



Reg. No. :

Name :

SAY-727

SAY / IMPROVEMENT EXAMINATION, JULY – 2022

Part – III

Time : 2 Hours

MATHEMATICS (SCIENCE) Cool-off time : 15 Minutes

Maximum : 60 Scores

General Instructions to Candidates :

- There is a ‘Cool-off time’ of 15 minutes in addition to the writing time.
- Use the ‘Cool-off time’ to get familiar with questions and to plan your answers.
- Read questions carefully before answering.
- Read the instructions carefully.
- Calculations, figures and graphs should be shown in the answer sheet itself.
- Malayalam version of the questions is also provided.
- Give equations wherever necessary.
- Electronic devices except non-programmable calculators are not allowed in the Examination Hall.

വിദ്യാർത്ഥികൾക്കുള്ള പൊതുനിർദ്ദേശങ്ങൾ :

- നിർദ്ദിഷ്ട സമയത്തിന് പുറമെ 15 മിനിറ്റ് ‘കൂൾ ഓഫ് ടൈം’ ഉണ്ടായിരിക്കും.
- ‘കൂൾ ഓഫ് ടൈം’ ചോദ്യങ്ങൾ പരിചയപ്പെടാനും ഉത്തരങ്ങൾ ആസൂത്രണം ചെയ്യാനും ഉപയോഗിക്കുക.
- ഉത്തരങ്ങൾ എഴുതുന്നതിന് മുമ്പ് ചോദ്യങ്ങൾ ശ്രദ്ധാപൂർവ്വം വായിക്കണം.
- നിർദ്ദേശങ്ങൾ മുഴുവനും ശ്രദ്ധാപൂർവ്വം വായിക്കണം.
- കണക്ക് കുട്ടലുകൾ, ചിത്രങ്ങൾ, ഗ്രാഫുകൾ, എന്നിവ ഉത്തരപേപ്പറിൽ തന്നെ ഉണ്ടായിരിക്കണം.
- ചോദ്യങ്ങൾ മലയാളത്തിലും നൽകിയിട്ടുണ്ട്.
- ആവശ്യമുള്ള സ്ഥലത്ത് സമവാക്യങ്ങൾ കൊടുക്കണം.
- പ്രോഗ്രാമുകൾ ചെയ്യാനാകാത്ത കാൽക്കുലേറ്ററുകൾ ഒഴികെയുള്ള ഒരു ഇലക്ട്രോണിക് ഉപകരണവും പരീക്ഷാഹാളിൽ ഉപയോഗിക്കുവാൻ പാടില്ല.



PART-I

A. Answer any 5 questions from 1 to 9. Each carries 1 score.

(5 × 1 = 5)

1. Which of the following functions is one-one ?

(a) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2$

(b) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = |x|$

(c) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sin x$

(d) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^3$

2. $\sin^{-1} x + \cos^{-1} x =$ _____.

(a) π

(b) $\frac{\pi}{2}$

(c) 0

(d) 1

3. If $|A| = 5$ where A is a 3×3 matrix, then $|2A| =$ _____.

4. If A and B are independent events with $P(A) = 0.3$ and $P(B) = 0.4$, then $P(A \cap B) =$ _____.

5. The area bounded by the curve $y = x^3$ between $x = 0, x = 1$ and x -axis is

(a) $\frac{1}{4}$

(b) 1

(c) $\frac{3}{2}$

(d) 2

6. Slope of the normal to the curve $y = x^2 - 1$ at the point $(1, 0)$ is _____.

7. If \vec{a} and \vec{b} are any two vectors then which of the following is not a vector ?

(a) $\vec{a} + \vec{b}$

(b) $\vec{a} - \vec{b}$

(c) $\vec{a} \cdot \vec{b}$

(d) $\vec{a} \times \vec{b}$

8. Write the vector equation of the line $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{1}$.

9. Write the order of the differential equation $x \frac{dy}{dx} + y = 0$.

PART-I

A. 1 മുതൽ 9 വരെയുള്ള ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 5 എണ്ണത്തിന് ഉത്തമെഴുതുക. 1 സ്കോർ വീതം. (5 × 1 = 5)

1. താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഫങ്ഷൻസിൽ വൺ-വൺ ഫങ്ഷൻ ഏതാണെന്ന് എഴുതുക.

