Unit 5

ത്രികോണമിതി

ഓർത്തിരിക്കാൻ

- ഒരേ കോണുകളുള്ള ത്രികോണങ്ങളുടെയെല്ലാം വശങ്ങളുടെ നീളം ഒരേ അംശബന്ധത്തിലാണ്.

- ത്രികോണത്തിലെ കോണുകൾ അതിലെ വശങ്ങളുടെ അംശബന്ധം നിശ്ചയിക്കുന്നു.

  കോണുകൾ $45°, 45°, 90°$ വീതമായ മട്ടത്രികോണങ്ങളിൽ ലംബവശങ്ങൾ തുല്യമാണ്. ലംബവശങ്ങളുടെ നീളത്തെ $\sqrt{2}$ കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ കർണം കിട്ടും.

  (ഈ ത്രികോണത്തിൽ വശങ്ങളുടെ അംശബന്ധം $1 : 1 : \sqrt{2}$ ആണ്)

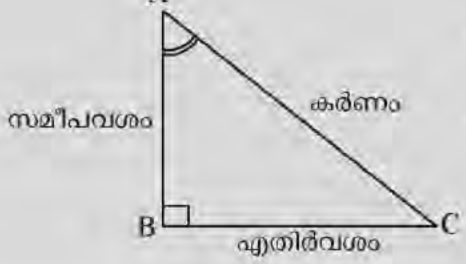
  കോണുകൾ $30°, 60°, 90°$ വീതമായ മട്ടത്രികോണങ്ങളിൽ $30°$ കോണിന്റെ എതിർവശത്തിന്റെ ഇരട്ടിയാണ് കർണം. കൂടാതെ $30°$ കോണിന്റെ എതിർവശത്തെ $\sqrt{3}$ കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ $60°$ കോണിന്റെ എതിർവശം കിട്ടും.

  (ഈ ത്രികോണത്തിൽ വശങ്ങളുടെ അംശബന്ധം $1 : \sqrt{3} : 2$ ആണ്)

- ഒരു നിശ്ചിത ന്യൂനകോൺ ഉൾപ്പെടുന്ന മട്ടത്രികോണങ്ങളിലെല്ലാം ഈ കോണിന്റെ എതിർവശത്തിനെ കർണം കൊണ്ടു ഹരിച്ച് കിട്ടുന്നത് ഒരേ സംഖ്യയാണ്. ഇതിനെ ഈ കോണിന്റെ സൈൻ (sine) എന്ന് പറയുകയും sin എന്ന് ചുരുക്കി എഴുതുകയും ചെയ്യും.

- ഒരു നിശ്ചിത കോൺ ഉൾപ്പെടുന്ന മട്ടത്രികോണങ്ങളിലെല്ലാം ഈ കോണിന്റെ സമീപവശത്തിനെ (ഈ കോൺ ഉൾക്കൊള്ളുന്ന ചെറിയവശം) കർണം കൊണ്ട് ഹരിച്ചുകിട്ടുന്നത് ഒരേ സംഖ്യയാണ്. ഇതിനെ ഈ കോണിന്റെ കോസൈൻ (cosine) എന്നു പറയുകയും cos എന്നു ചുരുക്കി എഴുതുകയും ചെയ്യുന്നു.

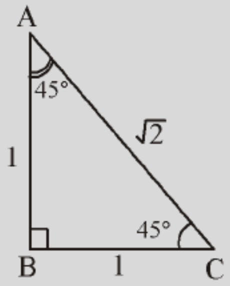
- ഒരു നിശ്ചിത കോൺ ഉൾപ്പെടുന്ന മട്ടത്രികോണങ്ങളിലെല്ലാം ഈ കോണിന്റെ എതിർവശത്തിനെ സമീപവശം കൊണ്ട് ഹരിച്ചുകിട്ടുന്നത് ഒരേ സംഖ്യയാണ്. ഇതിനെ ഈ കോണിന്റെ ടാൻജെന്റ് (tangent) എന്ന് പറയുകയും tan എന്നു ചുരുക്കി എഴുതുകയും ചെയ്യുന്നു.

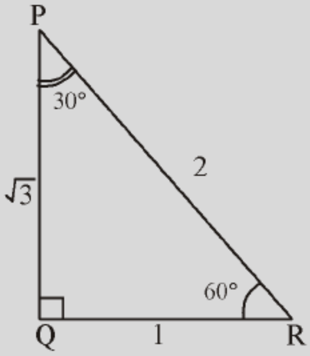


$$\sin A = \frac{BC}{AC}$$

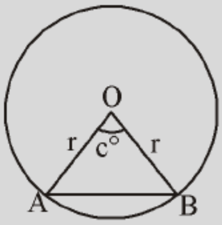
$$\cos A = \frac{AB}{AC}$$

$$\tan A = \frac{BC}{AB}$$





	30°	45°	60°
sin	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$
tan	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$

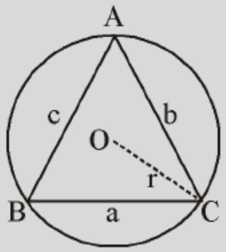


- ഒരു വൃത്തത്തിലെ ഏത് ഞാണിന്റേയും നീളം, ആ ഞാൺ കേന്ദ്രത്തിലുണ്ടാക്കുന്ന കോണിന്റെ പകുതിയുടെ sin അളവിനെ ആരം കൊണ്ട് ഗുണിച്ചതിന്റെ രണ്ടു മടങ്ങാണ്.

  'r' ആരമുള്ള വൃത്തത്തിൽ കേന്ദ്രകോൺ c° ആയ ഞാണിന്റെ നീളം, $2r \sin\left(\frac{c}{2}\right)$ ആയിരിക്കും.

- ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ അംശബന്ധം അവയുടെ എതിർകോണുകളുടെ sin അളവുകളുടെ അംശബന്ധമാണ്.

- ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളം അതിന്റെ കോണുകളുടെ sin അളവുകളെ പരിവൃത്തവ്യാസം കൊണ്ട് ഗുണിച്ചതാണ്. ഏതെങ്കിലും കോൺ മട്ടത്തിനേക്കാൾ വലുതാണെങ്കിൽ അതിന്റെ അനുപൂരകകോണിന്റെ sin എടുക്കണം. കോൺ മട്ടമാണെങ്കിൽ എതിർവശം പരിവൃത്തവ്യാസം തന്നെയാണ്.



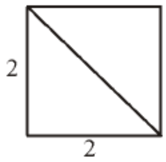
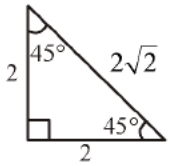
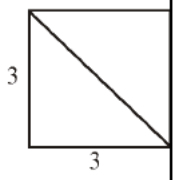
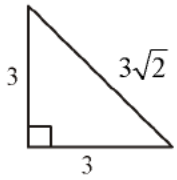
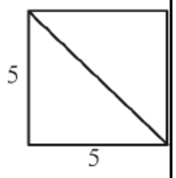
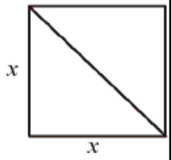
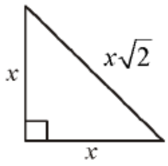
- ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളത്തെ അതിന്റെ എതിരെയുള്ള കോണിന്റെ sin വിലകൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ പരിവൃത്ത വ്യാസം കിട്ടും.

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2r$$

- നേരിട്ട് അളക്കാൻ കഴിയാത്ത ഉയരങ്ങളും നീളങ്ങളും ത്രികോണമിതി അംശബന്ധം ഉപയോഗിച്ച് കണ്ടെത്താം.

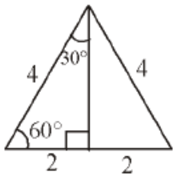
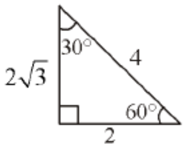
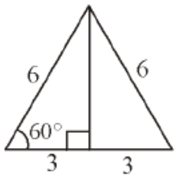
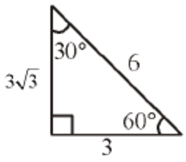
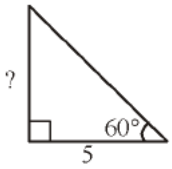
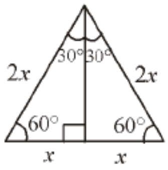
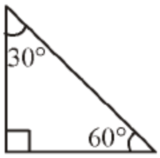
പ്രവർത്തനം 1

ചുവടെക്കൊടുത്തിട്ടുള്ള പട്ടിക പൂർത്തിയാക്കുക.

സമചതുരം	വികർണത്തിന്റെ നീളം $d = a\sqrt{2}$	സമപാർശ്വമട്ടത്രികോണം	വശങ്ങളുടെ അളവുകൾ			വശങ്ങളുടെ അംശബന്ധം
			45° കോണിന് എതിരെയുള്ള വശം	45° കോണിന് എതിരെയുള്ള വശം	90° കോണിന് എതിരെയുള്ള വശം	
	$d = 2\sqrt{2}$		2	2	$2\sqrt{2}$	$2:2:2\sqrt{2} = 1:1:\sqrt{2}$
	$d = 3\sqrt{2}$		—	—	$3\sqrt{2}$	—— : —— : —— = —— : —— : ——
	d = ——	————	————	————	————	—— : —— : —— = —— : —— : ——
	$d = x\sqrt{2}$		————	————	————	$x : x : x\sqrt{2}$ = —— : —— : ——

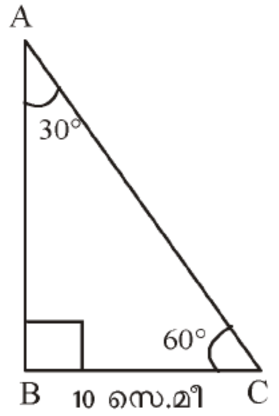
പ്രവർത്തനം 2

ചുവടെ കൊടുത്തിട്ടുള്ള പട്ടിക പൂർത്തിയാക്കുക.

സമഭുജ ത്രികോണം	ഉന്നതി $h=\frac{a\sqrt{3}}{2}$	ത്രികോണം	വശങ്ങളുടെ അളവുകൾ			വശങ്ങളുടെ അംശബന്ധം
			30° കോണിന് എതിരെയുള്ള വശം	45° കോണിന് എതിരെയുള്ള വശം	90° കോണിന് എതിരെയുള്ള വശം	
	$h = 2\sqrt{3}$		2	$2\sqrt{3}$	4	$2 : 2\sqrt{3} : 4$ $=1 : \sqrt{3} : 2$
	$h = 3\sqrt{3}$		_____	_____		__ : __ : __ = __ : __ : __
_____	h = __		_____	_____	_____	__ : __ : __ = __ : __ : __
	h = __		_____	_____	_____	$x : \sqrt{3}\,x : 2x$ = __ : __ : __

പ്രവർത്തനം 3

ΔABC യുടെ കോണുകൾ $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ വീതമാണ്. ത്രികോണത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് കാണുക.



ΔABC യുടെ വശങ്ങളുടെ അംശബന്ധം $\square : \square : \square$

30° കോണിന് എതിരെയുള്ള വശം BC = $\square$ സെ.മീ

60° കോണിന് എതിരെയുള്ള വശം AB = $\square$ സെ.മീ

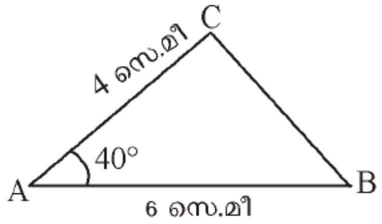
90° കോണിന് എതിരെയുള്ള വശം AC = $\square$ സെ.മീ

ΔABC യുടെ ചുറ്റളവ് $= \square + \square + \square$

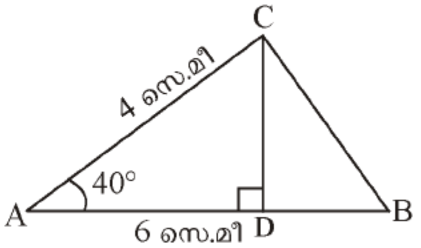
$= \square + \square$ സെ.മീ

പ്രവർത്തനം 4

i. ചിത്രത്തിലെ ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണ്ടുപിടിക്കുക. ($\sin 40^\circ = 0.64$, $\cos 40^\circ = 0.76$)



ചിത്രത്തിൽ C യിൽ കൂടി AB യ്ക്ക് ലംബമായി CD വരയ്ക്കുക.



ADC എന്ന മട്ടത്രികോണത്തിൽ $\angle CAD = \square$

ഇതിന്റെ കർണം AC = $\square$ സെ.മീ.

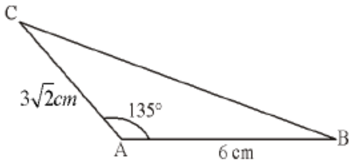
മട്ടത്രികോണം ADC യിൽ $\sin 40 = \frac{CD}{\square}$

$CD = \square \times \square = \square$ സെ.മീ.

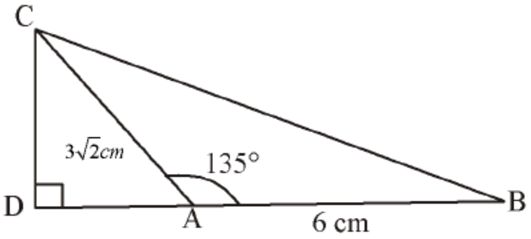
ത്രികോണം ABC യുടെ പരപ്പളവ് = $\frac{1}{2} \times \square \times \square = \square$ ച.സെ.മീ.

ii. ചിത്രത്തിലെ ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണ്ടുപിടിക്കണം.

3 cm



ചിത്രത്തിൽ AB എന്ന വര പുറകോട്ട് നീട്ടി വരയ്ക്കുക.



C യിൽ കൂടി ഈ നീട്ടിയ വരയ്ക്കു ലംബമായി CD വരയ്ക്കുക.

ഇതിന്റെ കർണ്ണം, AC = $\square$cm

മട്ടത്രികോണം CDA യിൽ $\angle CAD = \square - \square = \square$

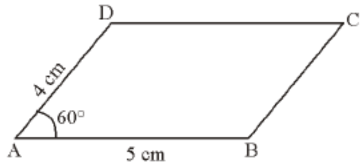
$\angle ACD = \square$

മട്ടത്രികോണം CDA യിൽ sin 45 = $\frac{\square}{\square}$

$\therefore$ CD = $\square$ സെ.മീ.

ത്രികോണം ABC യുടെ പരപ്പളവ് = $\frac{1}{2} \times \square \times \square = \square$ ച.സെ.മീ.

പ്രവർത്തനം 5

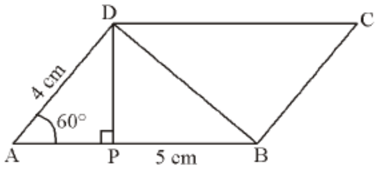


സാമാന്തരികം ABCD യിൽ AB = 5 cm, AD = 4 cm, $\angle A = 60°$

(a) D യിൽ നിന്ന് AB യിലേക്കുള്ള ലംബത്തിന്റെ നീളമെന്ത്?

(b) സാമാന്തരികം ABCD യുടെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക.

(c) BD എന്ന വികർണത്തിന്റെ നീളമെന്ത്?



ത്രികോണം APD യുടെ കോണുകൾ $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$

$PD = 2\sqrt{3}$ സെ.മീ

സാമാന്തരികം ABCD യുടെ പരപ്പളവ്= $\square \times \square = \square$ ച.സെ.മീ

$AP = \square$

$BP = AB - AP$

$= \square - \square = \square$

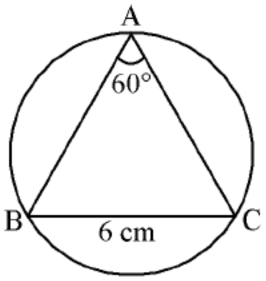
$BD^2 = BP^2 + PD^2$

$= \square^2 + \square^2 = \square$

$BD = \square$ സെ.മീ

പ്രവർത്തനം - 6

ചിത്രത്തിൽ ഒരു ത്രികോണവും അതിന്റെ പരിവൃത്തവും തന്നിരിക്കുന്നു. വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസം കണ്ടുപിടിക്കുക.



വ്യാസം ‘d’ എന്നെടുത്താൽ

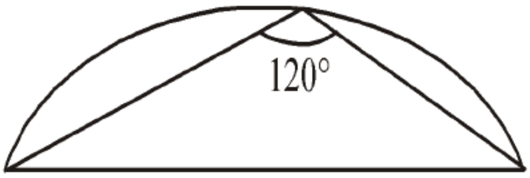
$$d = \frac{a}{\sin A}$$

$$\text{ഇവിടെ, } d = \frac{6}{\text{Sin}\,\square}$$

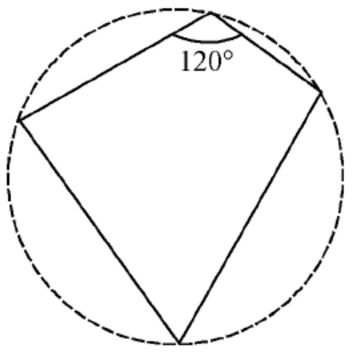
$$\text{വ്യാസം} = \frac{\square}{\square} = \square \times \square = \square$$

പ്രവർത്തനം - 7

ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ ഭാഗമാണ് ചിത്രത്തിൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്നത്. വൃത്തത്തിന്റെ ആരം കാണുക.



8 സെ.മീ



ഇവിടെ മറുചാപത്തിലെ കോൺ ☐ ആയിരിക്കും.

അപ്പോൾ വ്യാസം കാണുന്നതിന് ആ കോൺ പരിഗണിച്ചാൽ മതിയല്ലോ.

