Reg. No. : ....

Name : ....

SY-51

SECOND YEAR HIGHER SECONDARY EXAMINATION, MARCH 2022

Part – III

MATHEMATICS (COMMERCE)

Time : 2 Hours

Maximum : 60 Scores

Cool-off time : 15 Minutes

General Instructions to Candidates :

- 15 minutes is given as 'Cool-off time'.
- Use the 'Cool-off time' to read the questions and to plan your answers.
- Read questions carefully before answering.
- Read the instructions carefully.
- Calculations, figures and graphs should be shown in the answer sheet itself.
- Malayalam version of the questions is also provided.
- Electronic devices except non-programmable calculators are not allowed in the Examination Hall.

വിദ്യാർത്ഥികൾക്കുള്ള പൊതുനിർദ്ദേശങ്ങൾ :

- 15 മിനിറ്റ് സമാശ്വാസ സമയമാണ്.
- ഈ സമയം ചോദ്യങ്ങൾ പരിചയപ്പെടാനും ഉത്തരങ്ങൾ ആസൂത്രണം ചെയ്യാനും ഉപയോഗിക്കുക.
- ഉത്തരങ്ങൾ എഴുതുന്നതിനുമുമ്പ് ചോദ്യങ്ങൾ ശ്രദ്ധാപൂർവ്വം വായിക്കണം.
- നിർദ്ദേശങ്ങൾ മുഴുവനും ശ്രദ്ധാപൂർവ്വം വായിക്കണം.
- കണക്ക് കൂട്ടലുകൾ, ചിത്രങ്ങൾ, ഗ്രാഫുകൾ, എന്നിവ ഉത്തരപേപ്പറിൽ തന്നെ ഉണ്ടായിരിക്കണം.
- ചോദ്യങ്ങൾ മലയാള പരിഭാഷ ഉൾപ്പെടുത്തിയിട്ടുണ്ട്.
- പ്രോഗ്രാമുകൾ ചെയ്യാൻ കഴിയാത്ത കാൽക്കുലേറ്ററുകൾ ഒഴികെയുള്ള ഉപകരണങ്ങൾ പരീക്ഷാ ഹാളിൽ അനുവദിക്കുന്നതല്ല.

PART – I

A. Answer any five questions from 1 to 9. Each carries 1 score. (5 × 1 = 5)

1. $f : x \to y$ is onto if Range of f = _______

   (a) x (b) y

   (c) R (d) N

2. $\tan^{-1}x + \cot^{-1}x =$ _______

   (a) $\frac{\pi}{2}$ (b) $\frac{\pi}{4}$

   (c) 1 (d) 0

3. $\begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} =$ _______

   (a) 5 (b) 4

   (c) 3 (d) 1

4. $f(x) = \sin x$ is increasing on which of the following intervals ?

   (a) $(0, \pi)$ (b) $(0, \pi/2)$

   (c) $(\pi/2, \pi)$ (d) $(\pi, 2\pi)$

5. The area of the region bounded by the curve $y = \cos x$ between $x = 0$ and $x = \pi/2$ is

   (a) $\frac{1}{2}$ sq. units (b) 2 sq. units

   (c) 1 sq. units (d) $\frac{3}{2}$ sq. units

6. The order of the differential equation $\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dx}\right) - \sin^2 y = 0$ is

   (a) 1 (b) 2

   (c) 3 (d) 4

7. If $\bar{a}$ and $\bar{b}$ are parallel then $\bar{a} \times \bar{b} =$ _______

8. Find the vector equation of the line $\frac{x-5}{3} = \frac{y+4}{7} = \frac{z-6}{2}$.

PART – I

A. 1 മുതൽ 9 വരെ ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 5 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക. 1 സ്കോർ വിതം. **(5 × 1 = 5)**

1. f : $x \to$ y എന്നത് ഓൺടു ആയാൽ f ന്റെ റേഞ്ച് = _______

   (a) x (b) y

   (c) R (d) N

2. $\tan^{-1}x + \cot^{-1}x$ = _______

   (a) $\frac{\pi}{2}$ (b) $\frac{\pi}{4}$

   (c) 1 (d) 0

3. $\begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}$ = _______

   (a) 5 (b) 4

   (c) 3 (d) 1

4. f(x) = sin x താഴെ പറയുന്ന ഏത് ഇന്റർവെല്ലിലാണ് ഇൻക്രീസിങ്ങ് ആകുന്നത് ?

