Reg. No. : ....

Name : ....

ME-27

MODEL EXAMINATION, MARCH 2021

Part – III

MATHEMATICS (SCIENCE)

Time : 2½ Hours

Cool-off time : 20 Minutes

Maximum : 60 Scores

General Instructions to Candidates :

- There is a 'Cool-off time' of 20 minutes in addition to the writing time.
- Use the 'Cool-off time' to get familiar with questions and to plan your answers.
- Read questions carefully before answering.
- Read the instructions carefully.
- Calculations, figures and graphs should be shown in the answer sheet itself.
- Malayalam version of the questions is also provided.
- Give equations wherever necessary.
- Electronic devices except non-programmable calculators are not allowed in the Examination Hall.

വിദ്യാർത്ഥികൾക്കുള്ള പൊതുനിർദ്ദേശങ്ങൾ :

- നിർദ്ദിഷ്ട സമയത്തിന് പുറമെ 20 മിനിറ്റ് 'കൂൾ ഓഫ് ടൈം' ഉണ്ടായിരിക്കും.
- 'കൂൾ ഓഫ് ടൈം' ചോദ്യങ്ങൾ പരിചയപ്പെടാനും ഉത്തരങ്ങൾ ആസൂത്രണം ചെയ്യാനും ഉപയോഗിക്കുക.
- ഉത്തരങ്ങൾ എഴുതുന്നതിന് മുമ്പ് ചോദ്യങ്ങൾ ശ്രദ്ധാപൂർവ്വം വായിക്കണം.
- നിർദ്ദേശങ്ങൾ മുഴുവനും ശ്രദ്ധാപൂർവ്വം വായിക്കണം.
- കണക്ക് കൂട്ടലുകൾ, ചിത്രങ്ങൾ, ഗ്രാഫുകൾ, എന്നിവ ഉത്തരപേപ്പറിൽ തന്നെ ഉണ്ടായിരിക്കണം.
- ചോദ്യങ്ങൾ മലയാളത്തിലും നല്കിയിട്ടുണ്ട്.
- ആവശ്യമുള്ള സ്ഥലത്ത് സമവാക്യങ്ങൾ കൊടുക്കണം.
- പ്രോഗ്രാമുകൾ ചെയ്യാനാകാത്ത കാൽക്കുലേറ്ററുകൾ ഒഴികെയുള്ള ഒരു ഇലക്ട്രോണിക് ഉപകരണവും പരീക്ഷാഹാളിൽ ഉപയോഗിക്കുവാൻ പാടില്ല.

Answer the following questions from 1 to 29 up to a maximum Score of 60.

PART – A

Questions from 1 to 10 carry 3 scores each. **(10 × 3 = 30)**

1. Find the value of x.

$$\begin{vmatrix} 2x & 4 \\ 6 & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 1 \end{vmatrix}$$ **(3)**

2. $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$

   (i) Find (adj A) **(1)**

   (ii) Also prove that A(adj A) = 5I **(2)**

3. Determine the value of the constant k so that the function

$$f(x) = \begin{cases} kx^2, & \text{if } x \le 2 \\ 3, & \text{if } x > 2 \end{cases}$$ is continuous at $x = 2$. **(3)**

4. Verify Mean Value Theorem if $f(x) = x^2 - 4x - 3$ is the interval $[1, 4]$. **(3)**

5. The radius of a circle is increasing uniformly at the rate of 5 cm/s. Find the rate at which the area of the circle is increasing when the radius is 8 cm. **(3)**

6. Find the unit vector in the direction of vector $\overrightarrow{PQ}$, where P and Q are the points (1, 2, 3) and (4, 5, 6) respectively. **(3)**

7. Find the vector and cartesian equations of the planes that passes through the point (1, 4, 6) and the normal vector to the plane is $\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$. **(3)**

1 മുതൽ 29 വരെയുള്ള ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ഉത്തരമെഴുതുക. പരമാവധി ലഭിക്കുക 60 സ്കോർ ആയിരിക്കും.