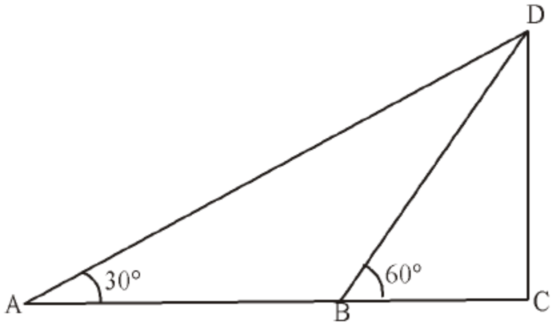
$\therefore$ വ്യാസം = $\frac{\square}{\sin\square} = \frac{\square}{\square}$

= ☐

$\therefore$ ആരം = ☐

പ്രവർത്തനം - 8

നിരപ്പായ തറയിൽ നിൽക്കുന്ന ഒരാൾ ഒരു മരത്തിന്റെ അഗ്രം $30°$ മേൽകോണിൽ കാണുന്നു. അയാൾ മരത്തിനടുത്തേക്ക് 10 മീറ്റർ നടന്നശേഷം നോക്കിയപ്പോൾ അതേ മരത്തിന്റെ അഗ്രം $60°$ മേൽക്കോണിലാണ് കണ്ടത്. എങ്കിൽ മരത്തിന്റെ ഉയരം എത്ര?



ചിത്രത്തിൽ ΔABD യിൽ

$\angle ABD$ = ☐

$\angle ADB$ = ☐

AB = 10 മീറ്റർ ആയതിനാൽ BD = ☐ മീറ്റർ

ΔBCD ൽ $\angle BDC$ = ☐

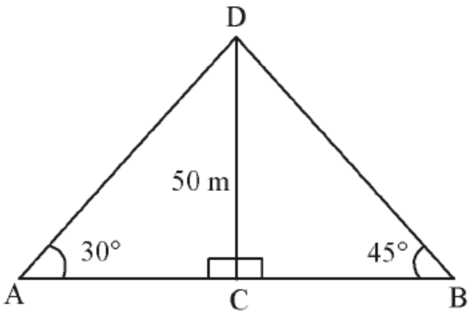
BD = 10 മീറ്റർ ആയതുകൊണ്ട് BC = ☐ മീറ്റർ

$\therefore$ CD = ☐ മീറ്റർ

$\therefore$ മരത്തിന്റെ ഉയരം = ☐ മീറ്റർ

പ്രവർത്തനം - 9

50m ഉയരമുള്ള ഒരു ഇലക്ട്രിക് പോസ്റ്റിന്റെ ഇരുവശങ്ങളിലും നിൽക്കുന്ന രണ്ടാളുകളിൽ ഒന്നാമത്തെ ആൾ പോസ്റ്റിന്റെ മുകൾഅഗ്രം $35°$ മേൽകോണിൽ കാണുന്നു. രണ്ടാമത്തെ ആൾ പോസ്റ്റിന്റെ മുകൾ അഗ്രം $45°$ മേൽകോണിൽ കാണുന്നു. എങ്കിൽ താഴെകൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഏകദേശ ചിത്രത്തിന്റെ സഹായത്താൽ ആളുകൾ തമ്മിലുള്ള അകലം കാണുന്നതിനുള്ള ഉത്തരത്തിലെ വിട്ടുപോയ ഭാഗങ്ങൾ എഴുതുക.



CD - പോസ്റ്റിന്റെ ഉയരത്തെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു.

A, B എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ ആൾ നിൽക്കുന്നു.

ΔBCD പരിഗണിച്ചാൽ

$\angle B = 45^0$, $\angle BCD$ = ______ $\angle BDC$ ______

$\therefore \Delta BCD$ ഒരു ______ ത്രികോണം ആണ്.

ΔBCD യുടെ വശങ്ങളുടെ അംശബന്ധം = ______

BC = ______ = 50m

ΔACD പരിഗണിച്ചാൽ, $\angle A = 30^0$, $\angle ACD$ =______, $\angle ADC$ =_____

ΔACD യുടെ വശങ്ങളുടെ അംശബന്ധം = ______

30^0 കോണളവിനെതിരെയുള്ള വശം , CD = ______

60^0 കോണളവിനെതിരെയുള്ള വശം, AC = ______

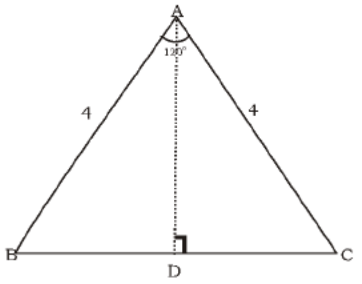
AC + BC = ______ + ______

= ______

ആളുകൾ തമ്മിലുള്ള അകലം, AB = ______

പരിശീലനത്തിനായി കൂടുതൽ ചോദ്യങ്ങൾ

1.



ചിത്രത്തിൽ AB=AC= 4cm

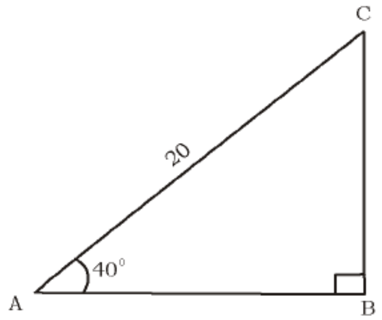
$\angle A = 120^0$

a) $\angle B$ =................

b) A യിൽ നിന്നും BC യിലേക്കുള്ള ലംബദൂരം കണക്കാക്കുക.

c) ത്രികോണം ABC യുടെ ചുറ്റളവ് കണക്കാക്കുക.

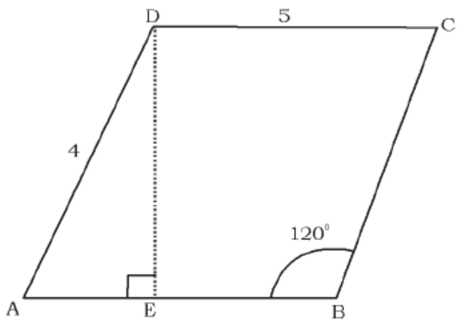
2.



ചിത്രത്തിൽ മട്ടത്രികോണം ABC യിൽ $\angle A = 40^0$, AC=20സെ.മീ ആണ്. BC യുടെ നീളം കണ്ടുപിടിക്കുക.

(Sin40=0.64, Cos=0.76)

3. ചിത്രത്തിൽ ABCD ഒരു സാമാന്തരികമാണ്. CD=5cm, AD=4cm, $\angle B = 120^0$

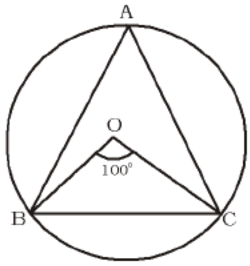


a) $\angle A$ യുടെ അളവ് എത്ര?

b) DE യുടെ നീളം കാണുക.

a) സാമാന്തരികം ABCD യുടെ പരപ്പളവ് കാണുക.

4.



ചിത്രത്തിൽ O കേന്ദ്രമായ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം 7 സെന്റീമീറ്ററാണ്. $\angle BOC = 100^0$

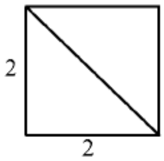
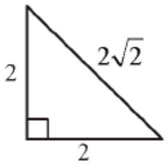
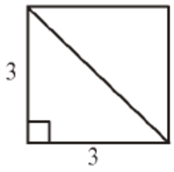
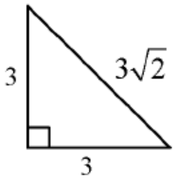
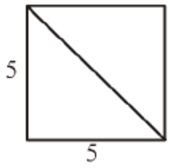
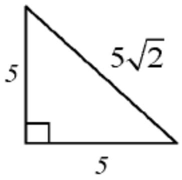
a) $\angle A$ എത്ര?

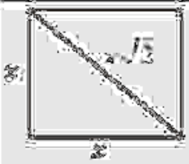
b) BC യുടെ നീളം കണ്ടുപിടിക്കുക. (Sin50 = 0.76, Cos50 = 064, tan50 = 1.19)

5. ഒരു കുട്ടി ടവറിന്റെ മുകളറ്റം 60^0 മേൽക്കോണിൽ കാണുന്നു. 20 മീറ്റർ പുറകോട്ടു മാറി നോക്കിയപ്പോൾ അത് 30^0 മേൽക്കോണിലാണ് കണ്ടത്. ടവറിന്റെ ഉയരം കാണുക.

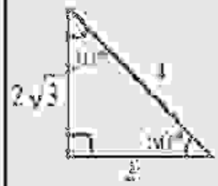
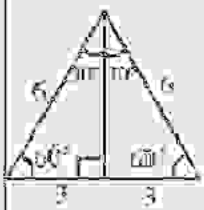
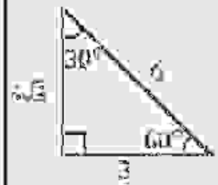
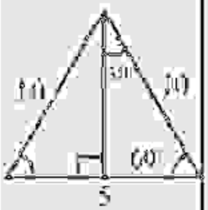
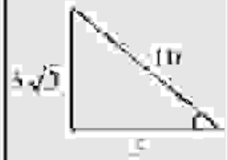
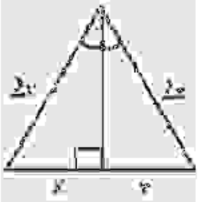
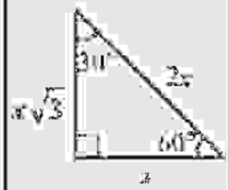
ഉത്തരങ്ങൾ

പ്രവർത്തനം 1

സമചതുരം	വികർണ്ണത്തിന്റെ നീളം $d = a\sqrt{2}$	സമപാർശ്വ മട്ടത്രികോണം	വശങ്ങളുടെ അളവുകൾ			വശങ്ങളുടെ അംശബന്ധം
			45° കോണിന് എതിരെയുള്ള വശം	45° കോണിന എതിരെയുള്ള വശം	90° കോണിന് എതിരെയുള്ള വശം	
	$d = 2\sqrt{2}$		2	2	$2\sqrt{2}$	$2:2:2\sqrt{2}$ $1:1:\sqrt{2}$
	$d = 3\sqrt{2}$		3	3	$3\sqrt{2}$	$3:3:3\sqrt{2}$ $= 1:1:\sqrt{2}$
	d = $5\sqrt{2}$		5	5	$5\sqrt{2}$	$5:5:5\sqrt{2}$ $= 1:1:\sqrt{2}$

	$d = x\sqrt{2}$		x	x	$x\sqrt{2}$	$x : x : x\sqrt{2}$ $= 1 : 1 : \sqrt{2}$

പ്രവർത്തനം 2

സമഭുജ ത്രികോണം	ഉന്നതി $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$	ത്രികോണം	വശങ്ങളുടെ നീളങ്ങൾ			വശങ്ങളുടെ അംശബന്ധം
			30° കോണിന് എതിരെയുള്ള വശം	45° കോണിന് എതിരെയുള്ള വശം	90° കോണിന് എതിരെയുള്ള വശം	
	$h = 2\sqrt{3}$		2	$2\sqrt{3}$	4	$2 : 2\sqrt{3} : 4$ $= 1 : \sqrt{3} : 2$
	$h = 3\sqrt{3}$		3	$3\sqrt{3}$	6	$3 : 3\sqrt{3} : 6$ $= 1 : \sqrt{3} : 2$
	$h = 5\sqrt{3}$		5	$5\sqrt{3}$	10	$5 : 5\sqrt{3} : 10$ $= 1 : \sqrt{3} : 2$
	$h = x\sqrt{3}$		x	$x\sqrt{3}$	$2x$	$x : x\sqrt{3} : 2x$ $= 1 : \sqrt{3} : 2$

പ്രവർത്തനം 3

$1 : \sqrt{3} : 2$

BC = 10 സെ.മീ

AB = $10\sqrt{3}$ സെ.മീ

AC = 20സെ.മീ

ചുറ്റളവ് = 10 + $10\sqrt{3}$ + 20 = 30+10$\sqrt{3}$ =10(3+$\sqrt{3}$)സെ.മീ

പ്രവർത്തനം 4

i) $\angle CAD = 40^0$

കർണ്ണം , AC = 4cm

$Sin 40 = \frac{CD}{4}$

$CD = 4 \times 0.64$

= 2.56cm

ΔABC യുടെ പരപ്പളവ്

= $\frac{1}{2} \times 6 \times 2.56$

= 7.68 ച. സെ.മീ

ii) $AC = 3\sqrt{2} cm$

$\angle CAD = 180^0 - 135^0 = 45^0$

$\angle ACD = 45^0$

CD=3 cm

ΔABC യുടെ പരപ്പളവ് = ½×6×3

= 9 ച.സെ.മി.

പ്രവർത്തനം 5

പരപ്പളവ് = $5 \times 2\sqrt{3}$

= $10\sqrt{3}$ ച.സെ.മീ

AP = 2cm

BP = 5–2=3cm

BD^2 = $3^2 + \left(2\sqrt{3}\right)^2$

= 9 + 12 = 21

BD = $\sqrt{21}cm$

പ്രവർത്തനം 6

$d = \frac{6}{\sin 60}$

വ്യാസം = $\frac{6}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$ = $6 \times \frac{2}{\sqrt{3}}$

= $\frac{12}{\sqrt{3}} = \frac{12 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}}$

= $\frac{12\sqrt{3}}{3} = 4\sqrt{3}cm$

പ്രവർത്തനം 7

കോൺ 60^0

വ്യാസം = $\frac{8}{\sin 60}$

= $\frac{8}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 8 \times \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{16}{\sqrt{3}}$

ആരം = $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ = $\frac{16 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}}$

വ്യാസം = $\frac{16\sqrt{3}}{3}$ സെ.മീ

പ്രവർത്തനം 8

$\angle ABC = 120^0$

$\angle ADB = 30^0$

BD = 10മീറ്റർ

$\angle BDC = 30^0$

BC = 5 മീറ്റർ

$CD = 5\sqrt{3}$ മീറ്റർ

മരത്തിന്റെ ഉയരം = $5\sqrt{3}$ മീറ്റർ

പ്രവർത്തനം 9

$\angle$BCD = 90^0, $\angle$BDC = 45^0

ΔBCD ഒരു സമപാർശ്വ മട്ടത്രികോണം ആണ്

$= 1:1:\sqrt{2}$

BC = CD = 50m

$\angle ACD = 90^0, \angle ADC = 60^0$

ΔACD യുടെ വശങ്ങളുടെ അംശബന്ധം = $1 : \sqrt{3} : 2$

CD = 50m

$AC = 50\sqrt{3}$

$AC + BC = 50\sqrt{3} + 50$

$= 50\left(\sqrt{3}+1\right)$

ആളുകൾ തമ്മിലുള്ള അകലം, $= 50\left(\sqrt{3}+1\right)$ m

Additional Questions

1. a) $\angle B = 30^0$

   b) 2cm

   c) ചുറ്റളവ് = $8+4\sqrt{3}$ സെ.മീ

2. BC = 12.80സെ.മീ

3. a) $\angle A = 60^0$

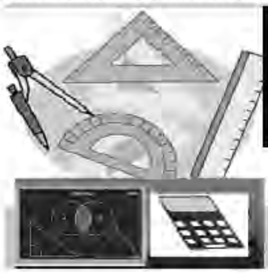
   b) DE = $2\sqrt{3}$ സെ.മീ

   c) പരപ്പളവ് = $10\sqrt{3}$ ച.സെ.മീ

4. $\angle A = 50^0$

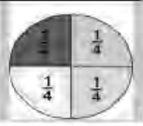
   BC = 10.64 സെ.മീ

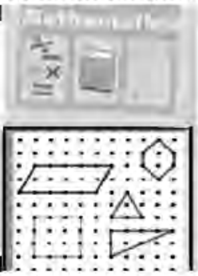
5. ടവറിന്റെ ഉയരം = $10\sqrt{3}$ മീറ്റർ



Unit
6

സൂചകസംഖ്യകൾ





ഓർത്തിരിക്കാൻ....

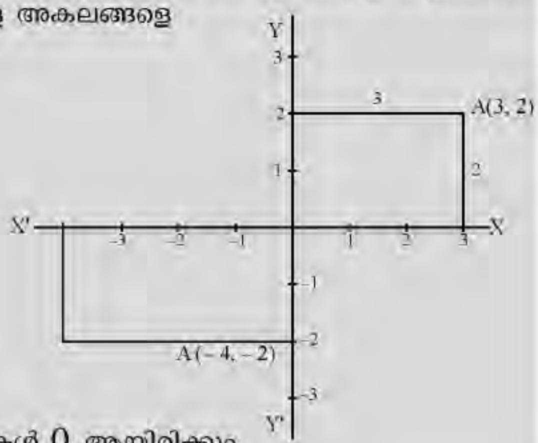
- തലത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവിന്റെ സ്ഥാനം നിർണ്ണയിക്കുന്നതിന് രണ്ട് അളവുകൾ വേണം. ഈ അളവുകളാണ് ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ. തലത്തിലെ ബിന്ദുവിന്റെ സ്ഥാനം നിർണ്ണയിക്കുന്നതിന് പരസ്പരം ലംബമായ രണ്ട് വരകൾ സങ്കൽപ്പിക്കുന്നു. ഇവയിൽ തിരശ്ചീനമായ വരയാണ് x-അക്ഷം ലംബമായ വരയാണ് y-അക്ഷം
- y-അക്ഷത്തിൽ നിന്നും ഒരു ബിന്ദുവിലേക്കുള്ള അകലത്തെ ആ ബിന്ദുവിന്റെ x-സൂചകസംഖ്യ എന്നും x-അക്ഷത്തിൽ നിന്നും ബിന്ദുവിലേക്കുള്ള അകലത്തെ ആ ബിന്ദുവിന്റെ y-സൂചകസംഖ്യ എന്നും പറയുന്നു. ഇടത്തോട്ടും താഴോട്ടുമുള്ള അകലങ്ങളെ ന്യൂനസംഖ്യയായി പരിഗണിക്കുന്നു.

