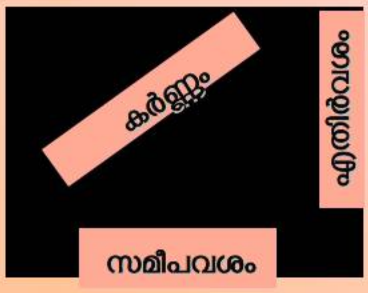


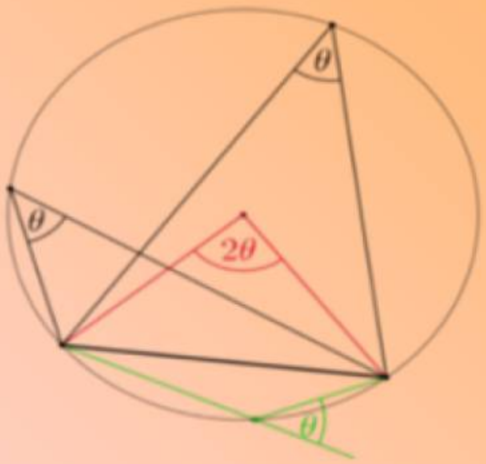
S എ ക

C സ ക

T എ സ

X ഗണിതം

പ്രധാന ആശയങ്ങൾ



Prepared by
Cecilia Joseph
St. John De Britto's, A.I.H.S
Fortkochi

അധ്യായം– 1
സമാന്തര ശ്രേണികൾ

പ്രധാന ആശയങ്ങൾ

* ഒരു സംഖ്യയിൽ നിന്നും തുടങ്ങി ഒരേ സംഖ്യ തന്നെ വീണ്ടും വീണ്ടും കൂട്ടി കിട്ടുന്ന ശ്രേണിയാണ് **സമാന്തര ശ്രേണി.**

* ശ്രേണിയിലെ സംഖ്യകളെ **പദങ്ങൾ** എന്നു പറയുന്നു.

* ശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളെ സ്ഥാന ക്രമത്തിൽ $x_1 , x_2 , x_3 , x_4 , \ldots\ldots$ എന്ന് എഴുതാം.

* ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ഏതു സംഖ്യയിൽ നിന്നും തൊട്ടു പുറകിലുള്ള സംഖ്യ കുറച്ചാൽ, ഒരേ സംഖ്യ തന്നെയാണ് കിട്ടുന്നത്.

ഈ സംഖ്യയെ പൊതു വ്യത്യാസം ' d 'എന്നു പറയുന്നു.

$$d = x_2 - x_1 = x_3 - x_2 = \ldots\ldots$$

ഒരു സമാന്തര ശ്രേണിയുടെ പൊതു വ്യത്യാസവും ,ഏതെങ്കിലും ഒരു പദവും കിട്ടിയാൽ സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ഏതു പദവും കണ്ടെത്താം

ഉദാ:

$x_8 = x_2 + 6d$	$x_8 = x_{12} - 4d$
$x_9 = x_5 + 4d$	$x_{15} = x_{20} - 5d$
$x_{15} = x_7 + 8d$	$x_6 = x_{12} - 6d$

a, **b**, **c** ഇവ സമാന്തരശ്രേണിയിലെ തുടർച്ചയായ മൂന്ന് പദങ്ങൾ ആയാൽ $2b = a + c$

ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിൽ

$$\text{പൊതു വ്യത്യാസം } (d) = \frac{\text{പദ വ്യത്യാസം}}{\text{സ്ഥാന വ്യത്യാസം}}$$

പദ വ്യത്യാസം = സ്ഥാന വ്യത്യാസം × പൊതു വ്യത്യാസം

പദ വ്യത്യാസം പൊതു വ്യത്യാസത്തിന്റെ ഗുണിതം ആണ്

സമാന്തരശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളെ പൊതുവ്യത്യാസം കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടം തുല്യമായിരിക്കും

ഏതൊരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെയും **ബീജഗണിതരൂപം**

$$X_n = f + (n - 1) d$$

or

$$X_n = d n + f - d$$

f – ആദ്യപദം

d – പൊതു വ്യത്യാസം

മറ്റൊരു തരത്തിൽ

ഏതൊരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെയും **ബീജഗണിതരൂപം**

$$X_n = an + b$$

$$(\ d = a, \ f = a + b \ )$$

സമാന്തരശ്രേണിയിലെ **പദങ്ങളുടെ എണ്ണം**

$$n = \frac{x_n - x_1}{d} + 1$$

X_n – **n**-ാം പദം /അവസാന പദം

X_1 –ആദ്യപദം

d- പൊതു വ്യത്യാസം

പദങ്ങളുടെ തുക

സമാന്തരശ്രേണിയിലെ **പദങ്ങളുടെ എണ്ണം** **ഒറ്റസംഖ്യ** ആയാൽ

പദങ്ങളുടെ തുക = മധ്യ പദം X പദങ്ങളുടെ എണ്ണം

$$\text{മധ്യ പദം} = \frac{\text{പദങ്ങളുടെ തുക}}{\text{പദങ്ങളുടെ എണ്ണം}}$$

സമാന്തരശ്രേണിയുടെ മറ്റ് ചില സവിശേഷതകൾ

a) പദങ്ങളുടെ എണ്ണം ഒറ്റസംഖ്യ ആയാൽ

ജോഡിയുടെ തുക = 2 X മധ്യ പദം

$$\text{മധ്യ പദം} = \frac{\text{ജോഡിയുടെ തുക}}{2}$$

b) പദങ്ങളുടെ എണ്ണം ഇരട്ടസംഖ്യ ആയാൽ

പദങ്ങളുടെ തുക = ജോഡികളുടെ എണ്ണം X ഒരു ജോഡിയുടെ തുക

$$\text{ഒരു ജോഡിയുടെ തുക} = \frac{\text{പദങ്ങളുടെ തുക}}{\text{ജോഡികളുടെ എണ്ണം}}$$

തുകകൾ

* ഒന്നു മുതലുള്ള തുടർച്ചയായ കുറെ എണ്ണൽസംഖ്യകളുടെ തുക

$$1 + 2 + 3 + \dots\dots + n = \boxed{\frac{n(n+1)}{2}}$$

* ആദ്യത്തെ 'n' ഇരട്ട സംഖ്യകളുടെ തുക

$$2 + 4 + 6 + \dots\dots + 2n = n(n+1)$$

* ആദ്യത്തെ 'n' ഒറ്റ സംഖ്യകളുടെ തുക

$$1 + 3 + 5 + \dots\dots + 2n-1 = n^2$$

ഒരു സമാന്തര ശ്രേണിയിലെ തുടർച്ചയായ 'n 'പദങ്ങളുടെ തുക

(a) (തുക) $S_n = a\frac{n(n+1)}{2} + bn$

n = പദങ്ങളുടെ എണ്ണം

$a = d$

$b = f - d$

(b) $S_n = \frac{n}{2}(X_1 + X_n)$

X_1 = ആദ്യപദം

X_n = അവസാന പദം

(c) $S_n = \frac{n}{2}[2f + (n-1)d]$

n = പദങ്ങളുടെ എണ്ണം

f = ആദ്യപദം

d = പൊതു വ്യത്യാസം

ഏതു സമാന്തരശ്രേണിയുടെയും തുകയുടെ ബീജഗണിതരൂപം

$$pn^2 + qn$$

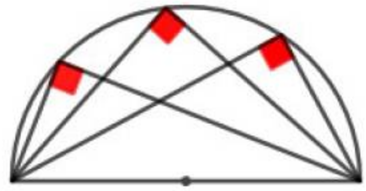
$$(d = 2p \quad \& \quad f = p + q)$$

അധ്യായം– 2

വൃത്തങ്ങൾ

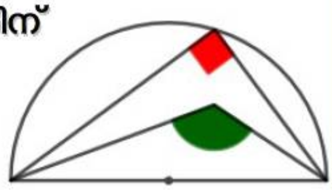
പ്രധാന ആശയങ്ങൾ

വൃത്തത്തിലെ ഒരു വ്യാസത്തിന്റെ അറ്റങ്ങൾ, വൃത്തത്തിലെ മറ്റേതൊരു ബിന്ദുവുമായി യോജിപ്പിച്ചാലും കിട്ടുന്നത് മട്ടകോണാണ്.

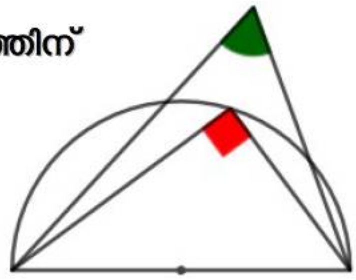


അർധവൃത്തത്തിലെ കോൺ മട്ടമാണ്.

