ്ടാമത്തെ സഞ്ചിയിൽ നിന്നും മഞ്ഞമപന്ത് കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത = $\frac{7}{22}$

സി) ആകെ പന്തുകളുടെ എണ്ണം = 44

മഞ്ഞപന്ത് കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത = $\frac{19}{44}$

12. എ) മൂന്നക്കസംഖ്യകളുടെ എണ്ണം = 900

മൂന്നക്കങ്ങളും തുല്യമാകുന്ന സംഖ്യകൾ = 111, 222, 333..... 999

മൂന്നക്കങ്ങളും തുല്യമാകാനുള്ള സാധ്യത = $\frac{9}{900}=\frac{1}{100}$

ബി) 6 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളായ മൂന്നക്കസംഖ്യകൾ = $6n + 96 = 996$

$n = 150$

6ന്റെ ഗുണിതം ലഭിക്കുവാനുള്ള സാധ്യത = $\frac{150}{900}$

$= \frac{1}{6}$

13. എ) ആകെ പന്തുകളുടെ എണ്ണം = 22

ബി) നീല പന്തുകളുടെ എണ്ണം = X ആയാൽ

$$\frac{x}{22}=\frac{1}{2}$$

$$\therefore x=11$$

സി) പച്ച പന്തുകളുടെ എണ്ണം = 22 - 5 - 11 = 6

പച്ച പന്ത് കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത $\frac{6}{12}=\frac{3}{11}$

ഡി) ചുവപ്പ്, നീല പന്തുകളുടെ എണ്ണം = 5 + 11 = 16

ചുവന്നതോ, നീലയോ ആയ പന്ത് കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത = $\frac{16}{22}=\frac{8}{11}$

14. എ) ആകെ പന്തുകളുടെ എണ്ണം = X ആയാൽ

$$\frac{8x}{x}=\frac{1}{4} \quad \therefore \ x=32$$

ആകെ പന്തുകളുടെ എണ്ണം =32

ബി) പച്ചപന്തുകളുടെ എണ്ണം = 32 - 8 = 24

പച്ചപന്ത് കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത $\frac{24}{32}=\frac{3}{4}$

സി) $\frac{1}{4}+\frac{3}{4}=1$

ഡി) നീല പന്ത് കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത = $1-\frac{a}{b}$

15. എ) ആകെ പന്തുകളുടെ എണ്ണം = 24

ബി) നീലനിറത്തിലുള്ള പന്തുകളുടെ എണ്ണം = x ആയാൽ,

$$\frac{x}{24}=\frac{1}{3} \quad \therefore x=8$$

നീലനിറത്തിലുള്ള പന്തുകളുടെ എണ്ണം = 8

സി) പച്ചനിറത്തിലുള്ള പന്തുകളുടെ എണ്ണം = 24 - (7+8) = 9

പച്ച പന്ത് കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത = $\frac{9}{24}=\frac{3}{8}$

യൂണിറ്റ് – 4
രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യങ്ങൾ

ആശയങ്ങൾ

- ♦ പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങളിൽ നിന്നും രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യങ്ങൾ രൂപീകരിക്കുന്നു.
- ♦ രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യങ്ങൾ ഉൾപ്പെടുന്ന പ്രശ്നങ്ങളുടെ പരിഹാരം വർഗ്ഗം തികയ്ക്കുക എന്ന മാർഗ്ഗത്തിൽ കാണുന്നു.
- ♦ രണ്ടു പരിഹാരങ്ങൾ ലഭിക്കുന്ന രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യങ്ങൾ.
- ♦ $P(x)$ എന്ന രണ്ടാംകൃതി ബഹുപദത്തിന് $P(x) = 0$ ആകാൻ x ആയി എടുക്കേണ്ടുന്ന സംഖ്യ കണക്കാക്കുന്നതിന്.

1. താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഭാഷാവാക്യങ്ങളെ രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യങ്ങൾ ആക്കുക.

   എ) ഒരു സംഖ്യയുടെ വർഗം 81 ആകുന്നു.

   ബി) ഒരു സംഖ്യയുടെ വർഗ്ഗത്തോട് 9 കൂട്ടിയാൽ 34 കിട്ടുന്നു.

   സി) ഒരു സംഖ്യയോട് 3 കൂടിയതിന്റെ വർഗം 144 ആകുന്നു.

   ഡി) ഒരു സംഖ്യയുടെ വർഗത്തിൽ നിന്ന് 8 കുറച്ചപ്പോൾ 56 കിട്ടുന്നു.

   ഇ) ഒരു സംഖ്യയിൽ നിന്ന് 5 കുറച്ചതിന്റെ വർഗം 64 ആകുന്നു.

   എഫ്) ഒരു സംഖ്യയും അതിന്റെ വർഗവും കൂട്ടിയാൽ 20 ആകുന്നു.

   ജി) അടുത്തടുത്ത 2 എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലം 110.

   എച്ച്) അടുത്തടുത്ത 2 ഇരട്ടസംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫല് 168.

   ഐ) ഒരു സംഖ്യയുടെയും വ്യുൽക്രമത്തിന്റെയും തുക $\frac{17}{4}$

   ജെ) അടുത്തടുത്ത 2 4 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളുടെ ഗുണനഫലം 96.

2. ഒരു സംഖ്യയുടെ വർഗ്ഗം 121 എങ്കിൽ

   എ) സംഖ്യ x എന്നെടുത്താൽ സമവാക്യം എഴുതുക.

   ബി) സംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക.

3. ഒരു എണ്ണൽ സംഖ്യയുടെ വർഗത്തോട് 19 കൂട്ടുമ്പോൾ 100 കിട്ടുന്നു.

   എ) സംഖ്യ x എന്നെടുത്താൽ സമവാക്യം എഴുതുക.

   ബി) സംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക.

4. സമചതുരാകൃതിയായ ഒരു തോട്ടത്തിന്റെ പരപ്പളവ് 441 ചതുരശ്രമീറ്റർ ആണ്.

   എ) തോട്ടത്തിന്റെ ഒരു വശം x ആയാൽ പരപ്പളവിന്റെ സമവാക്യം രൂപീകരിക്കുക.

   ബി) തോട്ടത്തിന്റെ നീളം എത്ര?

5. ഒരു സമചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങളെല്ലാം 2 യൂണിറ്റ് കൂട്ടിയപ്പോൾ പരപ്പളവ് 144 ആയി.

   എ) ആദ്യത്തെ സമചതുരത്തിന്റെ വശം x ആയാൽ രണാടമത്തെതിന്റെ വശം എന്ത്?

   ബി) പരപ്പളവിന്റെ സമവാക്യം എഴുതുക.

   സി) ആദ്യത്തെ സമചതുരത്തിന്റെ വശത്തിന്റെ നീളം എത്ര?

6. 8, 12, 16 ...... എന്നു തുടരുന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിലെ n-ാമത്തെ പദത്തിന്റെ വർഗ്ഗമാണ് 1600.

എ) ശ്രേണിയുടെ n-ാം പദം എഴുതുക

ബി) സമവാക്യം രൂപീകരിക്കുക

സി) എത്രാമത്തെ പദത്തിന്റെ വർഗ്ഗമാണ് 1600

7. മൂന്നുവർഷം കഴിഞ്ഞാൽ അനുവിന്റെ വയസ്സിന്റെ വർഗ്ഗം 324 ആകും.

എ) അനുവിന്റെ ഇപ്പോഴത്തെ വയസ്സ് x ആയാൽ 3 വർഷം കഴിയുമ്പോൾ വയസ്സെത്ര?

ബി) സമവാക്യം രൂപീകരിക്കുക

സി) അനുവിന്റെ ഇപ്പോഴത്തെ വയസ്സെത്ര?

8. x ഒരു സംഖ്യ ആയാൽ

എ) $x^2 + 8x$ നോട് എത്ര കൂട്ടിയാൽ പൂർണവർഗമാകും?

ബി) $x^2 + ax + 16$ ഒരു പൂർണ വർഗം ആകണമെങ്കിൽ a എന്തായിരിക്കണം?

സി) $x^2 + ax + b$ പൂർണവർഗമാണെങ്കിൽ a, b ഇവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം എഴുതുക.

9. $x^2 + 6x = -5$ ആയാൽ

എ) $x^2 + 6x +$ .... $= -5 +$ ....

ബി) $(x +$ ....$)^2 =$ ....

സി) x ന്റെ വിലകൾ ഏവ?

10. $x^2 - 10x - 11 = 0$ ആയാൽ

$x^2 - 10x =$ ....

$x^2 - 10x +$ ..... $=$ ....

$(x -$ ....$)^2 =$ ....

x ന്റെ വിലകൾ ഏവ?

11. ഒരു സംഖ്യയുടെ വർഗത്തിൽ നിന്ന് സംഖ്യയുടെ 4 മടങ്ങ് കുറച്ചാൽ 45 കിട്ടും, സംഖ്യ x ആയാൽ

എ) സമവാക്യം എഴുതുക

ബി) സംഖ്യകളേവ?

12. രണ്ട് ഒറ്റസംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലം 675

എ) ഒരു സംഖ്യ x ആയാൽ നീളം എത്ര?

ബി) ഒരു രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യം രൂപീകരിക്കുക

സി) സംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക.

13. ഒരു ചതുരത്തിന്റെ നീളം വീതിയേക്കാൾ 8സെ.മീ. കൂടുതലാണ്

എ) വീതി x ആയാൽ നീളം എത്ര?

ബി) പരപ്പളവ് 240 ച.സെ.മീ. ആയാൽ വശങ്ങളേയും പരപ്പളവിനെയും സൂചിപ്പിക്കുന്ന സമവാക്യം എഴുതുക.

സി) ചതുരത്തിന്റെ നീളവും വീതിയും കാണുക

14. ചതുരാകൃതിയായ നീന്തൽകുളത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് 160 മീ. ആണ്. കുളത്തിന്റെ പരപ്പളവ് 1500 ച.സെ.മീ. ആണ്. കുളത്തിന്റെ പരപ്പളവ് 1500 ച.സെ.മീ.

എ) നീളം + വീതി എത്ര?

ബി) നീളം x എന്നെടുത്താൽ വീതി എത്ര?

സി) പരപ്പളവിനെയും വശങ്ങളെയും സൂചിപ്പിക്കുന്ന സമവാക്യം എഴുതുക.

15. ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ ലംബവശങ്ങളിൽ ഒന്നിന് മറ്റേതിനേക്കാൾ 4 സെ.മീ. നീളം കൂടുതലാണ്. ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് 96 ച.സെ.മീ. ആയാൽ

എ) ലംബവശങ്ങളിൽ ഒന്നിന്റെ നീളം x എന്നെടുത്താൽ രണ്ടാമത്തെ ലംബവശത്തിന്റെ നീളം എന്ത്?

ബി) മട്ടത്തിന്റെ പരപ്പളവിന്റെ സമവാക്യം എഴുതുക

സി) ലംബവശങ്ങളുടെ നീളം കാണുക

16. ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ കർണത്തേക്കാൾ 4 കുറവാണ് ഏറ്റവും ചെറിയ വശം. ഏറ്റവും ചെറിയ വശത്തേക്കാൾ 2 കൂടുതലാണ് മൂന്നാമത്ത വശം

എ) ഏറ്റവും ചെറിയ വശം x ആയാൽ മൂന്നാമത്തെ വശം എന്ത്?

ബി) കർണം എന്ത്?

സി) മട്ടത്തിന്റെ വശങ്ങളെ ബന്ധിപ്പിക്കുന്ന സമവാക്യം എഴുതുക.

ഡി) വശങ്ങളുടെ നീളം കാണുക

17. 60സെ.മീ. നീളമുള്ള കമ്പി വളച്ച് മട്ട ആകൃതിയിലാക്കുന്ന അതിന്റെ കർണം 26സെ.മീ.

എ) ലംബവശങ്ങളുടെ തുക എത്ര?

ബി) ഒരു ലംബവശം x എന്നെടുത്താൽ രണ്ടാമത്തെ ലംബവശം എന്ത്

സി) മട്ടത്തിന്റെ വശങ്ങളെ ബന്ധിപ്പിക്കുന്ന സമവാക്യം എഴുതുക.

ഡി) വശങ്ങളുടെ നീളം കാണുക

ഇ) മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കാണുക

18. 3, 5, 7, ... എന്ന് തുടരുന്ന സമാന്തരശ്രേണി പരിഗണിക്കുക.

എ) n-ാം പദം എഴുതുക

ബി) ആദ്യത്തെ n പദങ്ങളുടെ തുക 288 ആയാൽ സമവാക്യം എഴുതുക.

സി) n ന്റെ വില കാണുക

19. ഒരു സംഖ്യയുടെയും അതിന്റെ വ്യുൽക്രമത്തിന്റെയും തുക 6 ആണ്.

എ) സംഖ്യ x എന്നെടുത്താൽ അതിന്റെ വ്യുൽക്രമം എന്ത്?

ബി) തന്നിട്ടുള്ള വിവരങ്ങൾ അനുസരിച്ച് സമവാക്യം രൂപീകരിക്കുക.

സി) സംഖ്യ കണ്ടുപിടിക്കുക.

20. ഒരു അധിസംഖ്യയിൽ നിന്ന് അതിന്റെ വ്യുൽക്രമം കുറച്ചപ്പോൾ $1\frac{1}{2}$ കിട്ടി.

എ) അധിസംഖ്യ x എന്നെടുത്ത് സമവാക്യം രൂപീകരിക്കുക

ബി) സംഖ്യ കാണുക

21. രണ്ട് സംഖ്യകളുടെ തുക 9 ഉം അവയുടെ വർഗ്ഗങ്ങളുടെ തുക 41 ഉം ആണ്.

എ) ഒരു സംഖ്യ x ആയാൽ മറ്റേ സംഖ്യ എഴുതുക.

ബി) ഇവ ഉപയോഗിച്ച് രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യം രൂപീകരിക്കുക

സി) സംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക.

22. ഒരു കുട്ടി വീട്ടിൽ എല്ലാവർക്കും ആയി 120 രൂപ കൊടുത്ത് മാസ്ക്കുകൾ വാങ്ങി. കടയുടമസ്ഥൻ ഒരു മാസ്കിന്റെ വില 2 രൂപ കുറച്ചുതന്നിരുന്നെങ്കിൽ 3 മാസ്ക്കുകൾ അധികം കിട്ടുമായിരുന്നു.

എ) ഒരു മാസ്കിന്റെ വില x രൂപ ആയാൽ വാങ്ങിയ മാസ്ക്കുകളുടെ എണ്ണം എത്ര?

ബി) മാസ്കിന്റെ വില 2 രൂപ കുറച്ചാൽ ഒരു മാസ്കിന്റെ വില എന്ത്? കിട്ടുന്ന മാസ്ക്കുകളുടെ എണ്ണം എത്ര?

സി) എണ്ണത്തിലുള്ള വ്യത്യാസത്തെ സൂചിപ്പിക്കുന്ന സമവാക്യം എഴുതുക

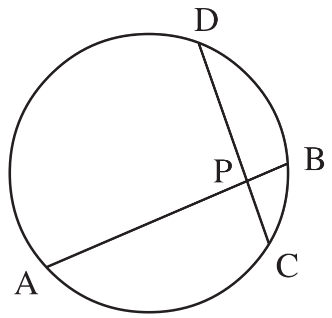
ഡി) ഒരു മാസ്കിന്റെ വില കാണുക

23. ചിത്രത്തിന് A, B, C, D എന്നീ ഞാണുകൾ P യിൽ കൂട്ടിമുട്ടുന്നു.

AB = 16 cm

CD = 14 cm

PC = 6 cm ആണ്



എ) PD എത്ര?

ബി) PA = x ആയാൽ PB എന്ത്?

സി) PA x PB = ...

ഡി) PA യുടെ നീളം കാണുക

24. 24മീ. നീളവും 20മീ. വീതിയുമുള്ള ചതുരാകൃതിയായി ഒരു മൈതാനത്തിനുചുറ്റും അകത്തായി ഒരേ വീതിയിൽ ഒരു നടപ്പാത ഉണ്ട്. പാത ഒഴികെയുള്ള സ്ഥലത്തിന്റെ പരപ്പളവ് 320 m^2 ആയാൽ

എ) നടപ്പാതയുടെ വീതി x ആയാൽ പാത ഒഴികെയുള്ള സ്ഥലത്തിന്റെ നീളവും വീതിയും എത്ര?

ബി) പരപ്പളവിനെ സൂചിപ്പിക്കുന്ന സമവാക്യം എഴുതുക

സി) പാതയുടെ വീതി x കാണുക

25. 60സെ.മീ. നീളവും 40സെ.മീ. വീതിയുമുള്ള ചതുരാകൃതിയായ ഒരുകടലാസിന്റെ 4 മൂലയിൽ നിന്നും ഒരേ വലിപ്പത്തിലൂടെ സമചതുരങ്ങൾ മുറിച്ചുമാറ്റി ഒരു പെട്ടി ഉണ്ടാക്കുന്നു.

എ) മുറിച്ചുമാറ്റിയ സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം x , പെട്ടിയുടെ നീളം, വീതി ഇവ എഴുതുക.

ബി) പാദ പരപ്പളവ് 800 ആയാൽ സമവാക്യം രൂപീകരിക്കുക.

സി) x ന്റെ വില കാണുക.

ഡി) പെട്ടിയുടെ നീളം, വീതി, ഉയരം എഴുതുക.

26. $2x^2 - 7x + 6 = 0$ എന്ന സമവാക്യത്തെ $ax^2 + bx + c = 0$ എന്നതുമായി താരതമ്യപ്പെടുത്തിയാൽ

എ) a, b, c ഇവ എത്ര?

ബി) $b^2 - 4ac$ യുടെ വില കാണുക

സി) x ന്റെ 2 വിലകൾ കാണുക.

27. $P(x) = x^2 - 5x + 6$ എന്ന ബഹുപദത്തിന് $P(x) = 0$ എന്നു കിട്ടാൻ x ന് കൊടുക്കേണ്ട വിലകൾ എന്തെല്ലാം?

28. $1 + 2 + 3 + \ldots\ldots\ldots\ldots + n = 465$

എ) ആദ്യത്തെ n എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ തുക എന്ത്?

ബി) തുക 465 ആയാൽ സമവാക്യം രൂപീകരിക്കുക

സി) $4 + 8 + 12 + \ldots$ എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ എത്രപദങ്ങളുടെ തുകയാണ് 1860?

29. ഒരു രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യം പകർത്തി എഴുതിയപ്പോൾ x ന്റെ ഗുണകം –10 ന് പകരം 10 എന്നെഴുതി.

എ) സമവാക്യത്തിലെ x ഇല്ലാത്ത പദം (സ്ഥിരസംഖ്യ) കണ്ടുപിടിക്കുക.

ബി) ശരിയായ സമവാക്യം എഴുതുക

സി) x ന്റെ വിലകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക

30. ഒരു രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യം പകർത്തി എഴുതിയപ്പോൾ x ഇല്ലാത്ത പദം –35ന് പകരം – 15 എന്നെഴുതിപ്പോയി. ഉത്തരമായി കിട്ടിയത് –5, 3 എങ്കിൽ

എ) തെറ്റായി എഴുതിയ സമവാക്യം എന്ത്?

ബി) ശരിയായി എഴുതിയ സമവാക്യം ഏത്?

സി) ശരിയായ സംവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരങ്ങൾ ഏവ?

31. നിശ്ചിത ചുറ്റളവും പരപ്പളവുമുള്ള ചതുരം നിർമ്മിക്കാനുള്ള പ്രശ്നത്തെ സമവാക്യം ആക്കിയപ്പോൾ ചുറ്റളവ് 62 ന് പകൽ 26 എന്നു തെറ്റായി എഴുതി. ചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം 10 എന്നു കിട്ടുകയും ചെയ്തു.

എ) ചുറ്റളവ് 26 എന്നെടുക്കുമ്പോൾ ചതുരത്തിന്റെ രണ്ടാമത്തെ വശത്തിന്റെ നീളം എത്ര?

ബി) ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എത്ര?

സി) ചുറ്റളവ് 62 ആകുമ്പോൾ നീളം + വീതി എത്ര?

ഡി) ചതുരത്തിന്റെ നീളവും വീതിയും കാണുക.

രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യങ്ങൾ

ഉത്തരങ്ങൾ

1. a) $x^2 = 81$
   b) $x^2 + 9 = 34$
   c) $(x+3)^2 = 144$
   d) $x^2 - 8 = 56$
   e) $(x-5)^2 = 64$
   f) $x + x^2 = 20$
   g) $x(x+1) = 110$
   h) $x(x+2) = 168$
   i) $x + \frac{1}{x} = \frac{17}{4}$
   $4x^2 - 17x + 4 = 0$
   j) $x(x+4) = 96$
   $x^2 + 4x - 96 = 0$

2. a) $x^2 = 121$
   b) 11, -11

3. a) $x^2 + 19 = 100$
   b) $x^2 = 81$
   $x = 9, -9$

4. a) $x^2 = 441$
   b) നീളം = 21

5. a) $x + 2$
   b) $(x+2)^2 = 144$
   c) 10

6. a) $4n + 4$
   b) $(4n + 4)2 = 1600$
   c) 19

7. a) $x + 3$
   b) $(x+3)^2 = 324$
   c) 15

8. a) 16
   b) 8
   c) 15

9. a) 9
   b) 3
   c) -5, -1

10. a) 11
    b) 25, 36
    c) 5, 36
    d) -1, 11

11. a) $x^2 - 4x = 45$
    b) 9, -5

12. a) $x(x+2) = 675$
    b) 25, 27

13. a) നീളം = $x + 8$
    b) $x(x+8) = 240$
    c) നീളം = 22, വീതി = 14

14. a) 80
    b) $80 - x$
    c) $x(80-x) = 1500$
    d) നീളം =50, വീതി = 30

15. a) $x + 4$
    b) $\frac{1}{2} x(x+4) = 96$
    c) 12, 16

16. a) $x + 2$
    b) $x + 4$
    c) $x^2 + (x+2)^2 = (x+4)^2$

17. a) പാദം + ലംബം = 34

b) ഒരു ലംബവശം = 34 - x

c) x^2 +(34 - x)2 = 26^2

d) 24, 10

e) 120 ച.യൂണിറ്റ്

18. a) 2n + 1

b) n2 + 2n = 288

c) n = 16

19. a) $\frac{1}{x}$

b) x^2- 6x + 1 = 0

c) $3 + 2\sqrt{2}$, $3-2\sqrt{2}$

20. a) 2x2 - 3x - 2 = 0

b) 2, $\frac{-1}{2}$

21. a) x, 9-x

b) x^2 - 9x - 20 = 0

c) 5, 4

22. a) $\frac{120}{x}$

b) x - 2, $\frac{120}{x-2}$

c) $\frac{120}{x-2}$ - $\frac{120}{x}$ = 3

d) 10 രൂപ

23. a) PD = 8

b) PB = 16 - x

c) PA x PB = PC x PD

d) 12, or, 4

24. a) 24 - 2x, 20 - 2x

b) x^2 - 22x + 40 = 0

c) x = 2

25. a) 60 - 2x, 40 = 2x

b) x^2 - 50x + 400 = 0

c) x = 10

d) 40, 20, 10

26. a) a = 2, b = -7, c = 6

b) b^2 - 4ac = 1

c) x = 2, or $\frac{3}{2}$

27. 3, 2

28. a) $\frac{n(n+1)}{2}$

b) $\frac{n(n+1)}{2}$ = 465

n^2 + 2 = 930

c) n = 30

29. a) 24

b) x^2 - 10x + 24 = 0

c) 6, 4

30. a) x^2 + 2x - 15 = 0

b) x^2 + 2x - 35 = 0

c) -7, 5

31. a) 3

b) പരപ്പളവ് = 30

c) പരപ്പളവ് = 31

d) 30 or 1

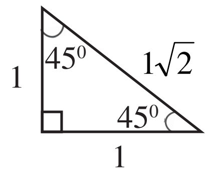
യൂണിറ്റ് - 5

ത്രികോണമിതി

ആശയങ്ങൾ:

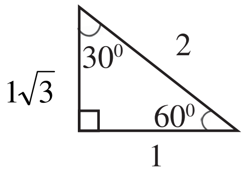
- ♦ കോണുകൾ 45^0, 45^0, 90^0 ആയ ത്രികോണങ്ങളിലെല്ലാം വശങ്ങൾ $1:1:\sqrt{2}$ എന്ന അംശബന്ധത്തിലായിരിക്കും.

  അതായത്, 45^0 കോണിന് എതിരെയുള്ള വശത്തിന്റെ $\sqrt{2}$ മടങ്ങാണ് 90^0 കോണിന് എതിരെയുള്ള വശം.

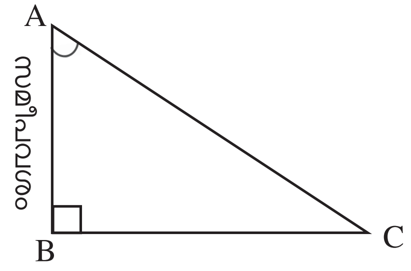


- ♦ കോണുകൾ 30^0, 60^0, 90^0 ആയ ത്രികോണങ്ങളിലെല്ലാം വശങ്ങൾ $1:\sqrt{3}:2$ എന്ന അംശബന്ധത്തിലായിരിക്കും.

  അതായത്, 90^0 കോണിന് എതിരെയുള്ള വശത്തിന്റെ പകുതിയാണ് 30^0 കോണിന് എതിരെയുള്ള വശം. 30^0 കോണിന് എതിരെയുള്ള വശത്തിന്റെ $\sqrt{3}$ മടങ്ങാണ് 60^0 കോണിന് എതിരെയുള്ള വശം.



- ♦



A എന്ന കോണിനെ അടിസ്ഥാനമാക്കി

$$\text{Sin A} = \frac{\text{എതിർവശം}}{\text{കർണം}} = \frac{BC}{AC}$$

$$\text{Cos A} = \frac{\text{സമീപവശം}}{\text{കർണം}} = \frac{AB}{AC}$$

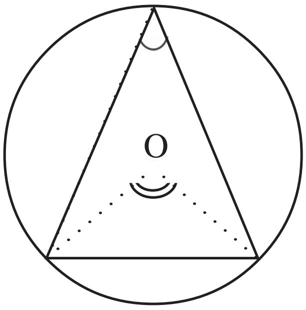
$$\text{tan A} = \frac{\text{എതിർവശം}}{\text{സമീപവശം}} = \frac{BC}{AB}$$

- ♦

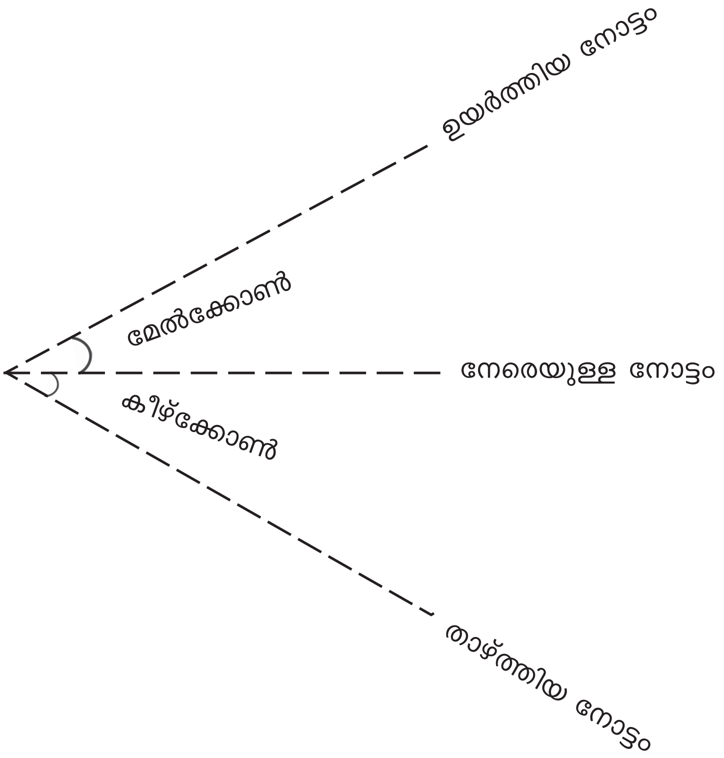
കോൺ	30^0	45^0	60^0
Sin	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
Cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$
tan	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$

♦ ഒരു വൃത്തത്തിലെ ഞാണിന്റെ നീളം = 2 x ആരം x Sin ($\frac{1}{2}$ കേന്ദ്രകോൺ)

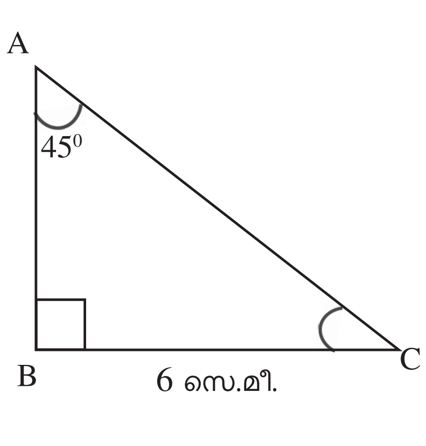
$$\text{ആരം} = \frac{\frac{1}{2} \text{ x ഞാണിന്റെ നീളം}}{\text{Sin} (\frac{1}{2} \text{ കേന്ദ്രകോൺ})}$$



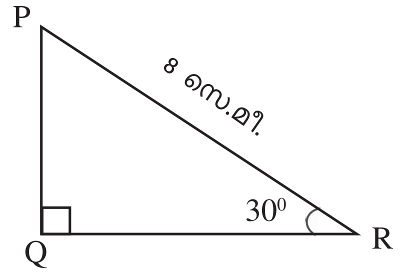
♦ നേരെയുള്ള നോട്ടത്തിന്റെയും ഉയർത്തിയ നോട്ടത്തിന്റെയും ഇടയിലുള്ള കോൺ ആണ് മേൽക്കോൺ. നേരയുള്ള നോട്ടത്തിന്റെയും താഴ്ത്തിയ നോട്ടത്തിന്റെയും ഇടയിലുള്ള കോൺ ആണ് കീഴ്ക്കോൺ.



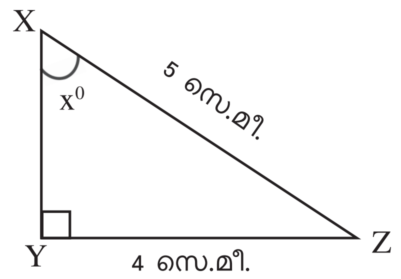
1. ചിത്രത്തിൽ ത്രികോണം ABC മട്ടത്രികോണമാണ്. <A = 45^0, BC = 6 സെ.മീ. ആയാൽ AC എത്ര?



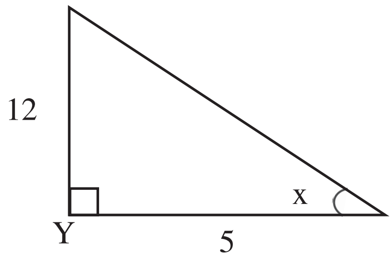
2. ത്രികോണം PQR ൽ < Q = 90^0, < R = 30^0, PR = 8 സെ.മീ. ആയാൽ QR ന്റെ നീളം കാണുക.



3. മട്ടത്രികോണം XYZ ൽ < Y = 90^0, YZ = 4 സെ.മീ., XZ = 5 സെ.മീ. ആയാൽ tan x ന്റെ വില എന്ത്?

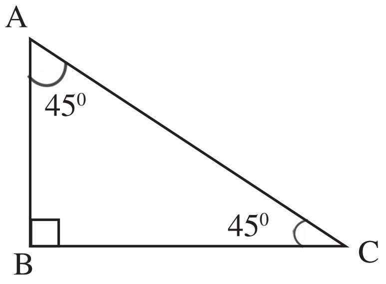


4. ചിത്രത്തിൽ $\text{Sin } x = \frac{12}{K}$ ആയാൽ K യുടെ വില എത്ര?

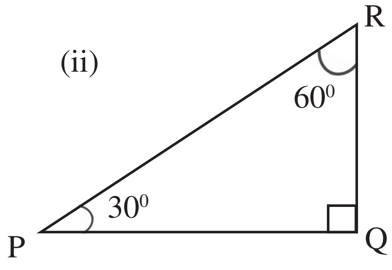


5. ചുവടെ വരച്ചിരിക്കുന്ന മട്ടത്രികോണങ്ങളെ അടിസ്ഥാനമാക്കി തന്നിരിക്കുന്ന പട്ടിക പൂർത്തിയാക്കുക.

(i)



(ii)



(i)

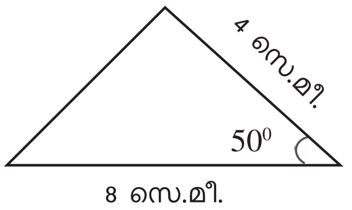
AB	BC	AC
3 സെ.മീ.	3 സെ.മീ.	$3\sqrt{2}$ സെ.മീ
....	5 സെ.മീ.	....
....	....	$7\sqrt{2}$ സെ.മീ
8 സെ.മീ.	....	....
....	$6\sqrt{2}$	....

(ii)

QR	PQ	PR
3 സെ.മീ.	$3\sqrt{3}$ സെ.മീ.	6 സെ.മീ
....	$5\sqrt{3}$	....
....	....	14 സെ.മീ
6 സെ.മീ.	....	....
$4\sqrt{3}$ സെ.മീ.	....	....
....	....	$12\sqrt{3}$ സെ.മീ

6. ചിത്രത്തിലെ ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കാണുക

($\sin 50^0 = 0.77$, $\cos 50^0 = 0.64$, $\tan 50^0 = 1.19$)



7. ത്രികോണം PQR ൽ PQ = 12 സെ.മീ., QR = 10 സെ.മീ. $< Q = 75^5$ ആയാൽ

എ) ത്രികോണത്തിന്റെ ഉയരം കാണുക.

ബി) ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കാണുക.

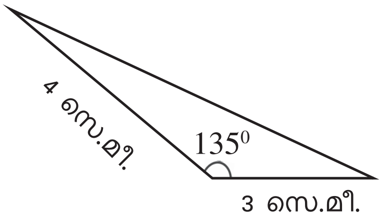
($\sin 75^0 = 0.97$, $\cos 75^0 = 0.26$, $\tan 75^0 = 3.73$)

8. ഒരു സാമാന്തരികത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളം 8 സെ.മീ, 12 സെ.മീ, അവയ്ക്കിടയിലുള്ള കോൺ 120^0

എ) സാമാന്തരികത്തിന്റെ വശങ്ങൾക്കിടയിലുള്ള അകലം കാണുക.

ബി) സാമന്തരികത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കാണുക.

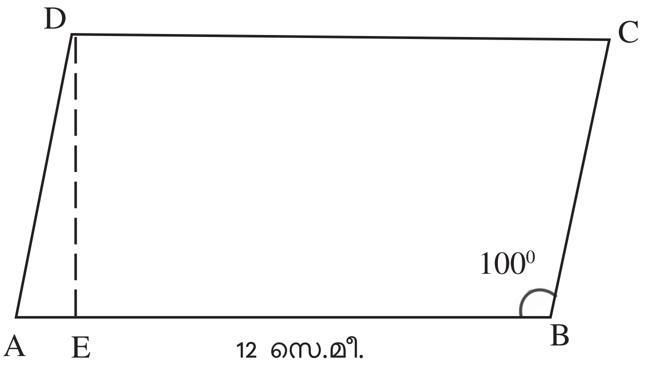
9. ചിത്രത്തിലെ ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണ്ടുപിടിക്കുക.



10. ചിത്രത്തിൽ ABCD ഒരു സമഭുജസാമാന്തരികമാണ്.

എ) DE യുടെ നീളം കാണുക.

ബി) സാമാന്തരികത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കാണുക.
($\sin 80^0 = 0.98$, $\cos 80^0 = 0.17$)

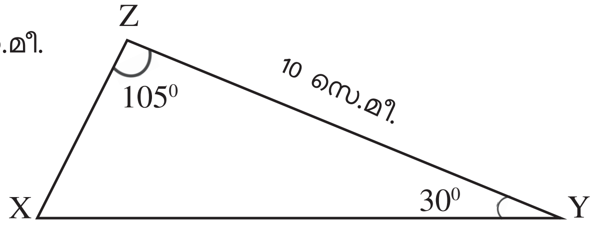


11. ഒരു ത്രികോണത്തിലെ ഒരു കോൺ 70^0, അതിന്റെ എതിർവശം 8 സെ.മീ. ത്രികോണത്തിന്റെ പരിവൃത്ത ആരം കണ്ടുപിടിക്കുക. ($\sin 70^0 = 0.94$)

12. ചിത്രത്തിൽ $\angle Y = 30^0$, $\angle Z = 105^0$, YZ = 10 സെ.മീ.

എ) X Z ന്റെ നീളം കാണുക.

ബി) X Y യുടെ നീളം കാണുക.

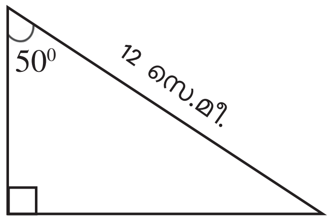


13. ഒരു മതിലിൻമേൽ ഒരു കമ്പ് ചാരി വച്ചിരിക്കുന്നു. കമ്പിന്റെ ചുവടും മതിലിന്റെ ചുവടും തമ്മിൽ 5 മീറ്റർ അകലം ഉണ്ട്. കമ്പും തറയുമായുള്ള കോൺ 65^0 ആണ്. (Sin $65^0 = 0.9$, cos $65^0 = 0.4$, tan = $65^0 = 2.1$)

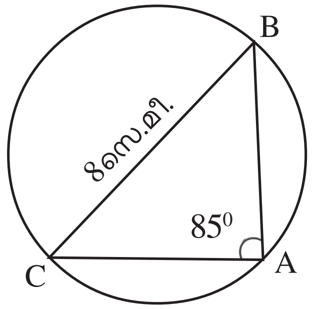
എ) ഏകദേശം ചിത്രം വരയ്ക്കുക.

ബി) മതിലിന്റെ ഉയരം കാണുക

14. ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കാണുക.
(Sin $50^0 = 0.77$, cos $50^0 = 0.64$, tan = $50^0 = 1.19$)



15. ചിത്രത്തിൽ $\angle A = 85^0$, BC = 8സെ.മീ. ത്രികോണം ABC യുടെ പരിവൃത്ത വ്യാസം കണ്ടുപിടിക്കുക.
(Sin $85^0 = 0.99$)

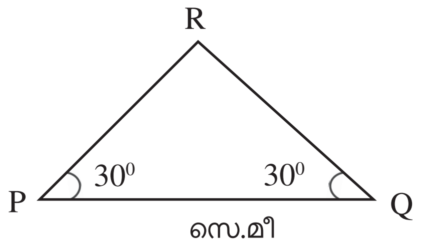


16. ചിത്രത്തിൽ PQ = $6\sqrt{3}$ സെ.മീ., $\angle P = 30^0$, $\angle Q = 30^0$
$6\sqrt{3}$

എ) QR ന്റെ നീളം കണ്ടുപിടിക്കുക

ബി) PR ന്റെ നീളം എന്ത്?

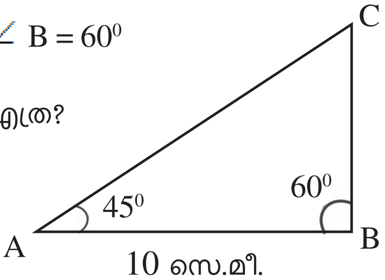
സി) ത്രികോണം PQR ന്റെ പരിവൃത്ത ആരം കാണുക.



17. ത്രികോണം ABC യിൽ AB = 10 സെ.മീ., $\angle A = 45^0$, $\angle B = 60^0$

എ) C യിൽ നിന്നും AB യിലേക്കുള്ള ലംബദൂരം എത്ര?

ബി) ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കാണുക.

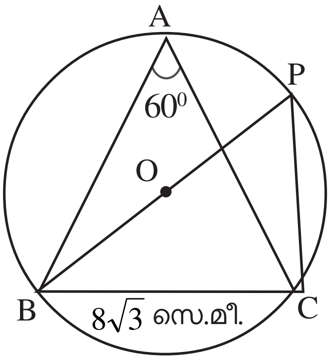


18. ചിത്രത്തിൽ O വൃത്തകേന്ദ്രമാണ്. $\angle BAC = 60^0$, BC = $8\sqrt{3}$ സെ.മീ.

എ) $\angle BPC$ യുടെ അളവെത്ര?

ബി) PB യുടെ നീളമെത്ര?

സി) PC യുടെ നീളമെത്ര?



19. പരിവൃത്ത ആരം 5 സെ.മീ. ആയ വൃത്തത്തിലെ കേന്ദ്രകോൺ 120^0 ആയ ഞാണിന്റെ നീളം കണ്ടുപിടിക്കുക.

20. ഒരു മരത്തിന്റെ ചുവട്ടിൽ നിന്ന് 20 മീറ്റർ അകലെ നിൽക്കുന്ന ഒരാൾ മരത്തിന്റെ മുകളറ്റം 50^0 മേൽക്കോണിൽ കാണുന്നു. ആളുടെ ഉയരം 1.7 മീറ്റർ ആണ്. മരത്തിന്റെ ഉയരം കാണുക.
($\sin 50^0 = 0.78$, $\cos 50^0 = 0.64$, $\tan = 50^0 = 1.19$)

21. ഒരാൾ 40 മീറ്റർ ഉയരമുള്ള ഒരുകെട്ടിടത്തിന്റെ മുകളിൽ നിന്നും നോക്കിയപ്പോൾ താഴെ നിരപ്പായ തറയിലുള്ള ഒരു കളിപ്പാട്ടം 22^0 കീഴ്ക്കോണിൽ കണ്ടു. കളിപ്പാട്ടം കെട്ടിടത്തിന്റെ ചുവട്ടിൽ നിന്നും എത്ര മീറ്റർ അകലെയാണ്?
($\sin 22^0 = 0.37$, $\cos 22^0 = 0.92$, $\tan = 22^0 = 0.40$)

22. പുഴയുടെ തീരത്തുള്ള ഒരു മരത്തിന്റെ അഗ്രം മറുതീരത്ത് നിൽക്കുന്ന ഒരു കുട്ടി 60^0 മേൽക്കോണിൽ കാണുന്നു. 30 മീറ്റർ പിറകോട്ട് മാറി നോക്കിയപ്പോൾ 30^0 മേൽക്കോണിലാണ് അഗ്രം കണ്ടത്. കുട്ടിയുടെ ഉയരം 1.5 മീറ്റർ ആണ്.
   - എ) തന്നിരിക്കുന്ന വിവരങ്ങളെ അടിസ്ഥാനമാക്കി ഏകദേശ ചിത്രം വരയ്ക്കുക.
   - ബി) പുഴയുടെ വീതി കാണുക.
   - സി) മരത്തിന്റെ ഉയരം കാണുക.

23. പണിതുകൊണ്ടിരിക്കുന്ന ഒരു കെട്ടിടത്തിന്റെ മുകൾഭാഗം 1.6 മീറ്റർ ഉയരമുള്ള ഒരു കുട്ടി 40^0 മേൽക്കോണിൽ കണ്ടു. 20 മീറ്റർ കൂടി ഉയർത്തി കെട്ടിടം പണിതീർന്നപ്പോൾ അയാൾ അതേ സ്ഥാനത്ത് നിന്ന് 50^0 മേൽക്കോണിൽ മുകൾഭാഗം കണ്ടു.
   - എ) ഏകദേശ ചിത്രം വരച്ച് അളവുകൾ രേഖപ്പെടുത്തുക.
   - ബി) കുട്ടിയും കെട്ടിടവുമായുള്ള അകലം കാണുക.
     ($\tan = 50^0 = 1.19$, $\tan 40^0 = 0.84$)

24. 10 മീറ്റർ ഉയരമുള്ള ഒരു ലൈറ്റ്ഹൗസിന്റെ മുകളിൽ നിന്ന് ഒരാൾ അകലെ കടലിൽ ഒരേ നിരയിൽ നങ്കൂരമിട്ടിരിക്കുന്ന രണ്ട് കപ്പലുകൾ 45^0, 30^0 കീഴ്ക്കോണിൽ കാണുന്നു.
   - എ) ഏകദേശം ചിത്രം വരയ്ക്കുക.
   - ബി) കപ്പലുകൾ തമ്മിലുള്ള അകലം കാണുക.

