

Reg. No. :

ME-527

Name :

**SECOND YEAR HIGHER SECONDARY MODEL EXAMINATION,
MARCH 2022**

Part – III

Time : 2 Hours

MATHEMATICS (SCIENCE) Cool-off time : 15 Minutes

Maximum : 60 Scores

General Instructions to Candidates :

- There is a 'Cool-off time' of 15 minutes in addition to the writing time.
- Use the 'Cool-off time' to get familiar with questions and to plan your answers.
- Read questions carefully before answering.
- Read the instructions carefully.
- Calculations, figures and graphs should be shown in the answer sheet itself.
- Malayalam version of the questions is also provided.
- Give equations wherever necessary.
- Electronic devices except non-programmable calculators are not allowed in the Examination Hall.

വിദ്യാർത്ഥികൾക്കുള്ള പൊതുനിർദ്ദേശങ്ങൾ :

- നിർദ്ദിഷ്ട സമയത്തിന് പുറമെ 15 മിനിറ്റ് 'കൂൾ ഓഫ് ടൈം' ഉണ്ടായിരിക്കും.
- 'കൂൾ ഓഫ് ടൈം' ചോദ്യങ്ങൾ പരിചയപ്പെടാനും ഉത്തരങ്ങൾ ആസൂത്രണം ചെയ്യാനും ഉപയോഗിക്കുക.
- ഉത്തരങ്ങൾ എഴുതുന്നതിന് മുമ്പ് ചോദ്യങ്ങൾ ശ്രദ്ധാപൂർവ്വം വായിക്കണം.
- നിർദ്ദേശങ്ങൾ മുഴുവനും ശ്രദ്ധാപൂർവ്വം വായിക്കണം.
- കണക്ക് കൂട്ടലുകൾ, ചിത്രങ്ങൾ, ഗ്രാഫുകൾ, എന്നിവ ഉത്തരപേപ്പറിൽ തന്നെ ഉണ്ടായിരിക്കണം.
- ചോദ്യങ്ങൾ മലയാളത്തിലും നൽകിയിട്ടുണ്ട്.
- ആവശ്യമുള്ള സ്ഥലത്ത് സമവാക്യങ്ങൾ കൊടുക്കണം.
- പ്രോഗ്രാമുകൾ ചെയ്യാനാകാത്ത കാൽക്കുലേറ്ററുകൾ ഒഴികെയുള്ള ഒരു ഇലക്ട്രോണിക് ഉപകരണവും പരീക്ഷാഹാളിൽ ഉപയോഗിക്കുവാൻ പാടില്ല.

PART - I

(5 × 1 = 5)

A. Answer any five questions from 1 to 9. Each carries one score.

1. The function $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ defined by $f(x) = x$. Find $f \circ f(x)$.
2. Find the value of $\cos(\sec^{-1} x + \operatorname{cosec}^{-1} x)$, $|x| \geq 1$.
3. Let A be a square matrix of order 3×3 , then which among the following is the value of $|kA|$?
(a) $k|A|$ (b) $k^2|A|$
(c) $k^3|A|$ (d) $3k|A|$
4. The rate of change of area of a circle with respect to its radius, when radius 6 cm is
(a) 10π (b) 12π
(c) 8π (d) 11π
5. Write the value of the definite integral $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin x \, dx$.
6. Write degree of the differential equation $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$.
7. If $\vec{a} = 2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$ and $\vec{b} = 8\hat{i} + 4\hat{j} + 12\hat{k}$, then $\vec{a} \times \vec{b}$ is _____.
8. The Cartesian equation of a line is $\frac{x}{2} = \frac{y}{4} = \frac{z}{2}$. Write the corresponding vector equation.
9. If $A \subset B$, then the value of $P(B/A)$ is _____.