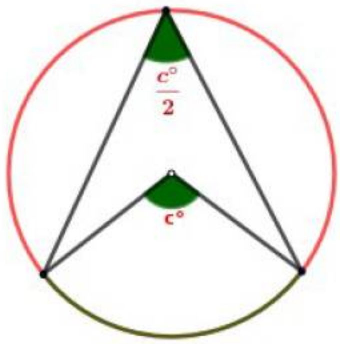
വൃത്തത്തിലെ ഒരു വ്യാസത്തിന്റെ അറ്റങ്ങൾ, വൃത്തത്തിന് അകത്തുള്ള ബിന്ദുവുമായി യോജിപ്പിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന കോൺ **മട്ടത്തെക്കാൾ കൂടുതലാണ്.**



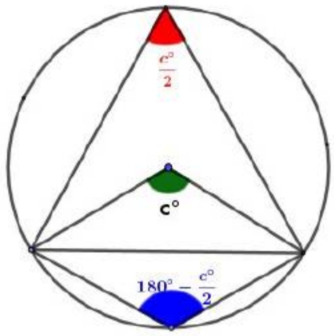
വൃത്തത്തിലെ ഒരു വ്യാസത്തിന്റെ അറ്റങ്ങൾ, വൃത്തത്തിന് പുറത്തുള്ള ബിന്ദുവുമായി യോജിപ്പിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന കോൺ **മട്ടത്തെക്കാൾ കുറവാണ്.**



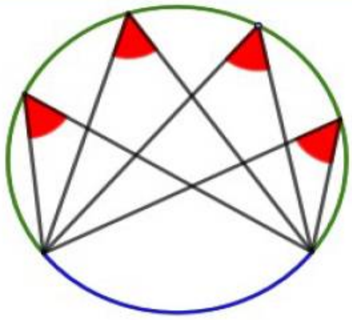
വൃത്തത്തിലെ ഏതു ചാപവും കേന്ദ്രത്തിലുണ്ടാക്കുന്ന കോണിന്റെ **പകുതിയാണ്** മറുചാപത്തിലുണ്ടാക്കുന്ന കോൺ.



വൃത്തത്തിലെ ഒരു ചാപം അതേ ചാപത്തിലും
മറുചാപത്തിലുമുണ്ടാക്കുന്ന
ഏതു ജോടി കോണുകളും **അനുപൂരകമാണ്.**



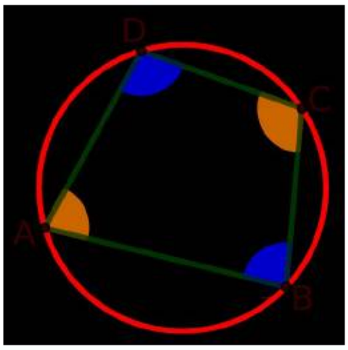
വൃത്തത്തിലെ ഒരു ചാപം
മറുചാപത്തിലുണ്ടാക്കുന്ന കോണുകളെല്ലാം
തുല്യമാണ്.



ഒരു ചതുർഭുജത്തിന്റെ മൂലകളെല്ലാം ഒരു
വൃത്തത്തിലാണെങ്കിൽ , അതിന്റെ എതിർ
കോണുകൾ **അനുപൂരകമാണ്.**

$\angle B + \angle D = 180°$

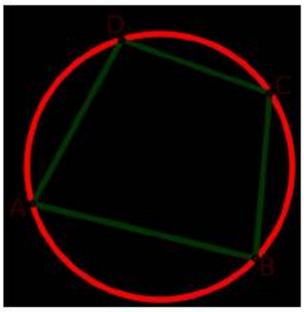
$\angle A + \angle C = 180°$



ഒരു ചതുർഭുജത്തിന്റെ എതിർ കോണുകൾ അനുപൂരകമാണെങ്കിൽ ,
അതിന്റെ നാലു മൂലകളിൽക്കൂടിയും കടന്നുപോകുന്ന ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കാൻ
കഴിയും.

ഈ ചതുർഭുജത്തെ **ചക്രീയ ചതുർഭുജം** എന്ന്
പറയുന്നു.

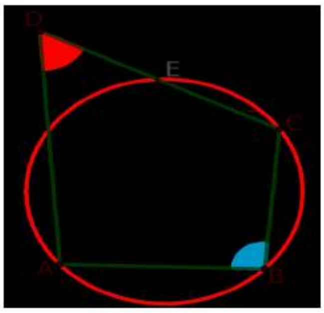
ABCD ഒരു ചക്രീയ ചതുർഭുജമാണ്.



ചതുർഭുജം **ABCD** യുടെ **നാലാമത്തെ മൂല** **D ,**

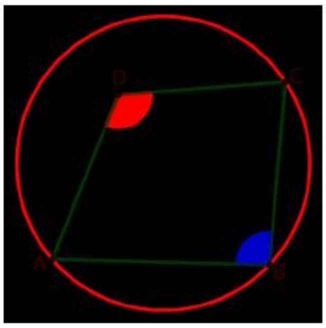
മൂന്നു മൂലകളിലൂടെ
വരയ്ക്കുന്ന
വൃത്തത്തിന്
പുറത്താണെങ്കിൽ

$\angle B + \angle D < 180^\circ$



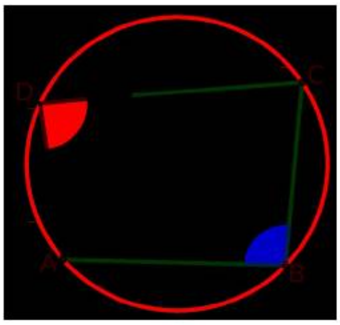
മൂന്നു മൂലകളിലൂടെ
വരയ്ക്കുന്ന
വൃത്തത്തിന്
അകത്താണെങ്കിൽ

$\angle B + \angle D > 180^\circ$



മൂന്നു മൂലകളിലൂടെ
വരയ്ക്കുന്ന
വൃത്തത്തിലാണെങ്കിൽ

$\angle B + \angle D = 180^\circ$



എതിർ കോണുകൾ അനുപൂരകമായ ചതുർഭുജങ്ങളാണ്
ചക്രീയ ചതുർഭുജങ്ങൾ

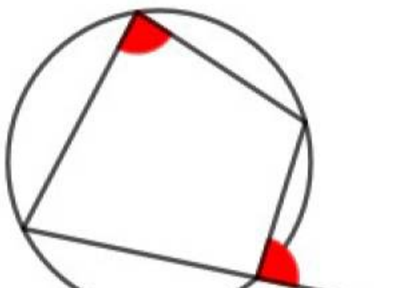
ചക്രീയമായ ചതുർഭുജങ്ങൾ

(i) ചതുരം

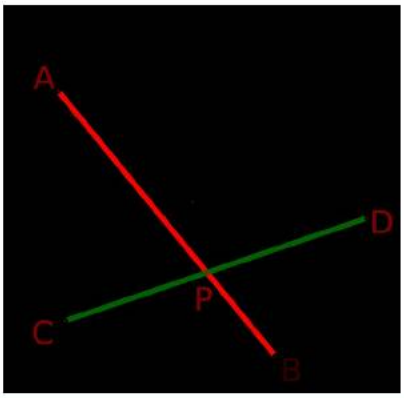
(i) സമചതുരം

(iii) സമപാർശ്വലംബകം

ഒരു ചക്രീയ ചതുർഭുജത്തിലെ ഏതു മൂലയിലെയും പുറം കോൺ എതിർ മൂലയിലെ അകക്കോണിനു തുല്യമാണ് .

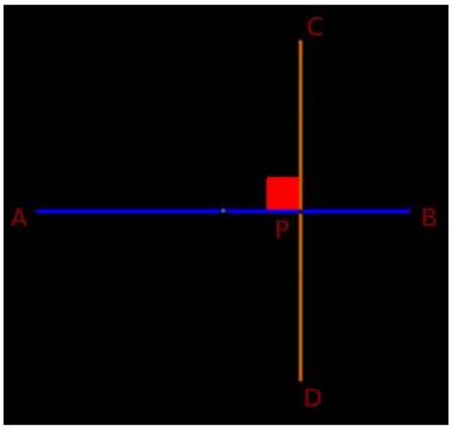


ഒരു വൃത്തത്തിലെ രണ്ടു ഞാണുകൾ വൃത്തത്തിനുള്ളിൽ മുറിച്ചു കടക്കുമ്പോൾ , രണ്ടു ഞാണുകളുടെയും ഭാഗങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള ഗുണനഫലം തുല്യമാണ്.



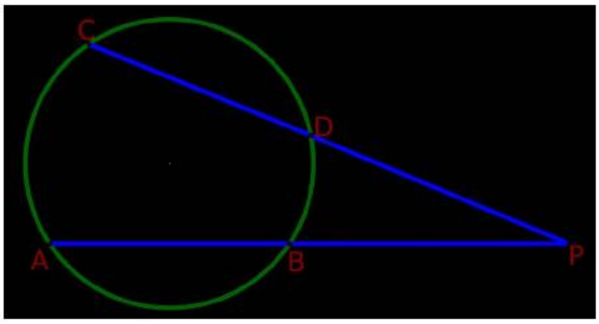
$$PA \times PB = PC \times PD$$

വൃത്തത്തിലെ ഒരു വ്യാസത്തിനെ അതിനു ലംബമായ ഒരു ഞാൺ മുറിയ്ക്കുന്ന ഭാഗങ്ങളുടെ ഗുണനഫലം , ഞാണിന്റെ പകുതിയുടെ വർഗമാണ്.



$$PA \times PB = PC^2$$

വൃത്തത്തിലെ AB , CD എന്നീ ഞാണുകൾ നീട്ടി P എന്ന ബിന്ദുവിൽ മുട്ടിച്ചിരിക്കുന്നു.