PART – A

1 മുതൽ 10 വരെയുള്ള ചോദ്യങ്ങൾക്ക് 3 സ്കോർ വീതം. **(10 × 3 = 30)**

1. $\begin{vmatrix} 2x & 4 \\ 6 & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 1 \end{vmatrix}$ ആയാൽ x ന്റെ വില കണ്ടുപിടിക്കുക. **(3)**

2. $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ ആയാൽ

   (i) (adj A) കണ്ടുപിടിക്കുക. **(1)**

   (ii) A(adj A) = 5I എന്ന് തെളിയിക്കുക. **(2)**

3. $f(x) = \begin{cases} kx^2, & x \leq 2 \\ 3, & x > 2 \end{cases}$ എന്ന ഫംങ്ഷൻ $x = 2$ വിൽ കണ്ടിന്യുവസ് ആയാൽ k യുടെ വില കണ്ടുപിടിക്കുക. **(3)**

4. $f(x) = x^2 - 4x - 3$ എന്ന ഫംങ്ഷൻ [1, 4] എന്ന ക്ലോസ്ഡ് ഇന്റർവെല്ലിൽ മീൻവാല്യുതിയറം പാലിക്കുന്നുണ്ടോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക. **(3)**

5. ഒരു വൃത്തിത്തിന്റെ ആരം ഒരേപ്രകാരം വർദ്ധിക്കുന്നതിന്റെ നിരക്ക് 5 cm/s ആണ്. എന്നാൽ ആരം 8 cm ആവുന്ന സമയത്ത് വൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവ് വർദ്ധിക്കുന്നതിന്റെ നിരക്ക് കണക്കാക്കുക. **(3)**

6. P(1, 2, 3), Q(4, 5, 6) ആയാൽ $\overrightarrow{PQ}$ എന്ന വെക്ടറിന്റെ അതേ ദിശയിലുള്ള യൂണിറ്റ് വെക്ടർ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(3)**

7. (1, 4, 6) എന്ന പോയന്റിലൂടെ കടന്നു പോവുന്നതും നോർമൽ $\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ ആയതുമായ പ്ലെയിനിന്റെ ഇക്വേഷൻ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(3)**

8. (i) Find the principal value of $\sin^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$. (1)

(ii) Evaluate $\tan^{-1}(1) + \cos^{-1}\left(\frac{-1}{2}\right) + \sin^{-1}\left(\frac{-1}{2}\right)$. (2)

9. Find the equation of line joining (1, 2) and (3, 6) using determinants. (3)

10. Find the general solution of the differential equation

$$\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = x^2.$$ (3)

PART – B

Questions from 11 to 22 carry 4 scores each. **(12 × 4 = 48)**

11. (i) Construct a 2 × 2 matrix $A = [a_{ij}]$, whose elements are given by $a_{ij} = \frac{(i+j)^2}{2}$. (2)

(ii) If $\begin{bmatrix} a-b & d \\ 2a-b & c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$ then find a, b, c and d. (2)

12. Let $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$ $C = \begin{bmatrix} -2 & 5 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$.

Find (i) $3A - C$ (2)

(ii) AB (2)

13. (i) $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y =$ ______. (1)

(ii) Prove that $\tan^{-1}\frac{2}{11} + \tan^{-1}\frac{7}{24} = \tan^{-1}\frac{1}{2}$. (3)

14. Find $\frac{dy}{dx}$

(i) $y = \sin(\cos(x^2))$ (2)

(ii) $x^2 + xy + y^2 = 100$ (2)

8. (i) $\sin^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ വിന്റെ പ്രിൻസിപ്പൽ വാല്യു കണ്ടുപിടിക്കുക. **(1)**

(ii) $\tan^{-1}(1) + \cos^{-1}\left(\frac{-1}{2}\right) + \sin^{-1}\left(\frac{-1}{2}\right)$ വിന്റെ വില കണ്ടുപിടിക്കുക. **(2)**