25. ഒരു ഗോപുരത്തിന്റെ മുകളിൽ നിന്നും ദൂരെയുള്ള 30 മീറ്റർ ഉയരമുള്ള ഒരു കെട്ടിടത്തിന്റെ മുകൾഭാഗം 35^0 കീഴ്ക്കോണിലും ചുവടറ്റം 55^0 കീഴ്ക്കോണിലും ഒരാൾ കാണുന്നു.
   - എ) ഗോപുരവും കെട്ടിടവും തമ്മിലുള്ള അകലം കണക്കാക്കുക.
   - ബി) ഗോപുരത്തിന്റെ ഉയരം കാണുക.
     ($\tan = 55^0 = 4.43$, $\tan 35^0 = 0.7$)

ഉത്തരങ്ങൾ

1. AC = $6\sqrt{2}$ സെ.മീ.

2. QR = $4\sqrt{3}$ സെ.മീ.

3. $\tan x = \frac{4}{3}$

4. K = 13

5. (i)

AB	BC	AC
3 സെ.മീ.	3 സെ.മീ.	$3\sqrt{2}$ സെ.മീ
5 സെ.മീ.	5 സെ.മീ.	$5\sqrt{2}$ സെ.മീ
7 സെ.മീ.	7 സെ.മീ.	$7\sqrt{2}$ സെ.മീ
8 സെ.മീ.	8 സെ.മീ.	$8\sqrt{2}$ സെ.മീ.
$6\sqrt{2}$ സെ.മീ.	$6\sqrt{2}$ സെ.മീ.	12 സെ.മീ.

(ii)

QR	PQ	PR
3 സെ.മീ.	$3\sqrt{3}$ സെ.മീ.	6 സെ.മീ
5 സെ.മീ.	$5\sqrt{3}$ സെ.മീ.	10 സെ.മീ
7 സെ.മീ.	$7\sqrt{3}$ സെ.മീ.	14 സെ.മീ
6 സെ.മീ.	$6\sqrt{3}$ സെ.മീ.	12 സെ.മീ
$4\sqrt{3}$ സെ.മീ.	12 സെ.മീ.	$8\sqrt{3}$ സെ.മീ
$6\sqrt{3}$ സ.മീ.	18 സെ.മീ.	$12\sqrt{3}$ സെ.മീ

6. ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് $= \frac{1}{2}bh$

$= \frac{1}{2} \times 8 \times (4 \times \text{Sin } 50^0)$

= 4 x 4 x 0.77

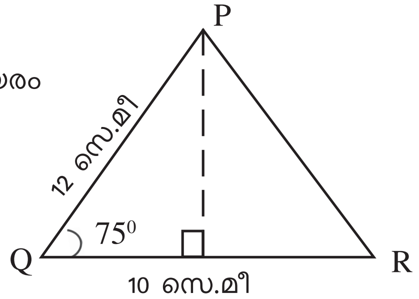
= 12.32 ച.സെ.മീ.

7. എ) ത്രികോണത്തിന്റ ഉയരം

= 12 x Sin 75^0

= 12 x 0.97

= 11.64 സെ.മീ.

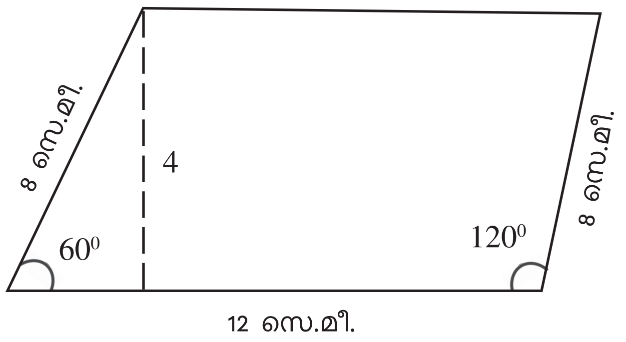


ബി) ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് $= \frac{1}{2}bh$

$= \frac{1}{2} \times 10 \times 11.64$

= 85.2 ച.സെ.മീ.

8. എ) $\text{Sin } 60^0 = \frac{4}{8}$



$h = 8 \times \text{Sin } 60^0$

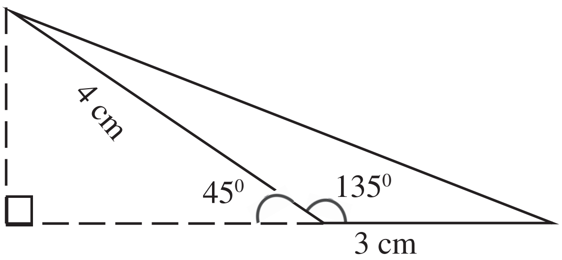
$= 4\sqrt{3}$ സെ.മീ.

ബി) പരപ്പളവ് $= bh$

$= 12 \times 4\sqrt{3}$

$= 48\sqrt{3}$ ച.സെ.മീ.

9. ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് $= \frac{1}{2} bh$



$= \frac{1}{2} \times 3 \times \frac{4}{\sqrt{2}}$

$= 3\sqrt{2} \text{ cm}^2$

10. എ) $\angle A = 80^0$

$\text{Sin } 80^0 = \frac{DE}{AD}$

DE $= 12 \times \text{Sin } 80^0$

$= 11.76$ c.m.

ബി) പരപ്പളവ് $= bh$

$= 12 \times 11.76$

$= 141.12$ ച.സെ.മീ.

11. പരിവൃത്ത ആരം $= \frac{4}{\text{Sin } 70^0}$

$= \frac{4}{0.94}$

$= 4.25$ സെ.മീ.

12. എ) $XZ = 5\sqrt{2}$ സെ.മീ.

ബി) $XY = 5(1+\sqrt{3})$ സെ.മീ.

13. ചിത്രത്തിൽ നിന്നും

$\tan 65^0 = \frac{\text{മതിലിന്റെ ഉയരം}}{5}$

മതിലിന്റെ ഉയരം $= 5 \times 2.1$

$= 10.5$ മീറ്റർ

14. മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ പാദം $= 12 \times \sin 50^0$

$= 12 \times 0.77$

$= 9.24$ സെ.മീ.

മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ ലംബം $= 7.7$ സെ.മീ.

15. പരിവൃത്ത വ്യാസം $= \dfrac{8}{\sin 85^0} = 8.08$ സെ.മീ.

16. എ) $QR = 6$ സെ.മീ.

ബി) $PQ = 6$ സെ.മീ.

സി) പരിവൃത്ത ആരം $= 6$ സെ.മീ.

17. എ) ലംബദൂരം $= 5(3-\sqrt{3})$ സെ.മീ.

ബി) പരപ്പളവ് $= 25(3-\sqrt{3})$ സെ.മീ.

18. എ) $\angle BPC = 60^0$

ബി) $PB = 16$ സെ.മീ.

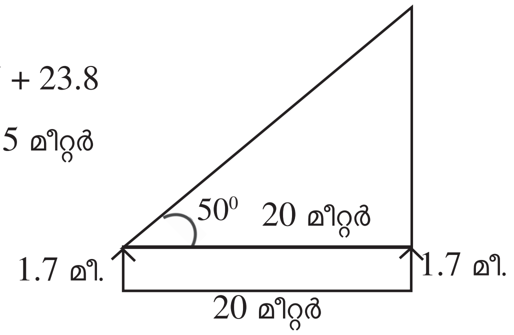
സി) $PC = 8$ സെ.മീ.

19. ഞാണിന്റെ നീള $= 2 \times 5 \times \sin 60^0$

$= 5\sqrt{3}$ സെ.മീ.

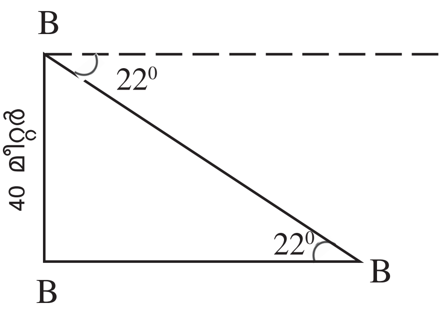
20. മരത്തിന്റെ ഉയരം $= 1.7 + 23.8$

$= 25.5$ മീറ്റർ



21. $AB = \dfrac{40}{\tan 22^0}$

$= 100$ മീറ്റർ

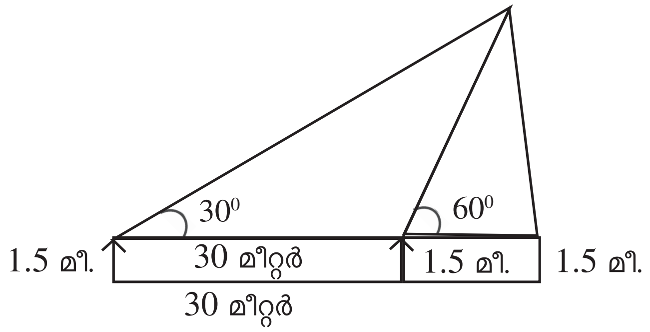


22. പുഴയുടെ വീതി = 15 മീറ്റർ

മരത്തിന്റെ ഉയരം

$=15\sqrt{3}+1.5$

$= 27.45$ മീറ്റർ



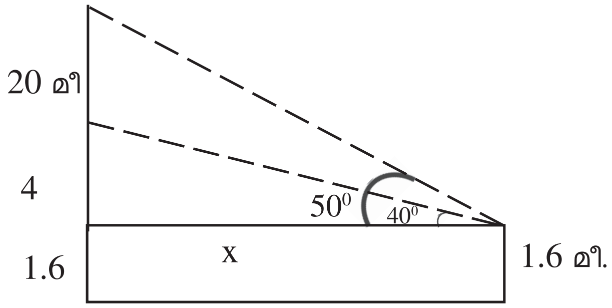
23. $x = \dfrac{20}{\tan 50^0 - \tan 40^0}$

$= 57.1$ മീറ്റർ

$h = \dfrac{20 \times \tan 40^0}{\tan 50^0 - \tan 40^0}$

$= 48$ മീറ്റർ

കെട്ടിടത്തിന്റെ ഉയരം $= 69.6$ മീറ്റർ

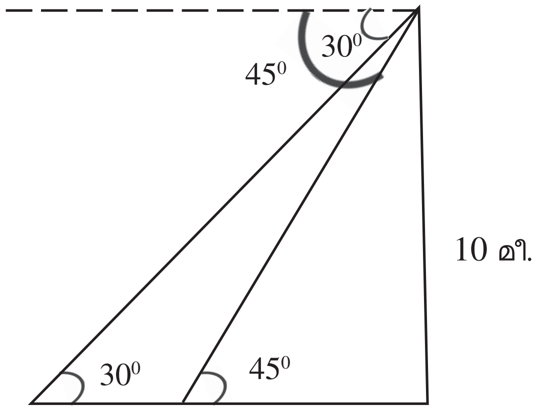


24. കപ്പലുകൾ തമ്മിലുള്ള

അകലം$= \dfrac{10\left(\tan 45^0 - \tan 30^0\right)}{\tan 45^0 \times \tan 30^0}$

$= 10\left(\sqrt{3}-1\right)$ മീറ്റർ

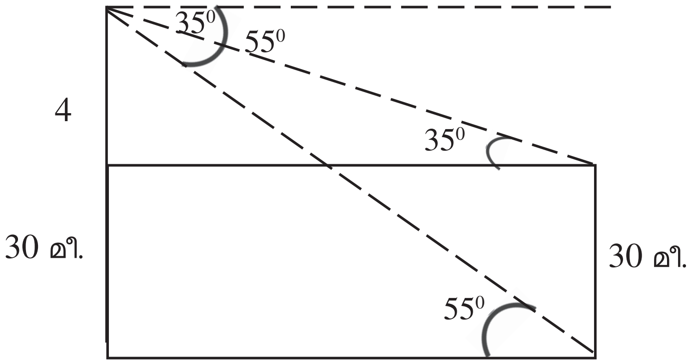
$= 7.3$ മീറ്റർ



25. എ) അകലം $= \dfrac{30}{\tan 55^0 - \tan 35^0}$

$= 41.09$ മീറ്റർ

ബി) ഉയരം $= 58.77$ മീറ്റർ



ഗണിതം

അദ്ധ്യായം 6

സൂചകസംഖ്യകൾ

പഠന ലക്ഷ്യങ്ങൾ
1)അക്ഷരങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് ബിന്ദുക്കളുടെ സ്ഥാനം അടയാളപ്പെടുത്തൽ
2)അക്ഷരങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് വിവിധ ജാമിതീയ രൂപങ്ങളുടെ മൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കാണുക
3)അക്ഷങ്ങൾക്ക് സമാന്തരമായ വരയിലെ ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം
4) അക്ഷരങ്ങൾക്ക് സമാന്തരമായ വരയിലെ ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം
5)അക്ഷങ്ങളിൽ അല്ലാത്ത ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം
6) സൂചകസംഖ്യകൾ ഉപയോഗിച്ച് വിവിധ ജാമിതീയ രൂപങ്ങളുടെ അളവുകൾ കാണുന്ന വിധം

1) (8,7)എന്ന ബിന്ദുവിന് x-അക്ഷത്തിൽ നിന്നുള്ള അകലം കാണുക.

ഉത്തരം. 7

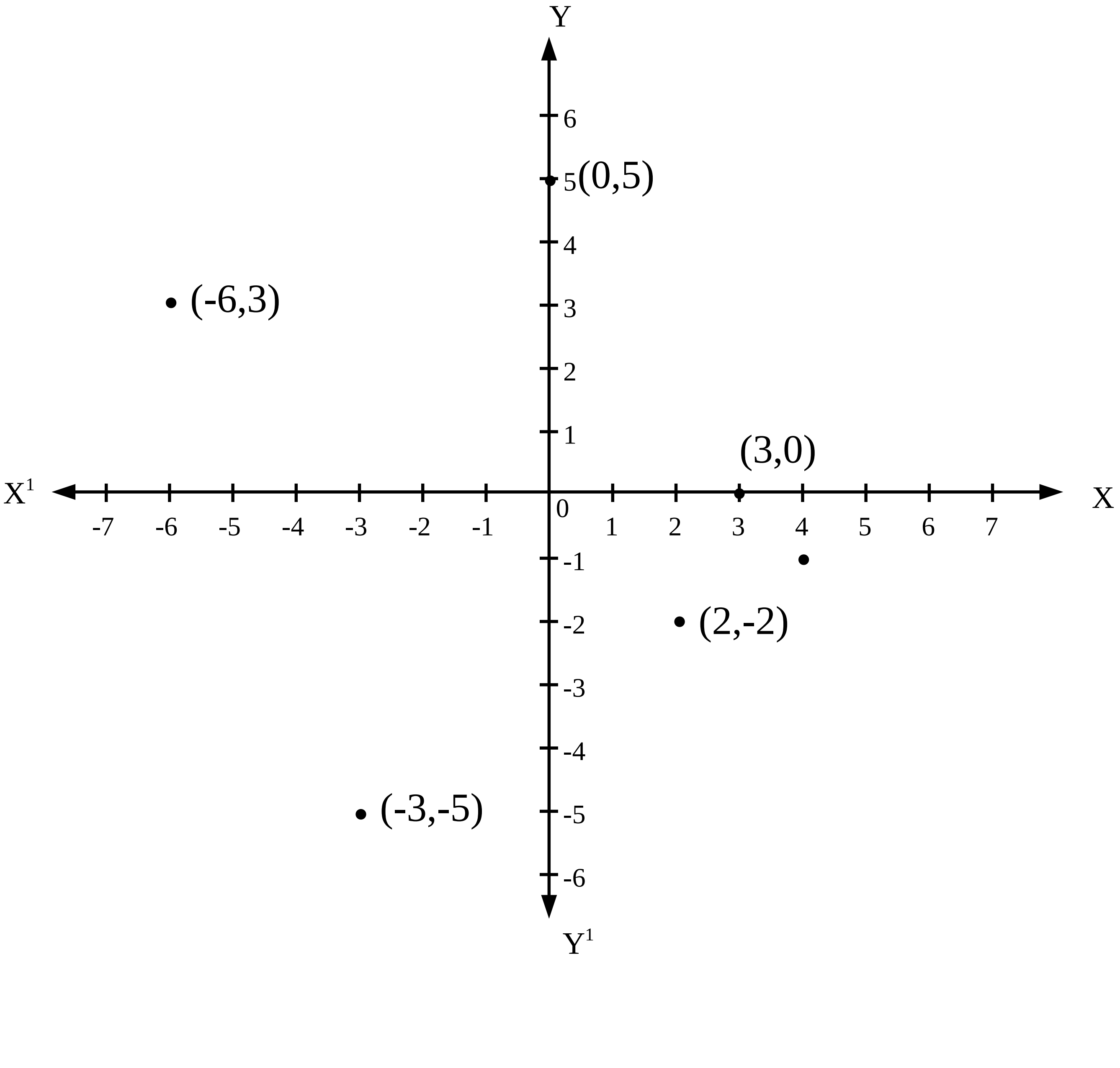
2)(-3, 7)എന്ന ബിന്ദുവിന് x-അക്ഷത്തിൽ നിന്നുള്ള അകലം കാണുക.

ഉത്തരം. 3

3)X-അക്ഷവും Y-അക്ഷവും വരച്ച് താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക

(3,0), (0,5), (2,-2), (-3,-5), (-6, 3)

ഉത്തരം.



4)താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളിൽ x -അക്ഷത്തിലുള്ള ബിന്ദുക്കൾ, y-അക്ഷത്തിലുള്ള ബിന്ദുക്കൾ, x -അക്ഷത്തിലും y -അക്ഷത്തിലും അല്ലാത്ത ബിന്ദുക്കൾ ഇവ കണ്ടുപിടിക്കുക .

(6,7), (6,0), (0,6), (5,0), (8,1), (0,9), (3,1),(10,0)

ഉത്തരം.

x -അക്ഷത്തിലുള്ള ബിന്ദുക്കൾ

(6,0), (5,0), (10,0)

y -അക്ഷത്തിലുള്ള ബിന്ദുക്കൾ

(0,6), (0,9)

x -അക്ഷത്തിലും y -അക്ഷത്തിലും അല്ലാത്ത ബിന്ദുക്കൾ

(6,7), (8,1), (3,1)

5)താഴെക്കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളിൽ x അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ വരയിലെ ബിന്ദുക്കൾ കണ്ടുപിടിക്കുക

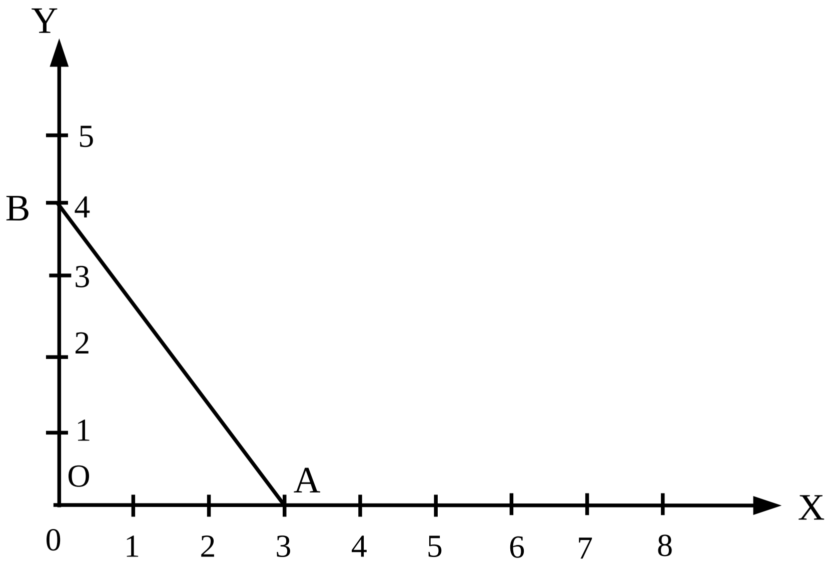
(5,8), (2,1), (7,7), (8,2), (5,3), (1,2), (5,-2)

ഉത്തരം. (8,2), (1,2)

7) (x-2, 5) എന്നത് y- അക്ഷത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവാണ് ,x-ന്റെ വില കാണുക

ഉത്തരം. x=2

8) താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ചിത്രത്തിൽ



OAB എന്ന ത്രികോണത്തിന്റെ മൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കാണുക

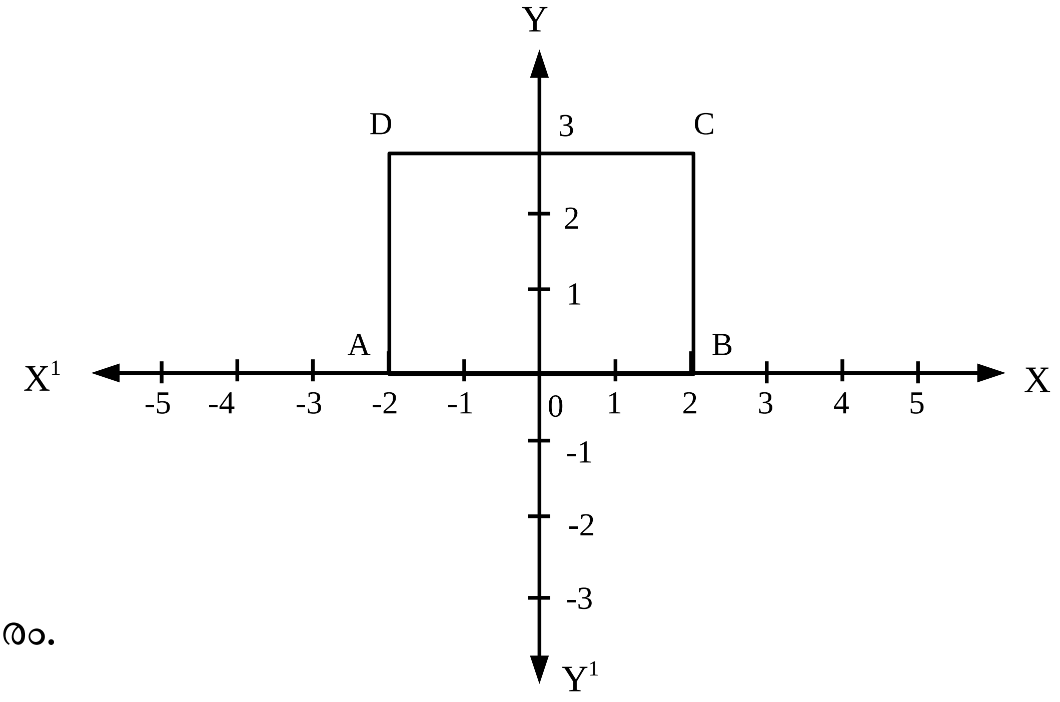
ഉത്തരം.