ഇവിടെ ,

$$PA \times PB = PC \times PD$$

അധ്യായം– 3

സാധ്യതകളുടെ ഗണിതം

പ്രധാന ആശയങ്ങൾ

$$\text{സാധ്യത} = \frac{\text{അനുകൂല ഫലങ്ങളുടെ എണ്ണം}}{\text{ആകെ ഫലങ്ങളുടെ എണ്ണം}}$$

$$\text{ജോഡികളുടെ സാധ്യത} = \frac{\text{അനുകൂല ജോഡികളുടെ എണ്ണം}}{\text{ആകെ ജോഡികളുടെ എണ്ണം}}$$

A എന്ന കൂട്ടത്തിൽ ' **m** ' അംഗങ്ങളും , B എന്ന കൂട്ടത്തിൽ ' **n** ' അംഗങ്ങളും ഉണ്ടെങ്കിൽ രണ്ടു കൂട്ടത്തിൽ നിന്നും ഓരോ അംഗങ്ങൾ വരുന്ന ആകെ ജോഡികളുടെ എണ്ണം ' $m \times n$ ' ആയിരിക്കും

ഓർമ്മിക്കാൻ

* ഇരട്ട സംഖ്യകൾ 2, 4, 6, 8, 10, 12, ...
* ഒറ്റ സംഖ്യകൾ 1, 3, 5, 7, 9, 11, ...
* അഭാജ്യ സംഖ്യകൾ 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, ...
* പൂർണ്ണ വർഗ്ഗങ്ങൾ 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, ...

ആകെ രണ്ടക്ക സംഖ്യകളുടെ എണ്ണം = 90

ആകെ മൂന്നക്ക സംഖ്യകളുടെ എണ്ണം = 900

ഒരു പകിട ഉരുട്ടിയാൽ , ആകെ ഫലങ്ങളുടെ എണ്ണം = 6

രണ്ട് പകിടകൾ ഉരുട്ടിയാൽ , ആകെ ഫലങ്ങളുടെ എണ്ണം $= 6 \times 6$

$= 36$

അധ്യായം– 4
രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യങ്ങൾ

പ്രധാന ആശയങ്ങൾ

* ഒരു രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യത്തിന്റെ പൊതു രൂപം

$$ax^2 + bx + c = 0 , a \neq 0$$

* $x^2 + 2ax$ നെ $(x + a)^2$ എന്ന പൂർണവർഗ്ഗമാക്കി മാറ്റുവാൻ x ന്റെ ഗുണിത സംഖ്യയുടെ പകുതിയുടെ വർഗ്ഗമാണ് കൂട്ടേണ്ടത്.

അതായത് a^2

$$x^2 + 2ax + a^2 = (x + a)^2$$

$x^2 + 2x$ →	വർഗ്ഗത്തികവ്	→ $x^2 + 2x + 1^2 = (x + 1)^2$
$x^2 + 20x$ →	വർഗ്ഗത്തികവ്	→ $x^2 + 20x + 10^2 = (x + 10)^2$
$x^2 + 6x$ →	വർഗ്ഗത്തികവ്	→ $x^2 + 6x + 3^2 = (x + 3)^2$
$x^2 + 8x$ →	വർഗ്ഗത്തികവ്	→ $x^2 + 8x + 4^2 = (x + 4)^2$

രണ്ടാം കൃതി ബഹുപദത്തിന്റെ പൊതുരൂപം

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad , \quad a \neq 0$$

$ax^2 + bx + c = 0$ കിട്ടുന്നതിന്ന്

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$ ആയിരിക്കണം

$a = x^2$ -ന്റെ ഗുണകം

$b = x$ -ന്റെ ഗുണകം

$c =$ സ്ഥിരസംഖ്യ

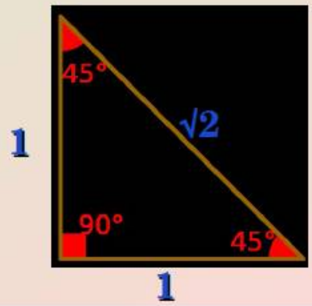
പ്രസ്താവന	ബീജഗണിതരൂപം
ഒരു സംഖ്യയേക്കാൾ 3 കൂടുതൽ	$x + 3$
ഒരു സംഖ്യയേക്കാൾ 3 കുറവ്	$x - 3$
ഒരു സംഖ്യയുടെ 2 മടങ്ങ്	$2x$
ഒരു സംഖ്യയുടെ പകുതി	$\frac{x}{2}$
അടുത്തടുത്ത രണ്ട് എണ്ണൽ സംഖ്യകൾ	$x , x + 1$
അടുത്തടുത്ത രണ്ട് ഇരട്ട സംഖ്യകൾ	$x , x + 2$
അടുത്തടുത്ത രണ്ട് ഒറ്റ സംഖ്യകൾ	$x , x + 2$
ഒരു സംഖ്യയും അതിന്റെ വ്യുൽക്രമവും	$x , \frac{1}{x}$
ഒരു സംഖ്യയും അതിന്റെ വർഗ്ഗവും	x , x^2
തുക 10 ആയ രണ്ട് സംഖ്യകൾ	$x , 10 - x$
വ്യത്യസം 10 ആയ രണ്ട് സംഖ്യകൾ	$x , 10 + x$
ഗുണനഫലം 10 ആയ രണ്ട് സംഖ്യകൾ	$x , \frac{10}{x}$

അധ്യായം- 5

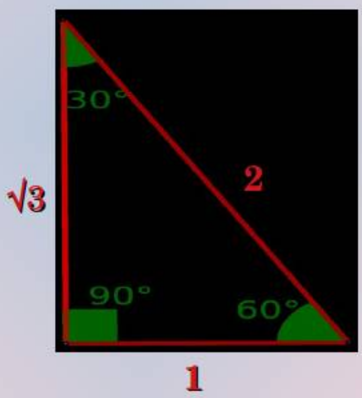
ത്രികോണമിതി

പ്രധാന ആശയങ്ങൾ

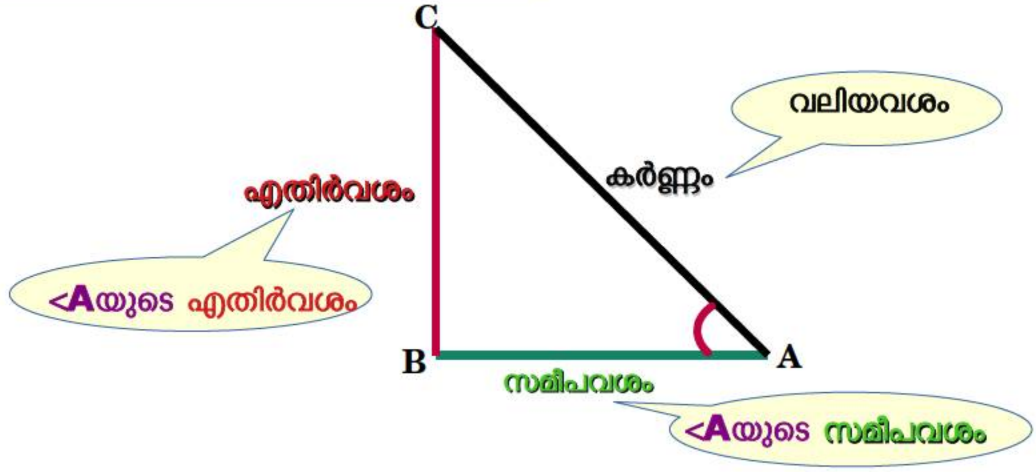
കോണുകൾ 45° , 45° , 90° ആയ ഏതു ത്രികോണത്തിന്റെയും വശങ്ങൾ 1 : 1 : √2 എന്ന അംശബന്ധത്തിലാണ്.



കോണുകൾ 30° , 60° , 90° ആയ ഏതു ത്രികോണത്തിന്റെയും വശങ്ങൾ 1 : √3 : 2 എന്ന അംശബന്ധത്തിലാണ്.

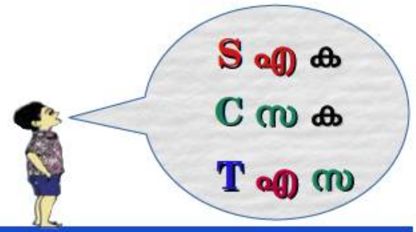


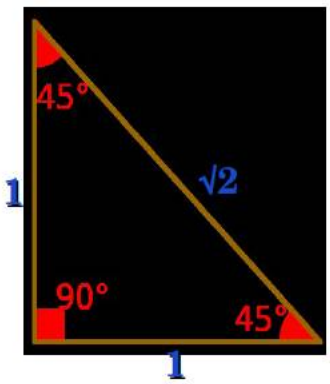
ത്രികോണമിതി അംശബന്ധങ്ങൾ

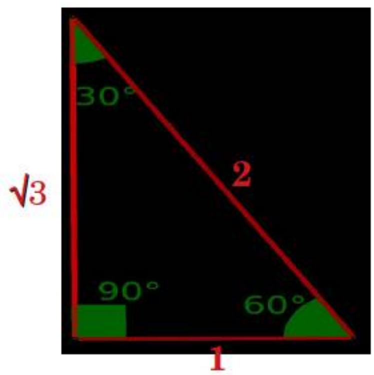


$\text{Sin A} = \dfrac{\text{എതിർവശം}}{\text{കർണ്ണം}}$	$\text{Cos A} = \dfrac{\text{സമീപവശം}}{\text{കർണ്ണം}}$

$$\text{Tan A} = \frac{\text{എതിർവശം}}{\text{സമീപവശം}}$$







$\text{Sin } 45° = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\text{Cos } 45° = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\text{Tan } 45° = 1$

$\text{Sin } 30° = \frac{1}{2}$ $\text{Sin } 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\text{Cos } 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\text{Cos } 60° = \frac{1}{2}$

$\text{Tan } 30° = \frac{1}{\sqrt{3}}$ $\text{Tan } 60° = \sqrt{3}$

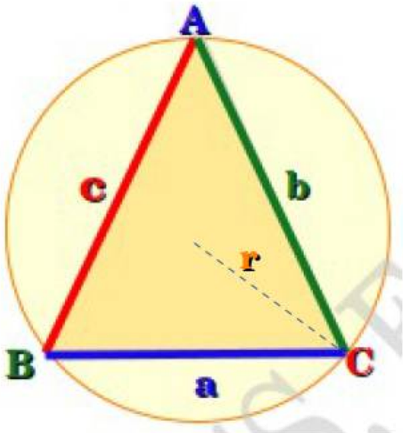
Cecilia Joseph , St. John De Britto's A.I.H.S , Fortkochi

