# Higher Secondary First Terminal Examination - 2017

## Part - III

HSE II

## MATHEMATICS (Science)

**Maximum : 80 Scores**
**Time: 2½ hrs**
**Cool off time : 15 Minutes**

**General Instructions to candidates:**

- There is a 'cool off time' of 15 minutes in addition to the writing time of 2½ hrs.
- You are neither allowed to write your answers nor to discuss anything with others during the 'cool off time'.
- Use the 'cool off time' to get familiar with questions and to plan your answers.
- Read the questions carefully before answering
- When you select a question, all the sub-questions must be answered from the same question itself.
- Calculations, figures and graphs should be shown in the answer sheet itself.
- Malayalam version of the questions is also provided.
- Give equations wherever necessary
- Non programmable calculators are allowed in the Examination Hall.

**പൊതുനിർദ്ദേശങ്ങൾ**

- നിർദ്ദിഷ്ട സമയത്തിന് പുറമെ 15 മിനിട്ട് 'കൂൾ ഓഫ് ടൈം' ഉണ്ടായിരിക്കും. ഈ സമയത്ത് ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ഉത്തരം എഴുതാനോ, മറ്റുള്ളവരുമായി ആശയവിനിമയം നടത്താനോ പാടില്ല.
- ഉത്തരങ്ങൾ എഴുതുന്നതിന് മുമ്പ് ചോദ്യങ്ങൾ ശ്രദ്ധാപൂർവം വായിക്കണം..
- ഒരു ചോദ്യനമ്പർ ഉത്തരമെഴുതാൻ തെരഞ്ഞെടുത്ത് കഴിഞ്ഞാൽ ഉപചോദ്യങ്ങളും അതേ ചോദ്യനമ്പരിൽ നിന്ന് തന്നെ തെരഞ്ഞെടുക്കേണ്ടതാണ്.
- കണക്കുകൂട്ടലുകൾ, ചിത്രങ്ങൾ, ഗ്രാഫുകൾ, എന്നിവ ഉത്തരപ്പേപ്പറിൽത്തന്നെ ഉണ്ടായിരിക്കണം.
- ചോദ്യങ്ങൾ മലയാളത്തിലും നൽകിയിട്ടുണ്ട്.
- ആവശ്യമുള്ള സ്ഥലത്ത് സമവാക്യങ്ങൾ കൊടുക്കണം.
- പ്രോഗ്രാമുകൾ ചെയ്യാനാകാത്ത കാൽക്കുലേറ്ററുകൾ പരീക്ഷാഹാളിൽ ഉപയോഗിക്കാം.

Questions 1 to 8 carry 3 marks each. Answer any **six** questions.

1. Show that the relation $R$ on the set $N$ of natural numbers defined as

   $$R = \{(x, y) : y - x \text{ is a multiple of } 2\}$$

   is an equivalance relation (3)

2. Find the inverse of the matrix $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$ using row transformation. (3)

1 മുതൽ 8 വരെയുള്ള ചോദ്യങ്ങൾക്ക് 3 മാർക്ക് വീതമാണ്. ഇവയിൽ ഏതെങ്കിലും **6** എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക.

1. എണ്ണൽസംഖ്യകളുടെ ഗണമായ $N$ ൽ നിർവചിക്കപ്പെട്ടിട്ടുള്ള ഒരു ബന്ധം $R$ ഇപ്രകാരമാണ്.
   $R = \{(x, y) : y - x$ എന്നത് 2 ന്റെ ഗുണിതമാണ്$\}$
   $R$ ഒരു ഇക്വിവാലൻസ് ബന്ധം ആണെന്ന് തെളിയിക്കുക. (3)

2. റോ ട്രാൻസ്ഫോർമേഷൻ ഉപയോഗിച്ച് $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$ എന്ന മെട്രിക്സിന്റെ ഇൻവേഴ്സ് കാണുക. (3)

3. $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -4 & 2 & 5 \end{bmatrix}$

i) Find $AB$ (2)

ii) If $C$ is the matrix obtained from $A$ by the transformation $R_1 \to 2R_1$, find $CB$ (1)

4. Consider $f: [3, \infty) \to [1, \infty)$ given by

$f(x) = x^2 - 6x + 10$ (3)