O-യുടെ സൂചക സംഖ്യ=(0,0)

A-യുടെ സൂചക സംഖ്യ=(3,0)

B-യുടെ സൂചക സംഖ്യ=(0,4)

9)താഴെക്കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ചതുരത്തിന്റെ മൂലകളുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ കാണുക



ഉത്തരം.

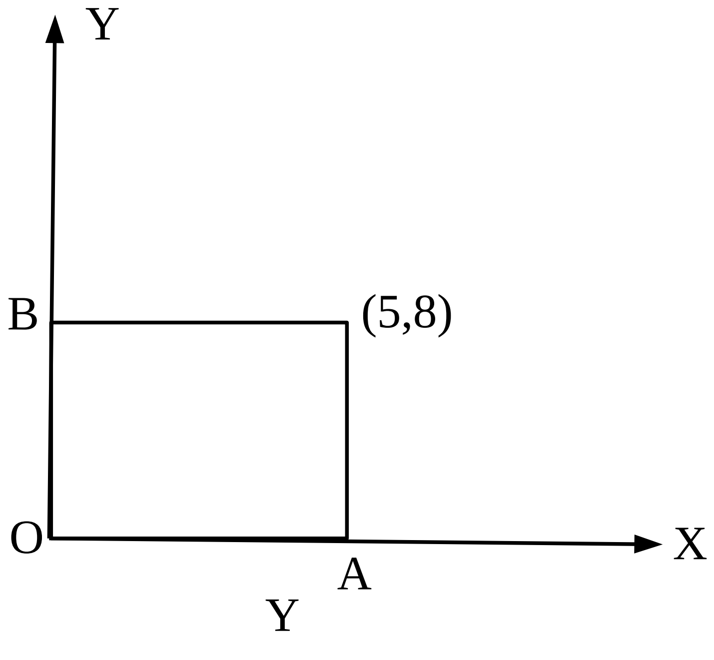
A-യുടെ സൂചക സംഖ്യ=(-2,0)

B-യുടെ സൂചക സംഖ്യ=(2,0)

C-യുടെ സൂചക സംഖ്യ=(2,3)

D-യുടെ സൂചക സംഖ്യ=(-2,3)

10)താഴെക്കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ചതുരത്തിന്റെ മറ്റ് മൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കാണുക.



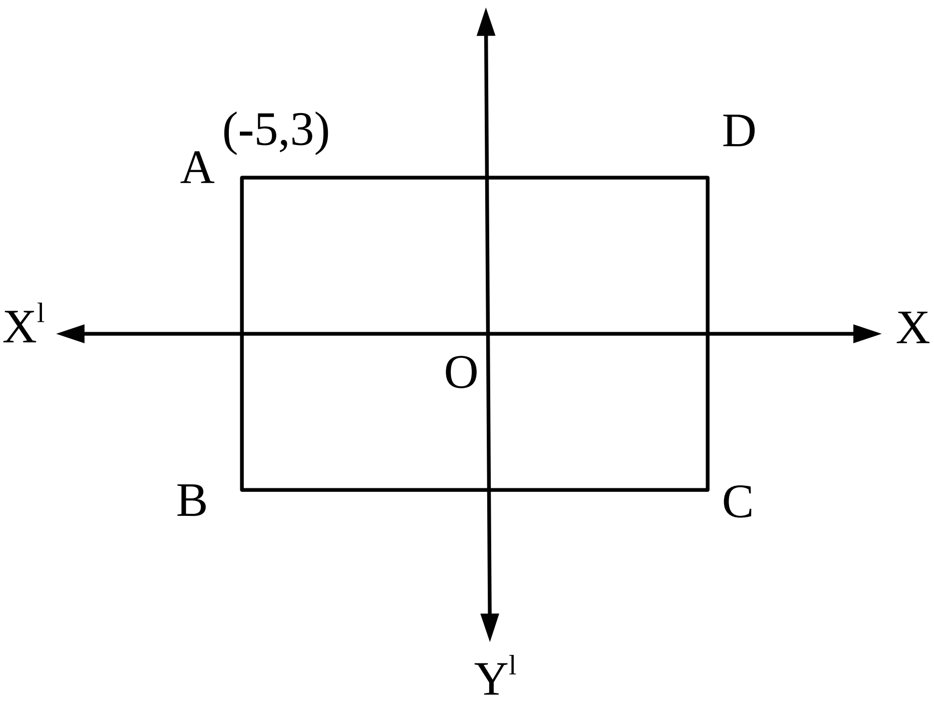
ഉത്തരം.

O-യുടെ സൂചക സംഖ്യ=(0,0)

A-യുടെ സൂചക സംഖ്യ=(5,0)

B-യുടെ സൂചക സംഖ്യ=(0,8)

11)ABCD എന്ന ചതുരത്തിൻറെ വശങ്ങൾ അക്ഷങ്ങൾക്ക് സമാന്തരവും മൂലബിന്ദു മധ്യബിന്ദുവാണ്



മറ്റ് മൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കാണുക

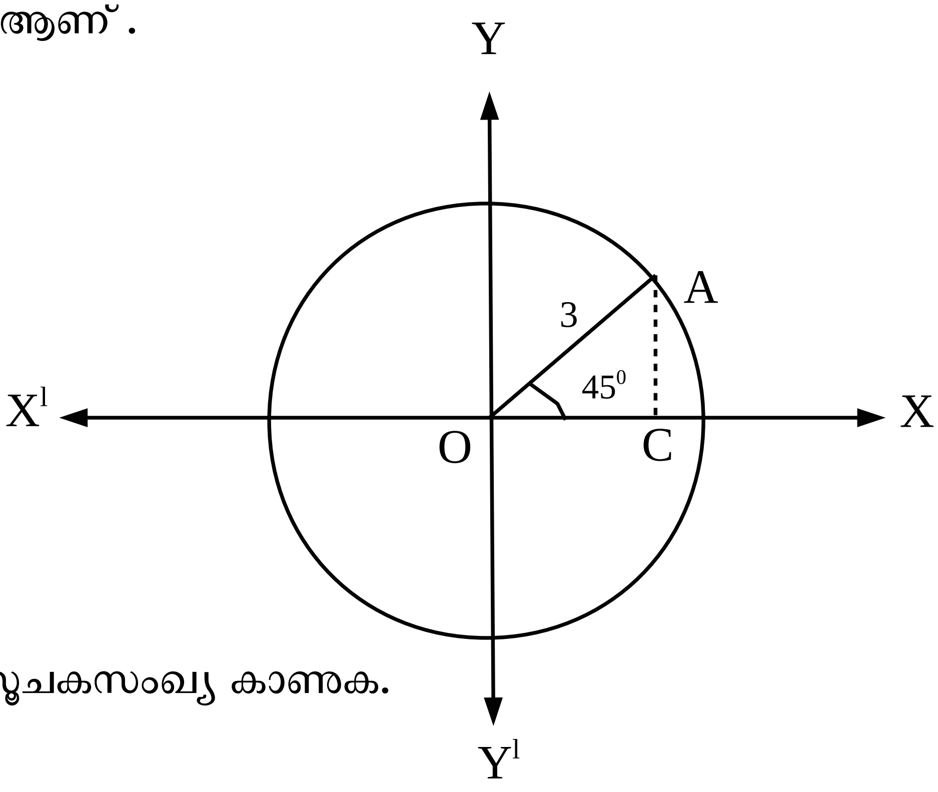
ഉത്തരം.

B-യുടെ സൂചകസംഖ്യ=(-5,-3)

C-യുടെ സൂചകസംഖ്യ=(5,-3)

D-യുടെ സൂചകസംഖ്യ=(5,3)

12) ചിത്രത്തിൽ O എന്ന വൃത്തകേന്ദ്രം മൂല ബിന്ദുവും A വൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവും ആണ് .



A യുടെ സൂചകസംഖ്യ കാണുക.

ഉത്തരം.

ത്രികോണം OAC പരിഗണിച്ചാൽ

OAC എന്ന ത്രികോണത്തിലെ കോണുകൾ $45^0, 45^0, 90^0$

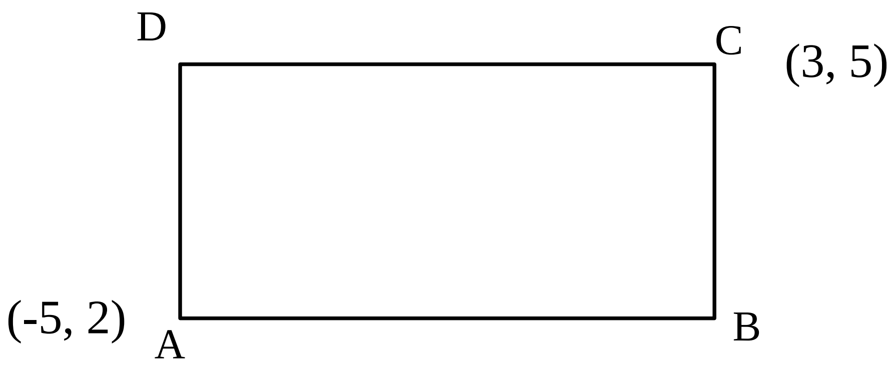
$OC: AC: OA = 1: 1: \sqrt{2}$

$OC = \frac{3}{\sqrt{2}}$

$AC = \frac{3}{\sqrt{2}}$

A- യുടെ സൂചകസംഖ്യ=$\left(\frac{3}{\sqrt{2}}, \frac{3}{\sqrt{2}}\right)$

13)താഴെക്കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ചതുരത്തിലെ വശങ്ങൾ അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമാണ് മറ്റ് മൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കാണുക



ഉത്തരം.

B - യുടെ സൂചകസംഖ്യ=(-5, 3)

D - യുടെ സൂചകസംഖ്യ=(-5, 5)

14)അക്ഷങ്ങൾ വരയ്ക്കാതെ (-3,6), (-8,2) എന്നീ ബന്ധുക്കളുടെ സ്ഥാനം ശരിയായ രീതിയിൽ അടയാളപ്പെടുത്തുക.

a) ഈ ബിന്ദുക്കൾ എതിർമൂലകൾ ആകുന്ന രീതിയിലും വശങ്ങൾ അക്ഷത്തിന് സമാന്തരം ആകുന്ന രീതിയിലും ഒരു ചതുരം വരയ്ക്കുക.

b) ചതുരത്തിന്റെ മറ്റ് മൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കാണുക.

B - യുടെ സൂചകസംഖ്യ=(-3, 2)

D - യുടെ സൂചകസംഖ്യ=(-8, 6)

15) (5,3), (-8,3) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം കാണുക.

ഉത്തരം.

അകലം $= |x_1 - x_2|$

$= |5 - -8|$

$= |5 + 8|$

$= 13$

16) ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രം (4,2), വൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദു (4,10).

a) വൃത്തത്തിന്റെ ആരം കാണുക.

b) വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് കാണുക.

ഉത്തരം.

a) വൃത്തത്തിന്റെ ആരം $= |y_1 - y_2|$

$= |10 - 2|$

$= 8$

വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് $= 2\pi r$

$= 2 \times \pi \times 8$

$= 16\pi$

17)(-3,4) എന്ന് ബിന്ദുവിന് മൂലബിന്ദുവിൽ നിന്നുള്ള അകലം കാണുക

ഉത്തരം.

അകലം $= \sqrt{x^2 + y^2}$

$= \sqrt{(-3)^2 + 4^2}$

$= \sqrt{9 + 16}$

$= \sqrt{25}$

$=5$

18) (2,3), (8,11) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം കാണുക

അകലം $= \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$

$$= \sqrt{(8-2)^2 + (11-3)^2}$$

$$= \sqrt{6^2 + 8^2}$$

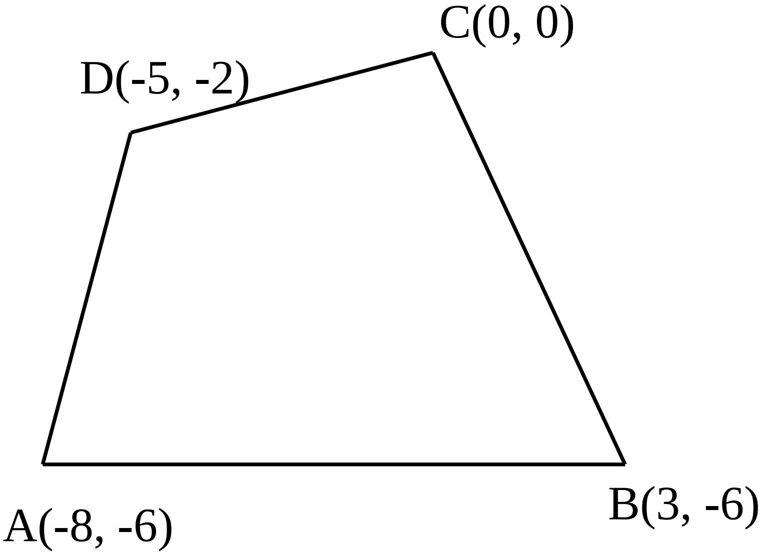
$$= \sqrt{36 + 64}$$

$$= \sqrt{100}$$

$$=10$$

19)ABCD എന്ന ചതുർഭുജത്തിന്റെ വികർണങ്ങളുടെ നീളങ്ങൾ കാണുക

.



ഉത്തരം.

$$AC = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$= \sqrt{(-8)^2 + (-6)^2}$$

$$= \sqrt{64 + 36}$$

$$= \sqrt{100}$$

$$= 10$$

$$BD = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

$$= \sqrt{(3 - -5)^2 + (-6 - -2)^2}$$

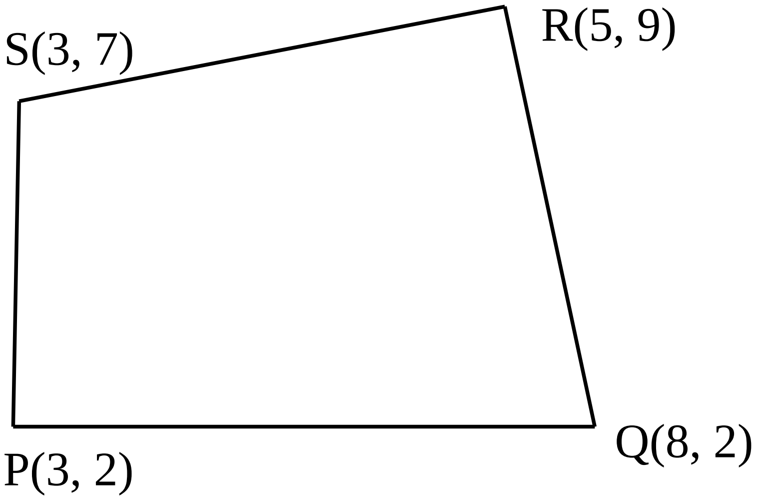
$$= \sqrt{(3+5)^2 + (-6+2)^2}$$

$= \sqrt{8^2 + (-4)^2}$

$= \sqrt{64 + 16}$

$= \sqrt{80}$

20) താഴെക്കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ചതുർഭുജത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളം നീളങ്ങൾ കാണുക



ഉത്തരം.

$PQ = |8 - 3|$

$= 5$

$$QR = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

$$= \sqrt{(8 - 5)^2 + (2 - 9)^2}$$

$$= \sqrt{3^2 + (-7)^2}$$

$$= \sqrt{9 + 49}$$

$$= \sqrt{58}$$

$$RS = \sqrt{(5 - 3)^2 + (9 - 7)^2}$$

$$= \sqrt{2^2 + 2^2}$$

$$= \sqrt{4+4}$$

$= \sqrt{8}$

PS $= \left| 7 - 2 \right|$

$= 5$

21)(-3,-4), (2,6), (-6,10) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ മൂലകളാണോയെന്ന് പരിശോധിക്കുക.

ഉത്തരം.

A(-3, -4), B(2, 6), C(− 6, 10)

$$AB = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

$$= \sqrt{(2 - -3)^2 + (6 - -4)^2}$$

$$= \sqrt{(2+3)^2 + (6+4)^2}$$

$$= \sqrt{5^2 + 10^2}$$

$$= \sqrt{25+100}$$

$$= \sqrt{125}$$

$$BC = \sqrt{(2 - -6)^2 + (6 - 10)^2}$$

$$= \sqrt{(2+6)^2 + (-4)^2}$$

$$= \sqrt{8^2 + (-4)^2}$$

$$= \sqrt{64 + 16}$$

$$= \sqrt{80}$$

$$AC = \sqrt{(-3 - -6)^2 + (-4 - 6)^2}$$

$$= \sqrt{(-2+6)^2 + (-10)^2}$$

$$= \sqrt{4^2 + (-10)^2}$$

$$= \sqrt{16 + 100}$$

$$= \sqrt{116}$$

$$AB^2 + BC^2 = (\sqrt{125})^2 + (\sqrt{80})^2$$

$$=125 + 80$$

$$=205$$

ഇവ മട്ട ത്രികോണത്തിന്റെ ബിന്ദുക്കൾ അല്ല.

22) (13,-2), (9,-8), (5,-2)എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ ഒരു സമപാർശ്വ ത്രികോണത്തിന്റെ മൂലകളാണെന്ന് തെളിയിക്കുക.

ഉത്തരം.

A(13, -2), B(9, -8), C(5, -2)

$$AB = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

$$= \sqrt{(13 - 9)^2 + (-2 - -8)^2}$$

$$= \sqrt{4^2 + (-2+8)^2}$$

$$= \sqrt{4^2 + 6^2}$$

$$= \sqrt{16+36}$$

$$= \sqrt{52}$$

$$BC = \sqrt{(9 - 5)^2 + (-8 - -2)^2}$$

$$= \sqrt{4^2 + (-8+2)^2}$$

$$= \sqrt{4^2 + (-6)^2}$$

$$= \sqrt{16+36}$$

$$= \sqrt{52}$$

$$AC = \left| 13 - 5 \right|$$

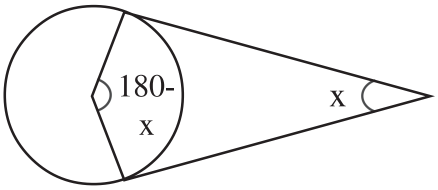
$$= 8$$

AB=BC, ആയതിനാൽ ത്രികോണം സമപാർശ്വ ത്രികോണം ആണ്.

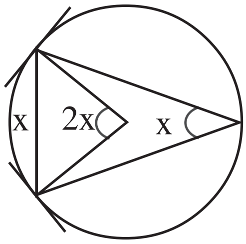
അധ്യായം - 7
തൊടുവരകൾ

<u>**ആശയങ്ങൾ**</u>

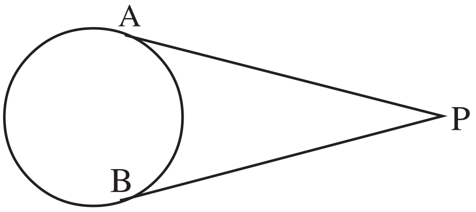
- വൃത്തത്തെ ഒരു ബിന്ദുവിൻ തൊടുന്ന വരയാണ് അതിന്റെ തൊടുവര
- വൃത്തത്തിലെ ഏതെങ്കിലും ബിന്ദുവിലൂടെ ആരത്തിന് ലംബമായി വരയ്ക്കുന്ന വര ആ ബിന്ദുവിലെ തൊടുവരയാണ്.
- വൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവിൽ കൂടിയുള്ള തൊടുവര ആ ബിന്ദുവിലൂടെയുള്ള വ്യാസത്തിന് ലംബ മാണ്.
- വൃത്തത്തിലെ രണ്ട് ബിന്ദുക്കൾ നിർണയിക്കുന്ന ചെറിയ ചാപത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോണും ഈ ബിന്ദുക്ക ളിലെ തൊടുവരകൾക്കിടയിലുള്ള കോണും അനുപൂ രകങ്ങളാണ്.



- ഒരു വൃത്തത്തിലെ കോന്ദ്രവും അതിലെ രണ്ട് ബിന്ദുക്കളും ഈ ബിന്ദുക്കളിലൂടെയുള്ള തൊടുവര കൾ കൂട്ടിമുട്ടുന്ന ബിന്ദുവും മൂലകളായ ചതുർഭുജം ചക്രീയമാണ്.
- വൃത്തത്തിലെ ഒരു ഞാണും അതിന്റെ ഒരറ്റത്തുള്ള തൊടുവരയും തമ്മിലുള്ള ഓരോ കോണും ആ ഞാൺ നിർണയിക്കുന്ന ചാപത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോണിന്റെ പകുതിയാണ്.

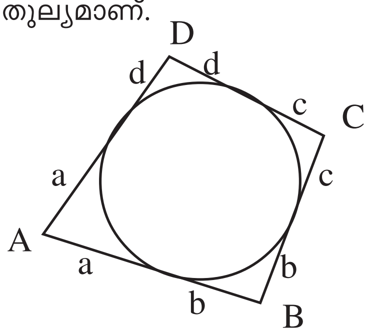


- വൃത്തത്തിലെ ഒരു ഞാണും അതിന്റെ ഒരറ്റക്കുള്ള തൊടുവരയും തമ്മിലുള്ള ഓരോ കോണും ആ ഞാണിന്റെ മറുവശത്തുള്ള വൃത്തഖണ്ഡത്തിലെ കോണിന് തുല്യമാണ്.
- വൃത്തതിന് പുറത്തുള്ള ഏതു ബിന്ദുവിൽ നിന്നും രണ്ട് തൊടുവരകൾ വരയ്ക്കാം.