   (a) $(0, \pi)$ (b) $(0, \pi/2)$

   (c) $(\pi/2, \pi)$ (d) $(\pi, 2\pi)$

5. $x = 0$, $x = \pi/2$ എന്നിവക്കും, y = cos x എന്ന വക്രത്തിനും ഇടയിലുള്ള പരപ്പളവ്

   (a) $\frac{1}{2}$ sq. units (b) 2 sq. units

   (c) 1 sq. units (d) $\frac{3}{2}$ sq. units

6. $\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dx}\right) - \sin^2 y = 0$ എന്ന ഡിഫറൻഷ്യൽ സമവാക്യത്തിന്റെ ഓർഡർ

   (a) 1 (b) 2

   (c) 3 (d) 4

7. $\bar{a}$, $\bar{b}$ എന്നിവ സമാന്തരമായാൽ $\bar{a} \times \bar{b}$ = _______

8. $\frac{x-5}{3} = \frac{y+4}{7} = \frac{z-6}{2}$ എന്ന വരയുടെ വെക്ടർ സമവാക്യം കണ്ടുപിടിക്കുക.

9. If A and B are two independent events with $P(A) = \frac{3}{5}$, $P(B) = \frac{1}{5}$, then $P(A \cap B) =$ ______.

(a) $\frac{3}{25}$ (b) $\frac{3}{5}$

(c) $\frac{1}{5}$ (d) $\frac{1}{3}$

B. Answer all questions from 10 to 13. Each carries 1 score. (4 × 1 = 4)

10. $\cos^{-1} \frac{1}{2} =$ ______

(a) $\frac{\pi}{2}$ (b) $\frac{\pi}{3}$

(c) $\frac{\pi}{4}$ (d) $\frac{\pi}{6}$

11. Let A be a square matrix of order 2, then $|3A| =$ ______

(a) $3|A|$ (b) $4|A|$

(c) $2|A|$ (d) $9|A|$

12. $\frac{d}{dx}(\log x) =$ _______

(a) $\log x$ (b) e^x

(c) $\frac{1}{x}$ (d) $\log e^x$

13. The direction cosines of the plane $x + y + z = 1$ is

(a) 1, 1, 1 (b) $\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}$

(c) $\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}$ (d) $\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}$

9. A, B എന്നിവ രണ്ട് ഇന്റിപെൻഡന്റ് ഇവന്റുകളും $P(A) = \frac{3}{5}$, $P(B) = \frac{1}{5}$ ഉം ആയാൽ $P(A \cap B) =$ ______.

(a) $\frac{3}{25}$ (b) $\frac{3}{5}$

(c) $\frac{1}{5}$ (d) $\frac{1}{3}$

B. 10 മുതൽ 13 വരെ എല്ലാ ചോദ്യങ്ങൾക്കും ഉത്തരമെഴുതുക. 1 സ്കോർ വീതം.

(4 × 1 = 4)

10. $\cos^{-1}\frac{1}{2} =$ ______

(a) $\frac{\pi}{2}$ (b) $\frac{\pi}{3}$

(c) $\frac{\pi}{4}$ (d) $\frac{\pi}{6}$

11. A എന്നത് ഓർഡർ 2 ആയ ഒരു സ്ക്വയർ മെട്രിക്സ് ആയാൽ $|3A| =$ ______

(a) $3|A|$ (b) $4|A|$

(c) $2|A|$ (d) $9|A|$

12. $\frac{d}{dx}(\log x) =$ _______

(a) $\log x$ (b) e^x

(c) $\frac{1}{x}$ (d) $\log e^x$

13. $x + y + z = 1$ എന്ന തലത്തിന്റെ ഡയറക്ഷൻ കൊസൈൻസ്

(a) 1, 1, 1 (b) $\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}$

(c) $\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}$ (d) $\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}$

PART – II

A. Answer any two questions from 14 to 17. Each carries 2 scores. **(2 × 2 = 4)**

14. If $\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ x & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y & z \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$, then find the values of x, y, z.