- | | |
|--|---|
| (a) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2$ | (b) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x $ |
| (c) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sin x$ | (d) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^3$ |

2. $\sin^{-1} x + \cos^{-1} x = \underline{\hspace{2cm}}$.

- | | |
|-----------|---------------------|
| (a) π | (b) $\frac{\pi}{2}$ |
| (c) 0 | (d) 1 |

3. A ഒരു 3×3 മെട്രിക്സ് ആണ്. $|A| = 5$ ആയാൽ $|2A| = \underline{\hspace{2cm}}$.

4. A യും B യും രണ്ട് ഇൻഡിപെൻഡന്റ് ഇവന്റുകൾ ആണ്. $P(A) = 0.3, P(B) = 0.4$, ആയാൽ $P(A \cap B) = \underline{\hspace{2cm}}$.

5. $y = x^3$ എന്ന വക്രം $x = 0, x = 1$, x -അക്ഷം എന്നിവയുമായി ഉണ്ടാക്കുന്ന പരപ്പളവ് = $\underline{\hspace{2cm}}$

- | | |
|-------------------|-------|
| (a) $\frac{1}{4}$ | (b) 1 |
| (c) $\frac{3}{2}$ | (d) 2 |

6. $y = x^2 - 1$ എന്ന വക്രത്തിലെ (1, 0) എന്ന ബിന്ദുവിലുള്ള നോർമലിന്റെ ചരിവ് = $\underline{\hspace{2cm}}$.

7. \vec{a}, \vec{b} ഇവ രണ്ട് വെക്ടറുകളായാൽ ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നതിൽ ഏതാണ് ഒരു വെക്ടറല്ലാത്തത്?

- | | |
|-----------------------------|------------------------------|
| (a) $\vec{a} + \vec{b}$ | (b) $\vec{a} - \vec{b}$ |
| (c) $\vec{a} \cdot \vec{b}$ | (d) $\vec{a} \times \vec{b}$ |

8. ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന വരയുടെ വെക്ടർ സമവാക്യം എഴുതുക

$$\frac{x}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{1}$$

9. $x \frac{dy}{dx} + y = 0$ എന്ന ഡിഫറൻഷ്യൽ സമവാക്യത്തിന്റെ ഓർഡർ എഴുതുക.

B. 10 മുതൽ 13 വരെയുള്ള എല്ലാ ചോദ്യങ്ങൾക്കും ഉത്തരം എഴുതുക. 1 സ്കോർ വീതം.

(4 × 1 = 4)

10. $\operatorname{cosec}^{-1}(2)$ ന്റെ വില = _____

11. മൂലകൾ $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$ ആയ ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് 10 ചതുരശ്ര യൂണിറ്റ് ആയാൽ മൂലകൾ $(x_1 + 2, y_1), (x_2 + 2, y_2), (x_3 + 2, y_3)$ ആയ ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = _____.

(a) 12

(b) 20

(c) 10

(d) 40

12. l, m, n ഇവ ഒരു വെക്റ്ററിന്റെ ഡയറക്ഷൻ കോസൈൻസ് ആണ്. $l = \frac{3}{5}, m = \frac{4}{5}$ ആയാൽ n കണ്ടുപിടിക്കുക.

13. $e^{\sin x}$ ന്റെ ഡെറിവേറ്റീവ് = _____.

PART-II

A. 14 മുതൽ 17 വരെയുള്ള ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 2 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരം എഴുതുക. 2 സ്കോർ വീതം.

(2 × 2 = 4)

14. $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ ആയാൽ A^2 കണ്ടുപിടിച്ച് എഴുതുക.

15. ഒരു സമചതുരക്കട്ടയുടെ വശത്തിന്റെ നീളം 4 cm/s എന്ന തോതിൽ വർദ്ധിക്കുന്നു. വശത്തിന്റെ നീളം 20 cm ആകുമ്പോൾ എത്ര വേഗത്തിലാണ് അതിന്റെ വ്യാപ്തം കൂടുന്നത്?

16. $f(x) = x^2 - 6x + 5$ എന്ന ഫംഗ്ഷൻ ഇൻക്രീസിങ് ആകുന്ന ഇന്റർവെൽ കണ്ടുപിടിക്കുക.