9. ഡിറ്റർമിനന്റ്സ് ഉപയോഗിച്ചുകൊണ്ട് (1, 2), (3, 6) എന്ന പോയന്റുകളിലൂടെ കടന്നുപോവുന്ന ലൈനിന്റെ ഇക്വേഷൻ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(3)**

10. $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = x^2$ എന്ന ഡിഫ്രൻഷ്യൽ ഇക്വേഷന്റെ ജനറൽ നെ [illegible] ിടിക്കുക. **(3)**

 HSSLIVE.IN

PART – B

11 മുതൽ 22 വരെയുള്ള ചോദ്യങ്ങൾക്ക് 4 സ്കോർ വിതം. **(12 × 4 = 48)**

11. (i) $A = [a_{ij}]$ എന്ന 2×2 മെട്രിക്സിലെ എലമെന്റ്സ് $a_{ij} = \frac{(i+j)^2}{2}$ എന്ന് തന്നിട്ടുണ്ട്. എങ്കിൽ മെട്രിക്സ് കണ്ടുപിടിക്കുക. **(2)**

(ii) $\begin{bmatrix} a-b & d \\ 2a-b & c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$ ആയാൽ a, b, c, d എന്നിവ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(2)**

12. $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$ $C = \begin{bmatrix} -2 & 5 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ ആയാൽ, ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നവ കണ്ടുപിടിക്കുക.

(i) $3A - C$ **(2)**

(ii) AB **(2)**

13. (i) $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y =$ ______. **(1)**

(ii) $\tan^{-1}\frac{2}{11} + \tan^{-1}\frac{7}{24} = \tan^{-1}\frac{1}{2}$ എന്ന് തെളിയിക്കുക. **(3)**

14. $\frac{dy}{dx}$ കണ്ടുപിടിക്കുക

(i) $y = \sin(\cos(x^2))$ **(2)**

(ii) $x^2 + xy + y^2 = 100$ **(2)**

15. (i) Find the maximum value of the function $f(x) = \sin x + \cos x$ in $[0, \pi/2]$. **(2)**

(ii) Find the intervals in which the function $f(x) = x^2 + 2x - 5$ is increasing or decreasing. **(2)**

16. (i) Write the order of the differential equation

$$\left(\frac{d^2s}{dt^2}\right)^2 + 3\left(\frac{ds}{dt}\right)^3 + 4 = 0$$

(1)

(ii) Find the general solution of the differential equation

$$\sec^2 x \cdot \tan y \, dx + \sec^2 y \cdot \tan x \cdot dy = 0$$

(3)

17. Find a unit vector perpendicular to each of the vector $\vec{a} + \vec{b}$ and $\vec{a} - \vec{b}$, where $\vec{a} = 3i + 2j + 2k$ and $\vec{b} = i + 2j - 2k$. **(4)**

18. Find the shortest distance between the pair of lines

$$\vec{r} = (i + 2j + 3k) + \lambda\,(i - 3j + 2k)$$

$$\vec{r} = (4i + 5j + 6k) + \mu\,(2i + 3j + k)$$

(4)

19. Let A and B be two independent events such that $P(A) = \frac{1}{7}$ and $P(B) = \frac{1}{5}$. Find

(i) $P(A \cap B)$ **(1)**

(ii) $P(A \cup B)$ **(2)**

(iii) $P[(A \cap B') \cap (B \cap A')]$ **(1)**

20. Show that the relation R in the set A = {1, 2, 3, 4, 5} given by R = {(a, b) : |a – b| is even} is an equivalence relation. **(4)**

21. Find $\frac{dy}{dx}$ of the function $y^x = x^y$. **(4)**

15. (i) $[0, \pi/2]$ എന്ന ഇന്റർവെല്ലിൽ $f(x) = \sin x + \cos x$ എന്ന ഫംഗ്ഷന്റെ മാക്സിമം വാല്യു കണ്ടുപിടിക്കുക. **(2)**