Find $f^{-1}$

5. Show that $\tan^{-1}\frac{1}{2} + \tan^{-1}\frac{2}{11} = \tan^{-1}\frac{3}{4}$ (3)

6. Solve $2\tan^{-1}(\cos x) = \tan^{-1}(2\cos x)$ (3)

7. If $\begin{vmatrix} 3 & x \\ x & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -2 & 2 \\ 4 & 1 \end{vmatrix}$

Find the value of $x$ (3)

8. $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 2 & 0 & 4 \\ 1 & 2 & -2 \end{bmatrix}$

i) Calcuate $|A|$ (1)

ii) Find $|\text{adj } A|$ (1)
[Hint: Using the property $A(\text{adj}(A) = |A| I]$

iii) Find $|3A|$ (1)

(6 × 3 = 18)

Questions 9 to 18 carry 4 marks each. Answer any **eight** questions.

9. $*$ is a binary operation on $R$ defined as $a * b = 2ab$

i) Determine whether $*$ is commutative and associative (2)

ii) Find the identity element, if exists. (1)

iii) Find the inverse element, if exists (1)

10. i) If $f: R - \{2\} \to R - \{2\}$ defined as

$f(x) = \frac{2x-3}{x-2}$, find $fof$ (3)

ii) Which of the following functions satisfies the condition $f^{-1} \neq f$ (1)

3. $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -4 & 2 & 5 \end{bmatrix}$

i) $AB$ കാണുക (2)

ii) $R_1 \to 2R_1$ എന്ന ട്രാൻസ്ഫോർമേഷൻ വഴി ലഭിക്കുന്ന മെട്രിക്സാണ് $C$ എങ്കിൽ $CB$ കാണുക. (1)

4. $f: [3, \infty) \to [1, \infty)$. $f(x) = x^2 - 6x + 10$

$f^{-1}$ കണ്ടുപിടിക്കുക. (3)

5. $\tan^{-1}\frac{1}{2} + \tan^{-1}\frac{2}{11} = \tan^{-1}\frac{3}{4}$ എന്ന് തെളിയിക്കുക. (3)

6. $2\tan^{-1}(\cos x) = \tan^{-1}(2\cos x)$ ആയാൽ $x$ ന്റെ വില കണ്ടുപിടിക്കുക. (3)

7. If $\begin{vmatrix} 3 & x \\ x & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -2 & 2 \\ 4 & 1 \end{vmatrix}$

ആയാൽ $x$ ന്റെ വില കണക്കാക്കുക. (3)

8. $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 2 & 0 & 4 \\ 1 & 2 & -2 \end{bmatrix}$

i) $|A|$ കണക്കാക്കുക (1)

ii) $|\text{adj } A|$ കണ്ടുപിടിക്കുക (1)
[സൂചന: $A(\text{adj}(A) = |A| I]$ എന്നത് ഉപയോഗിച്ച്]

iii) Find $|3A|$ കണ്ടുപിടിക്കുക (1)

(6 × 3 = 18)

9 മുതൽ 18 വരെയുള്ള ചോദ്യങ്ങൾക്ക് 4 മാർക്ക് വീതമാണ്. ഇവയിൽ ഏതെങ്കിലും 8 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക.

9. $a * b = 2ab$ എന്നതാണ് $R$ ൽ നിർവചിച്ചിട്ടുള്ള $*$ എന്ന ബൈനറി ഓപ്പറേഷൻ

i) $*$ കമ്യൂട്ടേറ്റിവും അസോസിയേറ്റിവും ആണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക. (2)

ii) ഐഡന്റിറ്റി സംഖ്യ ഉണ്ടെങ്കിൽ അത് കണ്ടുപിടിക്കുക. (1)

iii) ഇൻവേഴ്സ് സംഖ്യ ഉണ്ടെങ്കിൽ അത് കണ്ടുപിടിക്കുക. (1)

10. i) $f: R - \{2\} \to R - \{2\}$, $f(x) = \frac{2x-3}{x-2}$, ആയാൽ $fof$ കാണുക. (3)

ii) $f^{-1} \neq f$ എന്ന നിബന്ധന അനുസരിക്കുന്ന ഏകദം താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നവയിൽ ഏതാണ്? (1)

a) $f: R-\{0\} \rightarrow R-\{0\}, f(x)=\frac{1}{x}$

b) $f: R \rightarrow R, f(x)=-x$

c) $f: R-\{1\} \rightarrow R-\{1\}, f(x)=\frac{x}{x+1}$

d) $f: R-\{2\} \rightarrow R-\{2\}, f(x)=\frac{2x-3}{x-2}$

11. $A=\begin{bmatrix}1 & -3 & 1\\ 2 & 0 & 4\\ 1 & 2 & -2\end{bmatrix}$ (4)

Express $A$ as the sum of a symmetric and a skew symmetric matrix.