PART - I

A. 1 മുതൽ 9 വരെ ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 5 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക. 1 സ്കോർ വിതം. (5 × 1 = 5)

1. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ എന്ന ഫംഗ്ഷൻ നിർവചിച്ചിരിക്കുന്നത് $f(x) = x$ എന്നാണ്. എങ്കിൽ $f \circ f(x)$ കാണുക.

2. $|x| \geq 1$ ആയാൽ $\cos(\sec^{-1} x + \operatorname{cosec}^{-1} x)$ ന്റെ വിലയെന്ത്?

3. A എന്നത് ഒരു 3×3 സ്ക്വയർ മാട്രിക്സ് ആയാൽ, ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്നവയിൽ $|kA|$ യുടെ വിലയെന്ത്?

- | | |
|--------------|--------------|
| (a) $k A $ | (b) $k^2 A $ |
| (c) $k^3 A $ | (d) $3k A $ |

4. ആരം അടിസ്ഥാനമാക്കി ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവിലെ മാറ്റത്തിന്റെ നിരക്ക്, ആരം 6 cm ആകുമ്പോൾ

- | | |
|--------------|--------------|
| (a) 10π | (b) 12π |
| (c) 8π | (d) 11π |

5. $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin x \, dx$ എന്ന ഡഫനിറ്റ് ഇന്റഗ്രലിന്റെ വിലയെഴുതുക.

6. $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$ എന്ന ഡിഫറൻഷ്യൽ സമവാക്യത്തിന്റെ ഡിഗ്രി എഴുതുക.

7. $\vec{a} = 2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$, $\vec{b} = 8\hat{i} + 4\hat{j} + 12\hat{k}$ എന്നിവയായാൽ $\vec{a} \times \vec{b}$ _____ ആകുന്നു.

8. $\frac{x}{2} = \frac{y}{4} = \frac{z}{2}$ എന്നത് കാർട്ടീഷ്യൻ രൂപത്തിലുള്ള ഒരു വരയുടെ സമവാക്യമാണ്. ഇതിന് സമാനമായ വെക്ടർ സമവാക്യം എഴുതുക.

9. $A \subset B$ ആയാൽ $P(B/A)$ യുടെ വില _____ ആകുന്നു.

B. Answer all questions from 10 to 13. Each carries one score.

10. Write the principal value of $\sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$.

11. If A is a singular matrix, then the value of |A| is _____.

12. If $y = e^{\log x}$, find $\frac{dy}{dx}$.

13. If l, m, n are direction cosines of a line in space, then $l^2 + m^2 + n^2$ is _____

PART – II

A. Answer any two questions from 14 to 17. Each carries two scores.

(2 × 2 = 4)

14. Construct a 2×2 matrix $A = [a_{ij}]$ whose elements are given by $a_{ij} = 2i - j$.

15. Find the intervals in which the function f given by $f(x) = x^2 - 4x + 6$ is strictly increasing.

16. Find the equation of normal to the curve $y = x^3$ at (1, 1).

17. Form the differential equation corresponding to the family of straight lines $y = mx$ where m is an arbitrary constant.

B. 10 മുതൽ 13 വരെ എല്ലാ ചോദ്യങ്ങൾക്കും ഉത്തരമെഴുതുക. ഒരു സ്കോർ വീതം. (4 × 1 = 4)

10. $\sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ ന്റെ പ്രിൻസിപ്പൽ വില എഴുതുക.

11. A ഒരു സിംഗുലർ മാട്രിക്സ് ആയാൽ $|A|$ യുടെ വില _____ ആകുന്നു.

12. $y = e^{\log x}$ ആയാൽ $\frac{dy}{dx}$ കാണുക.

13. l, m, n എന്നിവ സ്കേസിലെ ഒരു വരയുടെ ഡയറക്ഷൻ കോസൈനുകളായാൽ, $l^2 + m^2 + n^2$ ന്റെ വില _____ ആകുന്നു.