(ii) $f(x) = x^2 + 2x - 5$ എന്ന ഫംഗ്ഷൻ ഇൻക്രീസിങ്ങോ ഡിക്രീസിങ്ങോ ആവുന്ന ഇന്റർവെല്ലുകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(2)**

16. (i) $\left(\frac{d^2s}{dt^2}\right)^2 + 3\left(\frac{ds}{dt}\right)^3 + 4 = 0$ എന്ന ഡിഫ്രൻഷ്യൽ ഇക്വേഷന്റെ ഓർഡർ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(1)**

(ii) $\sec^2 x \cdot \tan y \, dx + \sec^2 y \cdot \tan x \cdot dy = 0$ എന്ന ഡിഫ്രൻഷ്യൽ ഇക്വേഷന്റെ ജനറൽ സൊലൂഷൻ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(3)**

17. $\vec{a} = 3i + 2j + 2k$, $\vec{b} = i + 2j - 2k$ ആയാൽ $\vec{a} + \vec{b}$ ക്കും $\vec{a} - \vec{b}$ ക്കും ലംബമായിട്ടുള്ള യൂണിറ്റ് വെക്ടർ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(4)**

18. $\vec{r} = (i + 2j + 3k) + \lambda (i - 3j + 2k)$

$\vec{r} = (4i + 5j + 6k) + \mu (2i + 3j + k)$

എന്നീ ലൈനുകൾ തമ്മിലുള്ള ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ അകലം കണ്ടുപിടിക്കുക. **(4)**

19. A യും B യും ഇൻഡിപെന്റെന്റ് ഇവന്റ്സും $P(A) = \frac{1}{7}$, $P(B) = \frac{1}{5}$ എന്നും ആയാൽ ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നവ കണ്ടുപിടിക്കുക.

(i) $P(A \cap B)$ **(1)**

(ii) $P(A \cup B)$ **(2)**

(iii) $P[(A \cap B') \cap (B \cap A')]$ **(1)**

20. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ എന്ന സെറ്റിൽ നിർവ്വചിച്ചിട്ടുള്ള റിലേഷൻ $R = \{(a, b) : |a - b|$ ഇരട്ട സംഖ്യയാണ് $\}$ ഒരു ഇക്വിവാലൻസ് റിലേഷൻ ആണെന്ന് തെളിയിക്കുക. **(4)**

21. $y^x = x^y$ ആയാൽ $\frac{dy}{dx}$ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(4)**

22. Find

(i) $\int x \log x \, dx$ **(2)**

(ii) $\int x^2 \sin x \, dx$ **(2)**

PART – C

Questions from 23 to 29 carry 6 scores each. **(7 × 6 = 42)**

23. Express the matrix $A = \begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$ as the sum of a symmetric and a skew symmetric matrix. **(6)**

24. Solve the following system of equations by Matrix Method :

$3x - 2y + 3z = 8$

$2x + y - z = 1$

$4x - 3y + 2z = 4$ **(6)**

25. (i) State whether the function f: R → R defined by $f(x) = 3 - 4x$ is a bijective function or not. Justify your answer. **(4)**

(ii) Let $f : R \to R$ and $g : R \to R$ be defined by $f(x) = 2x + 1$ and $g(x) = x^2$. Then find gof and fog. **(2)**

26. Find the equation of the tangent line to the curve $y = x^2 - 2x + 7$ which is

(i) Parallel to the line $2x - y + 9 = 0$. **(3)**

(ii) Perpendicular to the line $5y - 15x = 13$. **(3)**

22. ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നവ കണ്ടുപിടിക്കുക

(i) $\int x \log x \, dx$ **(2)**

(ii) $\int x^2 \sin x \, dx$ **(2)**

PART – C

23 മുതൽ 29 വരെയുള്ള ചോദ്യങ്ങൾക്ക് 6 സ്കോർ വീതം. **(7 × 6 = 42)**

23. $A = \begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$ എന്ന മെട്രിക്സിനെ സിമ്മെട്രിക്സ് സ്ക്യൂ സിമ്മെട്രിക്സ് മെട്രിക്സുകളുടെ തുകയായി എഴുതുക. **(6)**