17. $\frac{dy}{dx} = 4xy^2$ എന്ന ഡിഫറൻഷ്യൽ സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരം കാണുക.

B. Answer any 2 questions from 18 to 20. Each carries 2 scores. (2 × 2 = 4)

18. Show that the vectors $\vec{a} = \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$, $\vec{b} = -2\hat{i} + 3\hat{j} - 4\hat{k}$ and $\vec{c} = \hat{i} - 3\hat{j} + 5\hat{k}$ are coplanar.

19. If $y = 3 \sin x - 4 \cos x$, prove that $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$.

20. Find the integrating factor of the differential equation $x \frac{dy}{dx} + 2y = x^2$, ($x \neq 0$).

PART-III

A. Answer any 3 questions from 21 to 24. Each carries 3 scores. (3 × 3 = 9)

21. Express the matrix $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix}$ as the sum of a symmetric matrix and a skew symmetric matrix.

22. f and g are functions defined on \mathbb{R} as $f(x) = 4x - 1$ and $g(x) = x^2$.

(a) Find $(g \circ f)(x)$ (2)

(b) Find $(g \circ f)(2)$ (1)

23. Bag 1 contains 3 red and 4 black balls while another Bag 2 contains 5 red and 6 black balls. One ball is drawn at random from one of the bags and it is found to be red. Find the probability that it was drawn from Bag 2.

24. Find the area of the parallelogram whose adjacent sides are determined by the vectors

$\vec{a} = \hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$ and $\vec{b} = 2\hat{i} - 7\hat{j} + \hat{k}$.

B. 18 മുതൽ 20 വരെയുള്ള ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 2 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരം എഴുതുക. 2 സ്കോർ വീതം. (2 × 2 = 4)

18. $\vec{a} = \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$, $\vec{b} = -2\hat{i} + 3\hat{j} - 4\hat{k}$, $\vec{c} = \hat{i} - 3\hat{j} + 5\hat{k}$ എന്നീ വെക്ടറുകൾ ഒരേ പ്ലെയിനിൽ ആണെന്ന് തെളിയിക്കുക.

19. $y = 3 \sin x - 4 \cos x$ ആയാൽ $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$ എന്ന് തെളിയിക്കുക.

20. $x \frac{dy}{dx} + 2y = x^2$, ($x \neq 0$) എന്ന ഡിഫറൻഷ്യൽ സമവാക്യത്തിന്റെ ഇന്റഗ്രറ്റിങ് ഫാക്ടർ കണ്ടുപിടിക്കുക.

PART-III

A. 21 മുതൽ 24 വരെയുള്ള ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 3 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരം എഴുതുക. 3 സ്കോർ വീതം. (3 × 3 = 9)

21. $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix}$ ആയാൽ A യെ ഒരു സിമ്മെട്രിക് മെട്രിക്സിന്റെയും സ്കാലർ സിമ്മെട്രിക് മെട്രിക്സിന്റെയും തുകയായി എഴുതുക.

22. f ഉം g യും R ൽ നിർവചിക്കപ്പെട്ട രണ്ടു ഫങ്ഷൻസാണ്. $f(x) = 4x - 1$, $g(x) = x^2$ ആയാൽ,
 (a) $(g \circ f)(x)$ കണ്ടുപിടിച്ചെഴുതുക. (2)
 (b) $(g \circ f)(2)$ കണ്ടുപിടിച്ചെഴുതുക. (1)

23. ബാഗ് 1 ൽ 3 ചുവന്ന ബോളുകളും 4 കറുത്ത ബോളുകളും ഉണ്ട്. ബാഗ് 2 ൽ 5 ചുവന്ന ബോളുകളും 6 കറുത്ത ബോളുകളും ഉണ്ട്. ഈ ബാഗുകളിൽ ഒന്നിൽ നിന്ന് ഒരു ബോൾ റാൻഡമായി എടുക്കുന്നു. ഇതൊരു ചുവന്ന ബോൾ ആണെങ്കിൽ ബോൾ തിരഞ്ഞെടുത്തത് ബാഗ് 2 ൽ നിന്ന് ആവാനുള്ള സാധ്യത കണ്ടുപിടിച്ചു എഴുതുക.