ആരം 'r' ആയ ഒരു വൃത്തത്തിൽ ,

കേന്ദ്ര കോൺ ' x° '
ആയുള്ള ഞാണിന്റെ
നീളം

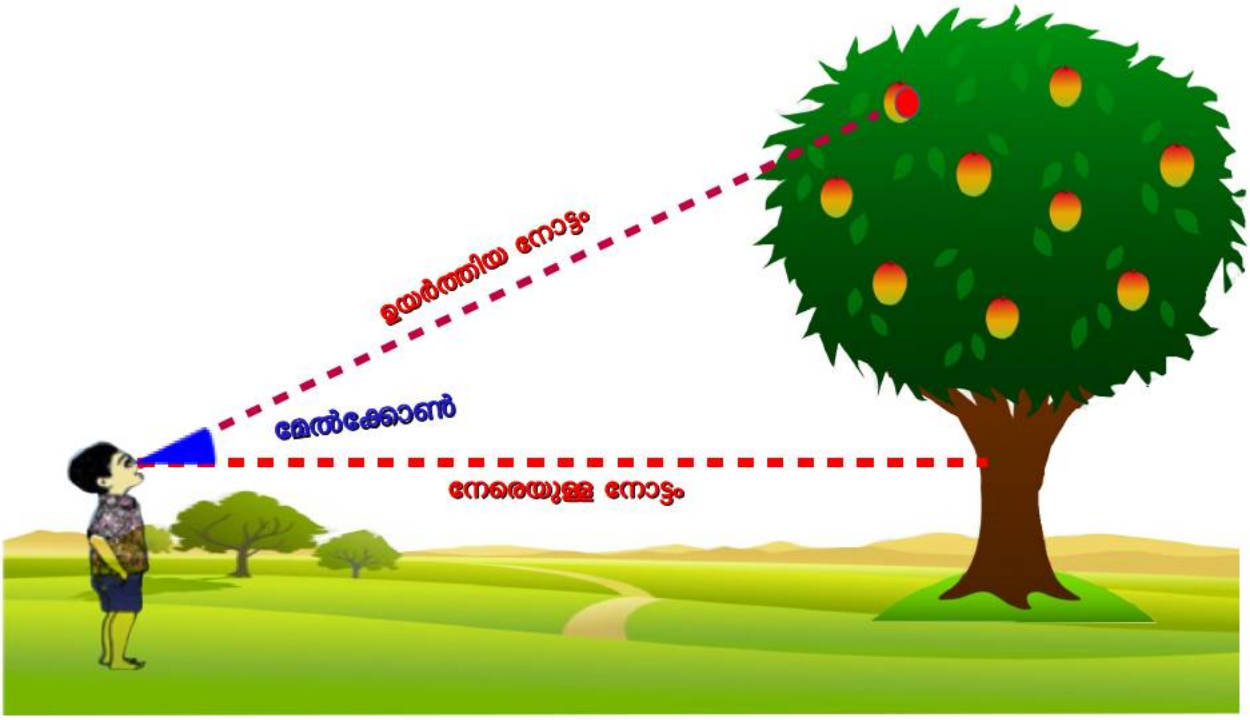
$$= 2r\,\mathrm{Sin}\left(\frac{x°}{2}\right)$$

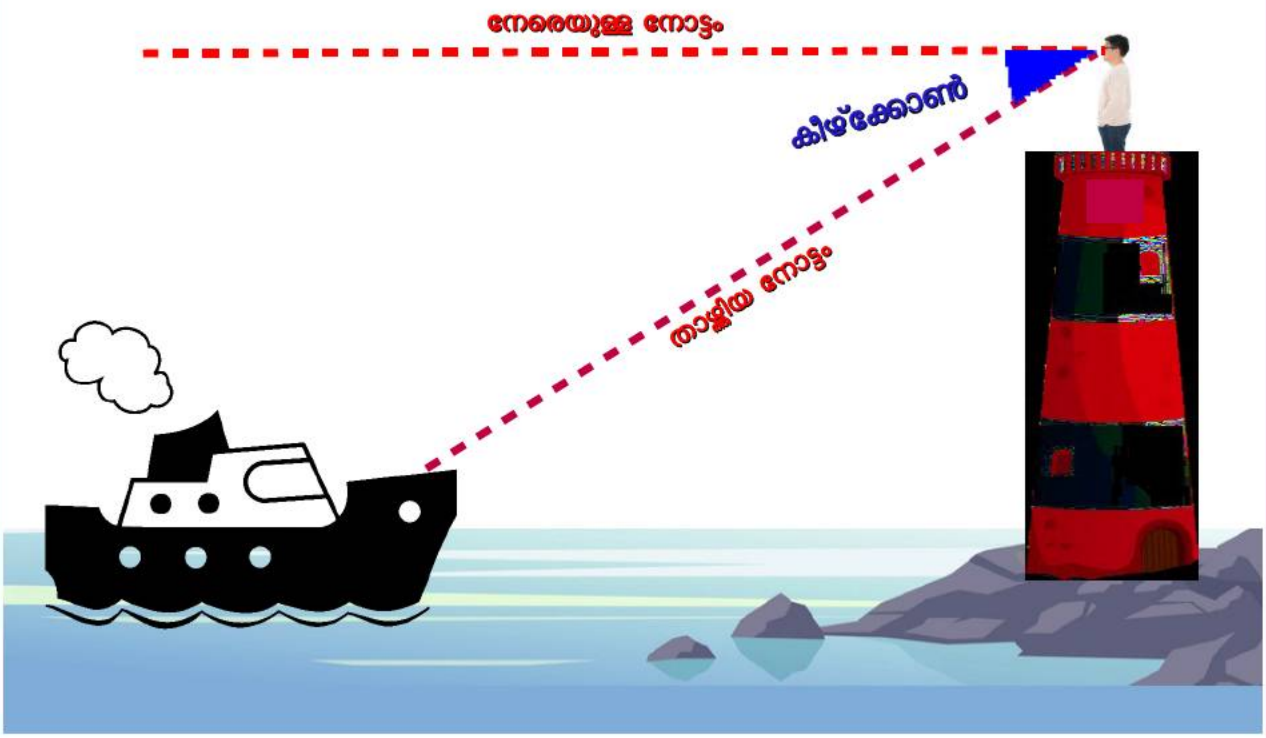
ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ കോണുകൾ A , B , C യും
വശങ്ങൾ a , b , c യും , പരിവൃത്തആരം ' r ' ഉം ആയാൽ



$$\frac{a}{\mathrm{Sin}A} = \frac{b}{\mathrm{Sin}B} = \frac{c}{\mathrm{Sin}C} = 2r$$

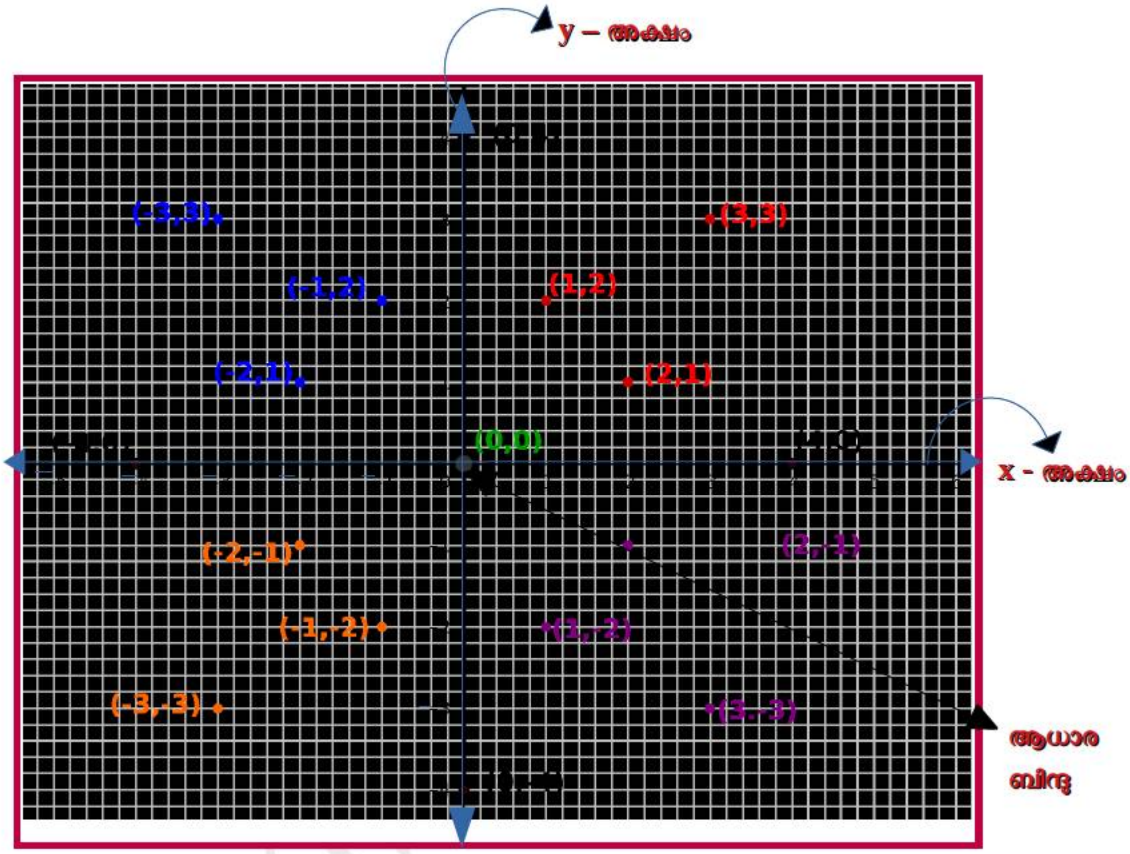
<u>**അകലങ്ങളും ഉയരങ്ങളും**</u>





അധ്യായം– 6

സൂചകസംഖ്യകൾ



X അക്ഷത്തിലെ ഏതു ബിന്ദുവിന്റെയും **y** സൂചകസംഖ്യ പൂജ്യം ആയിരിക്കും

Y അക്ഷത്തിലെ ഏതു ബിന്ദുവിന്റെയും **x** സൂചകസംഖ്യ പൂജ്യം ആയിരിക്കും

X അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ വരയിലെ ബിന്ദുക്കളിൽ **y** സൂചകസംഖ്യകൾ തുല്യമാണ്