PART - II

A. 14 മുതൽ 17 വരെ ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 2 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക. 2 സ്കോർ വീതം. (2 × 2 = 4)

14. $A = [a_{ij}]$ എന്ന 2×2 മാട്രിക്സിൽ $a_{ij} = 2i - j$ ആയാൽ A എന്ന മാട്രിക്സ് എഴുതുക.

15. ഏതെല്ലാം ഇന്റർവെലുകളിലാണ് $f(x) = x^2 - 4x + 6$ എന്ന ഫംഗ്ഷൻ (സ്ട്രിക്ട്ലി) ഇൻക്രീസിംഗ് ആകുന്നത് എന്ന് കണ്ടുപിടിക്കുക.

16. $y = x^3$ എന്ന വക്രത്തിലെ (1, 1) എന്ന ബിന്ദുവിലുള്ള നോർമലിന്റെ സമവാക്യം കണ്ടുപിടിക്കുക.

17. m എന്നത് ഒരു പൊതു സ്ഥിരസംഖ്യയായാൽ $y = mx$ എന്ന വരകളുടെ കൂട്ടത്തിനെ സൂചിപ്പിക്കുന്ന ഡിഫറൻഷ്യൽ സമവാക്യം കണ്ടുപിടിക്കുക.

B. Answer any two questions from 18 to 20. Each carries two scores.

(2 × 2 = 4)

18. Find $\frac{dy}{dx}$, if $x - y = \pi$.

19. Solve the differential equation $\frac{dy}{dx} = \frac{x+y}{x}$.

20. Show that the vectors $\vec{a} = \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$, $\vec{b} = -2\hat{i} + 3\hat{j} - 4\hat{k}$ and $\vec{c} = \hat{i} - 3\hat{j} + 5\hat{k}$ are coplanar.

PART - III

A. Answer any three questions from 21 to 24. Each carries three scores.

(3 × 3 = 9)

21. Show that the relation R in the set {1, 2, 3} given by $R = \{(1, 1) (2, 2) (3, 3) (1, 2) (2, 3)\}$ is reflexive but neither symmetric nor transitive.

22. If $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$ and $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$. Find K so that $A^2 = KA - 2I$.

23. Find the area of a parallelogram whose adjacent sides are given by the vectors :

$$\vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k} \text{ and } \vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}.$$

24. Probability of solving specific problem independently by A and B are $\frac{1}{2}$ and $\frac{1}{3}$ respectively. If both try to solve the problem independently. Find the probability that exactly one of them solves the problem.

B. 18 മുതൽ 20 വരെ ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 2 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക.
2 സ്കോർ വീതം. (2 × 2 = 4)

18. $x - y = \pi$ ആയാൽ $\frac{dy}{dx}$ കാണുക.

19. $\frac{dy}{dx} = \frac{x+y}{x}$ എന്ന ഡിഫറൻഷ്യൽ സമവാക്യത്തെ നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുക.

20. $\vec{a} = \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$, $\vec{b} = -2\hat{i} + 3\hat{j} - 4\hat{k}$, $\vec{c} = \hat{i} - 3\hat{j} + 5\hat{k}$ എന്നീ വെക്ടറുകൾ കോപ്ലനാർ ആണെന്ന് തെളിയിക്കുക.

PART - III

A. 21 മുതൽ 24 വരെ ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 3 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക.
3 സ്കോർ വീതം. (3 × 3 = 9)

21. ഗണം $\{1, 2, 3\}$ ലെ ഒരു ബന്ധം $R = \{(1, 1) (2, 2) (3, 3) (1, 2) (2, 3)\}$ ആണ്. ഈ ബന്ധം റിഫ്ലക്സീവായതും സിമട്രിക്കും ട്രാൻസിറ്റീവുമല്ലെന്നും തെളിയിക്കുക.

22. $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$ ഉം $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ഉം ആകുന്നു. $A^2 = KA - 2I$ ആകുമ്പോൾ K യുടെ വില കാണുക.