15. Find the equation of tangent to the curve $y = x^2$ at (1, 2).

16. Consider the function :

    $f(x) = e^{2x}$

    (i) find $f'(x)$ **(1)**

    (ii) show that $f(x)$ is increasing on R **(1)**

17. Solve the differential equation :

    $$\frac{dy}{dx} = \frac{1+y^2}{1+x^2}$$

B. Answer any two questions from 18 to 20. Each carries 2 scores. **(2 × 2 = 4)**

18. If $y = x^2 + 3x + 2$ find $\frac{d^2y}{dx^2}$.

19. Solve $\frac{dy}{dx} + \frac{2}{x}y = x$.

20. Find the distance of the point (2, 5, –3) from the plane $6x - 3y + 2z = 4$.

PART – III

A. Answer any three questions from 21 to 24. Each carries 3 scores. **(3 × 3 = 9)**

21. Let $f : R \to R$ defined by $f(x) = 4x + 3$. Show that f is one-one and onto.

22. Let $A = \begin{bmatrix} 8 & 0 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

    (i) Find A + B **(1)**

    (ii) Find 2A **(1)**

    (iii) Find A' **(1)**

PART – II

A. 14 മുതൽ 17 വരെ ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 2 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക. 2 സ്കോർ വിതം. **(2 × 2 = 4)**

14. $\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ x & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y & z \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$ ആയാൽ x, y, z എന്നിവയുടെ വില കാണുക.

15. (1, 2) എന്ന ബിന്ദുവിൽ $y = x^2$ എന്ന വക്രത്തിന്റെ തൊടുവരയുടെ സമവാക്യം കണ്ടുപിടിക്കുക.

16. $f(x) = e^{2x}$ എന്ന ഫംഗ്ഷൻ പരിഗണിക്കുക.
    (i) $f'(x)$ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(1)**
    (ii) R-ൽ $f(x)$ ഇൻക്രീസിങ്ങ് ആണെന്ന് തെളിയിക്കുക. **(1)**

17. $\frac{dy}{dx} = \frac{1+y^2}{1+x^2}$ എന്ന ഡിഫറൻഷ്യൽ സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരം കാണുക.

B. 18 മുതൽ 20 വരെ ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 2 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക. 2 സ്കോർ വിതം. **(2 × 2 = 4)**

18. $y = x^2 + 3x + 2$ ആയാൽ $\frac{d^2y}{dx^2}$ കണ്ടുപിടിക്കുക.

19. പരിഹാരം കാണുക $\frac{dy}{dx} + \frac{2}{x}y = x$.

20. $6x - 3y + 2z = 4$ എന്ന തലത്തിൽ നിന്നും (2, 5, –3) എന്ന ബിന്ദുവിലേക്കുള്ള അകലം കണ്ടുപിടിക്കുക.

PART – III

A. 21 മുതൽ 24 വരെ ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 3 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക. 3 സ്കോർ വിതം. **(3 × 3 = 9)**

21. $f : R \to R$ ൽ $f(x) = 4x + 3$ എന്ന് നിർവചിച്ചിരിക്കുന്നു. f വൺ-വൺ, ഓൺടു ആണെന്ന് തെളിയിക്കുക.

22. $A = \begin{bmatrix} 8 & 0 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$
    (i) A + B കണ്ടുപിടിക്കുക. **(1)**
    (ii) 2A കണ്ടുപിടിക്കുക. **(1)**
    (iii) A' കണ്ടുപിടിക്കുക. **(1)**

23. Let $\bar{a} = \hat{i} - \hat{j}$, $\bar{b} = \hat{i} + \hat{j}$

(i) Find $\vec{a}.\vec{b}$ **(1)**

(ii) Find the projection of $\vec{a}$ on $\vec{b}$. **(2)**

24. A Random Variable X has the following probability distribution :

X	0	1	2
P(x)	k	2k	3k

(i) Find the value of k **(2)**

(ii) Find P(x < 2) **(1)**

B. Answer any two questions from 25 to 27. Each carries 3 scores. (2 × 3 = 6)

25. Let * be a binary operation on N given by a * b = ab.

(i) Find 5 * 7 **(1)**

(ii) Is * commutative ? **(1)**

(iii) Find the identity element of * in N. **(1)**

26. Find the inverse of the matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ using elementary transformations.

27. Two balls are drawn at random without replacement (one after the other) from a box containing 10 black and 8 red balls. Find the probability that first ball is black and second is red.