12. i) Construct a $2 \times 2$ matrix $A=[a_{ij}]$, where $a_{ij}=\frac{(i+j)^2}{2}$ (2)

ii) Write the transpose of $A$ (1)

iii) Show that $A$ is symmetric (1)

13. Show that $\begin{vmatrix}1+a & 1 & 1\\ 1 & 1+b & 1\\ 1 & 1 & 1+c\end{vmatrix}=abc\left(1+\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)$ (4)

14. $x=2\cos\theta$
$y=3\sin\theta$

i) Find $\frac{dy}{dx}$ (2)

ii) Find $\frac{d^2y}{dx^2}$ (2)

15. If $y=(\tan^{-1}x)^2$, show that
$(x^2+1)^2 y_2+2x(x^2+1)y_1=2$ (4)

16. Find $\frac{dy}{dx}$ if $y=\sin^{-1}\left(\frac{1-x^2}{1+x^2}\right), 0<x<1$ (4)

17. Consider the points $A(-2,-3)$, $B(3,2)$ and $C(-1,-8)$

i) Find the area of $\Delta ABC$ (2)

ii) Find third vertex of any other triangle with same area and base $AB$ (2)

18. Show that $\sin^{-1}\frac{3}{5}-\sin^{-1}\frac{8}{17}=\cos^{-1}\frac{48}{85}$ (4)

$(8 \times 4 = 32)$

a) $f: R-\{0\} \rightarrow R-\{0\}, f(x)=\frac{1}{x}$

b) $f: R \rightarrow R, f(x)=-x$

c) $f: R-\{1\} \rightarrow R-\{1\}, f(x)=\frac{x}{x+1}$

d) $f: R-\{2\} \rightarrow R-\{2\}, f(x)=\frac{2x-3}{x-2}$

11. $A=\begin{bmatrix}1 & -3 & 1\\ 2 & 0 & 4\\ 1 & 2 & -2\end{bmatrix}$ (4)

$A$ എന്ന മാട്രിക്സിനെ ഒരു സിമെട്രിക് മെട്രിക്സിന്റെയും ഒരു സ്ക്യൂ സിമെട്രിക് മെട്രിക്സിന്റെയും തുകയായി എഴുതുക.

12. i) $a_{ij}=\frac{(i+j)^2}{2}$ ആകത്തക്കവിധം $A=[a_{ij}]$ എന്ന ഒരു $2 \times 2$ മെട്രിക്സ് നിർമിക്കുക. (2)

ii) $A$ യുടെ ട്രാൻസ്പോസ് എഴുതുക (1)

iii) $A$ ഒരു സിമെട്രിക് മെട്രിക്സ് ആണെന്ന് തെളിയിക്കുക. (1)

13. $\begin{vmatrix}1+a & 1 & 1\\ 1 & 1+b & 1\\ 1 & 1 & 1+c\end{vmatrix} = abc\left(1+\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)$ എന്ന് തെളിയിക്കുക. (4)

14. $x=2\cos\theta$
$y=3\sin\theta$ ആയാൽ

i) $\frac{dy}{dx}$ കാണുക. (2)

ii) $\frac{d^2y}{dx^2}$ കാണുക. (2)

15. $y=(\tan^{-1}x)^2$ ആയാൽ
$(x^2+1)^2 y_2+2x(x^2+1)y_1=2$ എന്ന് തെളിയിക്കുക. (4)

16. $y=\sin^{-1}\left(\frac{1-x^2}{1+x^2}\right), 0<x<1$ ആയാൽ $\frac{dy}{dx}$ കണ്ടുപിടിക്കുക. (4)

17. $A(-2,-3)$, $B(3,2)$, $C(-1,-8)$ എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ പരിഗണിക്കുക.

i) ത്രികോണം $ABC$ യുടെ പരപ്പളവ് കാണുക. (2)

ii) ത്രികോണം $ABC$ യുടെ പരപ്പളവുള്ളതും, പാദം $AB$ യുംആയ മറ്റൊരു ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്നാമത്തെ മൂലയുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക. (2)

18. $\sin^{-1}\frac{3}{5}-\sin^{-1}\frac{8}{17}=\cos^{-1}\frac{48}{85}$ എന്ന് തെളിയിക്കുക. (4)

$(8 \times 4 = 32)$

Questions 19 to 25 carry 6 marks each. Answer any **five** questions.