A യുടെ x- സൂചകസംഖ്യ =3

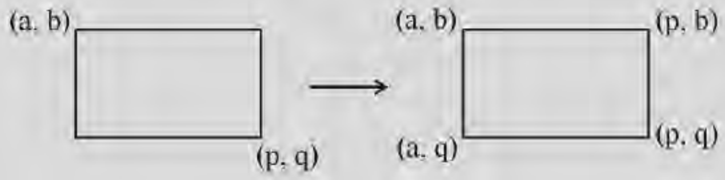
A യുടെ y- സൂചകസംഖ്യ =2

A യുടെ സൂചകസംഖ്യ = (3,2)

B യുടെ സൂചകസംഖ്യ =(-4,-2)

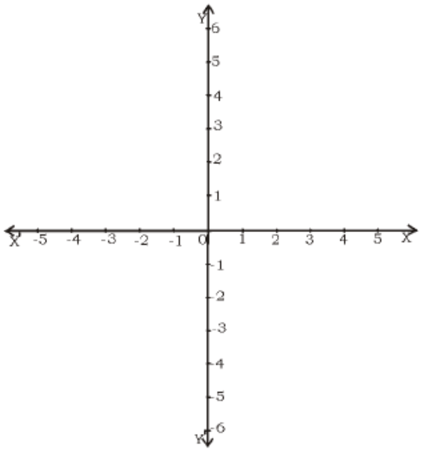


- x-അക്ഷത്തിലെ ബിന്ദുക്കളുടെ y- സൂചകസംഖ്യകൾ 0 ആയിരിക്കും
  y-അക്ഷത്തിലെ ബിന്ദുക്കളുടെ x-സൂചകസംഖ്യകൾ 0 ആയിരിക്കും
- x-അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ ഒരു വരയിലെ ബിന്ദുക്കളുടെ y- സൂചകസംഖ്യകൾ തുല്യമായിരിക്കും
- y-അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ ഒരു വരയിലെ ബിന്ദുക്കളുടെ x-സൂചകസംഖ്യകൾ തുല്യമായിരിക്കും.
- ഒരു ചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങൾ അക്ഷങ്ങൾക്ക് സമാന്തരമാണെങ്കിൽ അതിലെ ഒരു ജോടി എതിർമൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകളിൽ നിന്ന് മറ്റേ ജോടി എതിർമൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കാം.



- x-അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ വരയിലെ (x_1, y), (x_2, y) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം = $|x_1 - x_2|$
- y-അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ വരയിലെ (x, y_1), (x, y_2) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം $|y_1 - y_2|$
- (x_1, y_1) and (x_2, y_2) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം $\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$
- ആധാരബിന്ദുവിൽ നിന്ന് (x,y)എന്ന ബിന്ദുവിലേക്കുള്ള അകലം $\sqrt{x^2 + y^2}$.

വർക്ക് ഷീറ്റ് – 1



a) A യുടെ X സൂചകസംഖ്യ = ...

b) A യുടെ Y സൂചകസംഖ്യ = ...

c) A യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ = (.........., ...)

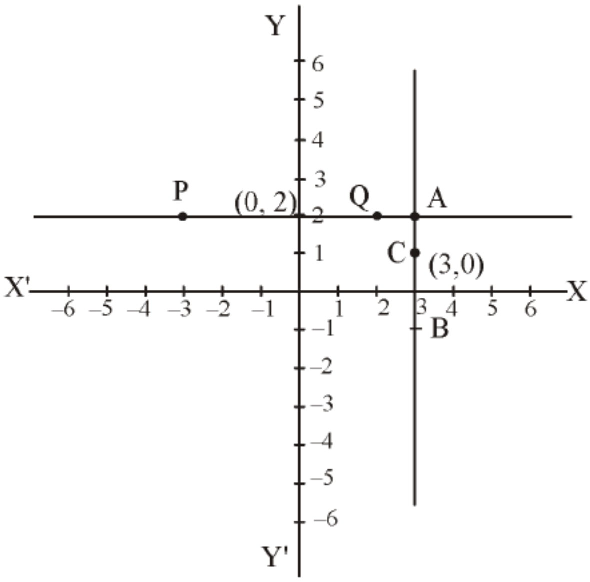
d) B യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ = (........... , ...)

e) C യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ = (.......... , ...)

f) D യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ = (.......... , ...)

g) E യുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ = (.......... , ...)

വർക്ക് ഷീറ്റ് – 2



ചിത്രത്തിൽ (3,0) എന്ന ബിന്ദുവിലൂടെ y- അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായി വരച്ചവരയാണ് AB. (0,2) എന്ന ബിന്ദുവിലൂടെ x- അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായി വരച്ച വരയാണ് PQ.

(a) AB എന്ന വരയിലെ ഏതൊരുബിന്ദുവിന്റെയും x- സൂചക സംഖ്യ = …………………

(b A എന്ന ബിന്ദുവിന്റെ y- സൂചകസംഖ്യ = ……………………

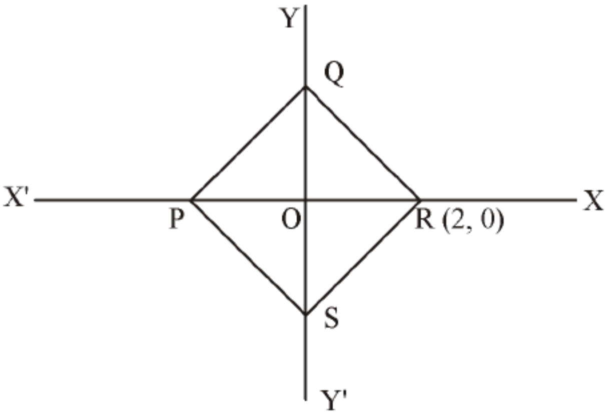
(c) A,B,C എന്നീ ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക.

(d) PQ എന്ന വരയിലെ ഏതൊരു ബിന്ദുവിന്റെയും y-സൂചകസംഖ്യ =...................

(e) P എന്ന ബിന്ദുവിന്റെ x- സൂചകസംഖ്യ = ...

(f) P, Q എന്നീ ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക.

വർക്ക് ഷീറ്റ് – 3



ചിത്രത്തിൽ PQRS ഒരു സമചതുരവും Rന്റെ സൂചക സംഖ്യകൾ (2,0) ഉം ആണ്.

(a) Q യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ = (0,______)

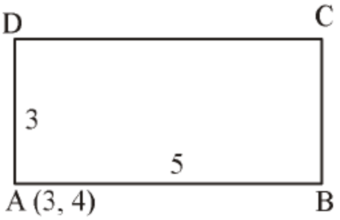
(b) P യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ = (_____, _____)

(c) S യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ = (_____,______)

(d) വികർണ്ണത്തിന്റെ നീളം = ________

(e) സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം = ________

വർക്ക് ഷീറ്റ് – 4



ചിത്രത്തിൽ ABCD എന്ന ചതുരത്തിൽ AB=5 യൂണിറ്റ് AD=3 യൂണിറ്റ്. കൂടാതെ വശങ്ങൾ അക്ഷങ്ങൾ സമാന്തരവുമാകുന്നു. എങ്കിൽ മറ്റു മൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക.

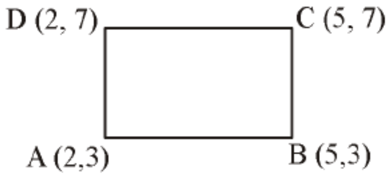
B യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ = (3+ ____, 4)
= (_____, 4)

C യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ = (_____, 4+_____)
= (_____, ____)

D യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ = (_____,____)

വർക്ക് ഷീറ്റ് –5

ചിത്രത്തിൽ ABCD ഒരു സമചതുരമാണ്.



a. AB യുടെ നീളം = A യും B യും തമ്മിലുള്ള അകലം = $|\square - \square| = \square$

b. CD = $\square$

c) AD=($\square$ – $\square$)= $\square$, BC = $\square$

d. വികർണത്തിന്റെ നീളം AC = $\sqrt{(\square - \square)^2 + (\square - \square)^2}$

$= \sqrt{\square + \square}$

$= \square$

വർക്ക് ഷീറ്റ് – 6

(0,0), എന്ന ബിന്ദു കേന്ദ്രമായ വൃത്തം (4,0) എന്ന ബിന്ദുവിലൂടെ കടന്നു പോകുന്നു.

a) (0, 0), (5, 0) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം = $|\square - \square|$

$= \square$

ആരം $= \square$

b) വൃത്തത്തിലെ മറ്റ് രണ്ട് ബിന്ദുക്കൾ = ($\square$, $\square$), ($\square$, $\square$)

c) (0,0), (3,4) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം

$= \sqrt{\square^2 + \square^2} = \sqrt{\square + \square} = \square$

$\square$ ആരത്തിനെക്കാൾ $\square$

d) ∴ (3,4) വൃത്തിന് $\square$ (അകത്ത്/പുറത്ത്) വൃത്തത്തിൽ

ഉത്തരസൂചിക

വർക്ക് ഷീറ്റ് – 1

(a) 1

(b) 4

(c) (1, 4)

(d) (4, -3)

(e) (3, 1)

(f) (-3, 1)

(g) (-1, -2)

വർക്ക് ഷീറ്റ് – 2

(a) 3

(b) 2

(c) A(3,2), B(3,-1), C(3,1)

(d) 2

(e) -3

(f) P=(-3,2), Q=(2,2)

വർക്ക് ഷീറ്റ് - 3

a) Q=(0,2)

b) P=(-2,0)

c) S=(0,-2)

d) വികർണ്ണത്തിന്റെ നീളം = 2+2=4

e) സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം = $\sqrt{2^2+2^2}$

$= \sqrt{4+4} = \sqrt{8}$

വർക്ക് ഷീറ്റ് - 4

B യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ = (3+5+4)

= (8,4)

C യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ = (8, 4+3

= (8,7)

D യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ = (3,7)

വർക്ക് ഷീറ്റ് - 5

a) AB യുടെ നീളം = $|5-2| = 3$

b) CD=3

c) AD യുടെ നീളം = $|7-3| = 4$

BC=4

d) വികർണ്ണത്തിന്റെ നീളം, $AC = \sqrt{(5-2)^2+(7-3)^2}$

$= \sqrt{3^2+4^2} = \sqrt{25} = 5$

വർക്ക് ഷീറ്റ് - 6

a) $|5-0| = 5$

ആരം = 5

b) (-5,0) (0,5)

c) $\sqrt{3^2+4^2} = \sqrt{9+16} = 5$

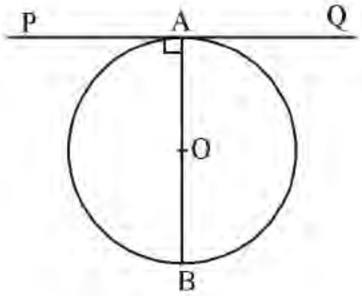
d) $\therefore$ (3,4) എന്ന ബിന്ദു വൃത്തത്തിലാണ്.

Unit 7

തൊടുവരകൾ

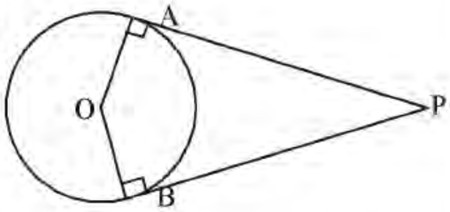
ഓർമ്മയിൽ സൂക്ഷിക്കാൻ

- വൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവിലൂടെയുള്ള തൊടുവര, ആ ബിന്ദുവിലൂടെയുള്ള വ്യാസത്തിന് ലംബമാണ്.



$AB \perp PQ$

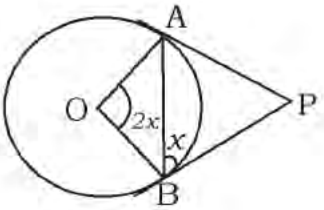
- ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രവും, അതിലെ രണ്ട് ബിന്ദുക്കളും, ഈ ബിന്ദുക്കളിലൂടെയുള്ള തൊടുവരകൾ കൂട്ടിമുട്ടുന്ന ബിന്ദുവും മൂലകളായ ചതുർഭുജം ചക്രീയമാണ്.



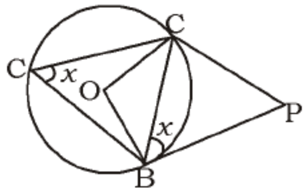
ചതുർഭുജം PAOB ഒരു ചക്രീയ ചതുർഭുജം.

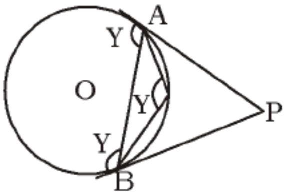
$\angle AOB + \angle P = 180^0$

- ഒരു വൃത്തത്തിലെ രണ്ട് ബിന്ദുക്കളിലൂടെയുള്ള ആരങ്ങൾ ചേരുന്ന കോണും, ഈ ബിന്ദുക്കളിലെ തൊടുവരകൾ ചേരുന്ന കോണും അനുപൂരകമാണ്.
- വൃത്തത്തിലെ ഒരു ഞാണിന്റെ രണ്ടറ്റങ്ങളിലൂടെയുള്ള തൊടുവരകൾ ഞാണുമായുണ്ടാക്കുന്ന കോൺ, ഞാണിന്റെ കേന്ദ്രകോണിന്റെ പകുതിയാണ്.

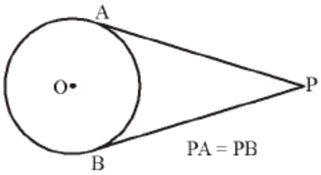


- വൃത്തത്തിലെ ഒരു കോൺ, അതിന്റെ അറ്റത്തുള്ള തൊടുവരയുമായി ഒരു വശത്ത് ഉണ്ടാക്കുന്ന കോണിന് തുല്യമാണ്.



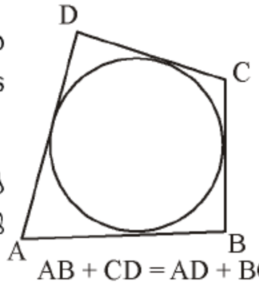


- വൃത്തത്തിന് പുറത്തുള്ള ഒരു ബിന്ദുവിൽനിന്ന് വൃത്തത്തിലേക്ക് രണ്ട് തൊടുവരകൾ വരയ്ക്കാം. അവ തുല്യനീളം ഉള്ളവയാണ്.



- ഒരു വൃത്തത്തിലെ നാലു ബിന്ദുക്കളിലൂടെയുള്ള തൊടുവരകൾ ചേർന്നുണ്ടാകുന്ന ചതുർഭുജത്തിന്റെ എതിർവശങ്ങളുടെ തുക തുല്യമാണ്.

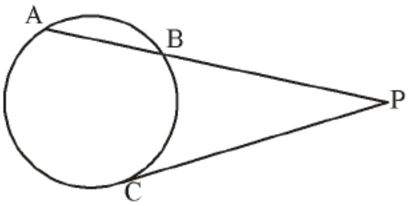
  മറിച്ച് ഒരു ചതുർഭുജത്തിന്റെ എതിർവശങ്ങളുടെ തുക തുല്യമാണെങ്കിൽ ആ നാല് വശങ്ങളും തൊടുവരകളാകുന്ന ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കാൻ കഴിയും.



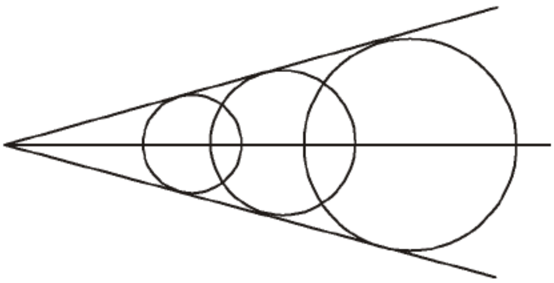
$AB + CD = AD + BC$

- ചിത്രത്തിൽ AB എന്ന ഞാൺ പുറത്തേയ്ക്ക് നീട്ടിയതും C എന്ന ബിന്ദുവിലെ തൊടുവരയും P യിൽ കൂട്ടിമുട്ടുന്നു.

  $PA \times PB = PC^2$ ആയിരിക്കും

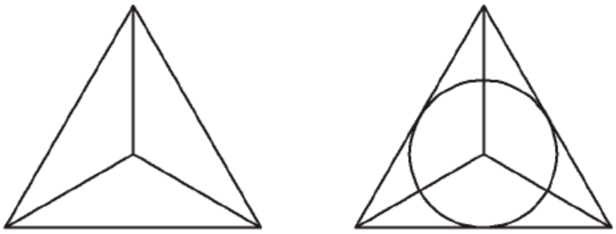


- കൂട്ടിമുട്ടുന്ന രണ്ട് വരകളെ തൊടുന്ന വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രം, വരകൾ ചേരുന്ന കോണിന്റെ സമഭാജിയിലാണ്.



- ഏത് ത്രികോണത്തിലും കോണുകളുടെ സമഭാജികളെല്ലാം ഒരു ബിന്ദുവിൽ കൂട്ടിമുട്ടുന്നു. ഈ ബിന്ദു കേന്ദ്രമാക്കി ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്ന് വശങ്ങളേയും തൊടുന്ന വൃത്തം

വരയ്ക്കാം. ഈ വൃത്തത്തെ ത്രികോണത്തിന്റെ അന്തർവൃത്തം എന്ന് പറയുന്നു. കേന്ദ്ര ത്തിൽ നിന്നും വശങ്ങളിലേയ്ക്കുള്ള ലംബദൂരമാണ് ആരം.

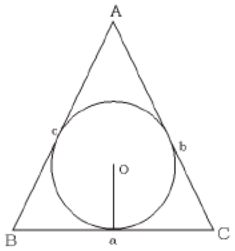


- ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ അന്തർവൃത്തത്തിന്റെ ആരം, ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവിനെ ചുറ്റളവിന്റെ പകുതി കൊണ്ട് ഹരിച്ചതാണ്.

$$r = \frac{A}{s}$$

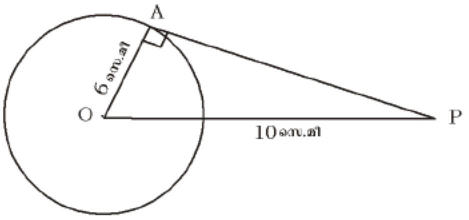
A - ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ്

s - ത്രികോണത്തിന്റെ ചുറ്റളവിന്റെ പകുതി $S = \frac{a+b+c}{2}$



വർക്ക്ഷീറ്റ് – 1

ചിത്രത്തിൽ 'O' വൃത്തകേന്ദ്രവും PQ തൊടുവരയുമാണ്. വൃത്തത്തിന്റെ ആരം 6 സെ.മീ ഉം OP=10cmഉം ആകുന്നു. തൊടുവരുടെ നീളം കാണുക.