PART – IV

A. Answer any three questions from 28 to 31. Each carries 4 scores. (3 × 4 = 12)

28. (i) $\tan^{-1}x + \tan^{-1}y =$ _____. **(1)**

(ii) Show that $\tan^{-1}\frac{1}{2} + \tan^{-1}\frac{2}{11} = \tan^{-1}\frac{3}{4}$. **(3)**

29. Find the value of k so that :

$f(x) = \begin{cases} kx^2, & if\ x \le 2 \\ 3, & if\ x > 2 \end{cases}$ is continuous at $x = 2$.

30. Find the intervals in which $f(x) = 2x^2 - 3x$ is

(i) increasing **(2)**

(ii) decreasing **(2)**

23. $\bar{a} = \hat{i} - \hat{j},\ \bar{b} = \hat{i} + \hat{j}$ ആയാൽ

(i) $\vec{a}.\vec{b}$ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(1)**

(ii) $\vec{a}$ യിൽ നിന്നും $\vec{b}$ യിലേക്കുള്ള പ്രൊജക്ഷൻ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(2)**

24. X എന്ന റാൻഡം വേരിയബളിന്റെ പ്രോബബിലിറ്റി ഡിസ്ട്രിബ്യൂഷൻ ചുവടെ കൊടുക്കുന്നു :

X	0	1	2
P(x)	k	2k	3k

(i) k യുടെ വില കണ്ടുപിടിക്കുക. **(2)**

(ii) $P(x < 2)$ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(1)**

B. 25 മുതൽ 27 വരെ ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 2 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക. 3 സ്കോർ വീതം. (2 × 3 = 6)

25. * എന്ന ബൈനറി ഓപ്പറേഷൻ N ൽ $a * b = ab$ എന്ന് തന്നിരിക്കുന്നു.

(i) $5 * 7$ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(1)**

(ii) * കമ്മ്യൂട്ടേറ്റീവ് ആണോ ? **(1)**

(iii) N-ൽ * ന്റെ ഐഡന്റിറ്റി എലമെന്റ് കാണുക. **(1)**

26. എലമെന്ററി ട്രൻസ്ഫോർമേഷൻസ് ഉപയോഗിച്ച് $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ എന്ന മെട്രിക്സിന്റെ ഇൻവേഴ്സ് കണ്ടുപിടിക്കുക.

27. 10 കറുപ്പും 8 ചുവപ്പും പന്തുകൾ ഉള്ള ഒരു പെട്ടിയിൽ നിന്നും 2 പന്തുകൾ തിരിച്ചിടാതെ (ഒന്നിനു പുറകേ ഒന്നായി) എടുക്കുന്നു. ആദ്യത്തെ പന്ത് കറുപ്പും രണ്ടാമത്തേത് ചുവപ്പും ആകാനുള്ള സാധ്യത കണ്ടുപിടിക്കുക.

PART – IV

A. 28 മുതൽ 31 വരെ ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 3 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക. 4 സ്കോർ വീതം. (3 × 4 = 12)

28. (i) $\tan^{-1}x + \tan^{-1}y =$ _____. **(1)**

(ii) $\tan^{-1}\frac{1}{2} + \tan^{-1}\frac{2}{11} = \tan^{-1}\frac{3}{4}$ എന്ന് തെളിയിക്കുക. **(3)**

29. $f(x) = \begin{cases} kx^2, & \text{if } x \le 2 \\ 3, & \text{if } x > 2 \end{cases}$

എന്ന ഫംഗ്ഷൻ $x = 2$ ൽ കണ്ടിന്യൂവസ് ആണെങ്കിൽ k യുടെ വില കണ്ടുപിടിക്കുക.