- ഒരു ബിന്ദുവിൽ നിന്ന് വൃത്തത്തിലേക്ക് വരയ്ക്കുന്ന തൊടുവരകൾക്ക് ഒരേ നീളമാണ്. $PA = PB$.

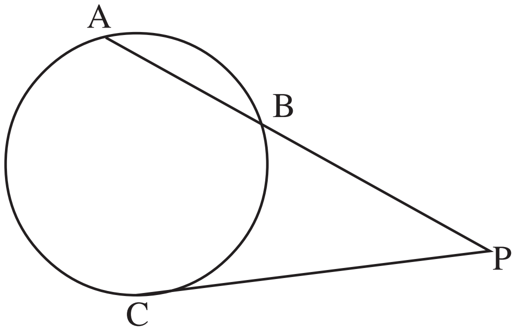
♦ ഒരു വൃത്തത്തിലെ നാലു ബിന്ദുക്കളിലൂടെയുള്ള തൊടുവരകൾ ചേർന്നുണ്ടാകുന്ന ചതുർഭുജത്തിന്റെ എതിർവശങ്ങളുടെ തുക തുല്യമാണ്.



AB + CD = BC + AD

♦ ഒരു വവൃത്തത്തെ മുറിക്കുന്ന വരയും തൊടുവരയും ഒരു ബിന്ദുവിൽ കൂട്ടിമുട്ടിയാൽ വൃത്തത്തെ മുറിക്കുന്ന വരയുടെയും വൃത്തത്തിന് പുറത്തുള്ള ഭാഗത്തിന്റെയും ഗുണനഫലം തൊടുവരയുടെ വർഗത്തിന് തുല്യമാണ്.

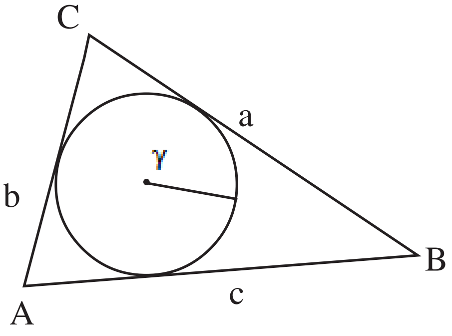
$AP + PBD = PC^2$



♦ ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ രണ്ട് തൊടുപവരകൾ നിർണയിക്കുന്ന കോണിന്റെ സമഭാജി വൃത്തകേന്ദ്രത്തിലൂടെ കടന്നുപോകും.

♦ ത്രികോണത്തിന്റെ കോണുകളുടെ സമഭാജികൾ അതിന്റെ അന്തർവൃത്തകേന്ദ്രത്തിലൂടെ കടന്നുപോകുന്നു.

♦ ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്നു വശങ്ങളെയും തൊട്ടുകൊണ്ട് അതിനകത്ത് ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കാം (അന്തർ വൃത്തം)

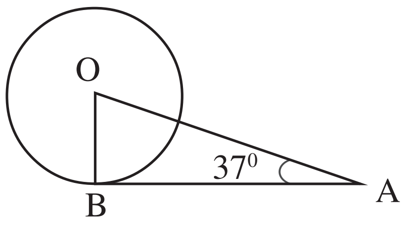


അന്തർവൃത്ത ആരം

$$\gamma = \frac{\text{ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ്}}{\text{ചുറ്റളവിന്റെ പകുതി}}$$

ചോദ്യങ്ങൾ (ഉത്തരസൂചിക ബ്രായ്ക്കറ്റിൽ)

1.



ചിത്രത്തിൽ O കേന്ദ്രമായ വൃത്തത്തിലെ തൊടുവരയാണ് AB. $\angle OAB = 37^0$

(a) $\angle OBA$ എത്ര?

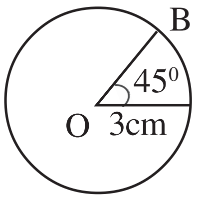
(a) $\angle AOB$ എത്ര?

(ഒരു ബിന്ദുവിലെ തൊടുവരയും ആരവും പരസ്പരം ലംബമാണ്)

2. 2.5 സെ.മീ. ആരമുള്ള വൃത്തം വരയ്ക്കുക. ഈ വൃത്തത്തിൽ A എന്ന ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുക. ഈ ബിന്ദുവിലൂടെ തൊടുവര വരയ്ക്കുക

(A യിലെ തൊടുവരയും ആരവും പരസ്പരം ലംബമാണ്)

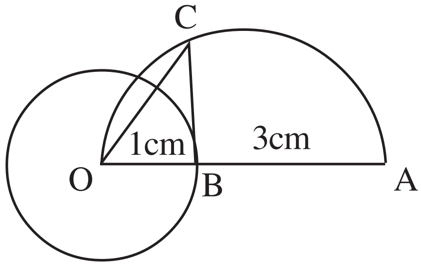
3.



ചിത്രത്തിൽ തന്നിരിക്കുന്ന അളവിൽ വൃത്തം വരച്ച് P എന്ന ബിന്ദുവിലെ തൊടുവര വരയ്ക്കുക.

(P യിലെ തൊടുവര OPയ്ക്ക് ലംബമാണ്)

4.



ചിത്രത്തിൽ O വൃത്തകേന്ദ്രം. OA വ്യാസമായ അർദ്ധവൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുവാണ് C. BC തൊടുവര യാണ്. OB = 1cm, AB = 3cm

(a) $\angle$OBC = ...

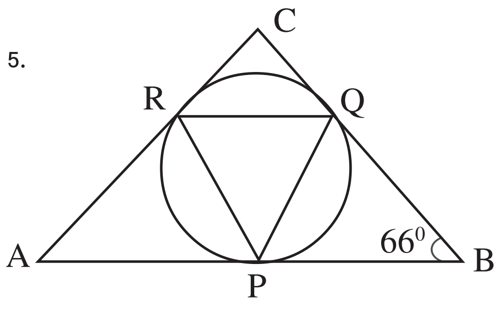
(b) BC = ...

(c) $\angle$COB = ...

(d) $\angle$OCB = ...

(വശങ്ങളുടെ അംശബന്ധം $1:\sqrt{3}:2$ ആയ മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ മറ്റ് കോണുകൾ $30^0, 60^0$ ആയിരിക്കും)

5.



ചിത്രത്തിൽ വൃത്തം ΔABC യുടെ വശങ്ങളെ P, Q, R എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ തൊടുന്നു

$\angle A = 70^0$, $\angle B = 66^0$

(a) $\angle$BPQ = ...

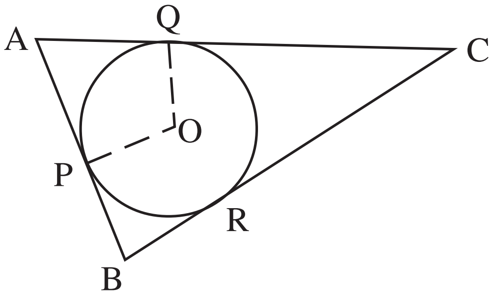
(b) $\angle$PRQ = ...

(c) $\angle$RQP = ...

(d) $\angle$RPQ = ...

(ഒരു ഞാണിന്റെ രണ്ടറ്റത്തുമുള്ള തൊടുവരകൾ ഉണ്ടാക്കുന്ന കോണും ആരങ്ങൾ ഉണ്ടാക്കുന്ന കോണും അനുപൂരകമാണ്. P, R, Q എന്നീ ബിന്ദുക്കളിലേക്ക് ആരം വരയ്ക്കുക. കേന്ദ്രകോണും മറുചാപത്തിലെ കോണും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം)

6. (a) ചിത്രത്തിലെ വൃത്തം ABC എന്ന ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളെ P, Q, R എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ തൊടുന്നു. $\angle A = 55^0$, PQR എത്ര?



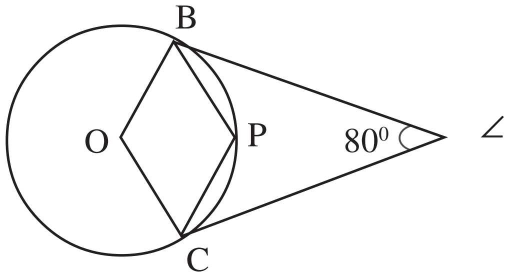
(b) 3 സെ.മീ. ആരമുള്ള വൃത്തം വരയ്ക്കുക. രണ്ട് കോണുകൾ 55^0, 70^0 ആയതും വശങ്ങളെല്ലാം ഈ വൃത്തത്തിന്റെ തൊടുവരകൾ ആയതുമായ ത്രികോണം വരയ്ക്കുക.

വൃത്തത്തിലെ രണ്ടു ബിന്ദുക്കിലെ ആരങ്ങൾക്കിടയിലുള്ള കോണും ഈ ബിന്ദുക്കളിലെ തൊടുവരകൾക്കിടയിലുള്ള കോണു അനുപൂരകമാണ്)

7. 3.5 സെ.മീ. ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തം വരച്ച് വശങ്ങളെല്ലാം അതിനെ തൊടുന്ന ഒരു സമഭുജത്രികോണം വരയ്ക്കുക.

(ഉത്തരസൂചിക മുകളിലേത് തന്നെ)

8.

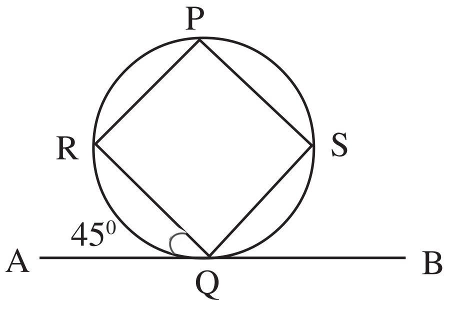


ചിത്രത്തിൽ O വൃത്തകേന്ദ്രം. AB, AC ഇവ തൊടുവരകൾ $BAC = 80^0$ ആയാൽ

a) $\angle$ BOC എത്ര? b) $\angle$ BPC എത്ര?

(ഒരു ചാപത്തിലെ കേന്ദ്രകോണിന്റെ പകുതിയാണ് മറുചാപത്തിലെ കോൺ)

9.



ചിത്രത്തിൽ PQ വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസമാണ്. കൂടാതെ $AQR = 45^0$

(a) $\angle PRQ$ = ...

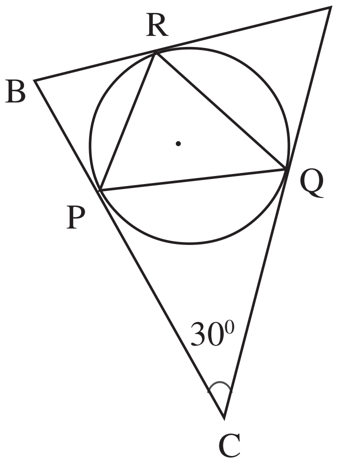
(b) $\angle PSQ$ = ...

(c) $\angle QPR$ = ...

(d) QR = 3 സെ.മീ. ആയാൽ വൃത്തത്തിന്റെ ആരമെത്ര?

($\angle$AQR = $\angle$RPQ അർധവൃത്തത്തിലെ കോൺ 90^0 ആണ്)

10.



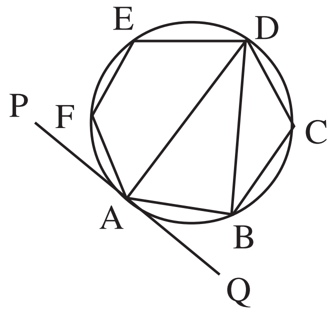
ചിത്രത്തിൽ ΔABC വൃത്തത്തെ തൊടുന്ന ബിന്ദുക്കളാണ് P, Q, R. AC = BC.
$\angle$ C = 30^0

(a) $\angle$A, $\angle$B ഇവ ഓരോന്നും എത്ര?

(b) ΔPQR ന്റെ കോണുകൾ കാണുക

(P, Q, R എന്നീ ബിന്ദുക്കളിലെ ആരങ്ങൾ കേന്ദ്രത്തിലുണ്ടാക്കുന്ന കോണുകളും ΔABC യുടെ കോണുകളും അനുപൂരകമാണ്.)

11.



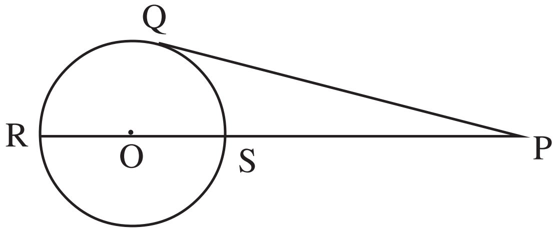
ചിത്രത്തിൽ സമ ഷഡ്ഭുജം ABCDEF-ന്റെ പരിവൃത്തത്തെ Aൽ തൊടുന്ന വരയാണ് PQ.

(a) $\angle$PAF = ...

(b) $\angle$ADB = ...

(ഒരു ഞാൺ തൊടുവരയുമായി ഉണ്ടാക്കുന്ന കോണും അത് മറുചാപത്തിലുണ്ടാക്കുന്ന കോണും തുല്യമാണ്.)

12.



ചിത്രത്തിൽ O വൃത്തകേന്ദ്രവും PQ തൊടുവരയുമാണ്.

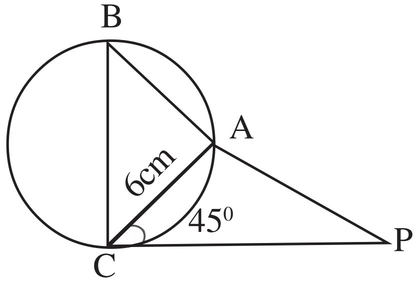
PR = 18cm, PQ = 12 cm.

(a) PS എത്ര?

(b) വൃത്തത്തിന്റെ ആരം എത്ര?

(PR x PS = PQ^2)

13.



ചിത്രത്തിൽ BC വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസവും PC തൊടുവരയുമാണ്

AC = 6 സെ.മീ., ACP = 450 ആയാൽ

(a) ∠P എത്ര?

(b) ∠B എത്ര?

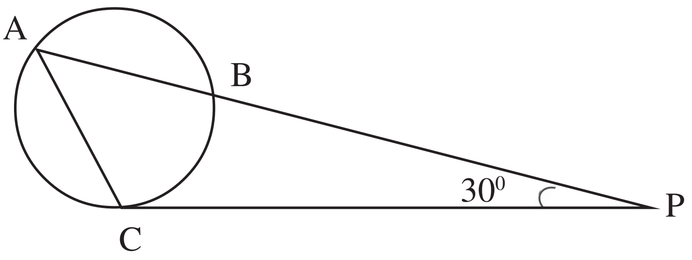
(c) PC യുടെ നീളം കാണുക.

(d) BC എത്ര?

(e) PB യുടെ നീളം എന്ത്?

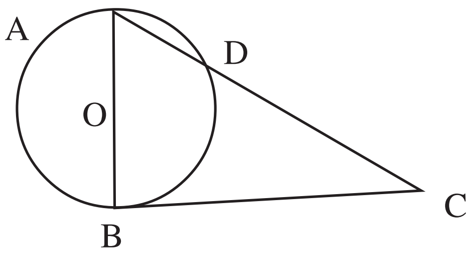
(ഒരു കോൺ 45^0 ആയ മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾ $1:1:\sqrt{2}$ എന്ന അംശബന്ധത്തിലാണ്.

PA x PB = PC^2)

14. 

ചിത്രത്തിൽ PC തൊടുവരയാണ്. PB = 16cm, AB = 9cm ആയാൽ PC എത്ര? Δ ACP യുടെ പരപ്പളവ് കാണുക.

(PC^2 = 16 x 25. C-ൽ നിന്ന് AP യിലേക്കുള്ള ഉന്നതി കാണുക. പരപ്പളവ് = $\frac{1}{2}$ x ഉന്നതി x AP)

15 

Δ

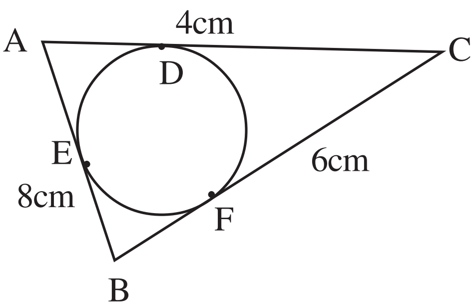
ചിത്രത്തിൽ O വൃത്തകേന്ദ്രവും BC തൊടുവരയുമാണ്. CD = 16cm, AD = 9cm ആയാൽ

(a) BC എത്ര?

(b) വൃത്തത്തിന്റെ ആരം എത്ര?

(BC^2 = CA x CD. ആരം $\frac{1}{2}$ x AB

16. ചിത്രത്തിൽ O കേന്ദ്രമായ വൃത്തത്തിന്റെ തൊടുവരകളാണ് ABC യുടെ വശങ്ങൾ.



AC = 4 cm., BC = 6 cm

AB = 8cm

AE, BF, CD എന്നിവയുടെ നീളം കണക്കാക്കുക

(A, B, C എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ നിന്നുള്ള തൊടുവരകളുടെ നീളം യഥാക്രമം a, b, c ആയാൽ

2a + 2b + 2c = 4 + 6 + 8

a + b + c = 9

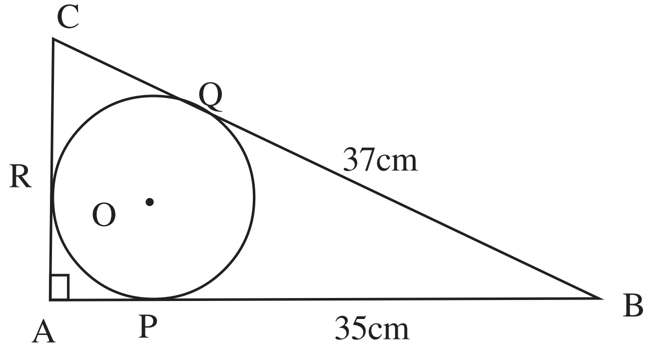
a + 6 = 9

AE = a = 3)

17. രണ്ട് വശങ്ങൾ 6 സെ.മീ. വീതവും അവയ്ക്കിടയിലെ കോൺ 75^0 ഉം ആയ ത്രികോണം വരച്ച് അന്തർവൃത്തം വരയ്ക്കുക. ആരം അളന്നെഴുതുക.

(ത്രികോണത്തിന്റെ കോണുകളുടെ സമഭാജി അന്തർവൃത്ത കേന്ദ്രത്തിലൂടെ കടന്നുപോകുന്നു. രണ്ട് കോണുകളുടെ സമഭാജി വരച്ച് കൂട്ടിമുട്ടുന്ന ബിന്ദു കേന്ദ്രമാക്കി വൃത്തം വരയ്ക്കുക.

18.



ചിത്രത്തിൽ $A = 90^0$, $BC = 37$ cm, $AB = 35$ cm ആകുന്നു.

(a) AC എത്ര?

(b) ത്രികോണത്തിന്റെ അന്തർവൃത്ത ആരം എത്ര?

(മൂന്നാമത്തെ വശം $AC = \sqrt{BC^2 - AB^2}$ വൃത്തകേന്ദ്രത്തിൽ നിന്ന് മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളിലേക്ക് ആരം വരയ്ക്കുമ്പോൾ, ആരം γ = $AP = A$ ൽ നിന്നുള്ള തൊടുവരയുടെ നീളം)

UNIT 8

ഘനരൂപങ്ങൾ

സമചതുര സ്തൂപികയുടെ പാദവക്ക്, പാർശ്വവക്ക്, ഉയരം, ചരിവുയരം എന്നീ അളവുകൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം

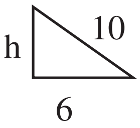
1. പാദവക്ക് 12സെ.മീ., ചരിവുയരം 10 സെ.മീ.ഉം ആയ സമചതുര സ്തൂപികയുടെ ഉയരം എത്ര?

2. 96സെ,മീ, നീളമുള്ള ഒരു കമ്പു മുറിച്ച് തുല്യഭാഗങ്ങളാക്കി. ഇതുപയോഗിച്ച് നിർമ്മിക്കുന്ന സമചതുര സ്തൂപികയുടെ ഒരു വക്കിന്റെ നീളം എത്ര?

3. ഒരു സമചതുര സ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരം 10സെ.മീ.ഉം, ഉയരം 8സെ.മീ. ഉം ആയാൽ, സ്തൂപികയുടെ പാദവക്കിന്റെ നീളം എത്ര?

4. ഒരു സമചതുര സ്തൂപികയുടെ പാദവക്ക് 8 സെ.മീ. ഉം, ചരിവുയരം 3സെ.മീ.ഉം ആയാൽ പാർശ്വവക്കിന്റെ നീളം എത്ര?

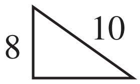
Hint

1. 

$h = \sqrt{10^2 - 6^2}$

2. ആകെ വക്കുകൾ = 8

ഒരു വക്കിന്റെ നീളം = 9 6/8

3. 

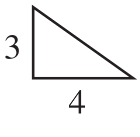
പാദവക്കിന്റെ പകുതി $= \sqrt{10^2 - 8^2}$

$= \sqrt{100 - 64}$

$= \sqrt{36}$

$= 6$

∴ പാദവക്കിന്റെ നീളം =

4. 

പാർശ്വവക്കിന്റെ നീളം $= \sqrt{3^2 + 4^2}$

തന്നിട്ടുള്ള അളവുകൾ ഉപയോഗിച്ച് സമചതുരസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തവും പരപ്പളവും കണ്ടെത്തുന്നു.

1. പാദവക്ക് 15 സെ.മീ.ഉം ചരിവുയരും 20സെ.മീ. ഉം ആയ സമചതുരസ്തൂപികയുടെ ഉപരി തല പരപ്പളവ് എത്ര?