19. i) Show that the function $f : R \to R$ defined by $f(x) = 2x - 3$ is one-one and onto. Find $f^{-1}$ (3)

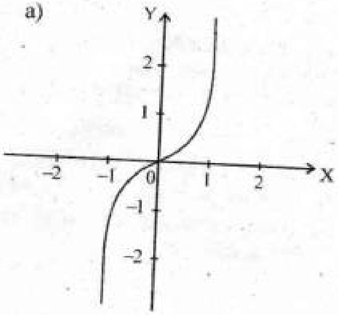
ii) Which of the following figures represents the graph of a function on $R$ which is onto but not one-one. (1)

19 മുതൽ 25 വരെയുള്ള ചോദ്യങ്ങൾക്ക് 6 മാർക്ക് വീതമാണ്. ഇവയിൽ ഏതെങ്കിലും **5** എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക.

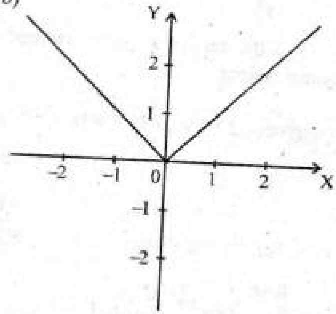
19. i) $f : R \to R, f(x) = 2x - 3$ എന്ന ഫംഗ്ഷൻ one-one, onto ആണെന്ന് തെളിയിക്കുക. $f^{-1}$ കണ്ടുപിടിക്കുക. (3)

ii) ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ചിത്രങ്ങളിൽ ഏതാണ് $R$ ൽ onto ആയതും one-one അല്ലാത്തതുമായ ഒരു ഫംഗ്ഷന്റെ ഗ്രാഫിനെ സൂചിപ്പിക്കുന്നത്? (1)

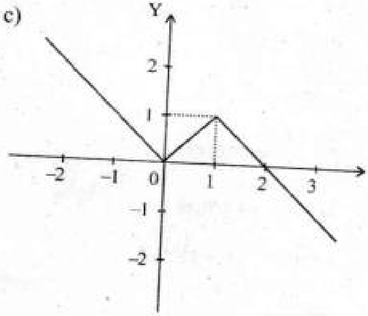
a)



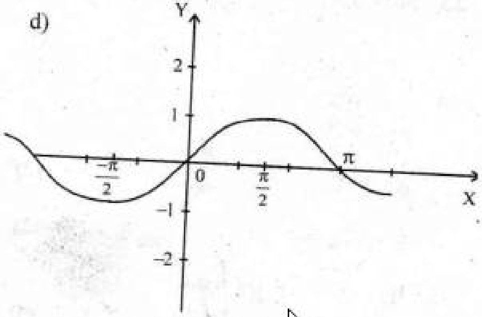

b)




c)




d)




iii) Write a function on $R$ which is onto but not one-one. (2)

iii) $R$ ൽ ഉള്ള onto ആയതും one-one അല്ലാത്തതുമായ ഒരു ഫംഗ്ഷൻ എഴുതുക. (2)

20. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & -2 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

i) Show that $A^3 - 23A - 40I = 0$ (3)

ii) Hence find $A^{-1}$ (3)

20. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & -2 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

i) $A^3 - 23A - 40I = 0$ എന്ന് തെളിയിക്കുക. (3)

ii) ഇതുപയോഗിച്ച് $A^{-1}$ കണ്ടുപിടിക്കുക. (3)

21. Solve the following system of equations using matrix method (6)

$$x - y + 2z = 7$$
$$3x + 4y - 5z = -5$$
$$2x - y + 3z = 12$$

22. i) Find the value of $\sin^{-1} \sin\left(\frac{3\pi}{4}\right)$ (2)

ii) $\sin^{-1} \sin x = x$ if and only if

a) $x \in R$ b) $x \in \left[\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ (1)

c) $x \in [-1, 1]$ d) $x \in [0, \pi]$

iii) Show that $\sin^{-1}(2x\sqrt{1-x^2}) = 2\sin^{-1} x$, $\frac{-1}{\sqrt{2}} \le x \le \frac{1}{\sqrt{2}}$ (3)