24. തന്നിട്ടുള്ള സിസ്റ്റം ഓഫ് ഇക്വേഷൻസിന്റെ പരിഹാരം മെട്രിക്സ് മെത്തേഡ് ഉപയോഗിച്ച് കണ്ടെത്തുക.

$3x - 2y + 3z = 8$

$2x + y - z = 1$

$4x - 3y + 2z = 4$

(6)

25. (i) $f : R \to R$ ൽ $f(x) = 3 - 4x$ എന്ന ഫംഗ്ഷൻ ബൈജക്ടീവ് ആണോ അല്ലയോ എന്ന് വ്യക്തമാക്കുക. **(4)**

(ii) $f : R \to R$ ൽ $f(x) = 2x + 1$, $g : R \to R$ ൽ $g(x) = x^2$ എന്നീ ഫംഗ്ഷനുകൾ പരിഗണിച്ചാൽ gof, fog എന്നിവ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(2)**

26. $y = x^2 - 2x + 7$ എന്ന കർവിന്റെ ടാൻജന്റിന്റെ ഇക്വേഷൻ ചുവടെ കൊടുത്തത് പ്രകാരം കണ്ടുപിടിക്കുക.

(i) കർവിന്റെ ടാൻജന്റ്, $2x - y + 9 = 0$ എന്ന ലൈനിന് സമാന്തരമാണ്. **(3)**

(ii) കർവിന്റെ ടാൻജന്റ്, $5y - 15x = 13$ എന്ന ലൈനിന് ലംബമാണ്. **(3)**

27. Find the following :

(i) $\int \frac{1}{1+x^2} dx$ **(1)**

(ii) $\int \frac{dx}{x^2 - 6x + 13}$ **(2)**

(iii) $\int_0^1 \frac{\tan^{-1}x}{1+x^2} dx$ **(3)**

28. (i) Find the area of the region bounded by $y^2 = 9x$, $x = 2$, $x = 4$ and the x-axis in the first quadrant. **(3)**

(ii) Find the area of the region bounded by the two parabolas $y = x^2$ and $y^2 = x$. **(3)**

29. Solve Linear Programming Problem (LPP) graphically

Maximize : $z = 3x + 2y$

Subject to constraints : $x + 2y \leq 10$

$3x + y \leq 15$

$x, y \geq 0$ **(6)**

27. ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നവ കണ്ടുപിടിക്കുക :

(i) $\int \frac{1}{1 + x^2} \, dx$ **(1)**

(ii) $\int \frac{dx}{x^2 - 6x + 13}$ **(2)**

(iii) $\int_0^1 \frac{\tan^{-1}x}{1 + x^2} \, dx$ **(3)**

28. (i) $y^2 = 9x$ എന്ന കർവിനും x-ആക്സിസിനും $x = 2$, $x = 4$ എന്നീ ലൈനുകൾക്കും ഇടയിലുള്ള ഫസ്റ്റ് ക്വാഡ്രന്റിലെ പരപ്പളവ് കണ്ടുപിടിക്കുക. **(3)**

(ii) $y = x^2$, $y^2 = x$ എന്നീ കർവുകൾക്കിടയിലുള്ള പരപ്പളവ് കണ്ടുപിടിക്കുക. **(3)**

29. ഗ്രാഫ് വരച്ച് Linear Programming Problem (LPP) ത്തിന് പരിഹാരം കണ്ടുപിടിക്കുക.

Maximize : $z = 3x + 2y$

Subject to constraints : $x + 2y \leq 10$

$3x + y \leq 15$

$x, y \geq 0$ **(6)**