2. പാദപരപ്പളവ് $256\ cm^2$, ഉയരം 15 സെ.മീ. ആയ സമചതുര സ്തൂപികയുടെ ഉപരിതല പരപ്പളവ് എത്ര?

3. ഉയരം 4 സെ.മീ., പാദവക്ക് 6 സെ.മീ.ഉം ആയ സമചതുര സ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം എത്ര?

4. പാദവക്ക് 10സെ.മീ.ഉം, ചരിവുയരം 14 സെ.മീ. ഉം ആയ സമചതുര സ്തൂപികയുടെ പാർശ്വതല പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക.

5. ഒരു സമചതുര സ്തൂപികയുടെ പാദചുറ്റളവ് 40സെ.മീ. ഉം, ഉയരം 12 സെ.മീ.ഉം ആയാൽ വ്യാപ്തം എത്ര?

6. ഒരു സമചതുര സ്തൂപികയുടെ എല്ലാ വക്കുകളുടെയും നീളം തുല്യമാണ്. വക്കുകളുടെ യെല്ലാം ആകെ നീളം 12സെ.മീ. ആയാൽ ഉപരിതല പരപ്പളവ് എത്ര?

7. ഒരു സമചതുര സ്തൂപികയുടെ പാർശ്വതല പരപ്പളവ് $2320 cm^2$ ആണ്. പാദവക്ക് 40സെ.മീ. ആയാൽ വ്യാപ്തം എത്ര?

8. ഒരു സമചതുര സ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം $3200\ cm^3$ ഉം ഉയരം 24 സെ.മീ. ഉം ആണ്. സമ ചതുര സ്തൂപികയുടെ ഉപരിതല പരപ്പളവ് എത്ര?

1. ഉപരിതല പരപ്പളവ് $= a^2 + 2al = 15^2 + 2 \times 15 \times 20$

2. പാദവക്ക് $= \sqrt{256} = 16$

$\therefore$ l (ചരിവുയരം) $= \sqrt{15^2 + 8^2} = 17$

$\therefore$ ഉപരിതല പരപ്പളവ് - $a^2 + 2al$

3. വ്യാപ്തം $= \frac{1}{3} a^2h = \frac{1}{3} \times 6^2 \times 4$

4. പാർശ്വതല പരപ്പളവ് $= 2al = 2 \times 10 \times 14$

5. പാദവക്ക് $= \frac{40}{4} = 10cm$

വ്യാപ്തം $= \frac{1}{3} a^2h = \frac{1}{3} \times 6^2 \times 4$

6. പാദവക്ക് = പാർശ്വവക്ക് $= \frac{120}{8} = 15cm$

$\therefore$ ഉപരിതല പരപ്പളവ് $= 15^2 + \left(\frac{\sqrt{3} \times 15^2}{4}\right) \times 4$

7. $2al = 2320$

$2 \times 40 \times l = 2320$

$l = \frac{2320}{80} = 29$

$\therefore h = \sqrt{29^2 - 20^2} = \sqrt{841 - 400} = \sqrt{441} = 21$

$\therefore$ വ്യാപ്തം $= \frac{1}{3} a^2 h =$

8. $\frac{1}{3} a^2 h = 3200, \quad \frac{1}{3} a^2 \times 24 = 3200, \; a^2 = \frac{3200}{8}$

$a^2 = 400$

$a = 20$

$\therefore$ ചരിവുയരം $= \sqrt{24^2 + 10^2} = 26$

$\therefore$ ഉപരിതല പരപ്പളവ് $= a^2 + 2al$

നിശ്ചിത അളവുകളുള്ള വൃത്തസ്തൂപിക നിർമ്മിക്കാനാവശ്യമായ വൃത്താംശങ്ങളുടെ അളവുകൾ കണക്കാക്കുന്നു.

1. പാദ ആരം 4 സെ.മീ. ഉം, ചരിവുയരം 5 സെ.മീ.ഉം ആയ വൃത്തസ്തൂപിക നിർമ്മിക്കാനാവശ്യമായ വൃത്താംശത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ എത്ര?

2. വൃത്ത സ്തൂപികയുടെ പാദ പരപ്പളന് താഴെ തന്നിട്ടുള്ളവയിൽ ഏതുമായി ബന്ധപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു.

   (a) ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് (b) വൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവ്

   (c) സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് (d) ഇതൊന്നുമല്ല

3. വൃത്ത സ്തൂപികയുടെ പാർശ്വതല പരപ്പളവ് താഴെ തന്നിട്ടുള്ളവയിൽ ഏതുമായി ബന്ധപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു.

   (a) വൃത്താംശത്തിന്റെ പരപ്പളവ് (b) വൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവ്

   (c) ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് (d) ഇതൊന്നുമല്ല

4. ഒരു വൃത്താംശത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോണും, ആരവും യഥാക്രമം 180^0 യും 21 സെ.മീ. ഉം ആണ്. ഈ വൃത്താംശം വളച്ച് ഉണ്ടാക്കുന്ന വൃത്തസ്തൂപികയുടെ പാദ ആരം എത്ര?

Hint

1. $\frac{\gamma}{k} = \frac{a}{360}, \quad \frac{4}{5} = \frac{a}{360}, \quad a = \frac{4}{5} \times 360$

2. വൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവ്

3. വൃത്താംശത്തിന്റെ പരപ്പളവ്

4. $\frac{\gamma}{R} = \frac{a}{360}, \quad \frac{\gamma}{21} = \frac{180}{360}, \quad \frac{\gamma}{21} = \frac{1}{2}$

   $\therefore \gamma = \frac{1}{2} \times 21$

വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തവും പരപ്പളവും

1. പാദ ആരം 35സെ.മീ.ഉം, ഉയരം 12 സെ.മീ.ഉം ആയ വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം, വക്രതല പരപ്പളവ്, ഉപരിതല പരപ്പളവ് എന്നിവ കണ്ടെത്തുക.

2. ചരിവുയരം 21 സെ.മീ. ഉം, പാദവ്യാസം 24സെ.മീ.ഉം ആയ വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ഉപരിതല പരപ്പളവ് എത്ര?

3. ഒരു വൃത്ത സ്തൂപികയുടെ പാദ ആരം 7സെ.മീ.ഉം വക്രതല പരപ്പളവ് $175\pi\ cm^2$ ഉം ആണ്. വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരം എത്ര?

4. രണ്ട് വൃത്ത സ്തൂപികയുടെ ഉയരങ്ങൾ ഉയരങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം 1:3 ഉം, പാദ ആരങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം 3:1 ഉം ആയാൽ വ്യാപ്തങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം എത്ര?

5. വ്യാപ്തം $500\pi\ cm^3$ ആയ ഒരു വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ഉയരം 15സെ.മീ. ആണ്. എങ്കിൽ പാദ ആരം എത്ര?

Hint

1. വ്യാപ്തം $= \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3} \times \pi \times 35^2 \times 12$

   ചരിവുയരം $= \sqrt{35^2 + 12^2} = 37$

   $\therefore$ വക്രതല പരപ്പളവ് $= \pi r l = \pi \times 35 \times 37$

   $\therefore$ ഉപരിതല പരപ്പളവ് $= \pi r^2 + \pi r l$

   $= \pi \times 35^2 + \pi \times 35 \times 37$

2. ഉപരിതല പരപ്പളവ് $= \pi r^2 + \pi r l = \pi \times 12^2 + \pi \times 12 \times 21$

3. $\pi r l = 175\pi,\ 7 x l = 175,\quad \therefore l = \frac{175}{7} =$

4. വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ഉയരങ്ങൾ യഥാക്രമം h, 3h ഉം, പാദങ്ങൾ 3r, r എന്നെടുത്താൽ

   $\therefore$ ആദ്യത്തെ വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം $= \frac{1}{3}\pi(3r)^2 \times h$

   $\therefore$ രണ്ടാമത്തെ വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം $= \frac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times 3h$

   $\therefore$ വ്യാപ്തങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം $= \frac{1}{3}\pi(3r)^2 \times h : \frac{1}{3}\pi r^2 \times 3h = 3:1$

5. $\frac{1}{3}\pi r^2 h = 500\pi,\quad \frac{1}{3} x r^2 x 15 = 500$

   $\therefore r = 10$

ഗോളത്തിന്റെയും അർദ്ധഗോളത്തിന്റെയും ഉപരിതല പരപ്പളവും വ്യാപ്തവും.

1. 7 സെ.മീ. ആരമുള്ള ഒരു ഗോളം പെയിന്റ് ചെയ്യാൻ ചതുരശ്ര സെന്റീ മീറ്ററിന് 2.5 രൂപ നിരക്കിൽ എത്ര ചിലവാകും?
2. ഉപരിതല പരപ്പളവ് 462 ചതുരശ്ര സെന്റീമീറ്ററായ അർദ്ധഗോളത്തിന്റെ ആരം എത്ര?
3. 10സെ.മീ. വ്യാസമുള്ള ഗോളത്തിന്റെ വ്യാപ്തം എത്ര?
4. 6സെ.മീ. ആരമുള്ള അർദ്ധഗോളത്തിന്റെ വ്യാപ്തം എത്ര?

Hint

1. ഉപരിതല പരപ്പളവ് = $4\pi r^2 = 4\times\pi\times 7^2$

   പെയിന്റ് ചെയ്യാൻ വേണ്ട തുക = $4 \times 3.14 \times 7^2 \times 2.5$ രൂപ

2. $3\pi r^2 = 462$

   $r^2 = 462/3\pi$

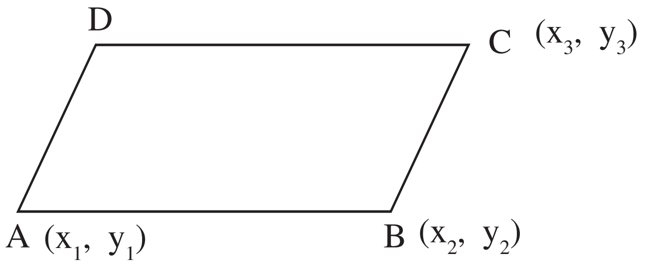
3. $\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\times\pi\times 5^3$

4. $\frac{2}{3}\pi r^3 = \frac{2}{3}\times\pi\times 6^3$

അധ്യായം - 9
ജ്യാമിതിയും ബീജഗണിതവും

പ്രധാന ആശയങ്ങൾ

1. സമാന്തരികത്തിന്റെ നാലാമത്തെ മൂല കാണുന്ന വിധം:-

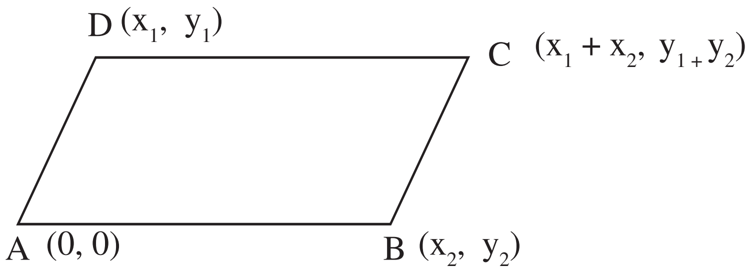


$(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$ എന്നിങ്ങനെ മൂന്ന് മൂലകൾ തന്നാൽ

നാലാമത്തെ മൂലയുടെ x സൂചകസംഖ്യ $= (x_1 + x_3) - x_2$

നാലാമത്തെ മൂലയുടെ y സൂചകസംഖ്യ $= (y_1 + y_3) - y_2$

2. $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$, എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ ആധാരബിന്ദുവുമായി യോജിപ്പിക്കുന്ന വരകൾ സമീപവശങ്ങളായ സാമാന്തരികത്തിന്റെ നാലാമത്തെ മൂല $(x_1 + x_2, y_1 + y_2)$ ആണ്.



3. $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയുടെ മധ്യബിന്ദു $\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$ ആണ് .

4. $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$ എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ മൂലകളായ ത്രികോണത്തിന്റെ മധ്യമകേന്ദ്രം $\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$

5. P എന്നത് വരയുടെ ഒരു ഭാഗത്തിന്റെ നീളവും W എന്നത് മുഴുവൻ വരയുടെ നീളവും ആയാൽ x, y ഇവയുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ

$$x = x_1 + \frac{P}{W}(x_2 - x_1)$$

$$y = y_1 + \frac{P}{W}(y_2 - y_1)$$

OR

സൂചകസംഖ്യകൾ $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ ആയ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയെ m : n എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ ഭാഗിക്കുന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ

$$\left(\frac{mx_2+nx_1}{m+n}\right), \frac{my_2+ny_1}{m+n}$$

6. അക്ഷരങ്ങളൊന്നിനും സമാന്തരമല്ലാത്ത ഏതു വരയിലും y സൂചകസംഖ്യകളിലെ മാറ്റം x സൂചക സംഖ്യയിലെ മാറ്റത്തിന് ആനുപാതികമാണ്. ഈ മാറ്റത്തിന്റെ ആനുപാതികസ്ഥിരമാണ് വരയുടെ ചരിവ്.

$(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയുടെ ചരിവ് = $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ ആണ്.

7. സമാന്തരവരകളുടെ ചരിവ് തുല്യമാണ്

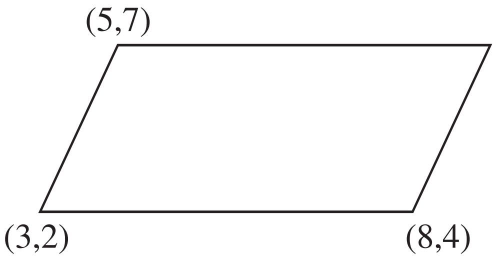
8. x അക്ഷത്തിനു y അക്ഷത്തിനു സമാന്തരമല്ലാത്ത ലംബവരകളുടെ ചരിവുകളുടെ ഗുണനഫലം −1 ആയിരിക്കും.

$y - y_1$ = വരയുടെ ചരിവ് $(x - x_1)$

10. (0, 0) കേന്ദ്രമായി r ആരമുള്ള വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം = $x^2+y^2=r^2$ ആണ്.

11. (a, b) കേന്ദ്രമായി r ആരമുള്ള വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ ആണ്.

1. ചോദ്യം:



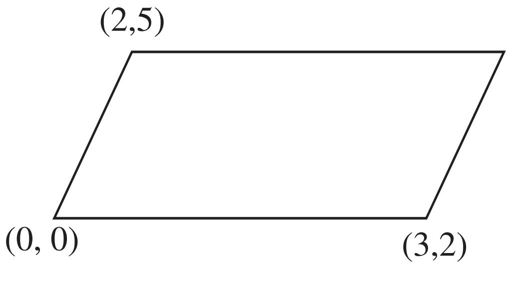
ചിത്രത്തിൽ വരച്ചിരിക്കുന്ന സാമാന്തരികത്തിന്റെ നാലാം മൂലയുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കാണുക.

ഉത്തരസൂചിക

നാലാമത്തെ മൂലയുടെ x സൂചകസംഖ്യ	= (8 + 5) - 3
നാലാമത്തെ മൂലയുടെ y സൂചകസംഖ്യ	= (4 + 7) - 2
	= 9
നാലാമത്തെ മൂലയുടെ സൂചകസംഖ്യ	= (10 ,9)

2. ചോദ്യം:

ചിത്രത്തിൽ വരച്ചിരിക്കുന്ന സാമാന്തരികത്തിന്റെ നാലാം മൂലയുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കാണുക



ഉത്തരസൂചിക

നാലാമത്തെ മൂലയുടെ x സൂചകസംഖ്യ	= 3 + 2 = 5
നാലാമത്തെ മൂലയുടെ y സൂചകസംഖ്യ	= 2 + 5 = 7
നാലാമത്തെ മൂലയുടെ സൂചകസംഖ്യ	= (5,7)

3. ചോദ്യം:

(6,2), (4,6) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയുടെ മധ്യബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക.

ഉത്തരസൂചിക

(6,2), (4, 6) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയുടെ മധ്യബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ

$$=\left(\frac{6+4}{2}, \frac{2+6}{2}\right)$$

$$=\left(\frac{10}{2}, \frac{8}{2}\right)$$

$$= (5, 4)$$

4. ചോദ്യം:

ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസത്തിന്റെ ഒരറ്റം (1,4) ആണ്. കേന്ദ്രം (3, -4) എങ്കിൽ വ്യാസത്തിന്റെ മറ്റേ അറ്റം കണക്കാക്കുക.

ഉത്തരസൂചിക

വ്യാസത്തിന്റെ മധ്യബിന്ദുവാണ് കേന്ദ്രം

$$\left(\frac{1+x}{2}, \frac{4+y}{2}\right) = (3,-4)$$

$$\frac{1+x}{2} = 3$$

$$1+x=6$$

$$x=6-1=5$$

$$\frac{4+y}{2} = -4$$

$$4+y=-8$$

$$y=-8-4=-12$$

വ്യാസത്തിന്റെ മറ്റെ അറ്റത്തിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ

$$= (5,-12)$$

5. ചോദ്യം:

A(1,2), B(7,4), C(5,10) എന്നിവ Δ ABC യുടെ ശീർഷങ്ങളാണ്. എന്നിവയുടെ മധ്യബിന്ദുക്കളാണ് P, Q, R.

എ) P, Q, R എന്നിവയുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കാണുക.

ബി) മട്ടത്രികോണമാണെന്ന് Δ ABC സമർത്ഥിക്കുക.

ഉത്തരസൂചിക

എ) P യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ

$$= \left(\frac{1+7}{2}, \frac{2+4}{2}\right)$$

$$= \left(\frac{8}{2}, \frac{6}{2}\right) = (4,3)$$

Q ന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ

$$= \left(\frac{7+5}{2}, \frac{4+10}{2}\right)$$

$$= \left(\frac{12}{2}, \frac{14}{2}\right) = (6,7)$$

R ന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ

$$= \left(\frac{1+5}{2}, \frac{2+10}{2}\right)$$

$$= \left(\frac{6}{2}, \frac{12}{2}\right) = (3,6)$$

ബി)

$$PQ = \sqrt{(4-6)^2 + (3-7)^2}$$

$$= \sqrt{(-2)^2 + (-4)^2}$$

$$= \sqrt{4+16} = \sqrt{20}$$

P (4,3), Q (6,7)

$PQ^2 = 20$

$$QR = \sqrt{(6-3)^2 + (7-6)^2}$$

$$= \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$$

Q (6,7), R (3,6)

$QR^2 = 10$

$$PR = \sqrt{(4-3)^2 + (3-6)^2}$$

$$= \sqrt{1^2 + (-3)^2} = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$$

P (4,3), R (3,6)

$PR^2 = 10$

$PR^2 + QR^2 = 10 + 10 = 20 = PQ^2$

$\therefore \Delta\ PQR$ മട്ടത്രികോണമാണ്.

6. ചോദ്യം:

ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ മൂലകൾ (-2, 4), (4, 5), (2,2) എന്നിവയാണ്. ഈ ത്രികോണത്തിന്റെ മധ്യമകേന്ദ്രം കണ്ടുപിടിക്കുക.

ഉത്തരസൂചിക

ത്രികോണത്തിന്റെ മധ്യമകേന്ദ്രം

$$=\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3},\frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$$

$$=\left(\frac{-2+4+2}{3},\frac{4+5+2}{3}\right)$$

$$=\left(\frac{4}{3},\frac{11}{3}\right)$$

7. ചോദ്യം:

A (1,2), B (7,5) എന്നിവ ഒരു വരയിലെ രണ്ടു ബിന്ദുക്കളാണ്. ഈ വരയിലെ രണ്ടു ബിന്ദുക്കളാണ് P, Q. കൂടാതെ AP = PQ = QB. P, Q എന്നീ ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കാണുക.

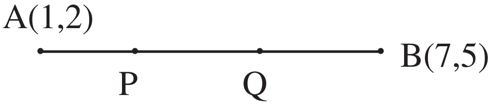
ഉത്തരസൂചിക

AP=PQ=QB

ആയതുകൊണ്ട്

AP : PB = 1:2

AQ : QB = 2:1 ആയിരിക്കും.



P യുടെ x സൂചകസംഖ്യ

$$=x_1+\frac{P}{W}(x_2-x_1)$$

$$=1+\frac{1}{3}(7-1)$$

$$=1+\frac{1}{3}\times 6$$

$$=1+2=3$$

P യുടെ y സൂചകസംഖ്യ

$$= y_1 + \frac{P}{W}(y_2 - y_1)$$

$$= 2 + \frac{1}{3}(5-6)$$

$$= 2 + \frac{1}{3}(5-2)$$

$$= 2 + \frac{1}{3} \times 3 = 2 + 1 = 3$$

P യുടെ സൂചകസംഖ്യ (3, 3)

Q ന്റെ x സൂചകസംഖ്യ

$$= x_1 + \frac{P}{W}(x_2 - x_1)$$

$$= 1 + \frac{2}{3}(7-1)$$

$$= 1 + \frac{2}{3} \times 6 = 1 + 4 = 5$$

Q ന്റെ y സൂചകസംഖ്യ

$$= y_1 + \frac{P}{W}(y_2 - y_1)$$

$$= 2 + \frac{2}{3}(5-2)$$

$$= 2 + \frac{2}{3} \times 3 = 2 + 2 = 4$$

Q ന്റെ സൂചകസംഖ്യ (5, 4)

8. ചോദ്യം:

A (2, 5), B (8,15) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയുടെ

എ) മധ്യബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക.

ബി) AP : PB = 3:4 ആകുന്ന P എന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണക്കാക്കുക.

ഉത്തരസൂചിക

എ) മധ്യബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ

$$=\left(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2}\right)$$

$$=\left(\frac{2+8}{2},\frac{5+15}{2}\right)=\left(\frac{10}{2},\frac{20}{2}\right)$$

$$=(5,10)$$

ബി) P എന്ന ബിന്ദുവിന്റെ x സൂചകസംഖ്യ

$$=\mathrm{x}_1+\frac{\mathrm{P}}{\mathrm{W}}(\mathrm{x}_2-\mathrm{x}_1)$$

$$=1+\frac{1}{3}(7-1)$$

$$=1+\frac{1}{3}\times 6$$

$$=1+2=3$$

P എന്ന ബിന്ദുവിന്റെ y സൂചകസംഖ്യ

$$=y_1+\frac{\mathrm{P}}{\omega}(y_2-y_1)$$

$$=5+\frac{3}{5}(15-5)$$

$$=5+\frac{3}{5}\times 10$$

$$=5+6=11$$

P യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ $\left(5\frac{3}{5},11\right)$

9. ചോദ്യം:

(2,5), (3,7) എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ കൂടി കടന്നുപോകുന്ന വരയുടെ ചരിവ് എന്താണ്?