Y അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ വരയിലെ ബിന്ദുക്കളിൽ **x** സൂചകസംഖ്യകൾ തുല്യമാണ്

സൂചകസംഖ്യകൾ $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ ആയ ഏത് രണ്ടു ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം, $AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

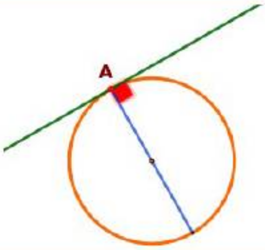
സൂചകസംഖ്യകൾ (x, y) ആയ ബിന്ദുവും, ആധാരബിന്ദുവും തമ്മിലുള്ള അകലം $\sqrt{(x)^2 + (y)^2}$

അധ്യായം– 7

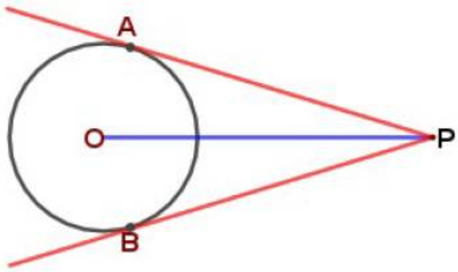
തൊടുവരകൾ

ഒരു വൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവിൽ മാത്രം തൊടുന്ന വരയാണ് **തൊടുവര** .

വൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവിലൂടെയുള്ള **തൊടുവര**, ആ ബിന്ദുവിലൂടെയുള്ള **വ്യാസത്തിന് ലംബമാണ്.**



ഒരു വൃത്തത്തിന് പുറത്തുള്ള ഒരു ബിന്ദുവിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിലേക്ക് രണ്ട് തൊടുവരകൾ വരയ്ക്കാം .

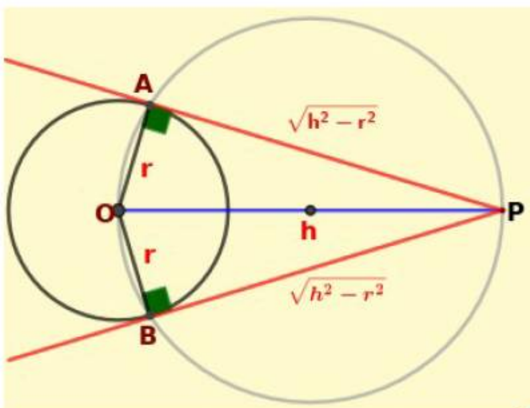


അവയുടെ നീളം തുല്യമായിരിക്കും.

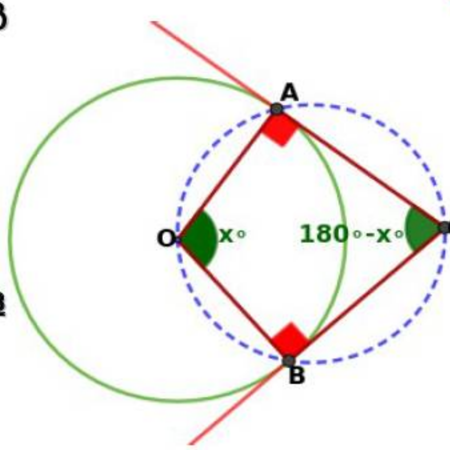
PA = PB

തൊടുവരകളുടെ നീളം

$$PA = PB = \sqrt{h^2 - r^2}$$

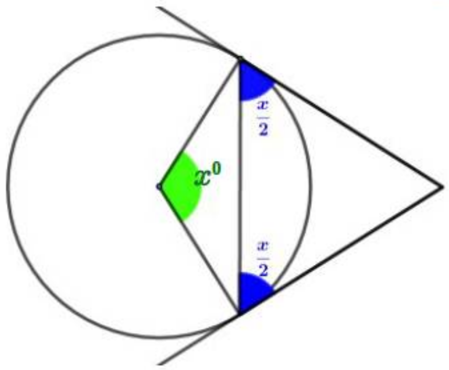


ഒരു വൃത്തത്തിന് പുറത്തുള്ള ഒരു ബിന്ദുവിൽ
നിന്ന് വരയ്ക്കുന്ന രണ്ട് തൊടുവരകളും ,
തൊടുന്ന ബിന്ദുക്കളിലെ ആരങ്ങളും
ചേർന്നുണ്ടാകുന്ന ചതുർഭുജം
ഒരു ചക്രീയ ചതുർഭുജമാണ്.

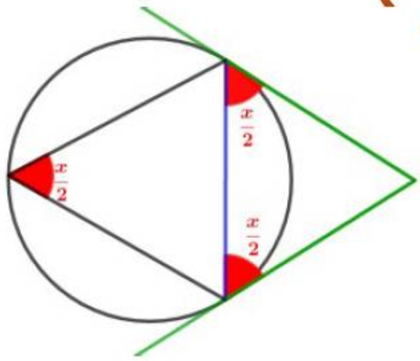


ഒരു വൃത്തത്തിലെ രണ്ട് ബിന്ദുക്കളിലൂടെയുള്ള
ആരങ്ങൾ ചേരുന്ന കോണും ഈ
ബിന്ദുക്കളിലെ തൊടുവരകൾ
ചേരുന്ന കോണും അനുപൂരകമാണ് .

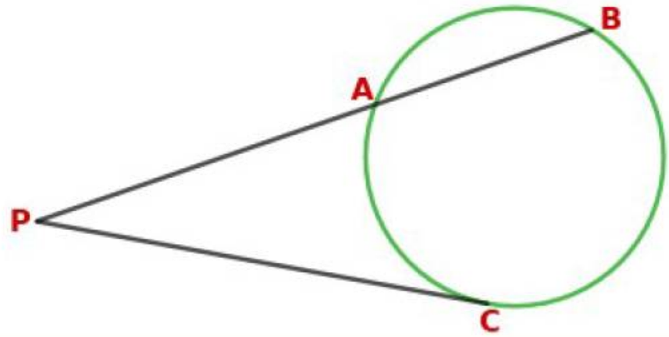
ഒരു വൃത്തത്തിലെ ഒരു ഞാണിന്റെ
രണ്ടറ്റങ്ങളിലൂടെയുള്ള തൊടുവരകൾ
ഞാണുമായി ഉണ്ടാക്കുന്ന കോൺ ,
ഞാണിന്റെ അഗ്ര ബിന്ദുക്കൾ
കേന്ദ്രവുമായി ഉണ്ടാക്കുന്ന കോണിന്റെ
പകുതിയാണ്.



വൃത്തത്തിലെ ഒരു ഞാൺ അതിന്റെ
അറ്റത്തുള്ള തൊടു വരയുമായി ഒരു
വശത്ത് ഉണ്ടാക്കുന്ന കോൺ,
മറുവശത്തുള്ള വൃത്ത ഭാഗത്ത്
ഉണ്ടാക്കുന്ന കോണിനു തുല്യമാണ്.

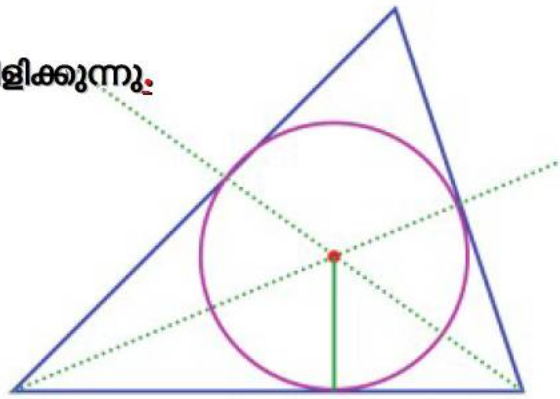


മുറിക്കുന്ന വരയുടെയും വൃത്തത്തിനു പുറത്തുള്ള ഭാഗത്തിന്റെയും ഗുണനഫലം, തൊടു വരയുടെ വർഗത്തിനു തുല്യമാണ്.



$PA \times PB = PC^2$

ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്ന് വശങ്ങളും സ്പർശിക്കുന്ന തരത്തിൽ ഒരു ത്രികോണത്തിനുള്ളിൽ വരച്ചിരിക്കുന്ന വൃത്തത്തെ ആ ത്രികോണത്തിന്റെ **അന്തർവൃത്തം (Incircle)** എന്ന് വിളിക്കുന്നു.



ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ അന്തർവൃത്തത്തിന്റെ ആരം, ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവിനെ ചുറ്റളവിന്റെ പകുതി കൊണ്ട് ഹരിച്ചതിനു തുല്യമാണ്.

$$r = \frac{A}{s}$$

r = അന്തർവൃത്തത്തിന്റെ ആരം

A = ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ്

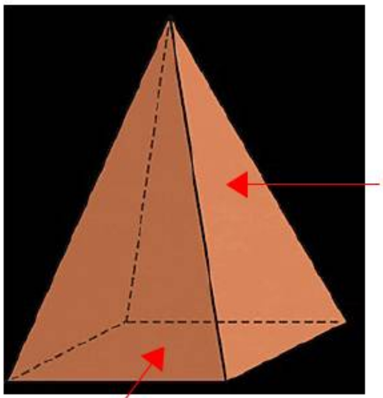
S = ത്രികോണത്തിന്റെ ചുറ്റളവിന്റെ പകുതി

അധ്യായം– 8
ഘനരൂപങ്ങൾ

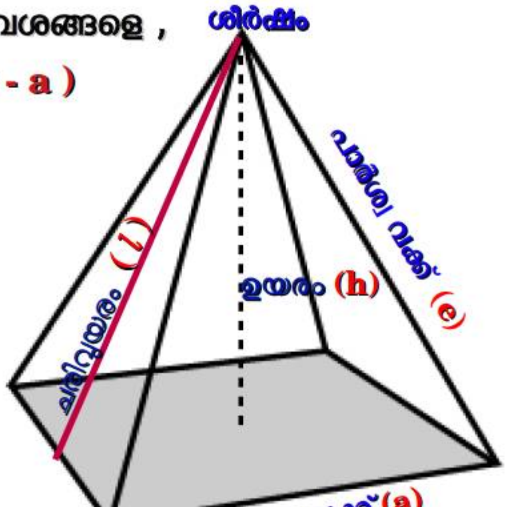
പ്രധാന ആശയങ്ങൾ

സമചതുര സ്തൂപിക

പാദത്തിന്റെ ആകൃതി സമചതുരങ്ങളായ സ്തൂപികകളെയാണ് **സമചതുര സ്തൂപിക** എന്നു പറയുന്നത്.

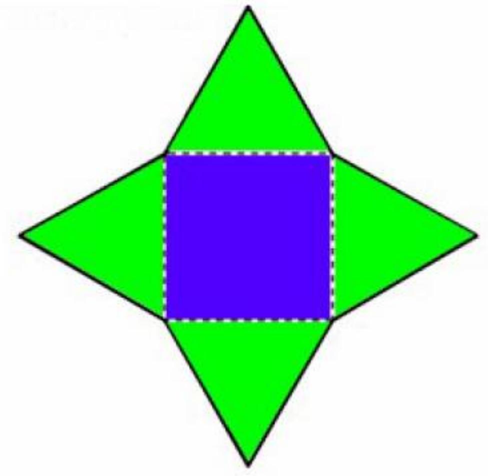


സ്തൂപികയുടെ പാദമായ ബഹുഭുജത്തിന്റെ വശങ്ങളെ , സ്തൂപികയുടെ പാദവക്കുകൾ **(base edges - a)** എന്നും, ത്രികോണത്തിന്റെ മറ്റു വശങ്ങളെ പാർശ്വ വക്കുകൾ **(lateral edges - e)** എന്നുമാണ് പറയുന്നത്. സ്തൂപികയുടെ മുകളറ്റത്തെ അതിന്റെ ശീർഷം **(apex)** എന്നാണ് പറയുന്നത്.



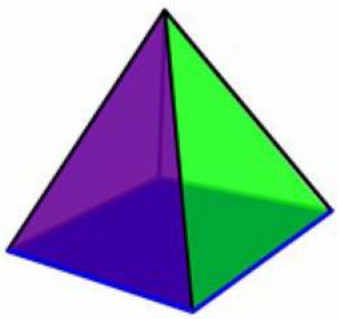
പാദത്തിൽ നിന്ന് ശീർഷത്തിലേക്ക് ലംബമായി വരക്കുന്ന വരയുടെ നീളത്തെയാണ് സമചതുര സ്തൂപികയുടെ ഉയരം **(height- h)** എന്നു പറയുന്നത്. പാർശ്വമുഖങ്ങളിലെ ത്രികോണത്തിന്റെ ഉയരത്തെ സ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരം **(slant height - l)** എന്നു പറയുന്നു.

സമചതുരസ്തൂപിക മുറിച്ചു നിവർത്തി വച്ചാൽ



ഒരു സമചതുര സ്തൂപിക ഉണ്ടാകുന്നത്
ഒരു സമചതുരവും ,
നാല് തുല്യമായ സമ പാർശ്വ
ത്രികോണങ്ങളും ചേർന്നാണ്.

നാല് ത്രികോണങ്ങൾ മടക്കിയാൽ സമചതുര സ്തൂപിക ലഭിക്കും



സമചതുര സ്തൂപിക രൂപപ്പെടുന്നതെങ്ങനെയെന്ന് കാണുവാൻ
ഇവിടെ ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക

പാദ പരപ്പളവ് = (പാദവക്ക്)^2 = a^2

ഒരു പാർശ്വമുഖത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = $\frac{1}{2}$ × പാദവക്ക് × ചരിവുയരം

$= \frac{1}{2} \times a \times l$

പാർശ്വതല പരപ്പളവ് $= \overset{2}{\cancel{4}} \times \frac{1}{\cancel{2}} \times a \times l$

$= 2 \times a \times l = 2al$

ഉപരിതല പരപ്പളവ് = പാദ പരപ്പളവ് + പാർശ്വതല പരപ്പളവ്

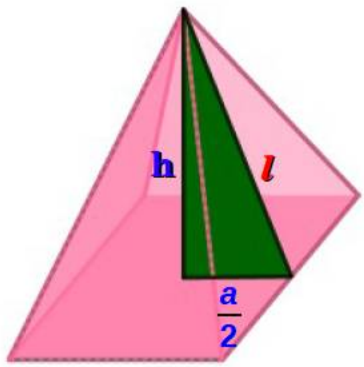
$= a^2 + 2al$

ഒരു സമചതുരസ്തൂപികയിലെ 3 മട്ടത്രികോണങ്ങളും , പൈതഗോറസ് സിദ്ധാന്തം ഉപയോഗിച്ച് വ്യത്യസ്ത അളവുകൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധവും.

i)

ചരിവുയരവും (l) , പാദവക്കിന്റെ പകുതിയും ($\frac{a}{2}$),

ഉയരവും (h) അടങ്ങുന്ന മട്ട ത്രികോണം

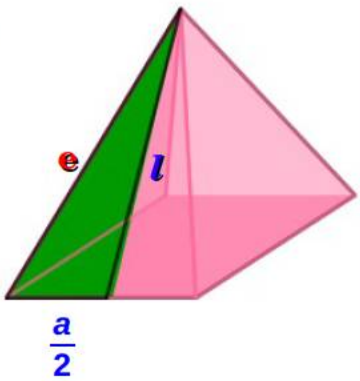


$$l^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + h^2$$

ii)

പാർശ്വവക്കും (e) , പാദവക്കിന്റെ പകുതിയും ($\frac{a}{2}$),

ചരിവുയരവും (l) അടങ്ങുന്ന മട്ട ത്രികോണം

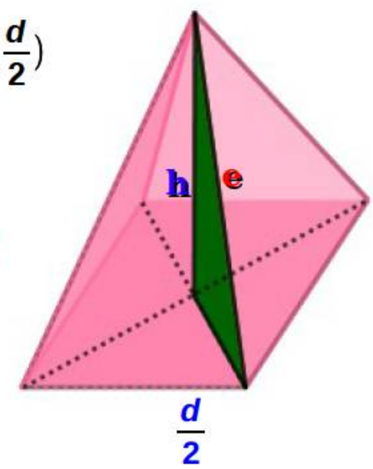


$$e^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + l^2$$

iii)

പാർശ്വവക്കും (e) , വികർണ്ണത്തിന്റെ പകുതിയും $\left(\frac{d}{2}\right)$

ഉയരവും (h) അടങ്ങുന്ന മട്ട ത്രികോണം



$$e^2 = \left(\frac{d}{2}\right)^2 + h^2$$

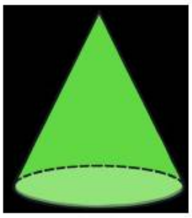
സമചതുരസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം $= \frac{1}{3} \times$ പാദ പരപ്പളവ് $\times$ ഉയരം

$= \frac{1}{3} \times a^2 \times h$

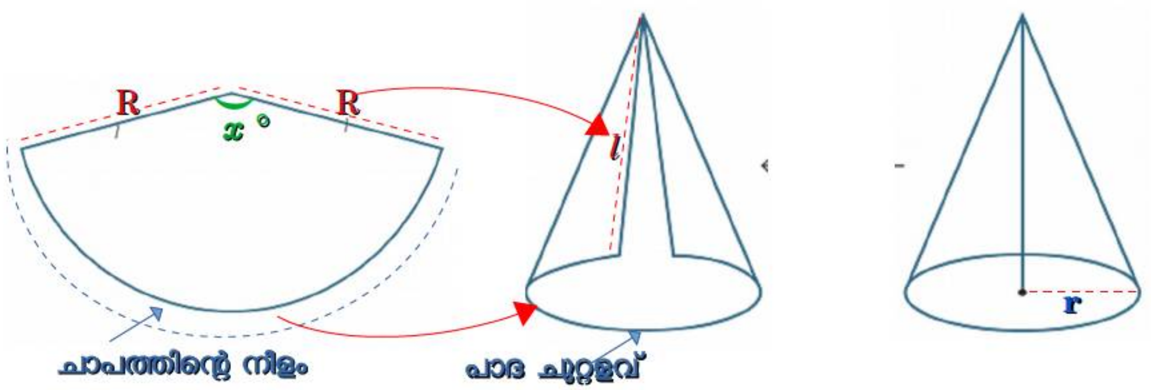
വ്യാപ്തത്തിന്റെ ആനിമേഷൻ കാണുവാൻ ഇവിടെ ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക

വൃത്തസ്തൂപിക

പാദം വൃത്തമായ സ്തൂപികകളെ **വൃത്തസ്തൂപികകൾ** എന്ന് പറയുന്നു



ഒരു വൃത്താംശം വളച്ച് വൃത്തസ്തൂപികയുണ്ടാക്കാം



വളയ്ക്കുന്ന വൃത്താംശത്തിന്റെ അളവുകളും, ഉണ്ടാക്കിയ വൃത്തസ്തൂപികയുടെ അളവുകളും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം .

വൃത്താംശത്തിന്റെ ആരം (R) = വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരം (l)

$$\boxed{R = l}$$

വൃത്താംശത്തിന്റെ ചാപനീളം = വൃത്തസ്തൂപികയുടെ പാദചുറ്റളവ്

$$\frac{x^\circ}{360^\circ} \times 2\pi R = 2\pi r$$

$$\therefore \quad \frac{x^\circ}{360^\circ} = \frac{r}{R}$$

or

$$\frac{x^\circ}{360^\circ} = \frac{r}{l}$$

x° = വൃത്താംശത്തിന്റെ കേന്ദ്ര കോൺ

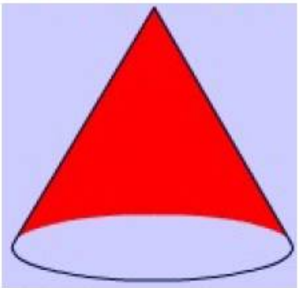
R = വൃത്താംശത്തിന്റെ ആരം

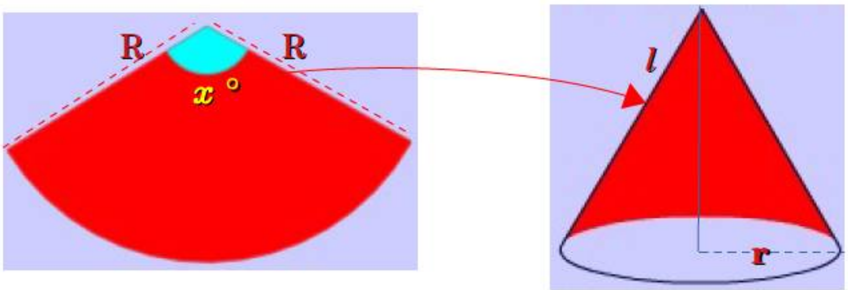
l = വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരം

r = വൃത്തസ്തൂപികയുടെ പാദത്തിന്റെ ആരം

വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വക്രതലപരപ്പളവ്

വൃത്തസ്തൂപിക വളച്ചുണ്ടാക്കാൻ ഉപയോഗിക്കുന്ന വൃത്താംശത്തിന്റെ പരപ്പളവാണ് വൃത്തസ്തൂപികയുടെ **വക്രതലപരപ്പളവ്** .





വൃത്തസ്തൂപിക വളച്ചുണ്ടാക്കാൻ ഉപയോഗിക്കുന്ന വൃത്താംശത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വക്രതലപരപ്പളവ്

$\therefore$ വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വക്രതലപരപ്പളവ് $= \frac{x^\circ}{360^\circ} \times \pi R^2$

$R = l$ ആയതിനാൽ

വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വക്രതലപരപ്പളവ് $= \frac{x^\circ}{360^\circ} \times \pi l^2$

x° = വൃത്താംശത്തിന്റെ കേന്ദ്ര കോൺ

R = വൃത്താംശത്തിന്റെ ആരം

l = വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരം

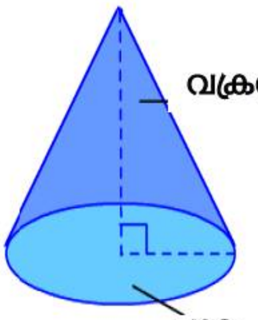
r = വൃത്തസ്തൂപികയുടെ പാദത്തിന്റെ ആരം

നമുക്കറിയാം $\frac{x^\circ}{360^\circ} = \frac{r}{l}$

$\therefore$ വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വക്രതലപരപ്പളവ് $= \frac{r}{l} \times \pi l^2$

$= \pi r l$

വൃത്തസ്തൂപികയുടെ പരപ്പളവ്

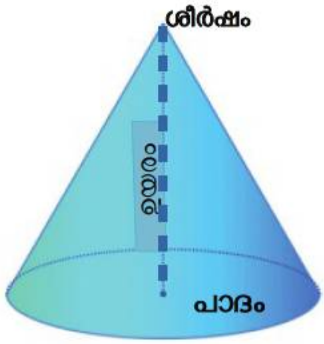


$\left.\begin{array}{l}\text{വൃത്തസ്തൂപികയുടെ}\\ \text{ഉപരിതല പരപ്പളവ്}\end{array}\right\}$ = പാദപരപ്പളവ് + വക്രതലപരപ്പളവ്

$= \pi r^2 + \pi r l$

വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ഉയരം

പാദമായ വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രവും, ശീർഷവും തമ്മിലുള്ള അകലമാണ് വൃത്തസ്തൂപിയുടെ **ഉയരം**

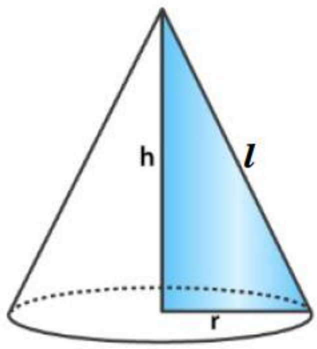


വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ഉയരം (h), ചരിവുയരം (l) പാദത്തിന്റെ ആരം(r) ഇവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം

(ചരിവുയരം)^2 = (ഉയരം)^2 + (പാദത്തിന്റെ ആരം)^2

$$l^2 = h^2 + r^2$$

$$l = \sqrt{h^2+r^2}$$



വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം

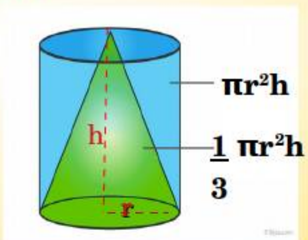
വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം = $\frac{1}{3}$ × പാദപരപ്പളവ് × ഉയരം

$$= \frac{1}{3} \times \pi r^2 \times h$$

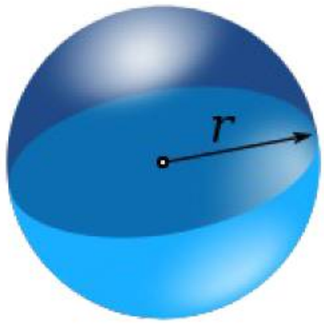
ഇവിടെ,

r = വൃത്തസ്തൂപികയുടെ പാദ ആരം

h = വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ഉയരം



ഗോളം

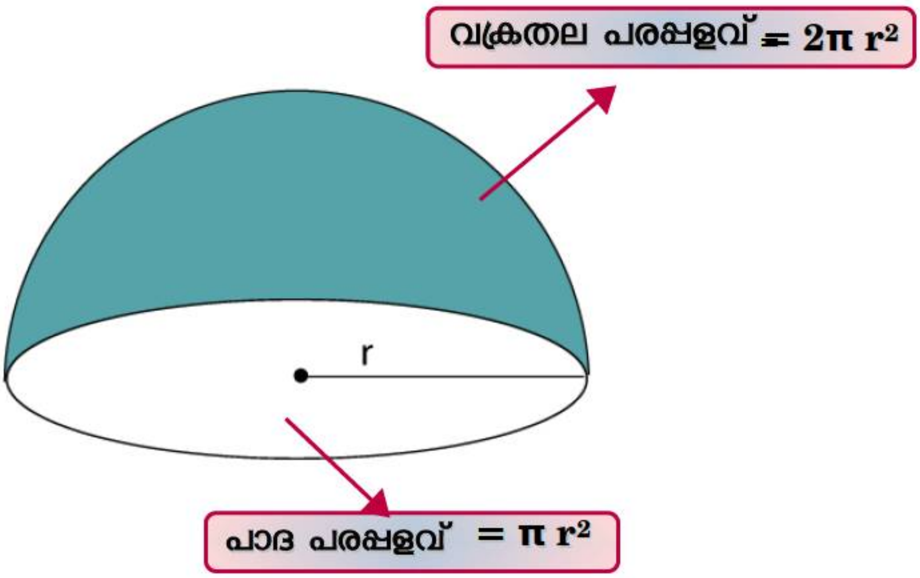


ഒരു മുഖം മാത്രം ഉള്ള ഒരു ത്രിമാന ജ്യാമിതീയ രൂപമാണ് ഗോളം.