30. $f(x) = 2x^2 - 3x$ ഏതൊക്കെ ഇന്റർവലുകളിലാണ്

(i) ഇൻക്രീസിങ്ങ് ആകുന്നത് **(2)**

(ii) ഡിക്രീസിങ്ങ് ആകുന്നത്

എന്ന് കണ്ടു പിടിക്കുക **(2)**

31. Find the shortest distance between the lines :

$$\bar{r} = \hat{i} + \hat{j} + \lambda(2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$$

$$\bar{r} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k} + \mu(3\hat{i} - 5\hat{j} + 2\hat{k})$$

B. Answer any one question from 32 to 33. Each carries 4 scores. **(1 × 4 = 4)**

32. Prove that :

$$\begin{bmatrix} x+y & y+z & z+x \\ z & x & y \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = 0$$

33. A fair coin is tossed 5 times. Find the probability of

(i) Exactly 4 heads. **(2)**

(ii) Atleast 4 heads. **(2)**

PART – V

Answer any two questions from 34 to 36. Each carries 6 scores. **(2 × 6 = 12)**

34. Consider the following system of equations

$$x - y + z = 4$$
$$2x + y - 3z = 0$$
$$x + y + z = 2$$

(i) Express the system of equations in the form AX = B. **(1)**

(ii) Find A^{-1}. **(3)**

(iii) Solve the system of equations using matrix method. **(2)**

35. (i) Evaluate $\int \frac{e^{\tan^{-1}x}}{1+x^2} dx$. **(2)**

(ii) Integrate $x \sin x$ with respect to x. **(2)**

(iii) Evaluate $\int_0^1 \frac{2x}{x^2+1} dx$. **(2)**

36. Solve the L.P.P. graphically

Maximise $Z = 3x + 2y$

Subject to $x + 2y \leq 10$

$3x + y \leq 15$

$x, y \geq 0$

31. $\bar{r} = \hat{i} + \hat{j} + \lambda(2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$

$\bar{r} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k} + \mu(3\hat{i} - 5\hat{j} + 2\hat{k})$

എന്നീ വരകൾ തമ്മിലുള്ള ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ അകലം കണ്ടുപിടിക്കുക.

B. 32 മുതൽ 33 വരെ ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും ഒരെണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക. 4 സ്കോർ. (1 × 4 = 4)

32. $\begin{bmatrix} x+y & y+z & z+x \\ z & x & y \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = 0$ എന്ന് തെളിയിക്കുക.

33. ഒരു നാണയം 5 തവണ ടോസ് ചെയ്യുന്നു. താഴെ പറയുന്ന സാധ്യതകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക.

(i) കൃത്യം 4 ഹെഡുകൾ കിട്ടുക. **(2)**

(ii) 4 ഹെഡുകൾ എങ്കിലും കിട്ടുക. **(2)**

PART – V

34 മുതൽ 36 വരെ ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 2 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക. 6 സ്കോർ വീതം. (2 × 6 = 12)

34. താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന സമവാക്യങ്ങൾ പരിഗണിക്കുക

$$x - y + z = 4$$
$$2x + y - 3z = 0$$
$$x + y + z = 2$$

(i) സമവാക്യങ്ങളെ AX = B എന്ന രൂപത്തിൽ എഴുതുക. **(1)**

(ii) A^{-1} കണ്ടുപിടിക്കുക. **(3)**

(iii) മെട്രിക്സ് രീതി ഉപയോഗിച്ച് സമവാക്യങ്ങളുടെ പരിഹാരം കാണുക. **(2)**

35. (i) $\int \frac{e^{\tan^{-1}x}}{1+x^2} dx$ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(2)**

(ii) $x \sin x$ നെ x ആധാരമാക്കി ഇൻഡഗ്രേറ്റ് ചെയ്യുക. **(2)**

(iii) $\int_0^1 \frac{2x}{x^2+1} dx$ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(2)**

36. L.P.P. ഗ്രാഫ് ഉപയോഗിച്ച് പരിഹാരം കാണുക.

Maximise $Z = 3x + 2y$

Subject to $x + 2y \leq 10$

$3x + y \leq 15$

$x, y \geq 0$