ഉത്തരസൂചിക

വരയുടെ ചരിവ് $= \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$$= \frac{7-5}{3-2} = \frac{2}{1} = 2$$

10. ചോദ്യം:

(1,y), (2,5) എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ കൂടി കടന്നുപോകുന്ന വരയുടെ ചരിവ് 2 ആയാൽ y കണക്കാക്കുക?

ഉത്തരസൂചിക

വരയുടെ ചരിവ് $= 2$

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = 2$$

$$\frac{5 - y}{2 - 1} = 2$$

$$5 - y = 2$$

$$y = 5 - 2 = 3$$

11. ചോദ്യം:

(1,3), (2,5), (3,7) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ ഒരു വരയിലാണെന്ന് തെളിയിക്കുക.

ഉത്തരസൂചിക

(1,3), (2,5) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയുടെ ചരിവ് $= \dfrac{5-3}{2-1} = \dfrac{2}{1} = 2$

(2,5), (3,7) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയുടെ ചരിവ് $= \dfrac{7-5}{3-2} = \dfrac{2}{1} = 2$

ചരിവുകൾ തുല്യമായതിനാൽ (1,3), (2,5), (3,7) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ ഒരു വരയിലാണ്.

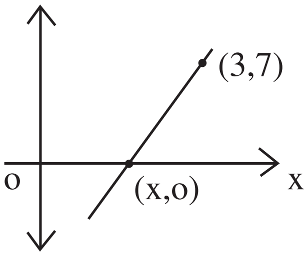
12. ചോദ്യം:

(3,7), (2,4) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയുടെ ചരിവ് കണ്ടുപിടിക്കുക. ഈ വര X അക്ഷത്തെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദു ഏതാണ്?

ഉത്തരസൂചിക

(3,7), (2,45) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയുടെ ചരിവ് $=\frac{4-7}{2-3}=\frac{3}{1}=3$

ഈ വര X അക്ഷത്തെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദു
(x,o) എന്നെടുക്കുക



$\frac{7-0}{3-x}=3$

$7=(3-x)$

$7=9-3x$

$3x=9-7=2$

$x=\frac{2}{3}$

X അക്ഷത്തെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദു = $\left(\frac{2}{3}, o\right)$

13. ചോദ്യം:

(2,-3), (-5,1) എന്നീ ബിന്ദുക്കളിലൂടെ കടന്നുപോകുന്ന വര (O,3) എന്നീ ബിന്ദുക്കളിലൂടെ കടന്നുപോകുന്ന വരക്ക് സമാന്തരമാണെന്ന് തെളിയിക്കുക.

ഉത്തരസൂചിക

(2,-3), (-5,1) എന്നീ ബിന്ദുക്കളിലൂടെ കടന്നുപോകുന്ന വരയുടെ ചരിവ് $=\frac{1-(-3)}{-5-2}=\frac{1+3}{-7}=\frac{4}{-7}=\frac{-4}{7}$

(7, -1), (O, 3) എന്നീ ബിന്ദുക്കളിലൂടെ കടന്നു പോകുന്ന വരയുടെ ചരിവ് $=\frac{3-(-1)}{O-7}=\frac{4}{-7}=\frac{-4}{7}$

ചരിവുകൾ തുല്യമായതിനാൽ വരകൾ സമാന്തരങ്ങളാണ്

14. ചോദ്യം:

(2,-3), (-5,1) എന്നീ ബിന്ദുക്കളിലൂടെ കടന്നുപോകുന്ന വര (4,5), (O, -2) എന്നീ ബിന്ദുക്കളിലൂടെ കടന്നുപോകുന്ന വരക്ക് ലംബമാണെന്ന് തെളിയിക്കുക.

ഉത്തരസൂചിക

(2,-3), (-5,1) എന്നീ ബിന്ദുക്കളിലൂടെ കടന്നുപോകുന്ന വരയുടെ ചരിവ് $=\frac{1-(-3)}{-5-2}=\frac{4}{-7}=\frac{-4}{7}$

(4, -5), (O, 2) എന്നീ ബിന്ദുക്കളിലൂടെ കടന്നു പോകുന്ന വരയുടെ ചരിവ് $=\frac{-2-5}{O-4}=\frac{-7}{-4}=\frac{7}{4}$

ചരിവുകളുടെ ഗുണനഫലം $=\frac{4}{7}\times\frac{7}{4}=-1$

ചരിവുകളുടെ ഗുണനഫലം -1 ആയതിനാൽ വരകൾ പരസ്പരം ലംബങ്ങളാണ്.

15. ചോദ്യം:

(-1,-1), (2,8) എന്നിവ ഒരു വരയിലെ രണ്ട് ബിന്ദുക്കളാണ്.

എ) വരയുടെ ചരിവ് കണക്കാക്കുക

ബി) വരയിലെ ഒരു ബിന്ദുവാണ് (x, y) എങ്കിൽ x, y ഇവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം എഴുതുക.

സി) ഈ വര y അക്ഷത്തെ മുറിക്കുന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക.

ഉത്തരസൂചിക

എ) (-1,-1), (2,8) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയുടെ ചരിവ് $= \frac{8-(-1)}{2-(-1)} = \frac{9}{3} = 3$

ബി) ഒരു ബിന്ദു (x, y) ആയാൽ

$$y-(1) = 3(x-(-1))$$
$$y+1 = 3(x+1)$$
$$y+1 = 3x+3$$
$$y = 3x+2$$

സി) Y അക്ഷത്തെ മുറിക്കുന്ന ബിന്ദുവിൽ x = 0, y = 3 x 0 + 2 = 2

Y അക്ഷത്തെ മുറിക്കുന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യ = (0,2)

16. ചോദ്യം:

ചരിവ് 2 ആയ വരയിലെ ഒരു ബിന്ദുവാണ് (1,3)

എ) വരയുടെ സമവാക്യം കണ്ടുപിടിക്കുക

ബി) ഈ വരയിലെ ഒരു ബിന്ദു ആണോ (3,7) എന്ന് പരിശോധിക്കുക

ഉത്തരസൂചിക

എ) ഈ വരയിലെ ഒരു ബിന്ദുവാണ് (x, y) എങ്കിൽ

y - 3 = 2 (x-1)

y - 3 = 2x - 2

2x - y + 1 = 0

ബി) 2 x- y + 1 = 2 x 3 -7 +1 = 6 - 7 + 1 = 0

(3, 7) എന്ന ബിന്ദു ഈ വരയിലെ ഒരു ബിന്ദുവാണ്.

17. ചോദ്യം:

എ) (5,0), (3,2) എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ കൂടി കടന്നുപോകുന്ന വരയുടെ ചരിവെന്താണ്?

ബി) x - y = 5 എന്ന വരയിലെ ഒരു ബിന്ദുവിന്റെ x സൂചകസംഖ്യ 5 ആണ്. ആ ബിന്ദുവിന്റെ y സൂചകസംഖ്യ എന്താണ്?

സി) x + y = 5, x - y = 5) എന്നീ വരകൾ പരസ്പരം മുറിച്ചുകടക്കുന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചക സംഖ്യകൾ എഴുതുക.

ഉത്തരസൂചിക

എ) (5,0), (3,2) എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ കൂടി കടന്നുപോകുന്ന വരയുടെ ചരിവ്

$$= \frac{2-0}{3-5} = \frac{2}{2} = -1$$

വരയുടെ സമവാക്യം

y = 0 = -1 (x-5)

y = -x + 5

x + y = 5

ബി) x - y = 5

5 - y = 5

y = 5 - 5 = 0

സി) x - y = 5 ....(1)

x- y = 5.............(2)

(1) + (2) , 2x = 10

x = 10/2 = 5

5 + y = 5

y = 5-5 = 0

വരകൾ പരസ്പരം മുറിച്ചുകടക്കുന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ (5, 0)

18. ചോദ്യം:

ചരിവ് 3 ഉം ഒരു ബിന്ദു (3,4) ഉം ആയ വരയിലെ ഒരു ബിന്ദുവിന്റെ x സൂചകസംഖ്യ a ആയാൽ y സൂചകസംഖ്യ 3a - 5 ആണെന്ന് തെളിയിക്കുക.

ഉത്തരസൂചിക

വരയിലെ ഒരു ബിന്ദു (a,y) ആയാൽ

$$= \frac{y-4}{a-3} = 3$$

y - 4 = 3 (a-3)

y -4 = 3a-9

y = 3a - 9+4

y = 3a - 5

19. ചോദ്യം:

5x + 7y - 3 = 0, 2x - 3y - 7 = 0 എന്നീ വരകൾ പരസ്പരം മുറിച്ചുകടക്കുന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക.

ഉത്തരസൂചിക

$5x + t7 - 3 = 0$........................(1)

(1) x 2 $\rightarrow 10x + 14y - 6 = 0$............(2)

$2x - 3y - 7 = 0$..................(3)

(3) x 5 $\rightarrow 10x - 15y - 35 = 0$...............(4)

$10x + 14y - 6 = 0$................(2)

$10x - 15y - 35 = 0$................(4)

---

(2) - (4), $29y + 29 = 0$

$29y = -29$

$y = \frac{-29}{29} = -1$

$5x + 7y - 3 = 0$..............(1)

$5x + 7 \times (-1) - 3 = 0$

$5x - 7 - 3 = 0$

$5x - 10 = 0$

$5x = 10, x = 10/5 = 2$

വരകൾ പരസ്പരം മുറിച്ചുകടക്കുന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ = (2, 1)

20. ചോദ്യം:

(3,4) എന്ന ബിന്ദുവിലൂടെ കടന്നുപോകുന്ന ആധാരബിന്ദു കേന്ദ്രമായ വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം എഴുതുക.

ഉത്തരസൂചിക

കേന്ദ്രം (0,0), ഒരു ബിന്ദു (3, 4)

വൃത്തത്തിന്റെ ആരം $= \sqrt{3^2 + 4^2}$

$= \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$

വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം

$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$

$x^2 + y^2 = 5^2$

$x^2 + y^2 = 25$

21. ചോദ്യം:

കേന്ദ്രം (-1,2) , ആരം $\sqrt{5}$ ആയ വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം എഴുതുക.

ഉത്തരസൂചിക

വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം

$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$

$(x- -1)^2 + (y - 2)^2 = (\sqrt{5})^2$

$x^2 + 1 + 2x + y^2 + 4 - 4y = 5$

$x^2 + y2 + 2x - 4y = 0$

22. ചോദ്യം:

$x^2 + y^2 - 6x - 8y +9 = 0$ എന്ന വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രവും ആരവും താണുക.

ഉത്തരസൂചിക

$x^2 + y^2 - 6x - 8y +9 = 0$

$x^2 + 6x + y^2 - 8y + 9 = 0$

$x^2 - 6x + 9 + y^2 - 8y + 16 + 9 = 9 + 16$

$(x-3)^2 + (y - 4)^2 = 16$

$(x-3)^2 + (y-4)^2 = 42$

വൃത്തകേന്ദ്രം =(3,4)

ആരം = 4 യൂണിറ്റ്

23. ചോദ്യം:

ആധാരബിന്ദു കേന്ദ്രമായി വരച്ച് ഒരു വൃത്തം (2,2) എന്ന ബിന്ദുവിലൂടെ കടന്നുപോവുന്നു.

എ) ഈ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം എത്രയാണ്?

ബി) ഈ വൃത്തം x അക്ഷത്തെ മുറിച്ചുകടക്കുന്ന ഒരു ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക.

ഉത്തരസൂചിക

എ) വൃത്തത്തിന്റെ ആരം

$$= \sqrt{2^2 + 2^2}$$

$$= \sqrt{4+4} = \sqrt{8}$$

$$= \sqrt{4\times 2} = \sqrt{4}\ \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

ബി) വൃത്തം x അക്ഷത്തെ മുറിച്ചുകടക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ

$$(2\sqrt{2},0),(-2\sqrt{2},0)$$

യൂണിറ്റ് - 10

ബഹുപദങ്ങൾ

ഓർമ്മിക്കേണ്ടവ

- ♦ $P(x)$ എന്ന ബഹുപദം $q(x)$ and $r(x)$ എന്നീ ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമാണെങ്കിൽ $q(x)$, $r(x)$ ഇവയെ $p(x)$ ന്റെ ഘടകങ്ങൾ എന്നുപറയുന്നു.
- ♦ $(x - a)$ എന്ന ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദത്തിൽ $p(x)$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമാണെങ്കിൽ, $p(a) = 0$ ആണ്. അഥവാ 'a' എന്ന സംഖ്യ, $p(x) = 0$ എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ പര്യായമാണ്.
- ♦ $p(x)$ എന്ന രണ്ടാംകൃതി ബഹുപദത്തിൽ 'x' ആയി 'a' എന്ന സംഖ്യ എടുക്കുമ്പോൾ $P(a) = 0$ ആണെങ്കിൽ, $(x-a)$ എന്ന ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദം $P(x)$ ന്റെ ഘടകമാണ്.

1. $(x + 3)$, $x^2 + 5x + 6$ ന്റെ ഘടകമാണോ, അല്ലയോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക.
2. $P(x) = x^2 - 7n - 60$ എന്ന ബഹുപദത്തെ ഒന്നാം കൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക. $P(x) = 0$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ പരഹാരം കാണുക.
3. $x^2 - x - 1$ എന്ന ബഹുപദത്തെ രണ്ട് ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക.
4. $P(x) = x^2 - 7x + 5$

   (a) $P(0)$ യുടെ വില കാണുക.

   (b) $P(x) - P(0)$ യുടെ ഒരു ഘടകം കണ്ടെത്തുക
5. $P(1) = 0$, $P(2) = 0$ ആകുന്ന വിധത്തിൽ ഒരു രണ്ടാംകൃതി ബഹുപദം കണ്ടെത്തുക.
6. $ax^2 + bx + c$ യുടെ ഒരു ഘടകമാണ് $(x-1)$ എങ്കിൽ a, b, c ഇവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം എന്ത്.
7. $2x^2 - 3x - 1$ എന്ന ബഹുപദത്തോട് ഏത് സംഖ്യ കൂട്ടിയാൽ $(x - 1)$ ഘടകമായ ബഹുപദം കിട്ടും.
8. $P(x) = x^2 + 9x + b$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ പരിഹാരം -3, 5 എന്നിവ ആയാൽ,

   (a) $P(x)$ നെ ഒന്നാം കൃതി ബഹുപദത്തിന്റെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക.

   (b) a, b എന്നിവയുടെ വില കാണുക.
9. $P(x) = ax^3 + bx^2 + Cx + d$ ന്റെ ഘടകങ്ങളാണ് $(x-1)$, $(x+1)$ എന്നിവയെങ്കിൽ

   (a) $a = -c$, $b = -d$ എന്ന് തെളിയിക്കുക.

   (b) $(x-1)$, $(x+1)$ ഘടകങ്ങളായ ബഹുപദം എഴുതുക
10. $5x^3 + 3x^2$ എന്ന ബഹുപദത്തിനോട് ഏത് ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദം കൂട്ടിയാലാണ് $(x^2 - 1)$ ഘടകമായ ബഹുപദം കിട്ടുക.

11. $P(x) = x^2 + 3x + k$ എന്ന ബഹുപദത്തിൽ

(a) $k = -4$, എങ്കിൽ $P(x)$ രണ്ട് ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതാൻ കഴിയും എന്ന് തെളിയിക്കുക.

(b) $k = 4$, എങ്കിൽ $P(x)$ രണ്ട് ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതാൻ കഴിയില്ലാ എന്ന് തെളിയിക്കുക.

12. $x^2 + 5x - 7$ ൽ നിന്ന് ഏത് സംഖ്യ കുറത്താലാണ് $(x-1)$ ഘടകമായ ബഹുപദം കിട്ടുക.

13. $x^3 - kx^2 - x + 2$ ന്റെ ഘടകമാണ് $(x-1)$ എങ്കിൽ kയുടെ വിലയെന്ത്?

14. $x^2 + ax + b$ യുടെ ഒരു ഘടകമാണ് $(x-1)$ എങ്കിൽ $a+b = -1$ എന്ന് തെളിയിക്കുക.

15. $P(x) = (x-2)(x+3) + k$ യെുടെ ഒരു ഘടകമാണ് $(x+2)$ എങ്കിൽ

(a) k യുടെ വിലകാണുക

(b) $(x-1)$, $P(x)$ ന്റെ ഘടകമാണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക

(c) $(x-3)$ ഘടകമായ ബഹുപദം കിട്ടാൻ $P(x)$നോട് ഏത് സംഖ്യ കൂട്ടണം.

16. $P(x) = x^2 - 8x + 16$

(a) $P(4)$ ന്റെ വില കാണുക.

(b) $P(x)$ ന്റെ വില നെഗറ്റീവ് ആവുകയില്ല എന്ന് തെളിയിക്കുക.

17. $x^3 - 6x^2 - ax + b$ യുടെ ഘടകങ്ങളാണ് $(x-1)$, $(x-2)$ ഇവയെങ്കിൽ a, b എന്നിവയുടെ വില കാണുക.

18. $x^2 + 5x + 6$ ന്റെ ഘടകമല്ല $(x-4)$ എന്ന് തെളിയിക്കുക.

19. (a) $(x-1)$, $(x+1)$ എന്നിവ $3x^3 - 2x^2 - 3x + 2$ ന്റെ ഘടകങ്ങളാണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക.

(b) $3x^3 - 2x^2 - 3x + 2 = (x^2-1)(ax + b)$ എങ്കിൽ a, b എന്നിവയുടെ വിലകാണുക.

20. $P(x) = x^2 + 7x + 12$

(a) $P(-1)$ ന്റെ വില കാണുക.

(b) $P(x) + P(-1)$ നെ ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതാൻ കഴിയുമോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക.

ഉത്തരങ്ങൾ

1. $P(x) = x^2 + 5x+6$

   (x+3, p(x) ന്റെ ഘടകമായാൽ p(-3) = 0 ആയിരിക്കും.

   $\therefore P(-3) = (-3)^2 + 5 x -3 + 6$

   $= 9 - 15 + 6$

   $= 15 - 15 = =$

   ie $P(-3) = 0$

$\therefore$ (x +3), p(x) ന്റെ ഘടകമാണ്

2. $P(x) = x^2 - 7 - 60$

   (x-a), (x-b) എന്നിവയുടെ ഗുണനഫലമാണ് p(n) എന്ന് കരുതിയാൽ

   $x^2 - 7x - 60 = (x-a) (x-b)$

   $x^2 - 7x - 60 = x2 - x (a+b) +ab$

   $\therefore a+ b = 7$

   $ab = -60$

   $(a-b)^2 = (a+b)2 - 49b$

   $= 49 + 240$

   $= 289$

   $\therefore a-b = \sqrt{289} = 17$

   $\therefore a + b = 7$

   $a - b = 17$

   $\therefore 2a = 24$

   $a = 12$

   $b = -5$

   $\therefore x^2 - 7x - 60 = (x+12) (x-5) = 0$

$p(x) = 0 \Rightarrow (x+12) (x - 5) = 0$

$\Rightarrow x = -12$ and $x = 5$

   p(x) ന്റെ പരിഹാരം $x = -12$ and $x = 5$

3. $P(x) = x^2 - x - 1$

   $x^2 - x -1 = (x-a) (x-b)$

   $x^2 - x - 1 = x^2 - x (a+b) +a b$

   $\therefore a+ b = 1$ ....(1)

   $ab = -1$

   $(a-b)^2 = (a+b)^2 - 4 ab$ ആയതിനാൽ

   $(a-b)^2 = 1^2 - 4 x -1$

   $= 1 + 4$

   $= 5$

$\therefore$ a-b = $\sqrt{5}$ ....(2)

(1), (2) എന്നിവയിൽ നിന്ന്

$a = \sqrt{\frac{5+1}{2}}$, $b = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$

$p(x) = \left(x-\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)\right)\left(n-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)\right)$

4. $P(x) = x^2 - 7x + 5$

(a) $P(0) = 0^2 - 7 \times 0 + 5$

$= 5$

(b) $P(x) - P(0) = x^2 - 7x + 5 - 5$

$= x^2 - 7x$

ie, $x^2 - 7x = x(x-7)$

$\therefore$ (x-7), p(x) ന്റെ ഒരു ഘടകമാണ്

5. $P(1) = 0 \Rightarrow$ (x-1), p(n) ന്റെ ഒരു ഘടകമാണ്

$P(2) = 0 \Rightarrow$ (x-2), p(n) ന്റെ ഒരു ഘടകമാണ്

P(x) ഒരു രണ്ടാം കൃതി ബഹുപദമായതിനാൽ

$P(x) = (x - 1)(x-2)$

$= x^2 - 3x + 2$

6. $P(x) = a x^2 + bx + c$

P(x) ന്റെ ഘടകമാണ് (x-1) $\therefore$ P(1) = 0 ആയിരിക്കും

$\therefore P(a) = 1^2 + a + b \times 1 + c = 0$

$a + b + c = 0$

(x-1), P(x) ന്റെ ഘടകമാകുമ്പോൾ a,b,c ഇവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം a+b+c = 0 എന്നതാണ്.