OPQ ഒരു മട്ടത്രികോണമാണ്.

OA = 6 സെ.മീ

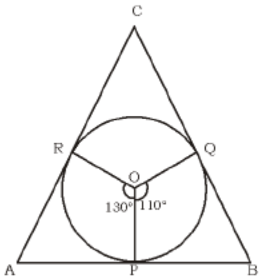
OP= 10സെ.മീ

AP = $\sqrt{\square^2 - \square^2}$

$= \sqrt{\square - \square} = \sqrt{\square} = \square$cm

വർക്ക്ഷീറ്റ് – 2

ചിത്രത്തിൽ O വൃത്തകേന്ദ്രം ആകുന്നു. $\angle POQ = 110^0$, $\angle POR = 130^0$, AB, BC, AC ഇവ തൊടുവരകൾ ആകുന്നു. ΔABC യുടെ എല്ലാ കോണുകളും കണ്ടുപിടിക്കുക.



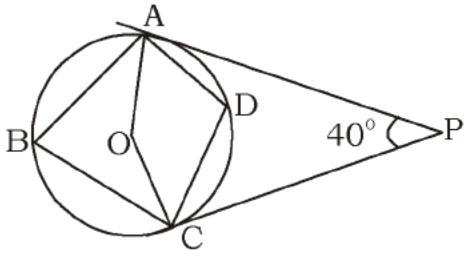
$\angle$POR = 130° ആയാൽ $\angle A$ = □ – 130⁰ = □

$\angle$POQ = 110° ആയാൽ $\angle B$ = □ – □ = □

$\angle$C = 180°– (□+□)

= □ - □ = □

വർക്ക്ഷീറ്റ് – 3



ചിത്രത്തിൽ O വൃത്തകേന്ദ്രവും PA, PC ഇവ തൊടുവരകളും ആകുന്നു. $\angle APC = 40^0$

a) $\angle ABC$ എത്രയാണ്?

b) $\angle ADC$ എത്രയാണ്?

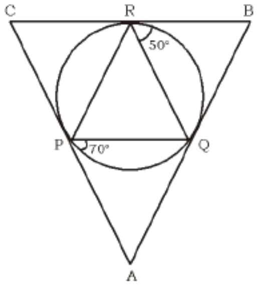
a) $\angle AOC$ = □ – 40^0 = □

$\angle ABC = \frac{1}{2} \times \angle AOC = \frac{1}{2} \times$ □ = □

b) $\angle ADC$ = 180^0 – □ = □

വർക്ക്ഷീറ്റ് – 4

ചിത്രത്തിൽ AB, BC, AC ഇവ തൊടുവരകൾ ആകുന്നു. $\angle APQ = 70^0, \angle BRQ = 50^0$



a) ത്രികോണം PQR ന്റെ എല്ലാ കോണുകളും കാണുക.

b) ത്രികോണം ABC യുടെ എല്ലാ കോണുകളും കാണുക.

a) ചിത്രത്തിൽ ത്രികോണം PQR ൽ

$\angle BRQ = 50^0, \angle P = \square$

$\angle APQ = 50^0, \angle R = \square$

$\angle Q = 180 - (\square + \square)$

$= 180 - \square$

$= \square$

b) $\angle AQP = 70^0$

$\angle A = 180 - (\square + \square)$

$= 180 - \square$

$= \square$

$\angle BQR = 50^0, \angle B = \square - (50 + \square)$

$= \square - \square$

$= \square$

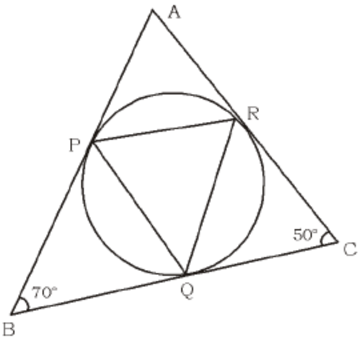
$\angle C = 180 - (\square + \square)$

$= 180 - \square$

$= \square$

വർക്ക്ഷീറ്റ് – 5

ചിത്രത്തിൽ AB, BC, AC ഇവ തൊടുവരകൾ ആകുന്നു. $\angle ABC = 70^0$, $\angle ACB = 50^0$. ത്രികോണം PQR ന്റെ എല്ലാ കോണുകളും കണ്ടുപിടിക്കുക.



$\angle ACB = 50^0, \angle CQR = \dfrac{180 - \square}{2}$

$= \square$

$\therefore \angle P = \square$

$\angle ABC = 70^0, \angle BPQ = \dfrac{180 - \square}{2}$

$= \square$

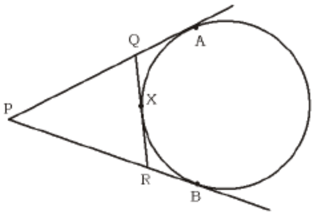
$\therefore \angle R = \square$

$\angle Q = 180 - (\square + \square)$

$= 180 - \square$

$= \square$

വർക്ക്ഷീറ്റ് – 6



ചിത്രത്തിൽ PA, PB ഇവ തൊടുവരകളാണ്. PA= 20സെ.മീ ആകുന്നു. ത്രികോണം PQR ന്റെ ചുറ്റളവ് കണക്കാക്കുക.

ചിത്രത്തിൽ QA = QX

RB = RX

PA = 20സെ.മീ

ത്രികോണം PQR ന്റെ ചുറ്റളവ് = PQ + QR + PR

= PQ + QX + RX + PR

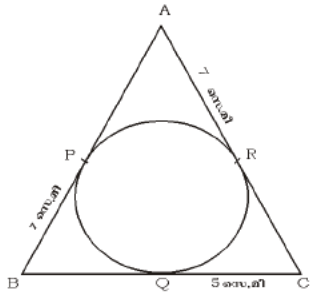
= PQ + □ + □ + PR

= □ + □

= □ + □

= □ സെ.മീ

വർക്ക്ഷീറ്റ് – 7



ചിത്രത്തിൽ AB, BC, AC ഇവ തൊടുവരകൾ ആകുന്നു. AR = 7സെ.മീ, PB = 4സെ.മീ, QC = 5സെ.മീ. ത്രികോണം ABC യുടെ ചുറ്റളവ് കാണുക.

PA = □ സെ.മീ

BQ = □ സെ.മീ

CR = □ സെ.മീ

AB = AP + PB

= □ + □

= □ സെ.മീ

BC = BQ + QC =

= □+□

= □സെ.മീ

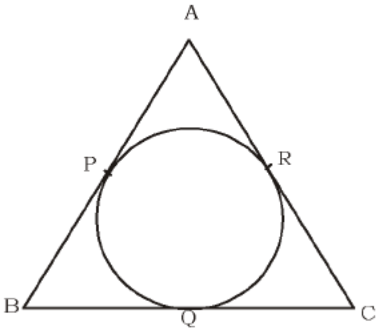
AC =□ + □ =□ സെ.മീ

ത്രികോണം ABC യുടെ ചുറ്റളവ് = AB + BC + AC

= □ + □ + □

= □ സെ.മീ

വർക്ക്ഷീറ്റ് – 8



ചിത്രത്തിൽ AB, BC, AC ഇവ തൊടുവരകൾ ആകുന്നു. AB=12സെ.മീ, BC=10സെ.മീ, AC=14സെ.മീ

a) AP യുടെ നീളം എത്രയാണ്?

b) BQ ന്റെ നീളം എത്രയാണ്?

c) CR ന്റെ നീളം എത്രയാണ്?

a) AP = x ആയാൽ PB = $12 - \square$

$BQ = 12 - \square$

$CR = 14 - \square$

$QC = \square - \square$

$BQ + QC = BC$

$12 - \square + \square + \square = \square$

$\square - 2x = \square$

$-2x = \square - \square$

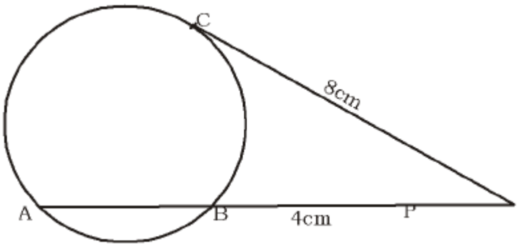
$x = \square$

b) AP = $\square$സെ.മീ

BQ = $\square$സെ.മീ

CR = $\square$സെ.മീ

വർക്ക്ഷീറ്റ് – 9



ചിത്രത്തിൽ AB എന്ന ഞാൺ പുറത്തേക്ക് നീട്ടിയതും C യിലൂടെയുള്ള തൊടുവരയും P യിൽ കൂട്ടിമുട്ടുന്നു. PB=4സെ.മീ, PC=8സെ.മീ

a) AB യുടെ നീളം എത്രയാണ്?

b) PA യുടെ നീളം എത്രയാണ്?

a) $PA \times PB = PC^2$

$(AB + PB)PB = PC^2$

$(AB + \square) \times \square = 8^2 = 64$

$AB + \square = \frac{64}{\square} = \square$

AB = ☐ − ☐ = ☐സെ.മീ

b) PA = PB + AB = ☐ + ☐ = ☐ സെ.മീ

വർക്ക്ഷീറ്റ് – 10

ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളങ്ങൾ 8 സെ.മീ, 6 സെ.മീ, 10 സെ.മീ പരപ്പളവ് 24 ച.സെ.മീറ്ററും. ഈ വശങ്ങൾ തൊടുവരകളായ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം കണക്കാക്കുക.

ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് (A) = ☐ ച.സെ.മീ

ത്രികോണത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് = ☐ + ☐ + ☐

= ☐ സെ.മീ

S $= \frac{\square}{2} = \square$ സെ.മീ

വൃത്തത്തിന്റെ ആരം, $r = \frac{A}{S}$

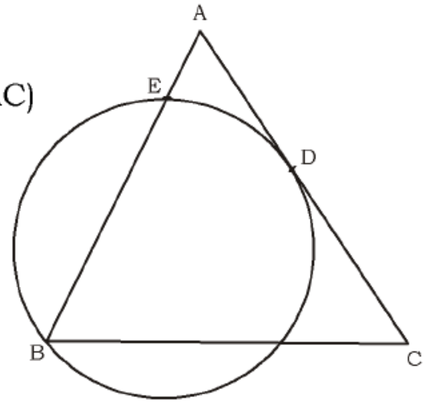
$= \frac{\square}{\square} = \square$ സെ.മീ

വർക്ക്ഷീറ്റ് – 11

ΔABC യിൽ AB = AC. B യിലൂടെ കടന്നു പോകുന്ന വൃത്തം AB എന്ന വശത്തെ E ൽ ഖണ്ഡിക്കുന്നു. AC എന്ന വശത്തെ വൃത്തം AC യുടെ മധ്യബിന്ദുവായ Dയിൽ തൊടുന്നു. AB = 4AE എന്ന് തെളിയിക്കുക.

AE × AB = $\square^2$

AD = $\frac{\square}{2}$ (AC യുടെ മധ്യബിന്ദുവാണ് D)



AE × AB = $\left[\frac{\square}{2}\right]^2 = \left[\frac{\square}{2}\right]^2$ (AB = AC)

$= \left[\frac{\square}{4}\right]^2$

AE = $\frac{\square}{4}$

AB = 4 ☐

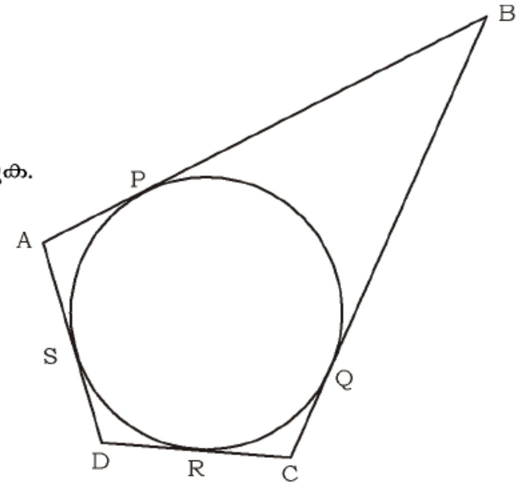
വർക്ക്ഷീറ്റ് – 12

ചതുർഭുജം ABCD യുടെ വശങ്ങൾ വൃത്തത്തെ P, Q, R, S എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ തൊടുന്നു.

a) AB + CD = AD + BC എന്ന് തെളിയിക്കുക

b) AB = 12സെ.മീ, CD = 8സെ.മീ AD = 14സെ.മീ

ആയാൽ BC യുടെ നീളം കണക്കാക്കുക.



a) ഒരു ബിന്ദുവിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിലേക്ക് വരയ്ക്കുന്ന തൊടുവരകൾക്ക് ഒരേ നീളമാണ്.

AP = ☐, BP = ☐, CR = ☐, DR = ☐

ചിത്രത്തിൽ നിന്നും AB + CD = ☐ + ☐ + ☐ + ☐

= ☐ + ☐ + ☐ + ☐

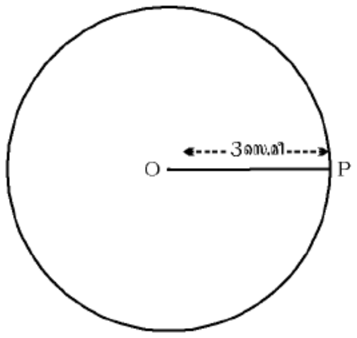
= AD + BC

b) BC = ☐ + ☐ − ☐ = ☐

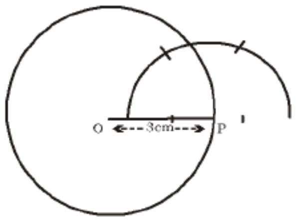
നിർമ്മിതികൾ

1. 3 സെ.മീ ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കുക. വൃത്തത്തിൽ P എന്ന ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുക. ഈ ബിന്ദുവിലൂടെ തൊടുവര വരയ്ക്കുക.

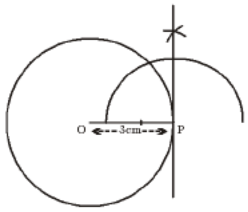
സ്റ്റെപ്പ് 1 : 3 സെ.മീ ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തം വരയയ്ക്കുക



സ്റ്റെപ്പ് 2 : P കേന്ദ്രമാക്കി ചിത്രത്തിൽ കാണുന്നതുപോലെ അർദ്ധവൃത്തം വരയ്ക്കുക. അർദ്ധവൃത്തത്തിൽ ഒരേ അകലത്തിൽ രണ്ട് ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക.

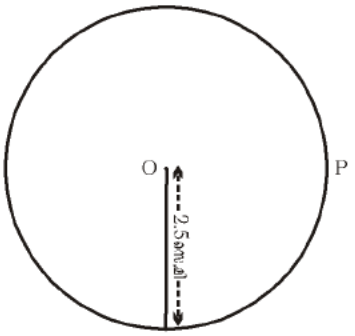


സ്റ്റെപ്പ് 3 : ഈ ബിന്ദുക്കളിൽ നിന്നും തുല്യ അകലത്തിൽ മറ്റൊരുബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുക. ഇപ്പോൾ കിട്ടുന്ന ബിന്ദുവും P എന്ന ബിന്ദുവും ഉൾപ്പെടുന്ന വര വരയ്ക്കുക.



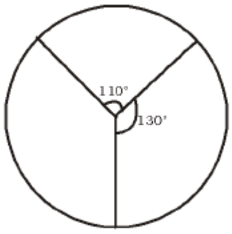
2. ആരം 2.5സെ.മീ ആയ ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കുക. വശങ്ങൾ ഈ വൃത്തത്തെ തൊടുന്നതും രണ്ട് കോണുകൾ $50°, 70°$ ആയ ത്രികോണം വരയ്ക്കുക.

സ്റ്റെപ്പ് 1 : ആരം 2.5 സെ.മീ ആയ ഒരു വൃത്തം വരയയ്ക്കുക.

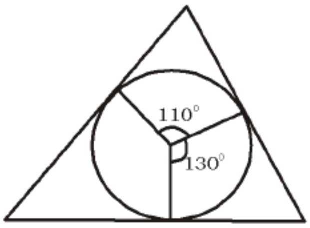


സ്റ്റെപ്പ് 2 : $180^0 – 50^0 = 130^0$

$180–70=110^0$ കാണുക. 130^0, 110^0 ഈ അളവുകളിൽ കേന്ദ്രകോണുകൾ വരയ്ക്കുക.

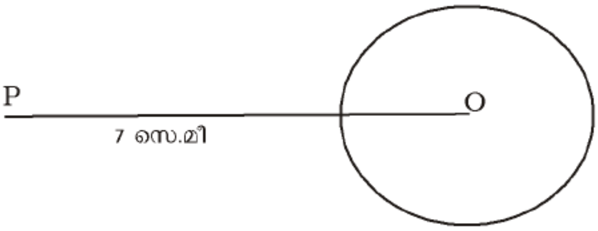


സ്റ്റെപ്പ് 3 : ചിത്രത്തിൽ കാണുന്നതുപോലെ ആരങ്ങളുടെ അഗ്രബിന്ദുക്കളിലൂടെ ലംബങ്ങൾ വരച്ച് ത്രികോണം വരയ്ക്കുക.