ആരം 'r' ആയ ഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതല പരപ്പളവ് $= 4\pi r^2$

ആരം 'r' ആയ ഗോളത്തിന്റെ വ്യാപ്തം $= \frac{4}{3}\pi r^3$

അർദ്ധഗോളം



ആരം 'r' ആയ അർദ്ധഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതല പരപ്പളവ് $= 3\pi r^2$

ആരം 'r' ആയ അർദ്ധഗോളത്തിന്റെ വ്യാപ്തം 'r' $= \frac{2}{3}\pi r^3$

അധ്യായം– 9
ജ്യാമിതീയും ബീജഗണിതവും

പ്രധാന ആശയങ്ങൾ

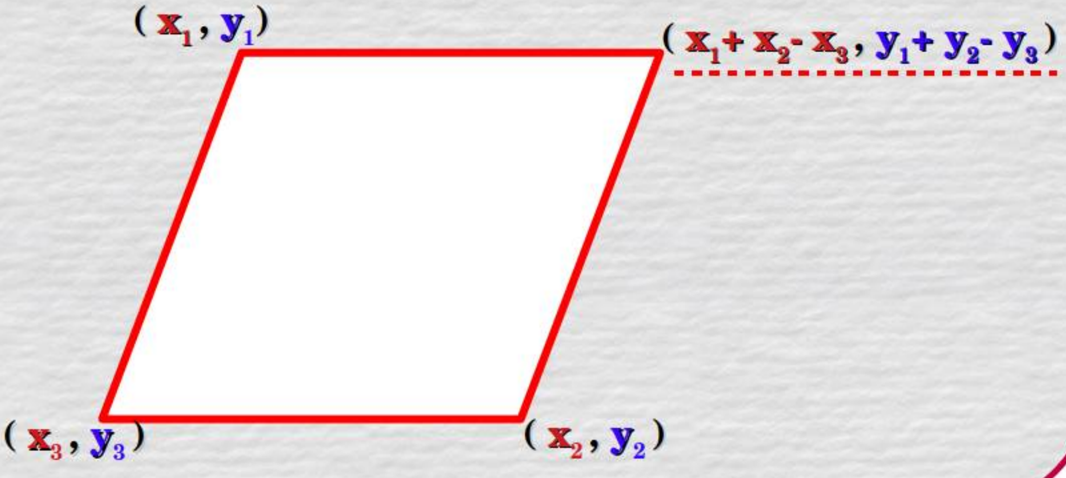
സൂചകസംഖ്യകൾ (x_1, y_1) , (x_2, y_2) ആയ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയുടെ **മധ്യബിന്ദു**

$$\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

സൂചകസംഖ്യകൾ (x_1, y_1) , (x_2, y_2) ആയ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയുടെ **ചരിവ്**

$$\text{ചരിവ്} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

ഒരു സാമാന്തരികത്തിന്റെ മൂന്ന് മൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ ,(x_1, y_1) (x_2, y_2) , (x_3, y_3) ആയാൽ നാലാമത്തെ മൂലയുടെ സൂചകസംഖ്യ $(x_1 + x_2 - x_3, y_1 + y_2 - y_3)$



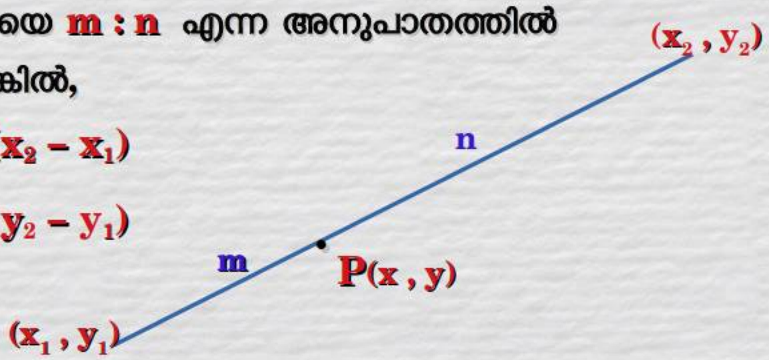
വരയുടെ സമവാക്യം

$y - y_1 =$ ചരിവ് $(x - x_1)$, (x_1, y_1) ഈ വരയിലെ ഏതെങ്കിലും ഒരു ബിന്ദു

$P(x, y)$ എന്ന ബിന്ദു, (x_1, y_1) , (x_2, y_2) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയെ $m : n$ എന്ന അനുപാതത്തിൽ വിഭജിക്കുകയാണെങ്കിൽ,

$$x = x_1 + \frac{m}{m+n}(x_2 - x_1)$$

$$y = y_1 + \frac{m}{m+n}(y_2 - y_1)$$



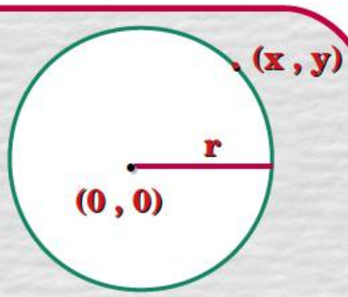
ത്രികോണത്തിന്റെ മൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ

(x_1 , y_1) , (x_2 , y_2) , (x_3 , y_3) ആണെങ്കിൽ

ത്രികോണത്തിന്റെ മധ്യമ കേന്ദ്രത്തിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ $= \left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3} , \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$

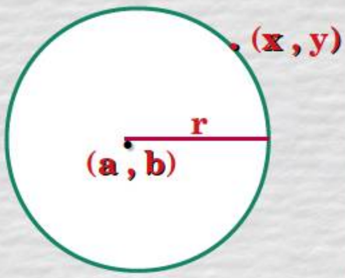
കേന്ദ്രം ആധാര ബിന്ദുവും, ആരം ‘r’ ഉം ആയ വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം

$$x^2 + y^2 = r^2$$



കേന്ദ്രം (a, b) യും, ആരം ‘r’ ഉം ആയ വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$



അധ്യായം– 10

ബഹുപദങ്ങൾ

പ്രധാന ആശയങ്ങൾ

ബഹുപദങ്ങളും ഘടകങ്ങളും

$p(x)$ എന്ന രണ്ടാംകൃതി ബഹുപദത്തിൽ

$p(x) = q(x)\, r(x)$, ആയാൽ $q(x), r(x)$ എന്നിവ $p(x)$ ന്റെ ഘടകങ്ങളാണ് .

$$x^2 + ax = x(x + a)$$

$$x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)\,(x + b)$$

$$x^2 - a^2 = (x + a)\,(x - a)$$

$$x^2 + 2ax + b^2 = (x + a)^2$$

$$x^2 - 2ax + b^2 = (x - a)^2$$

ശിഷ്ടങ്ങളും ഘടകങ്ങളും

$p(x)$ എന്ന രണ്ടാംകൃതി ബഹുപദത്തിൽ

$p(x)$നെ $x - a$ കൊണ്ടു ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം $p(a)$ ആയിരിക്കും

$p(x)$നെ $x + a$ കൊണ്ടു ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം $p(-a)$ ആയിരിക്കും

$p(x)$ എന്ന രണ്ടാംകൃതി ബഹുപദത്തിൽ ' x ' ആയി ' a ' എന്ന സംഖ്യ എടുക്കുമ്പോൾ ,

$p(a) = 0$ ആണെങ്കിൽ , ' $x - a$ ' $p(x)$ ന്റെ ഘടകമാണ്

$p(-a) = 0$ ആണെങ്കിൽ , ' $x + a$ ' $p(x)$ ന്റെ ഘടകമാണ്

മറ്റൊരു തരത്തിൽ

$x - a$ എന്ന ബഹുപദം $p(x)$ന്റെ ഘടകമാണെങ്കിൽ $p(a) = 0$ ആയിരിക്കും

$x + a$ എന്ന ബഹുപദം $p(x)$ന്റെ ഘടകമാണെങ്കിൽ $p(-a) = 0$ ആയിരിക്കും

$p(x)$ എന്ന ബഹുപദവും 'a' എന്ന സംഖ്യയും എടുത്താൽ

$p(x) - p(a)$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമാണ് $x - a$

$p(x) - p(-a)$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമാണ് $x + a$

$x = a$, $x = -b$ എന്നിവ $p(x) = 0$ യുടെ പരിഹാരങ്ങളാണെങ്കിൽ $x - a$, $x + b$ എന്നിവ $p(x)$ ന്റെ 2 ഘടകങ്ങളാണ്.

അധ്യായം– 11
സ്ഥിതിവിവരക്കണക്ക്

പ്രധാന ആശയങ്ങൾ

മാധ്യം (Mean)

$$\text{മാധ്യം} = \frac{\text{തുക}}{\text{എണ്ണം}}$$

മധ്യമം (Median)

ഒരു കൂട്ടം അളവുകളെ വലുപ്പ ക്രമത്തിലെഴുതുമ്പോൾ നടുക്ക് വരുന്ന അളവാണ് **മധ്യമം.**

* **അളവുകളുടെ എണ്ണം ഒറ്റസംഖ്യയായാൽ**

മധ്യമം = മധ്യത്തിൽ വരുന്ന അളവ്

* **അളവുകളുടെ എണ്ണം ഇരട്ടസംഖ്യയായാൽ**

മധ്യത്തിൽ ഒരു സംഖ്യയ്ക്ക് പകരം രണ്ട് സംഖ്യകൾ വരും. ഇവയുടെ തുകയുടെ പകുതിയാണ് മധ്യമം.

ആവൃത്തിയും മധ്യമവും

* **സഞ്ചിതാവൃത്തി പട്ടിക** തയ്യാറാക്കുക.

* **അളവുകളുടെ എണ്ണം (n) ഒറ്റസംഖ്യയായാൽ**

$$\text{മധ്യമം} = \left(\frac{n+1}{2}\right) \text{ -ാം പദം}$$

* **അളവുകളുടെ എണ്ണം (n) ഇരട്ടസംഖ്യയായാൽ**

$$\text{മധ്യമം} = \frac{\left(\frac{n}{2}\right) \text{ -ാം പദം} + \left(\frac{n}{2}\right)+1 \text{ -ാം പദം}}{2}$$