23. Find $\frac{dy}{dx}$

i) $x^2 + xy + y^2 = 16$ (2)

ii) $y = x^{\sin x} + (\sin x)^{\cos x}$ (4)

24. i) Verify mean value theorem for the function $f(x) = (x - 2)^2$ in $[1, 4]$ (3)

ii) Find a point on the curve $y = (x - 2)^2$ at which the tangent is parallel to the chord joining the points (1, 1) and (4, 4) (1)

iii) Find a point on the above curve at which the tangent is parallel to the $x$ - axis. (2)

25. $A = \{1, 2, 3, 6\}$, $*$ is a binary operation on $A$ is defined as $a * b$ = HCF of $a$ and $b$.

i) Represent $*$ with the help of an operation table. (3)

ii) Find the identity element. (1)

iii) Write a commutative binary operation on $A$ with 3 as the identity element. (2)

(Hint: Operation table may be used)

(5 × 6 = 30)

21. മെട്രിക്സ് രീതി ഉപയോഗിച്ച് ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന സമവാക്യങ്ങൾ നിർധാരണം ചെയ്യുക (6)

$$x - y + 2z = 7$$
$$3x + 4y - 5z = -5$$
$$2x - y + 3z = 12$$

22. i) $\sin^{-1} \sin\left(\frac{3\pi}{4}\right)$ വില കണ്ടുപിടിക്കുക. (2)

ii) $\sin^{-1} \sin x = x$ if and only if (1)

a) $x \in R$ b) $x \in \left[\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$

c) $x \in [-1, 1]$ d) $x \in [0, \pi]$

iii) $\sin^{-1}(2x\sqrt{1-x^2}) = 2\sin^{-1} x$, $\frac{-1}{\sqrt{2}} \le x \le \frac{1}{\sqrt{2}}$ എന്ന് തെളിയിക്കുക. (3)

23. $\frac{dy}{dx}$ കണ്ടുപിടിക്കുക.

i) $x^2 + xy + y^2 = 16$ (2)

ii) $y = x^{\sin x} + (\sin x)^{\cos x}$ (4)

24. i) $[1, 4]$ ൽ $f(x) = (x - 2)^2$ എന്ന ഫംഗ്ഷന് മീൻവാല്യൂ സിദ്ധാന്തം ശരിയാണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക (3)

ii) $y = (x - 2)^2$ എന്ന വക്രത്തിലെ ഏത് ബിന്ദുവിലെ തൊടുവരയാണ് (1, 1), (4, 4) എന്നീ ബിന്ദുക്കളെ യോജിപ്പിക്കുന്ന ഞാണിന് സമാന്തരമാകുക എന്ന് കണ്ടെത്തുക. (1)

iii) മുകളിൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന വക്രത്തിലെ ഏത് ബിന്ദുവിലെ തൊടുവരയാണ് $x$ - അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായിട്ടുള്ളത് എന്ന് കണ്ടുപിടിക്കുക. (2)

25. $A = \{1, 2, 3, 6\}$, $A$ യിലെ ഒരു ബൈനറി ഓപ്പറേഷൻ താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നതുപോലെ നിർവചിച്ചിരിക്കുന്നു. $a * b = a, b$

ഇവയുടെ വലിയ പൊതുഘടകം (HCF)

i) ഓപ്പറേഷൻ ടേബിൾ ഉപയോഗിച്ച് ഈ ബൈനറി ഓപ്പറേഷൻ എഴുതുക. (3)

ii) ഐഡന്റിറ്റി സംഖ്യ കണ്ടുപിടിക്കുക. (1)

iii) ഐഡന്റിറ്റി സംഖ്യ 3 ആകത്തക്കവിധം $A$ യിൽ ഒരു കമ്യൂട്ടേറ്റീവ് ബൈനറി ഓപ്പറേഷൻ എഴുതുക. (2)

(സൂചന: ഓപ്പറേഷൻ ടേബിൾ ഉപയോഗിക്കാം )

(5 × 6 = 30)