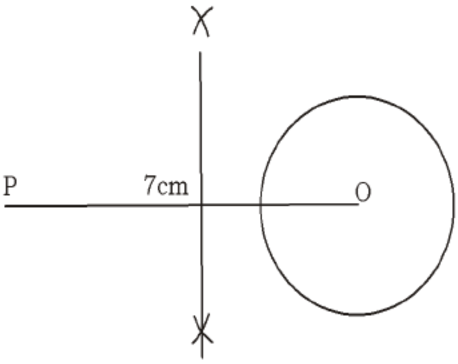


3. 2.5 സെ.മീ ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തം വരച്ച്, വൃത്തകേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും 7 സെ.മീ അകലെ ഒരു ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുക. ഈ ബിന്ദുവിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിലേക്ക് തൊടുവരകൾ വരയ്ക്കുക.

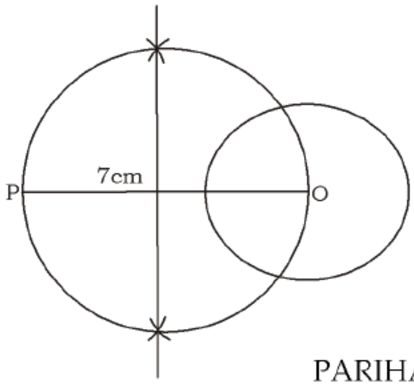
സ്റ്റെപ്പ് 1 : 2.5 സെ.മീ ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കുക. വൃത്തകേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും 7 സെ.മീ അകലെ Pഎന്ന ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുക. OPഎന്ന വര വരയ്ക്കുക



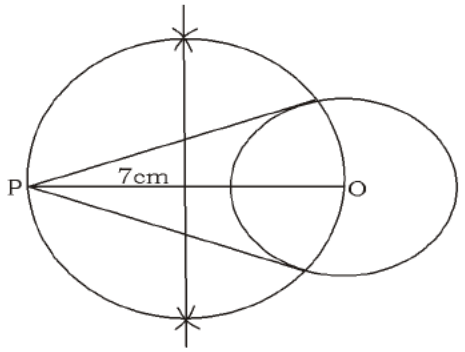
സ്റ്റെപ്പ് 2 : OP എന്ന വരയുടെ ലംബഭാജി വരയ്ക്കുക.



സ്റ്റെപ്പ് 3 : ലംബസമഭാജി മുറിച്ചുകടക്കുന്ന ബിന്ദു കേന്ദ്രമാക്കി O,P എന്നീ ബിന്ദുക്കളിലൂടെ കടന്നുപോകുന്ന വൃത്തം വരയ്ക്കുക

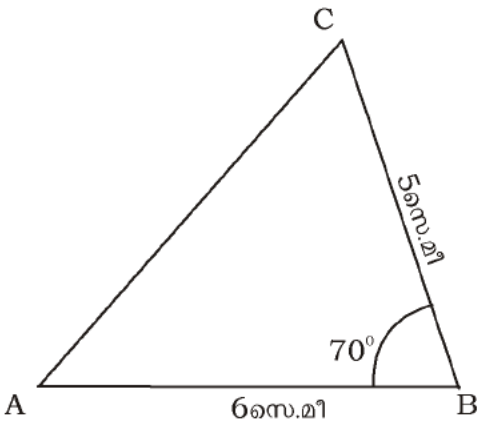


സ്റ്റെപ്പ് 4 : ഇപ്പോൾ വരച്ച വൃത്തം ആദ്യത്തെ വൃത്തത്തെ മുറിക്കുന്ന ബിന്ദുവിലൂടെ P യിൽ നിന്നും തൊടുവരകൾ വരയ്ക്കുക.

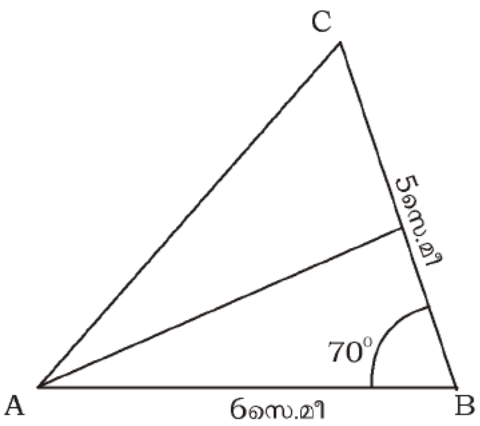


4. ത്രികോണം ABC യിൽ AB=6സെ.മീ, $\angle B = 70^0$, BC = 5സെ.മീ ആകുന്നു. ഇതിന്റെ വശങ്ങൾ വൃത്തത്തെ തൊടുന്ന വൃത്തം (അന്തർവൃത്തം) വരയ്ക്കുക.

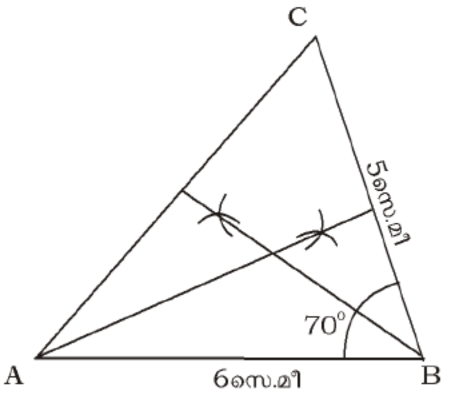
സ്റ്റെപ്പ് 1 : തന്നിട്ടുള്ള അളവുകൾ ഉപയോഗിച്ച് ത്രികോണം വരയ്ക്കുക.



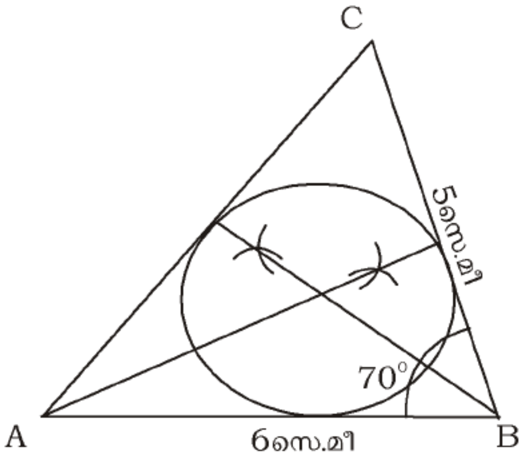
സ്റ്റെപ്പ് 2 : $\angle$Aയുടെ സമഭാജി വരയ്ക്കുക.



സ്റ്റെപ്പ് 3 : $\angle$Bയുടെ സമഭാജി വരയ്ക്കുക.



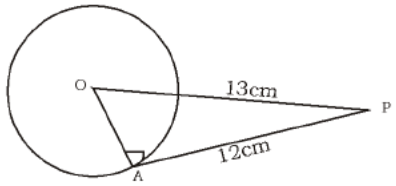
സ്റ്റെപ്പ് 4 : കോണിന്റെ സമഭാജികൾ കൂട്ടിമുട്ടുന്ന ബിന്ദു കേന്ദ്രമാക്കി വശങ്ങളെ തൊടുന്ന വൃത്തം വരയ്ക്കുക.



ആരം = 2.2 സെ.മീ

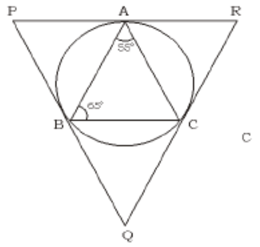
കൂടുതൽ പ്രവർത്തനങ്ങൾ

1.



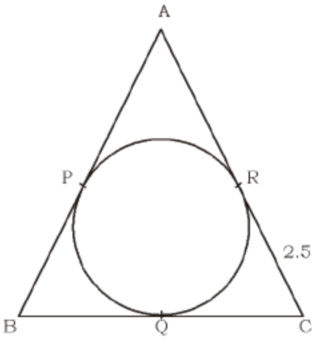
ചിത്രത്തിൽ 'O' വൃത്ത കേന്ദ്രമാകുന്നു. PA=12സെ.മീ, OP=13 സെ.മീ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം എത്രയാണ്?

2.



ചിത്രത്തിൽ ത്രികോണം ABC യുടെ പരിവൃത്തം ത്രികോണം PQR ന്റെ അന്തർവൃത്തമാകുന്നു. $\angle B = 65^0, \angle A = 55^0$ ത്രികോണം PQR ന്റെ എല്ലാ കോണുകളും കാണുക.

3.



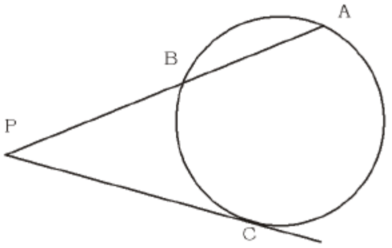
ചിത്രത്തിൽ AB=15, BC=17cm, AC=14cm

a) PA യുടെ നീളം എത്രയാണ്?

b) BQ വിന്റെ നീളം എത്രയാണ്?

c) CR ന്റെ നീളം എത്രയാണ്?

4.



ചിത്രത്തിൽ AB എന്ന ഞാൺ നീട്ടിയതും C യിലുള്ള തൊടുവരയും P യിൽ കൂട്ടിമുട്ടുന്നു. PB=8cm, AB=10cm

a) PA യുടെ നീളം എത്രയാണ്?

b) PC യുടെ നീളം എത്രയാണ്?

5. ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ ലംബവശങ്ങളുടെ നീളങ്ങൾ 12 സെ.മീ ഉം 16 സെ.മീ ഉം ആകുന്നു.

   a) ഈ ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എത്രയാണ്?

   b) ഈ ത്രികോണത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് എത്രയാണ്?

   c) ഈ ത്രികോണത്തിന്റെ അന്തർവൃത്ത ആരം എത്രയാണ്?

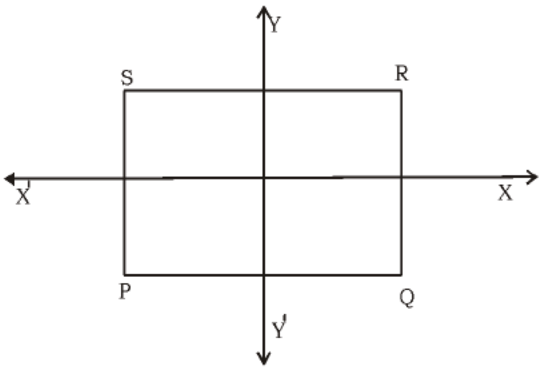
6. ആരം 3.5 സെ.മീ ആയ ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കുക. വൃത്തത്തിൽ P എന്ന ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുക. P യിലൂടെ തൊടുവര വരയ്ക്കുക.

7. ആരം 3 സെ.മീ ആയ വൃത്തം വരയ്ക്കുക. വൃത്തകേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും 8 സെ.മീ അകലെ P എന്ന ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുക. P യിൽ നിന്ന് വൃത്തത്തിലേക്ക് തൊടുവരകൾ വരയ്ക്കുക.

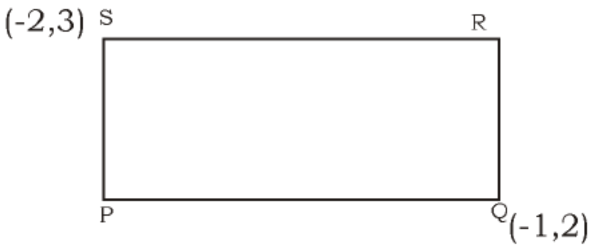
8. ആരം 2.5 സെ.മീ ആയ ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കുക. വശങ്ങളെല്ലാം വൃത്തത്തെ തൊടുന്നതും രണ്ടു കോണുകൾ 50° യും 70° യും ആയ ത്രികോണം വരയ്ക്കുക.

9. AB=7cm, BC=6cm, AC=5cm ആയ ത്രികോണം ABC വരച്ച് ഇതിന്റെ വശങ്ങൾ വൃത്തത്തെ തൊടുന്ന വൃത്തം വരയ്ക്കുക.

1. ചിത്രത്തിൽ സമചതുരം PQRS ന്റെ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം 8 യൂണിറ്റും വശങ്ങളുടെ മധ്യബിന്ദുവിൽക്കൂടി അക്ഷങ്ങൾ വരച്ചിരിക്കുന്നു. സമചതുരത്തിന്റെ മൂലകളുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ എഴുതുക.



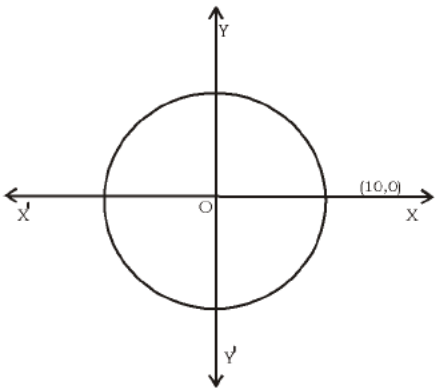
2. ചിത്രത്തിലെ ചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങൾ അക്ഷങ്ങൾക്ക് സമാന്തരമാണ്. മറ്റ് രണ്ട് മൂലകളുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ എഴുതുക.



3. ചിത്രത്തിൽ ആധാരബിന്ദു കേന്ദ്രമായ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം 13 യൂണിറ്റാണ്.

a) (12,5), (10,6) എന്നീ ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക.

b) വൃത്തത്തിലെ മറ്റ് രണ്ട് ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ എഴുതുക.



4. x അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ വരയിലെ ബിന്ദുവാണ് A(5,3)

a) ഇതേ വരയിലെ മറ്റൊരു ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക.

b) A യിൽ നിന്നും ഈ ബിന്ദുവിലേക്കുള്ള അകലം കാണുക.

5. (0,5), 5,10), (6,3) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ ഒരു സമപാർശ്വത്രികോണത്തിന്റെ ശീർഷങ്ങളാണെന്ന് തെളിയിക്കുക.

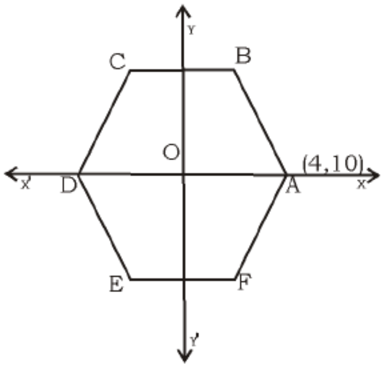
6. (6,3) കേന്ദ്രമായ വൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവാണ് (3,−1)

a) ഈ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം കാണക്കാക്കുക.

b) ഈ വൃത്തം x അക്ഷത്തെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കാണു ക.

7. അക്ഷങ്ങൾ വരച്ച് A(3,0), B(3,2), C(-3,2), D(-3,-2), E(0,3), F(3,-2) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക.

8. ചിത്രത്തിൽ ABCDEF എന്ന സമഷഡഡ്ഭുജത്തിൽ A യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ (4,0) ആയാൽ ഇതിന്റെ മറ്റ് മൂലകളുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക.



ഉത്തരങ്ങൾ

1. R = (4,4)

   S = (-4,4)

   P = (-4,-4)

   Q = (4,-4)

2. P(-2,-2)

   R(1,3)

3. a) $\sqrt{12^2+5^2}=13$

   വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുവാണ് (12,5)

   $\sqrt{10^2+6^2}=\sqrt{136}<13$

   $\therefore$ (10,6) എന്ന ബിന്ദു വൃത്തത്തിനകത്താണ്.

   b) (13,0) (13,0)

4. a) (2,3) ie, (x,3)

   b) |5–2|=3

5. (0,5), (5,10) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം = $\sqrt{(5-0)^2+(10-5)^2}$

   = $\sqrt{25+25}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$

   (5,10) (6,3) ഇവ തമ്മിലുള്ള അകലം = $\sqrt{(6-5)^2+(3-10)^2}$

   = $\sqrt{1+49}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$

   (0,5) (6,3) ഇവ തമ്മിലുള്ള അകലം = $\sqrt{(6-0)^2+(3-5)^2}$

   = $\sqrt{36+4}=\sqrt{40}$

   രണ്ട് വശങ്ങൾ തുല്യമായതിനാൽ തൊരു സമപാർശ്വത്രികോണമാണ്.