23. $\vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ എന്നിവ ഒരു സാമാന്തരികത്തിന്റെ അടുത്തടുത്ത വശങ്ങളെ സൂചിപ്പിക്കുന്ന വെക്ടറുകളാണ്. സാമാന്തരികത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എന്ത്?

24. A, B എന്നീ രണ്ടുപേർ ഒരു ഗണിതപ്രശ്നത്തിന് സ്വതന്ത്രമായി പരിഹാരം കാണുന്നതിനുള്ള സാധ്യത യഥാക്രമം $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ എന്നിങ്ങനെയാണ്. രണ്ടുപേരും സ്വതന്ത്രമായി ഇതിന്റെ പരിഹാരം കാണാൻ ശ്രമിക്കുന്നു എങ്കിൽ കൃത്യമായി ഒരാൾ മാത്രം പരിഹാരം കാണാനുള്ള സാധ്യത എന്താണ്?

B. Answer any two questions from 25 to 27. Each carries three scores.

(2 × 3 = 6)

25. Consider the binary operation \wedge on the set $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ defined by $a \wedge b = \min\{a, b\}$. Write the operation table of the operation \wedge .

26. By using elementary operations, find the inverse of the matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$.

27. Find $\int_0^2 x^2 dx$ as limit of a sum.

PART – IV

A. Answer any three questions from 28 to 31. Each carries four scores.

(3 × 4 = 12)

28. Show that :

(i) $\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{2}{11}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$.

(ii) $\cos^{-1}(4x^3 - 3x) = 3\cos^{-1}x, x \in \left[\frac{1}{2}, 1\right]$.

29. Verify Mean Value Theorem for the function $f(x) = x^2$ in the interval $[2, 4]$.

30. Find the area of the region bounded by the curve $y^2 = x$ and the lines $x = 1, x = 4$ and the x -axis in the first quadrant.

31. Find the shortest distance between the lines whose vector equations are

$$\vec{r} = \hat{i} + \hat{j} + \lambda(2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}) \text{ and}$$

$$\vec{r} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k} + \mu(3\hat{i} - 5\hat{j} + 2\hat{k})$$

B. 25 മുതൽ 27 വരെ ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 2 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക. 3 സ്കോർ വീതം.

(2 × 3 = 6)

25. ഗണം {1, 2, 3, 4, 5} ലെ ബൈനറി ഓപ്പറേഷൻ \wedge നിർവചിച്ചിരിക്കുന്നത് $a \wedge b = \min \{a, b\}$ എന്നാണ്. \wedge എന്ന ബൈനറി ഓപ്പറേഷന്റെ ക്രിയാപട്ടിക തയ്യാറാക്കുക.

26. എലമെന്ററി ക്രിയകളുപയോഗിച്ച് $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ എന്ന മാട്രിക്സിന്റെ ഇൻവേഴ്സ് കണ്ടുപിടിക്കുക.

27. $\int_0^2 x^2 dx$ ന്റെ വില "ലിമിറ്റ് ഓഫ് എ സം" രീതി ഉപയോഗിച്ച് കണ്ടെത്തുക.

PART - IV

A. 28 മുതൽ 31 വരെ ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 3 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക. 4 സ്കോർ വീതം.

(3 × 4 = 12)

28. തെളിയിക്കുക :

(i) $\tan^{-1} \left(\frac{1}{2} \right) + \tan^{-1} \left(\frac{2}{11} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{3}{4} \right)$.

(ii) $\cos^{-1} (4x^3 - 3x) = 3\cos^{-1}x, x \in \left[\frac{1}{2}, 1 \right]$.

29. $f(x) = x^2$ എന്ന ഫംഗ്ഷൻ $[2, 4]$ എന്ന ഇന്റർവെലിൽ മീൻ വാല്യൂ തിരയ്ക്കുക. ശരിയാകുന്നുണ്ടോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക.

30. $y^2 = x$ എന്ന വക്രവും $x = 1, x = 4$ എന്നീ വരകളും x -അക്ഷവും നിർണയിക്കുന്ന ഭാഗത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണ്ടുപിടിക്കുക.