7. $P(x) = 2x^2 - 3x - 1$

(x-1), ഘടകരാകണമെങ്കിൽ P(1) = 0 ആയിരിക്കണം

$P(1) = 2 \times 1^2 - 3 \times 1 - 1$

$= 2 - 3 - 1$

$= 2 - 4$

$= -2$

$\therefore$ P(1) = 0 ആകണമെങ്കിൽ P(x) നോട് ‘2’ കൂട്ടിയാൽ മതി

8. $P(x) = x^2 + ax + 6$

a) P(x) ന്റെ പരിഹാരമാണ് - 3

$\therefore$ (x+3) ഘടകമാണ്

+5, P(x) ന്റെ പരിഹാരമായതിനാൽ

(x-5) ഘടകമാണ്

∴ $P(x) = (x+3)(x-5) = x^2 - 2 - 15$

b) $P(x) = (x+3)(x - 5) = x^2 - 2x - 15 = x^2+ax+6$

∴ $a = -2$

$b = -15$

9. $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

(x-1), P(x) ന്റെ ഘടകമായതിനാൽ P(1) = 0 ആണ്

∴ $P(1) = a \times 1^3 + b \times 1^2 + c \times 1 + d = 0$

$a + b + c + d = 0$ ....(1)

(x+1), P(x) ന്റെ ഘടകമായതിനാൽ P (-1) = 0 ആണ്

$P(-1) = a \times (-1)^3 + b \times (-1)^2 + c \times (-1) - d = 0$

$-a + b - c + d = 0$..................(2)

(1) + (2) $\Rightarrow 0 + 2b + 0 + 2d = 0$

$2b + 2d = 0$

$2(b+d) = 0$

$\Rightarrow b+d = 0$

∴ $b = -d$

(1) - (2) $\Rightarrow 2a + 2c = 0$

$2(a+c) = 0$

$\Rightarrow a+c = 0$

∴ $a = -c$

10. $P(x) = 5x^3 + 3x^2$

P(x) നോട് (ax +b) എന്ന ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദം കൂട്ടിയാൽ (x^2-1) ഘടകമായ q(x) എന്ന ബഹുപദം കിട്ടും എന്ന് സങ്കൽപ്പിച്ചാൽ

$q(x) = (5x^3 + 3x^2 + ax + 6$

$(x^2-1) = (x+1)(x-1)$ q(x) ന്റെ ഘടകമായതിനാൽ

(x+1), q(x) ന്റെ ഘടകമായതിനാൽ

$q(-1) = 0$

∴ $q(-1) = 5 \times (-1)^3 + 3x(-1)^2 + ax - 1 + b = 0$

$-5 + 3 - a + b = 0$

$-2 - a + b = 0$

∴ $a - b = -2$................(1)

(x-1), q(x) ന്റെ ഘടകമായതിനാൽ q(1) = 0

$q(1) = 5 \times (1)^3 + 3 \times (1)^2 + a \times 1 + b = 0$

$5 + 3 + a + b = 0$

$8 + a + b = 0$

$a + b = -8$................(2)

$a - b =$ .... 2 .... (1)

$a + b =$ ....8 ....(2)

$(1) + (2) \Rightarrow 29 \ + 0 = 6$

$9 = 6/2$

$= 3$

$\therefore 3 + b = 8$

$b = 8-3$

$= 5$

$\therefore$ ഒന്നാം കൃതി ബഹുപദം $(3x + 5)$, $P(x)$നോട് കൂട്ടിയാൽ $(x^2 - 1)$ ഘടകമായ ബഹുപദം ലഭിക്കും

11. $P(x) = x^2 + 3x + k$

(a) $k = -4$ ആയാൽ

$P(x) = x^2 + 3x - 4$ ഒരു രണ്ടാംകൃതി ബഹുപദമായതിനാൽ

$\therefore$ $P(x) = x^2 + 3x - 4 = x^2 - x(a+b) + ab$

$\therefore$ $(a-b)^2 = (a+b)^2 - 4 \text{ x } ab$

$= (-3)^2 - 4x - 4$

$= 9 + 16$

$= 25$

ie, $(a-b)^2 = 25 < 0$

$\therefore$ $P(x)$ ൽ $k = -4$ ആയാൽ $P(x)$ നെ ഒന്നാം കൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതാം.

$P(x)$ ൽ $k = 4$ ആയാൽ

$P(x) = x^2 + 3x + 4$ ഒരു രണ്ടാംകൃതി ബഹുപദമായതിനാൽ

$P(x) = x^2 + 3x + 4 = x^2 - x(a+b) + ab$

$\therefore$ $(a-b) = -3$

$ab = 4$

$\therefore$ $(a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab$

$= (-3)^2 - 4 \text{ x } 4$

$= 9 - 16$

$= 7 < 0$

വർഗ്ഗത്തിന്റെ വില ന്യൂന സംഖ്യയാവുകയില്ല

$\therefore$ $P(x)$ നെ രണ്ട് ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ, ഗുണനഫലമായി എഴുതുവാൻ കഴിയില്ല.

12. $P(x) = x^2 + 5x - 7$

$(x-1)$, $P(x)$ ന്റെ ഘടകമായാൽ $P(1) = 0$ ആയിരിക്കും

$P(1) = (1)^2 + 5 \times 1 - 7$

$= 1 + 5 - 7$

$= 6 - 7 = 1$

$P(1) = -1$ ആയതിനാൽ $P(x)$ ൽ നിന്ന് -1 കുറച്ചാൽ $(x-1)$ ഘടകമായ ബഹുപദം ലഭിക്കും.

13. $P(x) = x^3 + kx^2 - x + 2$

$(x-1)$, $P(x)$ ന്റെ ഘടകമായാൽ $P(1) = 0$ ആയിരിക്കും

$P(1) = (1)^3 - k \times 1^2 - 1 + 2 = 0$

$1 - k - 1 + 2 = 0$

$2 - k = 0$

$2 = k$

$x = 2$

14. $P(x) = x^2 + ax + b$

$(x-1)$, $P(x)$ ന്റെ ഘടകമായതിനാൽ $P(1) = 0$ ആയിരിക്കും

$\therefore P(1) = 1^2 + a \times 1 + b = 0$

ie, $1 + a + b = 0$

$a + b = -1$

15. $P(x) = (x-2)(x + 3) k$

ie $= x^2 + x - 6 + k$

a) $(x+2)$, $P(x)$ ന്റെ ഘടകമായതിനാൽ $P(-2) = 0$ ആയിരിക്കും

$P(-2) = (-2)^2 + (-2) - 6 + k = 0$

$4 - 2 - 6 + k = 0$

$k - 4 = 0$

$k = 4$

$\therefore P(x) = n^2 + n - 2$

b) $(x-1)$, $P(x)$ ന്റെ ഘടകമായതിനാൽ $P(1) = 0$ ആയിരിക്കും

$P(1) = 1^2 + 1 - 2$

$1 + 1 - 2 = 0$

$\therefore P(1) = 0 \therefore (x - 1)$, $P(x)$ ന്റെ ഘടകമാണ്

c) $(x-3)$, $P(x)$ ന്റെ ഘടകമായതിനാൽ $P(3) = 0$ ആയിരിക്കും

$P(3) = (3)^2 + 3 - 2$

$= 9 + 3 - 2$

$= 10$

$P(3) = 10 \neq 0$

∴ -10, P(x) നോട് കൂട്ടിയാൽ (x-3) ഘടകമായ ബഹുപദം കിട്ടും.

16. $P(x) = x^2 - 8x + 16$

a) $P(4) = (4)^2 - 8 \times 4 + 16$

$= 16 - 32 + 16$

$= 0$

$P(4) = 0$

b) $P(x) = x^2 - 8x + 16$

$= (x - 4)^2$

ie $P(x) = (x-4)^2$

P(x), വർഗ്ഗം ആയതിനാൽ ന്യൂനമാവുകയില്ല.

17. $P(x) = x^3 - 6x^2 - 9 \times 1 + b = 0$

$1 - 6 - a + b = 0$

∴ $a - b = -5$...............(1)

(x-2), P(x)ന്റെ ഘടകമായതിനാൽ P(2) = 0 ആയിരിക്കും

$P(2) = (2)^3 - 6 \times (2)^2 - a \times 2 + b = 0$

$8 - 24 - 29 + b = 0$

$-16 - 2a + b = 0$

$2a - b = -16$..................(2)

(2)...........(1) $\Rightarrow$ $a + 0 = -11$

∴ $b = 5 - 11$

$= -6$

a യുടെ വില = - 11

b യുടെ വില = - 6

18. $P(x) = x^2 + 5x + 6$

(x-4), P(x)ന്റെ ഘടകമാകണമെങ്കിൽ P(4) = 0

$P(4) = (4)^2 + 5 \times 4 + 6$

$= 16 + 20 + 6$

$= 42 \neq 0$

$P(4) \neq 0$ ∴ (x-4), P(x) ന്റെ ഘടകമല്ല.

19. $P(x) = 3x^3 - 2x^2 - 3x + 2$

a) (x-1), P(x)ന്റെ ഘടകമായാൽ P(1) = 0 ആയിരിക്കും.

∴ $P(1) = 3 \times 1^2 - 2 \times 1^2 - 3 \times 1 + 2 \neq 0$

$3 - 2 - 3 + 3 \neq 0$

$= 0$

$P(1) = 0 \neq 0$ (x - 1), P(x) ന്റെ ഘടകമാണ്.

(x+1), P(x) ന്റെ ഘടകമായാൽ P(-1) = 0 ആയിരിക്കും

$P(-1) = 3x(-1)^3 - 2 x (-1)^2 - 3 x -1 +2$

$= -1 - 2 + 3 + 3$

$= 0$

$P(1) = 0 \therefore$ (x + 1, P(x) ന്റെ ഘടകമാണ്.

b) $P(x) = 3x^3 - 2x^2 - 3x + = (x^2 - 1)\ (ax + b)$

$= ax^3 + bx^2 - ax - b$

$\therefore \quad a = 3 \quad \& \quad b = -2$

20. $P(x) = x^2 + 7x + 12$

a) $P(-1) = (-1)^2 + 7 x -1 + 12$

$= 1 - 7 + 12$

$= 6$

b) $P(x) + P(-1) = x^2 + 7x + 12 + 6$

$= x^2 + 7x + 18$

$\therefore \quad x^2 + 7x + 18 = x^2 - x (a+b) + ab$

$a + b = -7$

$ab = 18$

$(a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab$

$= (-7)^2 - 4 x 18$

$= 49 - 72$

$= -23$

വർഗ്ഗത്തിന്റെ വില നെഗറ്റീവ് ആയതിനാൽ P(x) + P(-1) നെ ഒന്നാം കൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതാൻ കഴിയില്ല.

CHAPTER : 11
സ്ഥിതിവിവരക്കണക്ക്

പ്രധാന ആശയങ്ങൾ

ഒരു കൂട്ടം അളവുകളെ പ്രതിനിധാനം ചെയ്യുന്ന ഒരു സംഖ്യയാണ് അവയുടെ ശരാശരി.

മാധ്യം:- ഒരു കൂട്ടം അളവുകളുടെ തുകയെ അവയുടെ എണ്ണം കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ കിട്ടുന്ന സംഖ്യയെ മാധ്യം എന്നു പറയുന്നു.

$$\text{മാധ്യം} = \frac{\text{അളവുകളുടെ തുക}}{\text{എണ്ണം}}$$

മാധ്യമം:- ഒരു കൂട്ടം അളവുകളെ വലുപ്പക്രമത്തിലെഴുതുമ്പോൾ നടുക്ക് വരുന്ന അളവാണ് മധ്യമം

☞ എണ്ണം 'n' ഒറ്റസംഖ്യ ആയാൽ $\left(\frac{n+1}{2}\right)$-ാം സ്ഥാനത്തെ അളവാണ് മധ്യമം.

☞ എണ്ണം 'n' ഇരട്ടസംഖ്യ ആയാൽ $\frac{n}{2}$-ാം സ്ഥാനത്തെ അളവിന്റെയും $\left(\frac{n}{2}+1\right)$ -ാം സ്ഥാനത്തെ അളവിന്റെയും ശരാശരിയായിരിക്കും മധ്യമം.

ഒരു കൂട്ടം സംഖ്യകൾ സമാന്തര ശ്രേണിയിലായാൽ അവയുടെ മാധ്യവും മധ്യമവും തുല്യമായിരിക്കും.

1) താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ചോദ്യങ്ങളിൽ നിന്ന് ശരിയായ ഉത്തരം ബ്രാക്കറ്റിൽ നിന്ന് തെരഞ്ഞെടുത്തെഴുതുക.

   a) 10, 20, 30, 40, 50 എന്നീ സംഖ്യകളുടെ മാധ്യം എത്ര?

      [25, 30, 35, 40]

   b) 2, 3, 4, 5, 6 എന്നീ സംഖ്യകളുടെ മധ്യമം എത്ര?

      [3, 3.5, 4, 4.5]

   c) ഒരു സമാന്തര ശ്രേണിയിലെ തുടർച്ചയായ 7 സംഖ്യകളുടെ മാധ്യം 25 ആണ്. അവയുടെ മധ്യമം എത്ര?

      [7, 25, 50, 30]

2) ആദ്യത്തെ 10 എണ്ണൽ സംഖ്യകളഉടെ മാധ്യം എത്ര?

3) 7 കുട്ടികൾക്ക് കണക്ക് പരീക്ഷയ്ക്ക് ലഭിച്ച മാർക്ക് താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. മാധ്യവും മധ്യമവും കണ്ടുപിടിക്കുക.

   32, 27, 20, 26, 40, 34, 21

4) ക്രിക്കറ്റിൽ രാജുവിന്റെ 9 കളികളിലെ റൺസ് ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു.

   18, 40, 34, 25, 36, 21

   റൺസിന്റെ മാധ്യവും മധ്യമവും കണക്കാക്കുക.

5) ഒരു ഫാക്ടറിയിലെ 7 തൊഴിലാളികളുടെ ദിവസകൂലി തന്നിരിക്കുന്നു.

   400, 450, 550, 450, 500, 350, 600

   a) മാധ്യം, മധ്യമം എന്നിവ കണ്ടുപിടിക്കുക.

   b) മാധ്യത്തേക്കാൾ കുറഞ്ഞ കൂലിയുള്ള എത്ര തൊഴിലാളികളുണ്ട്.

6) ഒരു ഗ്രാമത്തിലെ 21 കുടുംബങ്ങളുടെ മാസവരുമാനം പട്ടികയായി ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു.

മാസവരുമാനം	5000	6000	7000	8000	9000
കുടുംബങ്ങളുടെ എണ്ണം	2	6	7	5	1

a) മാസവരുമാനത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ കുടുംബങ്ങളെ ക്രമീകരിച്ചാൽ എത്രാമത്തെ കുടുംബത്തിന്റെ വരുമാനമാണ് മധ്യമമായ മാസവരുമാനം?

b) മധ്യമമായ മാസവരുമാനം കണ്ടുപിടിക്കുക.

7) ഒരു പ്രദേശത്തെ കുറേ വീടുകളിലെ വൈദ്യുതി ഉപയോഗമനുസരിച്ചുള്ള പട്ടിക ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. മധ്യമം കണ്ടുപിടിക്കുക.

വൈദ്യുതി ഉപയോഗം (യൂണിറ്റ്)	വീടുകളുടെ എണ്ണം
150	4
180	8
200	10
230	7
250	4
300	2

8) 10A ക്ലാസിലെ കുട്ടികളുടം ഭാരത്തിന്റെ പട്ടിക ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു.

ഭാരം	കുട്ടികളുടെ എണ്ണം
46	4
50	5
52	10
56	14
60	7
65	3
68	2

a) ഈ ക്ലാസ്സിലെ ആകെ കുട്ടികളുടെ എണ്ണമെത്ര?

b) എത്രാമത്തെ കുട്ടിയുടെ ഭാരമാണ് മധ്യമ ഭാരമായി കണക്കാക്കുന്നത്?

c) കുട്ടികളുടെ ഭാരത്തിന്റെ മധ്യമം എത്ര?

9) ഒരു ക്ലാസ്സിലെ 35 കുട്ടികൾക്ക് ഒരു വിഷയത്തിന് ലഭിച്ച മാർക്ക് പട്ടികയായി രേഖപ്പെടുത്തിയത് ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു.

മാർക്ക്	കുട്ടികളുടെ എണ്ണം
0 - 10	5
10 - 20	7
20 - 30	10
30 - 40	8
40 - 50	5

a) കുട്ടികളെ മാർക്കിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ ക്രമീകരിച്ചാൽ എത്രാമത്തെ കുട്ടിയുടെ മാർക്കാണ് മധ്യമമായി എടുക്കുന്നത്?

b) മാർക്കിന്റെ മധ്യമം കണ്ടുപിടിക്കുക.

10) ഒരു ഫാക്ടറിയിലെ തൊഴിലാളികളുടെ ദിവസവേതനത്തിന്റെ പട്ടിക താഴെ തന്നിരിക്കുന്നു.

ദിവസവേതനം	തൊഴിലാളികളുടെ എണ്ണം
400 - 500	5
500 - 600	8
600 - 700	10
700 - 800	12
800 - 900	4
900 - 1000	1

ദിവസവേതനത്തിന്റെ മധ്യമം കണ്ടുപിടിക്കുക.

11) ഒരു ക്ലാസ്സിലെ കുട്ടികളെ ഉയരമനുസരിച്ച് എണ്ണം തിരിച്ച പട്ടികയാണ് താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നത്.

മാർക്ക് (cm)	കുട്ടികളുടെ എണ്ണം
120 - 130	6
130 - 140	8
140 - 150	10
150 - 160	9
160 - 170	2

a) കുട്ടികളെ ഉയരത്തിനനുസരിച്ച് ക്രമമായി നിർത്തിയാൽ എത്രാമത്തെ കുട്ടിയുടെ ഉയരമാണ് മധ്യമ ഉയരം

b) മധ്യമ ഉയരം കണക്കാക്കുക.

Answer Key

1)

a) 30

b) 4

c) 25

2) ആദ്യത്തെ 'n' എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ തുക = $\frac{n(n+1)}{2}$

ആദ്യത്തെ 10 എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ തുക = $\frac{10 \times 11}{2} = 55$

മാധ്യം = $\frac{\text{തുക}}{\text{എണ്ണം}}$

= $\frac{55}{10}$

= 5.5

3) മാധ്യം

മാർക്കുകളുടെ തുക = 32 + 27 + 20 + 26 + 40 + 34 + 21

= 200

മാധ്യം = $\frac{\text{തുക}}{\text{എണ്ണം}}$

= $\frac{200}{7}$

= 28.57

മധ്യമം

സംഖ്യകൾ ആരോഹണ ക്രമത്തിലെഴുതിയാൽ

20, 21, 26, (27), 32, 34, 40

മധ്യത്തിലുള്ള സംഖ്യ = 27

∴ മധ്യമം = 27

4) മാധ്യം

സംഖ്യകളുടെ തുക = 18 + 40 + 34 + 25 + 36 + 21

= 174

മധ്യമം

സംഖ്യകൾ ആരോഹണ ക്രമത്തിലെഴുതിയാൽ

18, 21, 25, 34, 36, 40

നടുക്ക് രണ്ട് സംഖ്യകൾ വരുന്നു 25, 34

മധ്യമം = $\frac{25+34}{2}$

$= \frac{59}{2}$

$= 29.5$

5) (a) മാധ്യം = 471.43

(b) മധ്യമം = 450

6)

മാസവരുമാനം	കുടുംബങ്ങളുടെ എണ്ണം
5000 ൽ കുറവ്	2
6000 ൽ കുറവ്	8
7000 ൽ കുറവ്	15
8000 ൽ കുറവ്	20
9000 ൽ കുറവ്	21

(a) $\frac{21+1}{2} = \frac{22}{2} = 11$

11-ാമത്തെ കുടുംബത്തിന്റെ വരുമാനമാണ് മധ്യമ വരുമാനമായി കണക്കാക്കുന്നത്

(b) മധ്യമം = 7000

7)

വൈദ്യുതി ഉപയോഗം	വീടുകളുടെ എണ്ണം
150 ൽ കുറവ്	4
180 ൽ കുറവ്	12
200 ൽ കുറവ്	22
230 ൽ കുറവ്	29
250 ൽ കുറവ്	33
300 ൽ കുറവ്	35

$\frac{35+1}{2} = \frac{36}{2} = 18$

18-ാമത്തെ വീടിന്റെ വൈദ്യുതി ഉപയോഗമാണ് മധ്യമം.

മധ്യമം = 200

8) (a) 45

(b) 23

(c) 56

9)

മാർക്ക്	കുട്ടികളുടെ എണ്ണം
10 ൽ താഴെ	5
20 ൽ താഴെ	12
30 ൽ താഴെ	22
40 ൽ താഴെ	30
50 ൽ താഴെ	35

(a) $\frac{35+1}{2}=\frac{36}{2}=18$

18-ാമത്തെ കുട്ടിയുടെ മാർക്ക് മധ്യമമായി എടുക്കുന്നു.

(b) മധ്യമവിഭാഗം = 20 - 30

മധ്യമ വിഭാഗത്തിലെ കുട്ടികളുടെ മാർക്കുകൾ ശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളായി പരിഗണിച്ചാൽ

$d=\frac{30-20}{22-12}=\frac{10}{10}=1$

13-ാമത്തെ കുട്ടിയുടെ മാർക്ക് = 20.5

18-ാമത്തെ കുട്ടിയുടെ മാർക്ക് = 20.5 + 5 x 1

= 20.5 + 5

= 25.5

മധ്യമം = 25.5

10)

ദിവസ വേതനം	തൊഴിലാളികളുടെ എണ്ണം
500 ൽ കുറവ്	5
600 ൽ കുറവ്	13
700 ൽ കുറവ്	23
800 ൽ കുറവ്	35
900 ൽ കുറവ്	39
1000 ൽ കുറവ്	40

$$\frac{N}{2} = \frac{40}{2} = 20$$

$$\frac{N}{2} + 1 = 20 + 1 = 21$$

$$d = \frac{700 - 600}{23 - 13} = \frac{100}{10} = 10$$

14-ാമത്തെ തൊഴിലാളിയുടെ വേതനം $= 605$

20-ാമത്തെ തൊഴിലാളിയുടെ വേതനം $= 605 + 6 \times 10$

$= 605 + 60$

$= 665$

21-ാമത്തെ തൊഴിലാളിയുടെ വേതനം $= 605 + 10$

$= 675$

മധ്യമം $= \frac{665 + 675}{2} = 670$

11) (a) 18

(b) മധ്യമം = 143.5