6. a) ആരം= $\sqrt{(6-3)^2+(3--1)^2}$

   = $\sqrt{9+16}=5$

   b) $(x-6)^2+(0-3)^2=5^2$

   $(x-6)^2+9=25$

   $(x-6)^2=25-9$

   $=16$

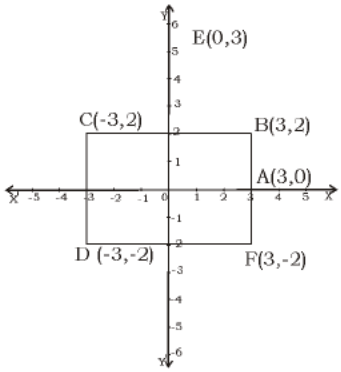
$x - 6 = \pm 4$

$x = 6 + 4, 6 - 4$

$= 10, 2$

X- അക്ഷത്തെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കൾ (10,0) (2,0)

9. a)



b) ചതുരം

ഉത്തരങ്ങൾ

വർക്ക്ഷീറ്റ് - 1

AP $= \sqrt{10^2 - 6^2}$

$= \sqrt{100 - 36}$

$= \sqrt{64}$

= 8സെ.മീ

വർക്ക്ഷീറ്റ് - 2

$\angle A = 180^0 - 130^0$

$= 50^0$

$\angle B = 180^0 - 110^0$

$= 70^0$

$\angle C = 180^0 - (50^0 + 70^0)$

$= 180^0 - 120^0$

$= 60^0$

വർക്ക്ഷീറ്റ് - 3

a) $\angle AOC = 180^0 - 40^0 = 140^0$

$\angle ABC = \frac{1}{2} \times \angle AOC = \frac{1}{2} \times 140^0$

$= 70^0$

b) $\angle ADC = 180^0 - 70^0$

$= 110^0$

വർക്ക്ഷീറ്റ് - 4

a) $\angle P = 50^0$

$\angle R = 70^0$

$\angle Q = 180^0 - (50^0 + 70^0)$

$= 180^0 - 120^0$

$= 60^0$

b) $\angle AQP = 70^0$

$\angle A = 180^0 - (70^0 + 70^0)$

$= 180^0 - 140^0$

$= 40^0$

$\angle BQR = 50^0$

$\angle B = 180^0 - (50^0 + 50^0)$

$= 180^0 - 100^0$

$= 80^0$

$\angle C = 180^0 - (80^0 + 40^0)$

$= 180^0 - 120^0$

$= 60^0$

വർക്ക്ഷീറ്റ് - 5

$$\angle CQR = \frac{180^0 - 50^0}{2}$$

$= 65^0$

$\therefore \angle P = 65^0$

$$\angle BPQ = \frac{180^0 - 70^0}{2} = \frac{110^0}{2}$$

$\therefore \angle R = 55^0$

$\angle Q = 180^0 - (65^0 + 55^0)$

$= 180 - 120^0 = 60^0$

വർക്ക്ഷീറ്റ് - 6

ചുറ്റളവ് = PQ + QR + PR

= PQ + QX + RX + PR

= PQ + QA + RB + PR

= PA + PB

= 20 + 20

= 40 സെ.മീ

വർക്ക്ഷീറ്റ് - 7

PA = 7 സെ.മീ

PB = 4 സെ.മീ

CR = 5 സെ.മീ

AB = PA + PB

= 7 + 4

= 11 സെ.മീ

BC = BQ + QC

= 4 + 5

= 9 സെ.മീ

AC = 7 + 5

= 12 സെ.മീ

ത്രികോണം ABC യുടെ ചുറ്റളവ് = 11 + 9 + 12

= 32 സെ.മീ

വർക്ക്ഷീറ്റ് 8

a) AP = x ആയാൽ PB = $12 - x$

BQ = $12 - x$

CR = $14 - x$

BQ + QC = BC

$12 - x + 14 - x = 10$

$16 - 2x = 10$

$-2x = 10 - 26 = -16$

$x = \frac{-16}{-2} = 8$ സെ.മീ

b) AP = 8 സെ.മീ

BQ = 12 – 8 = 4 സെ.മീ

CR = 14 – 8 = 6 സെ.മീ

വർക്ക്ഷീറ്റ് 9

a) $PA \times PB = PC^2$

$(AB + PB) \times PB = PC^2$

$(AB + 4) \times 4 = 8^2 = 64$

$AB + 4 = \frac{64}{4} = 16$

AB = 16 – 4 = 12 സെ.മീ

b) PA = PB + AB = 4 + 12 = 16 സെ.മീ

വർക്ക്ഷീറ്റ് – 10

ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് A = 24

ത്രികോണത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് = 8 + 6 + 10

= 24

$= \frac{24}{2} = 12$ സെ.മീ

വൃത്തത്തിന്റെ ആരം r $= \frac{A}{S}$

$= \frac{24}{12}$

= 2 സെ.മീ

വർക്ക്ഷീറ്റ് – 11

$AE \times AB = AD^2$

$AD = \frac{AC}{2}$, (AC യുടെ മധ്യബിന്ദുവാണ് D)

$$AE \times AB = \left[\frac{AC}{2}\right]^2 = \left[\frac{AB}{2}\right]^2 = \frac{AB^2}{4} \qquad [AB = AC]$$

$AE = \frac{AB}{4}$

AB = 4AE

വർക്ക്ഷീറ്റ് – 12

ഒരു ബിന്ദുവിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിലേയ്ക്ക് വരയ്ക്കുന്ന തൊടുവരകൾക്ക് ഒരേ നീളമാണ്.

a) AP = AS

BP = BQ

CR = CQ

DR = DS

ചിത്രത്തിൽ നിന്നും

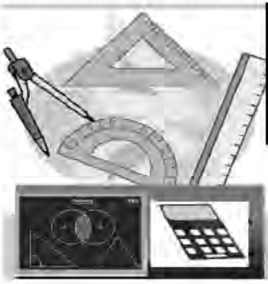
AB + CD = AP + BP + CR + DR

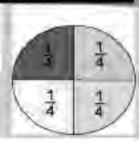
= AS + BQ + CQ + DS

= AS + DS + BQ + CQ

= AD + BC

b) BC = AB + CD – AD = 12 + 8 – 14 = 20 – 14 = 6സെ.മീ





യൂണിറ്റ് 8

ഘനരൂപങ്ങൾ

ഓർത്തിരിക്കാൻ....

സമചതുരം

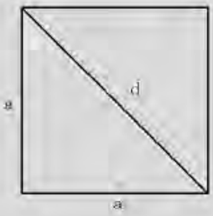
- 'a' വശമുള്ള സമചതുരത്തിന്റെ

  ചുറ്റളവ് = 4a

  പരപ്പളവ് = a^2

  വികർണത്തിന്റെ നീളം

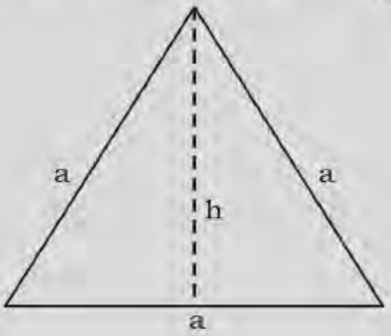
  $(d) = \sqrt{2}\,a$



- സമചതുരത്തിന്റെ വികർണ്ണത്തിന്റെ നീളം d ആയാൽ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം $(a) = \dfrac{d}{\sqrt{2}}$

  പരപ്പളവ് $= (a^2) = \dfrac{d^2}{2}$

സമഭുജത്രികോണം



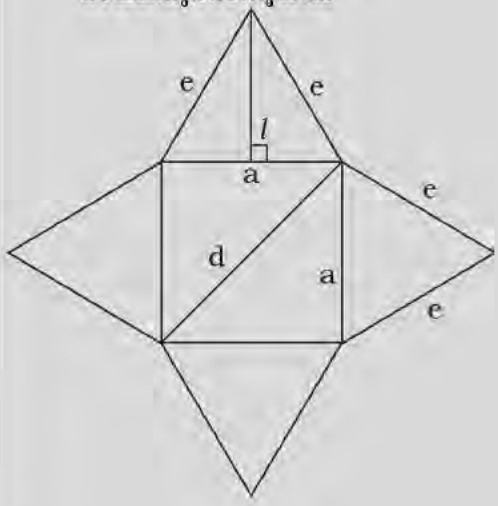
- 'a' വശമുള്ള സമഭുജത്രികോണത്തിന്റെ

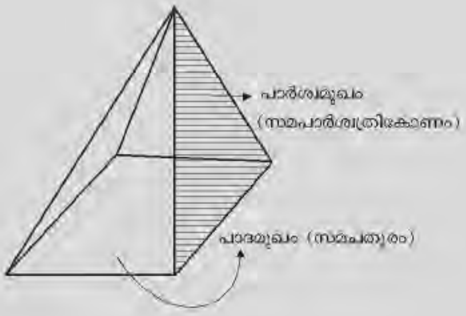
  ചുറ്റളവ് = 3a

  പരപ്പളവ് $= \dfrac{\sqrt{3}}{4} \times a^2$

  ഉന്നതി (h) $= \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times a$

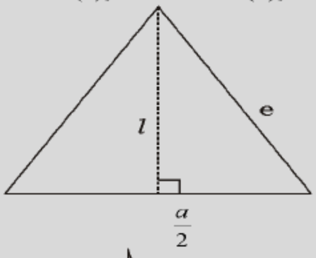
സമചതുരസ്തൂപിക





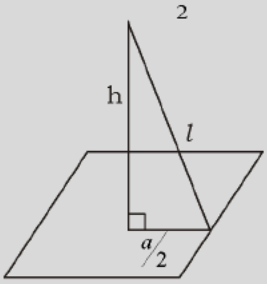
"ഒരു സമചതുരവും നാല് സമപാർശ്വത്രികോണവും ചേർന്നരൂപം"

- പാശ്വവക്ക് (e), പാദവക്ക് (a), ചരിവുയരം (*l*) എന്നിവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം.



$$e^2 = l^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$l = \sqrt{e^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}$$



ചരിവുയരം (*l*), ഉയരം (h) പാദവക്ക്

(a)എന്നിവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം

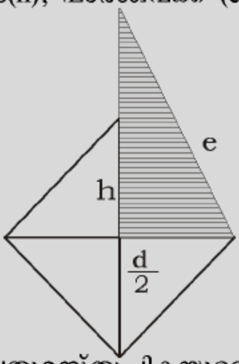
$$l^2 = h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$l = \sqrt{h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}$$

$$h = \sqrt{l^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}$$

$$\frac{a}{2} = \sqrt{l^2 - h^2}$$

- ഉയരം(h), പാർശ്വവക്ക് (e), പാദവികർണ്ണം (d) എന്നിവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം



$$e^2 = h^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2$$

$$h = \sqrt{e^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2}$$

സമചതുരസ്തൂപികയുടെ പരപ്പളവും വ്യാപ്തവും

പാദപരപ്പളവ് = a^2

പാദചുറ്റളവ് = 4a

ഒരു പാർശ്വമുഖത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = $\frac{1}{2}al$

പാർശ്വതലപരപ്പളവ് = $4 \times \frac{1}{2}al = 2al$

ഉപരിതല പരപ്പളവ് = $a^2 + 2al$

വ്യാപ്തം = $\frac{1}{3}\times$ പാദപരപ്പളവ് $\times$ ഉയരം = $\frac{1}{3}\times a^2h$

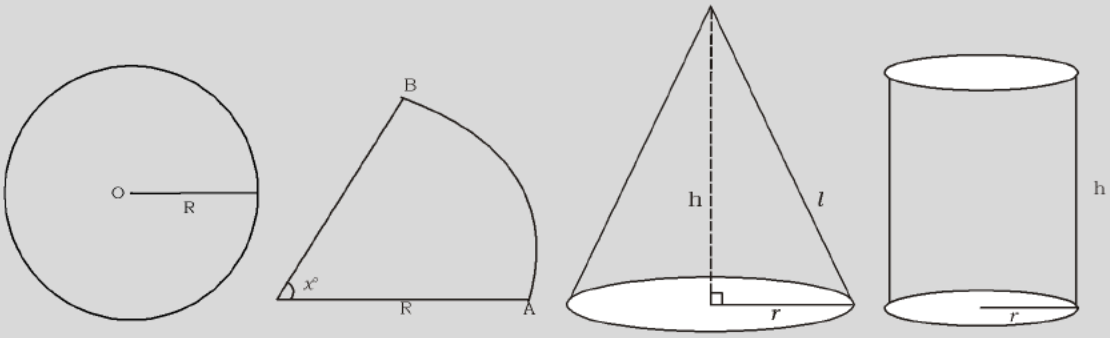
ഒരു സമചതുരസ്തൂപികയുടെ പാർശ്വവക്കും പാദവക്കും തുല്യം ആയാൽ പാർശ്വമുഖങ്ങൾ സമഭുജത്രികോണങ്ങൾ ആയിരിക്കും.

$\therefore$ e = a ആയാൽ $l=\frac{\sqrt{3}}{2}\times a$

$$h=\frac{a}{\sqrt{2}}$$

ഉപരിതലപരപ്പളവ് = $a^2+\sqrt{3}\times a^2$

വൃത്തസ്തൂപിക



വൃത്തം

R ആരമുള്ള വൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = πR^2

സിലിണ്ടറിന്റെ വ്യാപ്തം = πr^2h

വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് (വൃത്ത പരിധി) = $2\pi R$

സെക്ടർ (വൃത്താംശം)

AB എന്ന ചാപത്തിന്റെ നീളം = $\frac{x}{360}\times 2\pi R$

വൃത്താംശത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = $\frac{x}{360}\times \pi R^2$

വൃത്താംശത്തെ വളച്ച് വൃത്തസ്തൂപിക ആക്കുമ്പോൾ

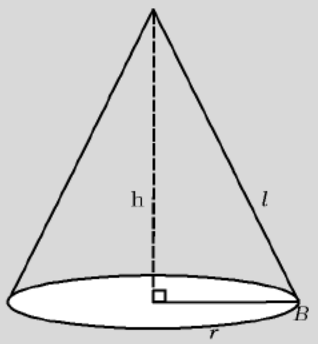
വൃത്താംശത്തിന്റെ ആരം (R) = വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരം (l)

വൃത്താംശത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വക്രതല പരപ്പളവ്

$$\frac{x}{360} = \frac{r}{R} \text{ OR } \frac{x}{360} = \frac{r}{l}$$

വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ഉയരം (h), ചരിവുയരം (l), ആരം (r) എന്നിവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം

$$l^2=h^2+r^2$$



$l = \sqrt{h^2 + r^2}$

$h = \sqrt{l^2 - r^2}$

$r = \sqrt{l^2 - h^2}$

പരപ്പളവും വ്യാപ്തവും

പാദപരപ്പളവ് = πr^2

പാദചുറ്റളവ് = $2\pi r$

വക്രതലപരപ്പളവ് = πrl

ഉപരിതല പരപ്പളവ് = $\pi r^2 + \pi rl$

വ്യാപ്തം = $\frac{1}{3} \pi r^2 h$

ഗോളം

ഒരു ഗോളത്തെ കൃത്യം പകുതിയായി മുറിച്ചാൽ ഉണ്ടാകുന്ന വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രവും ആരവും വ്യാസവുമൊക്കെയാണ് ഗോളത്തിന്റെയും കേന്ദ്രവും ആരവും വ്യാസവും. ഗോളത്തിന് ഒരു മുഖം മാത്രമേ ഉള്ളൂ.

'r' ആരമായ ഒരു ഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതല പരപ്പളവ് = $4\pi r^2$

വ്യാപ്തം = $\frac{4}{3}\pi r^3$

അർധഗോളം

ഒരു ഗോളത്തെ 2 സമഭാഗങ്ങളായി മുറിച്ചു കിട്ടുന്ന രൂപങ്ങളെയാണ് അർധഗോളങ്ങൾ എന്നു പറയുന്നത്. ഒരു അർധഗോളത്തിന് രണ്ട് മുഖങ്ങൾ ഉണ്ട്. ഒരു പരന്നമുഖവും ഒരു വക്രമുഖവും.

'r' ആരമായ ഒരു അർധഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതല പരപ്പളവ് = $3\pi r^2$

വ്യാപ്തം = $\frac{2}{3}\pi r^3$

വർക്ക്ഷീറ്റ് 1

സമചതുരസ്തൂപികയുടെ ചില അളവുകൾ പട്ടികയായി കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. പട്ടിക പൂർത്തിയാക്കുക.

പാദവക്കിന്റെ നീളം (a)	പാദവക്കിന്റെ നീളത്തിന്റെ പകുതി $\left(\frac{a}{2}\right)$	ഉയരം (h)	ചരിവുയരം (l)
12	______	8	______
______	3	______	5
______	12	______	13
______	______	15	17
______	15	20	______

വർക്ക്ഷീറ്റ് 2

പാദവിവക്കിന്റെ നീളം (a)	പാദവക്കിന്റെ നീളത്തിന്റെ പകുതി $\left(a/2\right)$	ചരിവുയരം (l)	പാർശ്വവക്ക് (e)
8	______	______	5
______	6	______	10
______	______	______	3
24	______	______	25
40	16	______	20

വർക്ക്ഷീറ്റ് 3

പാർശ്വവക്കും പാദവക്കും തുല്യമായ ഒരു സമചതുരസ്തൂപികയുടെ ഒരു വക്കിന്റെ നീളം 6 സെ. മീ ആയാൽ ചരിവുയരം, ഉയരം ഇവ കാണുക.

$a =$ __________ സെ.മീ.

$l = \frac{\sqrt{3}}{2} \times$ _____

$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times$ _____

$=$ _____ $\sqrt{3}$ സെ.മീ.

$h = \frac{a}{\sqrt{2}}$

$= \frac{__}{\sqrt{2}}$

$=$ _____ $\sqrt{2}$ സെ.മീ.

വർക്ക്ഷീറ്റ് 4

ഒരു സമചതുരസ്തൂപികയുടെ പാദവക്കിന്റെ നീളം 12സെ.മീ ചരിവുയരം 15 സെ.മീ ആയാൽ പാർശ്വമുഖങ്ങളുടെ പരപ്പളവ്, ഉപരിതല പരപ്പളവ് എന്നിവ കാണുക.

a = _________ cm

$l =$ _________ cm

പാദപരപ്പളവ് (a^2) = _________

പാർശ്വതല പരപ്പളവ് = 2al = _________

ഉപരിതല പരപ്പളവ് = $a^2 + 2al$ _________ + _________

= _________ cm^2

വർക്ക്ഷീറ്റ് 5

40സെ.മീ നീളവും 34 സെ.മീ വീതിയുമുള്ള ഒരു പേപ്പറിൽ നിന്നും ചിത്രത്തിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ മധ്യഭാഗത്തിൽ നിന്നും ഒരു ഭാഗം വെട്ടി എടുക്കുന്നു. എങ്കിൽ വെട്ടി എടുത്ത ഭാഗം മടക്കി ഒട്ടിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന രൂപത്തിന്റെ പേര് എന്ത്? വെട്ടി എടുത്ത പേപ്പറിന്റെ പരപ്പളവ് എത്ര?

ഘനരൂപത്തിന്റെ പേര് = ...

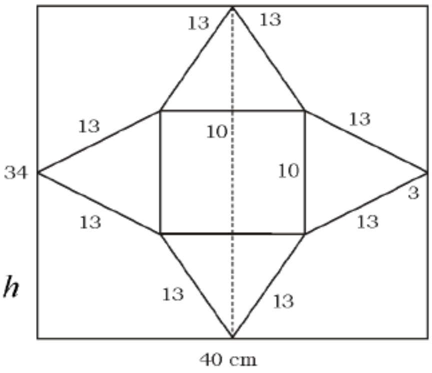
സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = a^2

= $_________^2$ = _________ ച. സെ.മീ.

ത്രികോണത്തിന്റെ ഉയരം = $\sqrt{(\ )^2-(\ )^2}$

$\sqrt{(-)\ -(-)}$ = $\sqrt{\rule{2cm}{0.4pt}}$

= സെ.മീ.



ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = $\frac{1}{2}\times b\times h$

= $\frac{1}{2}\times$ ____ $\times$ ____

= ______ ച. സെ.മീ.