24. $\vec{a} = \hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$, $\vec{b} = 2\hat{i} - 7\hat{j} + \hat{k}$ എന്നിവ വശങ്ങളായ സാമാന്തരികത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക.

B. Answer any 2 questions from 25 to 27. Each carries 3 scores.

(2 × 3 = 6)

25. Using elementary operations, find the inverse of the matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$.

26. If * is a binary operation on R defined by $a * b = \frac{ab}{4}$, then

(a) Show that * is commutative. **(1)**

(b) Find the identity element of * if exists. **(2)**

27. Evaluate $\int_0^3 x^2 dx$ as the limit of a sum.

PART-IV

A. Answer any 3 questions from 28 to 31. Each carries 4 scores.

(3 × 4 = 12)

28. (a) Show that $\tan^{-1} \left(\frac{2}{11} \right) + \tan^{-1} \left(\frac{7}{24} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{1}{2} \right)$. **(2)**

(b) Find the value of $\sin^{-1} \left(\sin \left(\frac{2\pi}{3} \right) \right)$. **(2)**

29. Find the area enclosed by the circle $x^2 + y^2 = 25$ using integration.

30. (a) Discuss the continuity of the function $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & \text{if } x \leq 2 \\ x^3 - 3 & \text{if } x > 2 \end{cases}$. **(2)**

(b) Find $\frac{dy}{dx}$ if $x = \sin 2t$ and $y = \cos t$ **(2)**

31. Find the shortest distance between the lines

$$\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k} + \lambda(\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}) \text{ and } \vec{r} = 2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k} + \mu(2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}).$$

B. 25 മുതൽ 27 വരെയുള്ള ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 2 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരം എഴുതുക. 3 സ്കോർ വീതം. (2 × 3 = 6)

25. $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ ആയാൽ എലമെന്ററി ഓപ്പറേഷൻ ഉപയോഗിച്ച് A യുടെ ഇൻവേഴ്സ് കണ്ടുപിടിച്ച് എഴുതുക.

26. * എന്നത് R ൽ നിർവചിക്കപ്പെട്ടിട്ടുള്ള ഒരു ബൈനറി ഓപ്പറേഷനാണ് $a * b = \frac{ab}{4}$,

ആയാൽ

(a) * കമ്മ്യൂട്ടേറ്റീവ് ആണെന്ന് തെളിയിക്കുക. (1)

(b) * ന് ഐഡെന്റിറ്റി എലമെന്റ് ഉണ്ടെങ്കിൽ കണ്ടുപിടിച്ചെഴുതുക. (2)

27. തുകയുടെ ലിമിറ്റ് എന്ന ആശയം ഉപയോഗിച്ച് $\int_0^3 x^2 dx$ ന്റെ വില കണ്ടുപിടിക്കുക.

PART-IV

A. 28 മുതൽ 31 വരെയുള്ള ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 3 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരം എഴുതുക. 4 സ്കോർ വീതം. (3 × 4 = 12)

28. (a) $\tan^{-1} \left(\frac{2}{11} \right) + \tan^{-1} \left(\frac{7}{24} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{1}{2} \right)$ ആണെന്ന് തെളിയിക്കുക. (2)

(b) $\sin^{-1} \left(\sin \left(\frac{2\pi}{3} \right) \right)$ ന്റെ വില കണ്ടുപിടിച്ച് എഴുതുക. (2)

29. $x^2 + y^2 = 25$ എന്ന വൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവ് ഇന്റഗ്രേഷൻ ഉപയോഗിച്ച് കണ്ടുപിടിക്കുക.

30. (a) $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & \text{if } x \leq 2 \\ x^3 - 3 & \text{if } x > 2 \end{cases}$ എന്ന ഫങ്ഷന്റെ കണ്ടിന്യൂവിറ്റി പരിശോധിക്കുക. (2)

(b) $x = \sin 2t, y = \cos t$ ആയാൽ $\frac{dy}{dx}$ കണ്ടെത്തുക. (2)

31. ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന വരകൾ തമ്മിലുള്ള ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ ദൂരം കണക്കാക്കുക.

$$\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k} + \lambda(\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$$

$$\vec{r} = 2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k} + \mu(2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}).$$

B. Answer any 1 question from 32 – 33. Carries 4 scores.

(1 × 4 = 4)

32. A random variable X has the following probability distribution :

X	0	1	2	3	4	5	6	7
P(X)	0	k	2k	2k	3k	k ²	2k ²	7k ² + k

(i) Determine value of k.