31. രണ്ടു വരകളുടെ വെക്ടർ സമവാക്യങ്ങളാണ്

$$\vec{r} = \hat{i} + \hat{j} + \lambda (2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}),$$

$$\vec{r} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k} + \mu (3\hat{i} - 5\hat{j} + 2\hat{k})$$

എങ്കിൽ ഇവയ്ക്കിടയിലുള്ള കുറഞ്ഞ അകലം കണ്ടുപിടിക്കുക.

B. Answer any one question from 32 and 33. Carries four scores.

(1 × 4 = 4)

32. Random variable X has following probability distribution.

X	0	1	2	3	4
P(X)	0.1	k	2k	2k	k

(a) Find the value of k.

(2)

(b) Find $P(X < 3)$.

(2)

33. Find the Cartesian and vector equation of the plane with intercepts 2, 3, 4 on the x, y, z axis respectively.

PART - V

Answer any two questions from 34 to 36. Carries six scores.

(2 × 6 = 12)

34. Solve the following system of equations by matrix method :

$$3x - 2y + 3z = 8$$

$$2x + y - z = 1$$

$$4x - 3y + 2z = 4$$

35. Solve the following linear programming problem graphically :

Maximize $Z = 4x + y$ subject to the constraints $x + y \leq 50$, $3x + y \leq 90$,
 $x \geq 0$, $y \geq 0$.

36. Find

(i) $\int \frac{\sin(\tan^{-1}x)}{1+x^2} dx.$

(2)

(ii) $\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}} dx.$

(2)

(iii) $\int \frac{dx}{x^2 - 16}$

(2)

B. 32 മുതൽ 33 വരെ ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും ഒരണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക. 4 സ്കോർ. (1 × 4 = 4)

32. ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നത് X എന്ന റാണ്ടം വേരിയബിളിന്റെ പ്രോബബിലിറ്റി ഡിസ്ട്രിബ്യൂഷനാണ്.

X	0	1	2	3	4
P(X)	0.1	k	2k	2k	k

- (a) k യുടെ വില കാണുക. (2)
 (b) $P(X < 3)$ കണ്ടുപിടിക്കുക. (2)

33. ഒരു പ്ലെയിനിന്റെ x, y, z ഇന്റർസെപ്റ്റുകൾ യഥാക്രമം 2, 3, 4 ആയാൽ അതിന്റെ സമവാക്യം കാർട്ടീഷ്യൻ രൂപത്തിലും വെക്ടർ രൂപത്തിലുമെഴുതുക.

PART - V

34 മുതൽ 36 വരെ ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 2 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക. 6

സ്കോർ വിതം. (2 × 6 = 12)

34. ചുവടെ നൽകിയിരിക്കുന്ന സമവാക്യകൂട്ടത്തിന്റെ പരിഹാരം മാട്രിക്സ് രീതി ഉപയോഗിച്ച് കണ്ടെത്തുക :

$$\begin{aligned} 3x - 2y + 3z &= 8 \\ 2x + y - z &= 1 \\ 4x - 3y + 2z &= 4 \end{aligned}$$

35. ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ലിനിയർ പ്രോഗ്രാമിംഗ് പ്രോബ്ലത്തിന്റെ പരിഹാരം ഗ്രാഫ് ഉപയോഗിച്ച് കണ്ടെത്തുക :

$x + y \leq 50, 3x + y \leq 90, x \geq 0, y \geq 0$ എന്നീ നിബന്ധനകൾക്കു വിധേയമായി $Z = 4x + y$ യുടെ ഏറ്റവും കൂടിയ വില കാണുക.

36. വില കാണുക.

(i) $\int \frac{\sin(\tan^{-1}x)}{1+x^2} dx.$ (2)

(ii) $\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}} dx.$ (2)

(iii) $\int \frac{dx}{x^2 - 16}$ (2)