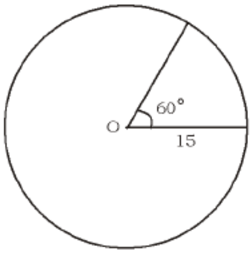
വെട്ടിഎടുത്ത പേപ്പറിന്റെ പരപ്പളവ് = സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് + 4 ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ്

= ______ + 4 × ______

= ______ + ______ = ______ ച. സെ.മീ.

വർക്ക്ഷീറ്റ് 6

24 സെ.മീ ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തത്തിൽ നിന്നും 60° കേന്ദ്രകോണിൽ വൃത്താംശം വെട്ടി എടുത്ത് വൃത്ത സ്തൂപിക ഉണ്ടാക്കിയാൽ താഴെ പറയുന്നവ കാണുക.



a) വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരം (l) ________

b) വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ആരം (r) ________

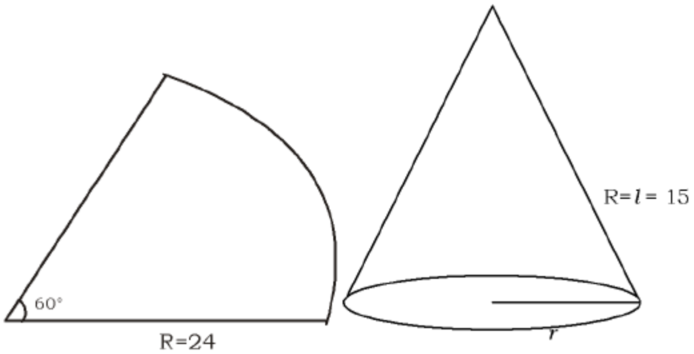
$l = R = 24cm$

$\frac{x}{360} = \frac{r}{R}$

$\frac{__}{360} = \frac{r}{__}$

r = ______ × ______

r = ______



വർക്ക്ഷീറ്റ് 7

ഒരു വൃത്തസ്തൂപികയുടെ പാദത്തിന്റെ ആരം 20 സെ.മീ. ഉയരം 15 സെ.മീ ആയാൽ വ്യാപ്തം എത്ര?

$r = 20cm$

$h = 15cm$

$$V = \frac{1}{3}\ \pi r^2 h$$

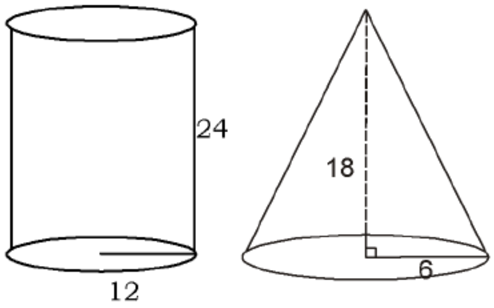
$$= \frac{1}{3}\ \times \pi \times ____ \times ____$$

$= ____\ \pi$ ഘ. സെ.മീ

വർക്ക്ഷീറ്റ് 8

ഇരുമ്പ് കൊണ്ടുള്ള ഒരു വൃത്തസ്തംഭത്തിന്റെ ഉയരം 24 സെ.മീ, പാദആരം 12 സെ.മീ ആണ് ഇതിനെ ഉരുക്കി 6 സെ.മീ ആരവും 18 സെ.മീ ഉയരമുള്ള എത്ര സ്തൂപികകൾ ഉണ്ടാക്കാം.

സിലിണ്ടർ



r = 12cm, h = 24 സെ.മീ

$$V = \pi r^2 h$$

$$= \pi \times ____^2 \times ____$$

$$= \pi \times ____ \times ____ \times ____$$

വൃത്തസ്തൂപിക

r = 6 സെ.മീ, h = 18 സെ.മീ.

$$v = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

$$= \frac{1}{3} \times\ \pi\ \times ____ \times ____$$

$$= \frac{1}{3} \times \pi \times ____ \times ____ \times ____$$

$$= \pi \times ____ \times ____ \times ____$$

വൃത്തസ്തൂപികകളുടെ എണ്ണം = $\dfrac{\text{സിലിണ്ടറിന്റെ വ്യാപ്തം}}{\text{വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം}}$

$$= \frac{\pi \times ____ \times ____ \times ____}{\pi \times ____ \times ____ \times ____}$$

$= ________$

വർക്ക്ഷീറ്റ് 9

വൃത്തസ്തൂപികകളുടെ ഏതാനും അളവുകൾ പട്ടികയിൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. പട്ടിക പൂർത്തിയാക്കുക.

ക്രമ നമ്പർ	ചരിവുയരം *l*	ഉയരം *h*	ആരം r	വക്രമുഖ പരപ്പളവ്	ഉപരിതല പരപ്പളവ്	വ്യാപ്തം
1	5	__	3	______	______	______
2	15	9	__	______	______	______
3	__	16	12	______	______	______
4	25	__	20	______	______	______

വർക്ക്ഷീറ്റ് 10

12 സെ.മീ ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തത്തിൽ നിന്നും വെട്ടിയെടുത്ത 60° കേന്ദ്രകോണുള്ള വൃത്താംശം വളച്ച് ഒരു വൃത്തസ്തൂപിക ഉണ്ടാക്കുന്നു. ചുവടെ കൊടുക്കുന്നവ കണക്കാക്കുക.

a) ചരിവുയരം

b) വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ആരം

c) വക്രതലപരപ്പളവ്

a) ചരിവുയരം (I) = വൃത്താംശത്തിന്റെ ആരം = ______

b) $x = 60^\circ$

$$\frac{r}{I} = \frac{x}{360}$$

$$\frac{r}{12} = \frac{60}{360}$$

r × ______ = ______ ×______

r = ______ സെ.മീ.

c) വക്രതലപരപ്പളവ് = πrl = ______ ×______×______ = ______ ച.സെ.മീ.

വർക്ക്ഷീറ്റ് 11

ഒരു വൃത്താംശം വളച്ച് പാദആരം 15 സെ.മീ ഉം ചരിവുയരം 25 സെ.മീ ഉം ആയ വൃത്തസ്തൂപിക ഉണ്ടാക്കുന്നു. ചുവടെ കൊടുക്കുന്നവ കണക്കാക്കുക.

a) വൃത്താംശത്തിന്റെ ആരം

b) വൃത്താംശത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ

c) വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം

a) വൃത്താംശത്തിന്റെ ആരം = വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരം = ______

$l =$ ______

b) വൃത്താംശത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ = x എന്നിരിക്കട്ടെ

$$\frac{r}{l} = \frac{x}{360}$$

$x \times$ ______ = ______ $\times$ ______

c) വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ഉയരം = h ആയാൽ

$h = \sqrt{l^2 - r^2}$

= ________

= ________

വ്യാപ്തം = $\frac{1}{3}\pi r^2 h$

= ________

വർക്ക്ഷീറ്റ് 12

കട്ടിയായ ഒരു ഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതല പരപ്പളവ് 120 ച.സെ.മീ. അത് മുറിച്ച് രണ്ട് അർധഗോള ങ്ങളാക്കിയാൽ ഓരോന്നിന്റെയും ഉപരിതല പരപ്പളവ് എന്തായിരിക്കും?

ഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതല പരപ്പളവ് = ☐

$4\pi r^2 =$ ☐

$\pi r^2 =$ ☐ ച.സെ.മീ

അർധഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതല പരപ്പളവ് = $3\pi r^2$

= 3 ☐

= ☐ ച.സെ.മീ

വർക്ക്ഷീറ്റ് 13

ലോഹം കൊണ്ടുണ്ടാക്കിയ ഒരു വൃത്തസ്തംഭത്തിന്റെ നീളം 10 സെ.മീ ഉം ആരം 4 സെ.മീ ഉം ആണ്. ഇത് ഉരുക്കി 2 സെ.മീ ആരമുള്ള എത്ര ഗോളങ്ങളുണ്ടാക്കാം.

വൃത്തസംതംഭം

ആരം = r = ☐ സെ.മീ

ഉയരം = h = ☐ സെ.മീ

വ്യാപ്തം = $\pi r^2 h$

= $\pi \times$ ☐ $\times$ ☐

= $\pi \times$ ☐ ഘന.സെ.മീ

ഗോളം

ആരം = r = ☐ സെ.മീ

ഒരു ഗോളത്തിന്റെ വ്യാപ്തം = $\frac{4}{3}\pi r^3$

$= \frac{4}{3}\pi \times$ ☐

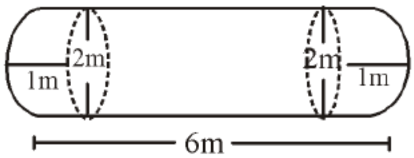
$= \frac{4}{3}\pi \times$ ☐

= ☐ ഘന.സെ.മീ

ഗോളങ്ങളുടെ എണ്ണം = $\frac{\text{വൃത്തസ്തംഭത്തിന്റെ വ്യാപ്തം}}{\text{ഒരു ഗോളത്തിന്റെ വ്യാപ്തം}} = \frac{☐}{☐} =$ ☐

വർക്ക്ഷീറ്റ് 14

ഒരു പെട്രോൾ ടാങ്കിന്റെ ചിത്രമാണ് ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നത്. ഇതിൽ എത്ര ലിറ്റർ പെട്രോൾ കൊള്ളും?



ഒരു വൃത്തസ്തംഭവും രണ്ട് അർധഗോളങ്ങളും ചേർന്ന രൂപമാണിത്.

അർധഗോളം

ആരം = r = 1 മീറ്റർ

വ്യാപ്തം = $\frac{2}{3}\pi r^3 = \frac{2}{3} \times \pi \times$ ☐

$= \frac{2}{3}\pi$ ഘന. മീ

വൃത്തസ്തംഭം

ആരം = r = 1 മീറ്റർ

ഉയരം = h = 6 – (1 + 1)

= 6 ___ ☐

= ☐ മീറ്റർ

വ്യാപ്തം = $\pi r^2 h$

= π × ☐ × ☐

= ☐ ഘന.മീറ്റർ

പെട്രോൾ ടാങ്കിന്റെ വ്യാപ്തം

= 2 അർധഗോളത്തിന്റെ വ്യാപ്തം + വൃത്തം സ്തംഭത്തിന്റെ വ്യാപ്തം

$= 2 \times \square + \square$

$= \frac{4}{3}\pi + 4\pi$

$= \frac{4}{3}\pi + 4\pi$

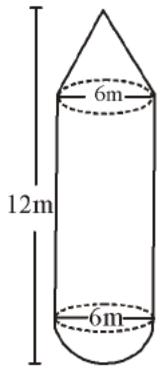
$= \frac{4}{3}\ \pi + \ \frac{12\pi}{3}$

$= \square$ ഘന.മീറ്റർ

$= \frac{16\pi}{3} \times 1000$ ലിറ്റർ

$= \square$ ലിറ്റർ

വർക്ക്ഷീറ്റ് 15



ഒരു ബോയ്ലറിന്റെ ആകൃതി ചിത്രത്തിലേത് പോലെ ഒരു വൃത്തസ്തംഭത്തിന്റെ അഗ്രങ്ങളിൽ വൃത്തസ്തൂപികയും അർധഗോളവും ഘടിപ്പിച്ചതാണ്. ആകെ ഉയരം 12 മീ, വ്യാസം 6 മീറ്റർ. വൃത്തസ്തംഭത്തിന്റെ മാത്രം ഉയരം 6 മീറ്റർ ആണ്.

a) സ്തൂപികയുടെ ഉയരം എത്രയാണ്?

b) ബോയ്ലറിന്റെ ഉള്ളളവ് എത്ര ലിറ്റർ ആണ്?

a) വൃത്തസ്തുപികയുടെ ഉയരം = 12 – (6+ 3)

$= 12 - \square$

$= \square$ മീറ്റർ

b) ഒരു വൃത്തസ്തംഭവും ഒരു വൃത്തസ്തൂപികയും ഒരു അർധഗോളവും ചേർന്ന രൂപമാണിത്.

വൃത്ത സ്തൂപിക

ആരം = r = $\square$ മീറ്റർ

ഉയരം = h = $\square$ മീറ്റർ

വ്യാപ്തം $= \frac{1}{3}\ \pi r^2 h$

$= \frac{1}{3}\ \pi \times \square \times \square$

$= \frac{1}{3} \pi \times \square$

$= 9\pi$ ഘന.മീറ്റർ

വൃത്തസ്തംഭം

ആരം $= r = \square$ മീറ്റർ

ഉയരം $= h = \square$ മീറ്റർ

വ്യാപ്തം $= \pi r^2 h$

$= \pi \times \square \times \square$

$= 54\ \pi$ ഘന.മീറ്റർ

അർധഗോളം

ആരം $= r = \square$ മീറ്റർ

വ്യാപ്തം $= \frac{2}{3} \pi r^3$

$= \frac{2}{3} \pi \times \square$

$= \square$ ഘന.മീറ്റർ

ബോയിലിന്റെ ആകെ വ്യാപ്തം = വൃത്ത സ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം + വൃത്തസ്തംഭത്തിന്റെ വ്യാപ്തം + അർധഗോളത്തിന്റെ വ്യാപ്തം

$= 9\pi + 54\pi + 18\pi$

$= \square$ ഘന.മീറ്റർ

$= 81 \times 1000$ ലിറ്റർ $= \square$ ലിറ്റർ

ഉത്തരങ്ങൾ

സമചതുരസ്തൂപിക

വർക്ക്ഷീറ്റ് 1

പട്ടിക പൂർത്തിയാക്കുക.

I

പാദവക്കിന്റെ നീളം (a)	പാദവക്കിന്റെ നീളത്തിന്റെ പകുതി $\left(\frac{a}{2}\right)$	ഉയരം (h)	ചരിവുയരം (l)
12	6	8	10
6	3	4	5
24	12	5	13
16	8	15	17
30	15	20	25

വർക്ക്ഷീറ്റ് 2

പാദവക്കിന്റെ നീളം (a)	പാദവക്കിന്റെ നീളത്തിന്റെ പകുതി $\left(\frac{a}{2}\right)$	ചരിവുയരം (l)	പാർശ്വവക്ക് (e)
8	4	3	5
12	6	8	10
24	12	5	13
40	20	15	25
32	16	12	20

വർക്ക്ഷീറ്റ് 3

a = 6 സെ.മീ.

$$l = \frac{\sqrt{3}}{2} \times a \qquad h = \frac{a}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 \qquad = \frac{6}{\sqrt{2}}$$

$$= 3\sqrt{3} \qquad = 3\sqrt{2}$$ സെ.മീ.

വർക്ക്ഷീറ്റ് 4

a = 12 സെ.മീ.

l = 15 സെ.മീ.

പാദപരപ്പളവ് (a^2) = 12^2 = 144 ച.സെ.മീ.

പാർശ്വതല പരപ്പളവ് = 2al = $2\times12\times15$= 360 ച.സെ.മീ.

ഉപരിതല പരപ്പളവ് = $a^2 + 2al$ = 144+ 360 = 504 ച.സെ.മീ.

വർക്ക്ഷീറ്റ് 5

ഘനരൂപത്തിന്റെ പേര് = സമചതുരസ്തൂപിക

സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = a^2

$= 10^2 = 100$ ച.സെ.മീ.

ത്രികോണത്തിന്റെ ഉയരം $= \sqrt{13^2 - 5^2}$

$= \sqrt{169-25}$

$= \sqrt{144}$ = 12 സെ.മീ.

ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് $= \frac{1}{2}\times10\times12$

$= 5\times12 = 60$ ച.സെ.മീ.

വെട്ടിയെടുത്ത പേപ്പറിന്റെ പരപ്പളവ് $= 100 + 4 \times 60$

$= 100 + 240 = 340$ ച.സെ.മീ.

വർക്ക്ഷീറ്റ് 6

(a) l = R = 24 സെ.മീ.

(b) $\frac{x}{360} = \frac{r}{R}$

$\frac{60}{360} = \frac{r}{24}$

$\frac{1}{6} = \frac{r}{24}$

$6 \times r = 24 \times 1$

$r = \frac{24}{6} = 4$ സെ.മീ.

വർക്ക്ഷീറ്റ് 7

r = 20 സെ.മീ.

h = 15 സെ.മീ.

$v = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3} \times \pi \times 20^2 \times 15$

$= \pi \times 400 \times 5$

$= 2000\pi \text{ cm}^3$

വർക്ക്ഷീറ്റ് 8

വൃത്തസ്തംഭത്തിന്റെ വ്യാപ്തം $= \pi r^2 h$

$= \pi \times 12^2 \times 24$

$= 3456\pi \text{ cm}^3$

വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം $= \frac{1}{3} \times \pi r^2 h$

$= \frac{1}{3} \times \pi \times 6^2 \times 18$

$= 216\pi$

$$\text{വൃത്തസ്തൂപികകളുടെ എണ്ണം} = \frac{\text{വൃത്തസ്തംഭത്തിന്റെ വ്യാപ്തം}}{\text{വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം}}$$

$$= \frac{3456\pi}{216\pi} = 16$$

വർക്ക്ഷീറ്റ് 9

ചുവടെ കൊടുക്കുന്ന പട്ടിക പൂരിപ്പിക്കുക.

ക്രമ നമ്പർ	ചരിവുയരം l	ഉയരം h	ആരം r	വക്രമുഖ പരപ്പളവ്	ഉപരിതല പരപ്പളവ്	വ്യാപ്തം
1	5	4	3	15π	24π	12π
2	15	9	12	180π	32π	43π
3	20	16	12	240π	384π	76π
4	25	15	20	500π	900π	2000π

വർക്ക്ഷീറ്റ് 10

a) $l = 12$ സെ.മീ.

b) $x = 60°$

$r \times 360 = 12 \times 360$

$r = \frac{12 \times 60}{360} = 2$ സെ.മീ.

c) വക്രതലപരപ്പളവ് = $\pi rl = \pi \times 2 \times 12 = 24\pi$ ച.സെ.മീ.