(ii) Determine P(X < 3).

33. (a) Find the equation of the plane which is at a distance of 2 units from the origin and

its normal vector from the origin is $2\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$. **(2)**

(b) Find the angle between the above plane and the line

$\vec{r} = \hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k} + \lambda(2\hat{i} - 3\hat{j} + 6\hat{k})$. **(2)**

PART-V

Answer any 2 questions from 34 to 36. Each carries 6 scores.

(2 × 6 = 12)

34. Solve the following system of equations by matrix method :

$$3x - 2y + 3z = 8$$

$$2x + y - z = 1$$

$$4x - 3y + 2z = 4$$

35. Find the following integrals :

(a) $\int \frac{2x}{1+x^2} dx$ **(1)**

(b) $\int_0^a \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + \sqrt{a-x}} dx$ **(2)**

(c) $\int \frac{dx}{x^2 - 6x + 13} dx$ **(3)**

36. Solve the following linear programming problem graphically :

$$\text{Minimise } Z = 200x + 500y$$

Subject to

$$x + 2y \geq 10$$

$$3x + 4y \leq 24$$

$$x, y \geq 0$$

B. 32 മുതൽ 33 വരെയുള്ള ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 1 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക. 4 സ്കോർ. (1 × 4 = 4)

32. X എന്ന റാൻഡം വേരിയബിളിന്റെ പ്രോബബിലിറ്റി ഡിസ്ട്രിബ്യൂഷൻ താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു :

X	0	1	2	3	4	5	6	7
P(X)	0	k	2k	2k	3k	k ²	2k ²	7k ² + k

- (i) k യുടെ വില കണ്ടെത്തി എഴുതുക.
- (ii) P(X < 3) കണക്കാക്കുക.

33. (a) ഒരു പ്ലെയിൻ, ഒറിജിനിൽനിന്ന് 2 യൂണിറ്റ് അകലത്തിലാണ്. ഒറിജിനിൽനിന്ന് ഈ പ്ലെയിനിലേക്കുള്ള നോർമൽ വെക്ടറാണ് $2\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$. ഈ പ്ലെയിനിന്റെ സമവാക്യം കണ്ടുപിടിക്കുക. (2)

(b) മേൽ പറഞ്ഞ പ്ലെയിനും $\vec{r} = \hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k} + \lambda(2\hat{i} - 3\hat{j} + 6\hat{k})$ എന്ന വരയും തമ്മിലുള്ള കോണളവ് കണക്കാക്കുക. (2)

PART-V

34 മുതൽ 36 വരെയുള്ള ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 2 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരം എഴുതുക. 6 സ്കോർ വീതം. (2 × 6 = 12)

34. താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന സമവാക്യങ്ങൾ മെട്രിക്സ് രീതി ഉപയോഗിച്ച് പരിഹരിക്കുക :

$$\begin{aligned} 3x - 2y + 3z &= 8 \\ 2x + y - z &= 1 \\ 4x - 3y + 2z &= 4 \end{aligned}$$

35. താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഇന്റഗ്രൽസ് കണ്ടുപിടിക്കുക :

(a) $\int \frac{2x}{1+x^2} dx$ (1)

(b) $\int_0^a \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + \sqrt{a-x}} dx$ (2)

(c) $\int \frac{dx}{x^2 - 6x + 13} dx$ (3)

36. താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ലിനിയർ പ്രോഗ്രാമിംഗ് പ്രോബ്ലം ഗ്രാഫ് ഉപയോഗിച്ച് പരിഹരിക്കുക :

$$\begin{aligned} \text{Minimise } Z &= 200x + 500y \\ \text{Subject to} \\ x + 2y &\geq 10 \\ 3x + 4y &\leq 24 \\ x, y &\geq 0 \end{aligned}$$