വർക്ക്ഷീറ്റ് 11

a) വൃത്താംശത്തിന്റെ ആരം $R = l = 25$ സെ.മീ.

b) വൃത്താംശത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ = x എന്നിരിക്കട്ടെ

$$\frac{r}{l} = \frac{x}{360}$$

$$\frac{15}{25} = \frac{x}{360}$$

$$x = \frac{360 \times 15}{25}$$

$$= 216^0$$

c) വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ഉയരം = h ആയാൽ

$$h = \sqrt{l^2 - r^2}$$

$= \sqrt{25^2 - 15^2}$

$= \sqrt{625 - 225} = \sqrt{400} = 20$ സെ.മീ.

വ്യാപ്തം $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3}\ \pi \times 15^2 \times 20$

$= 1500\pi$ ഘന. സെ.മീ.

വർക്ക്ഷീറ്റ് 12

ഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതലപരപ്പളവ് = 120ച.സെ.മീ

$= 4\pi r^2 = 120$

$\pi r^2 = 30$ച.സെ.മീ

അർധഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതലപരപ്പളവ് $= 3\pi r^2$

$= 3 \times 30$

$= 90$ ച.സെ.മീ

വർക്ക്ഷീറ്റ് 13

വൃത്തസ്തംഭം

ആരം = r = 4 സെ.മീ

ഉയരം = h = 10 സെ.മീ

വ്യാപ്തം = $\pi r^2 h$

$= \pi \times 4^2 \times 10$

$= \pi \times 160$

$= 160\pi$ ഘന.സെ.മീ

ഗോളം

ആരം = r = 2 സെ.മീ

ഒരു ഗോളത്തിന്റെ വ്യാപ്തം $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$= \frac{4}{3}\pi \times 2^3$

$= \frac{4}{3}\pi \times 8$

$= \frac{32\pi}{3}$ ഘന.സെ.മീ

ഗോളങ്ങളുടെ എണ്ണം $= \frac{\pi \times 160}{\frac{4}{3}\pi \times 8}$

$= \frac{3}{4} \times 20$

$= 15$

വർക്ക്ഷീറ്റ് 14

അർധഗോളം

ആരം = r = 1 മീറ്റർ

വ്യാപ്തം $= \frac{2}{3}\pi \times 1^3$

$= \frac{2}{3}\pi$ ഘന.സെ.മീ

വൃത്തസ്തംഭം

ആരം = r = 1 മീറ്റർ

ഉയരം = h = 6 – (1+1)

= 6 – 2

= 4 മീറ്റർ

വ്യാപ്തം $= \pi r^2 h$

$= \pi \times 1^2 \times 4$

$= 4\pi$ ഘന.സെ.മീ

പെട്രോൾ ടാങ്കിന്റെ വ്യാപ്തം = 2 അർധഗോളത്തിന്റെ വ്യാപ്തം + വൃത്തസ്തംഭത്തിന്റെ വ്യാപ്തം

$= 2 \times \frac{2}{3}\pi + 4\pi$

$= \frac{4\pi}{3} + 4\pi$

$= \frac{4}{3}\pi + \frac{12\pi}{3}$

$= \frac{16\pi}{3} \times 1000$ ലിറ്റർ

$= \frac{16000\ \pi}{3}$ ലിറ്റർ

വർക്ക്ഷീറ്റ് 15

a) വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ഉയരം $= 12 - (6+3)$

$= 12 - 9$

$= 3$ മീറ്റർ

b) **വൃത്തസ്തൂപിക**

ആരം = r $=$ 3 സെ.മീ

ഉയരം = h $=$ 3 സെ.മീ

വ്യാപ്തം $= \frac{1}{3}\ \pi \times\ 3^2\ \times\ 3$

$= \frac{1}{3}\ \pi \times\ 9\ \times\ 3$

$= 9\pi m^3$

വൃത്തസ്തംഭം

ആരം = r $=$ 3 സെ.മീ

ഉയരം = h $=$ 6 സെ.മീ

വ്യാപ്തം $= \pi r^2 h$

$= \pi \times 3^2 \times 6$

$= 54\ \pi m^3$

അർധഗോളം

ആരം = r $=$ 3 സെ.മീ

വ്യാപ്തം $= \frac{2}{3}\pi r^3$

$= \frac{2}{3}\pi \times 3^3$

$= 18\pi m^3$

ബോയിലിന്റെ ആകെ വ്യാപ്തം $= 81\ \pi$

$= 81\ \pi \times 1000$ ലിറ്റർ

$= 81000\pi$ ലിറ്റർ

PRATICE PROBLEMS

2. പാദചുറ്റളവ് 12π ച.സെ.മീ ഉം ഉയരം 8 സെ.മീ ഉം ആയ വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരം കാണുക. Ans: 10

3. 10 സെ.മീ. വശത്തോടുകൂടിയ സമചതുരക്കട്ട (ക്യൂബ്) യിൽ നിന്ന് മുറിച്ചെടുക്കാൻ കഴിയുന്ന പരമാവധി വലിപ്പമുള്ള കോളത്തിന്റെ ഉപരിതല പരപ്പളവ് കാണുക. Ans. 314 cm^2

4. 3 സെ.മീ പാദ ആരമുള്ളതായ വൃത്തസ്തൂപികാകൃതിയിലുള്ള ഒരു ലോഹകഷ്ണത്തിനെ ഉരുക്കി 4 സെ.മീ ആരമുള്ള ഗോളമാക്കി മാറ്റുന്നു. വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ഉയരം കാണുക.

$$(\frac{256}{9})$$

5. പരപ്പളവ് 196 ച.സെ.മീ ഉള്ള ഒരു സമചതുര സ്തൂപികയുടെ പാർശ്വതല പരപ്പളവ് 7 ച.സെ.മീ ആയാൽ താഴെ പറയുന്നവ കാണുക.
   a) പാദവക്ക്
   b) ചരിവുയരം
   c) ഉയരം 14cm, 25cm, 24cm

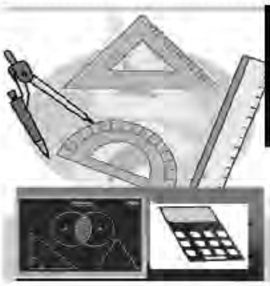
6. പാദ ആരം 8 സെ.മീ ഉം ഉയരം 12 സെ.മീ ഉം കൂടിയ ഒരു കട്ടിയായ വൃത്ത സ്തംഭത്തിനെ ഉരുക്കി 2 സെ.മീ ആരമുള്ള അർദ്ധവൃത്തഗോളങ്ങൾ ഉണ്ടാക്കുന്നു. എത്ര അർദ്ധഗോളങ്ങൾ ഉണ്ടാക്കാം? (144)

7. 12 സെ.മീ വശത്തോടുകൂടിയ ഒരു സമചതുരക്കട്ടയിൽ നിന്ന് മുറിച്ചെടുക്കാൻ കഴിയുന്ന ഗോളത്തിന്റെ വ്യാപ്തം കണക്കാക്കുക. (288π ഘനസെന്റീമീറ്റർ)

8. ഒരു സമചതുരസ്തൂപികയുടെ എല്ലാ വശങ്ങളും തുല്യമാണ്. എല്ലാ വശങ്ങളുടെയും ആകെ നീളം 96 സെ.മീ ആയാൽ സമചതുരസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം കാണുക. ($288\sqrt{2}$ cm^3)

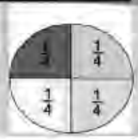
9. ഒരു വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരം 20 സെ.മീ ഉം ആരം 10 സെ.മീ ഉം ആയാൽ ആ വൃത്ത സ്തൂപിക നിർമ്മിക്കുവാനാവശ്യമായ സെക്ടറിന്റെ ആരവും കേന്ദ്രകോണും കാണുക. (r=10സെ.മീ, കോൺ = 180^0)

10. 10 സെ.മീ ആരവും 3140 ഘ.സെ.മീ വ്യാപ്തവും ഉള്ള വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ഉപരിതല പരപ്പളവ് കാണുക.



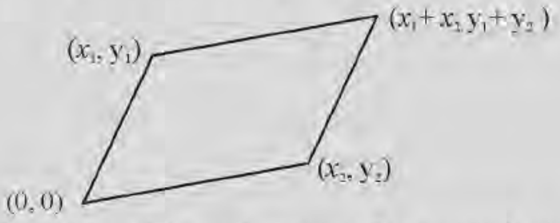
യൂണിറ്റ് 9

ജ്യാമിതിയും ബീജഗണിതവും

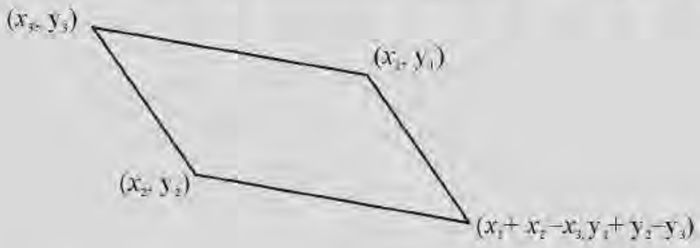


ഓർത്തിരിക്കാൻ....

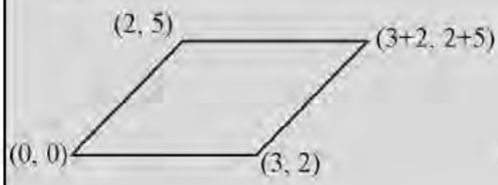
- (x_1, y_1), (x_2, y_2) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ ആധാരബിന്ദുവുമായി യോജിപ്പിക്കുന്ന വരകൾ സമീപവശങ്ങളായ സാമാന്തരികത്തിന്റെ നാലാമത്തെ മൂല $(x_1 + x_2,\ y_1 + y_2)$ ആണ്.

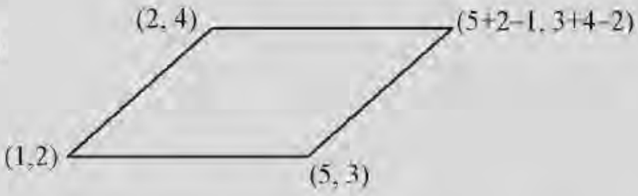


- (x_1, y_1), (x_2, y_2) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ (x_3, y_3) എന്ന ബിന്ദുവുമായി യോജിപ്പിക്കുന്ന വരകൾ സമീപവശങ്ങളായ സാമാന്തരികത്തിന്റെ നാലാമത്തെ മൂല $(x_1 + x_2 - x_3, y_1 + y_2 - y_3)$ ആണ്.



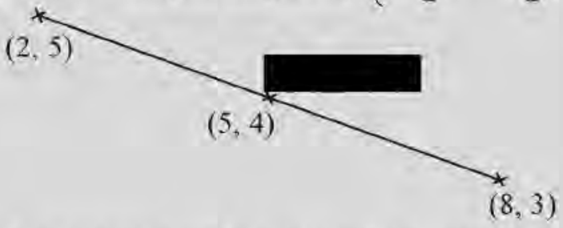
ഉദാ:





- (x_1, y_1), (x_2, y_2) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയുടെ മധ്യബിന്ദു $\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$ ആണ്.

ഉദാ:



- (x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ മൂലകളായ ത്രികോണത്തിന്റെ മധ്യമകേന്ദ്രം $\left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}\right)$ ആണ്.

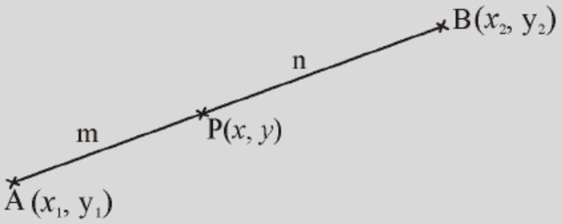
ഉദാ: (2, 1), (5, 3), (8, 2) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ മൂലകളായ ത്രികോണത്തിന്റെ മധ്യമകേന്ദ്രം

$$\left(\frac{2+5+8}{3}, \frac{1+3+2}{3}\right) = (5,\ 2)$$

- $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയെ m : n എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ ഭാഗിക്കുന്ന ബിന്ദുവാണ് $P(x, y)$ എങ്കിൽ

$$x = x_1 + \frac{m}{m+n}(x_2 - x_1)$$

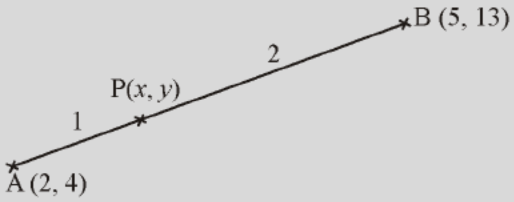
$$y = y_1 + \frac{m}{m+n}(y_2 - y_1)$$



$P(x, y)$ എന്ന ബിന്ദു AB എന്ന വരയെ 1:2 എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ ഭാഗിച്ചാൽ

$$x = 2 + \frac{1}{3}\times(5-2) = 2 + \frac{1}{3}\times 3 = 2 + 1 = 3$$

$$y = 4 + \frac{1}{3}(13-4) = 4 + \frac{1}{3}\times 9 = 4 + 3 = 7$$



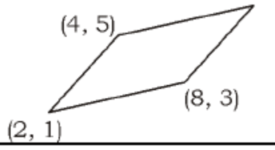
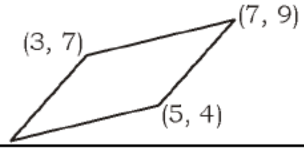
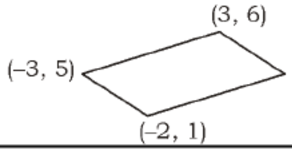
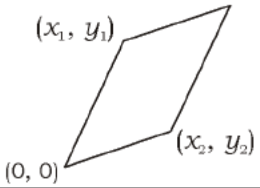
- അക്ഷങ്ങൾക്ക് സമാന്തരമല്ലാത്ത ഏത് വരയിലും y ലെ മാറ്റം x ലെ മാറ്റത്തിന് ആനുപാതികമാണ്. ഇതിലെ ആനുപാതിക സ്ഥിരമാണ് വരയുടെ ചരിവ്.
- $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ ഉൾപ്പെടുന്ന വരയുടെ ചരിവ് $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ ആണ്.

  ഉദാ: (2, 3), (8, 6) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയുടെ ചരിവ് $\frac{6-3}{8-2}$

  $= \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$
- ഒരു വരയിലെ ഏതൊരു ബിന്ദുവിന്റേയും x സൂചകസംഖ്യയും y സൂചകസംഖ്യയും തമ്മിലുള്ള സ്ഥിരമായ ബന്ധത്തെ ആ വരയുടെ സമവാക്യം എന്നു പറയുന്നു.
- $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയുടെ സമവാക്യം $\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ എന്നതാണ്.
- ഒരു വൃത്തത്തിലെ ഏതൊരു ബിന്ദുവിന്റെയും x സൂചകസംഖ്യയും y സൂചകസംഖ്യയും തമ്മിലുള്ള സ്ഥിരമായ ബന്ധത്തെ ആ വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം എന്ന് പറയുന്നു.
- ആധാരബിന്ദു കേന്ദ്രവും ആരം ‘r’ ഉം ആയ വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം $x^2 + y^2 = r^2$ എന്നതാണ്.
- വൃത്തകേന്ദ്രം (x_1, y_1) ഉം ആരം ‘r’ ഉം ആയ വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം, $(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 = r^2$

വർക്ക്ഷീറ്റ് – 1

ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന പട്ടിക ഉപയോഗിച്ച് സാമാന്തരികത്തിന്റെ നാലാമത്തെ മൂലയുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക.

സമാന്തരികം	നാലാമത്തെ മൂലയുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ
	(8 + 4 – 2, 5 + 3 – 1) = (10, 7)
	
	
	

വർക്ക്ഷീറ്റ് – 2

ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന പട്ടികയിൽ A, B എന്നീ ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. A B എന്ന വരയുടെ മധ്യബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക.

A,Bഎന്നീബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ	**AB** എന്ന വരയുടെ മധ്യബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ		
	x- സൂചകസംഖ്യ	***y***-സൂചകസംഖ്യ	മധ്യബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ
(3, 8), (5, 6)	$\frac{3+5}{2} = 4$	$\frac{8+6}{2} = 7$	(4, 7)
(5, –2) , (3, 8)			
(–2, –6). (–4, –10)			
(4, 3), (7, 5)			
$\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right)$, $\left(\frac{3}{2}, \frac{5}{3}\right)$			

വർക്ക്ഷീറ്റ് – 3

A (1, 5), B(6, 15) ആയാൽ AB എന്ന വരയെ 2:3 എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ ഭാഗിക്കുന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ കാണുക.

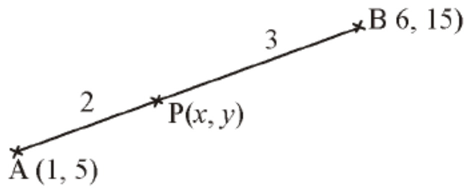
AB എന്ന വരയെ 2:3 എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ ഭാഗിക്കുന്ന ബിന്ദു P (x, y) എന്നെടുത്താൽ

AP = AB യുടെ $\frac{\square}{\square}$ ഭാഗം

A യുടെ x സൂചകസംഖ്യ = □

A, B എന്നീ ബിന്ദുക്കളുടെ x സൂചകസംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസം

= □ – □ = □



P യുടെ x സൂചകസംഖ്യ $= 1 + \frac{2}{5} \times 5$

= □ + □

= □

A യുടെ y സൂചകസംഖ്യ = □

A, B ഇവയുടെ y സൂചകസംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസം

= □ – □ = □

P യുടെ y സൂചകസംഖ്യ $= 5 + \frac{2}{5} \times 10$

= □ + □

= □

∴ P യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ = (□, □)

വർക്ക്ഷീറ്റ് – 4

(3, 5), (6, 7) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയുടെ ചരിവ് കാണുക.

വരയുടെ ചരിവ് $= \frac{7-5}{6-3} = \frac{2}{3}$

ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന പട്ടിക പൂർത്തിയാക്കുക

ഒരു വരയിലെ 2 ബിന്ദുക്കൾ	x- വ്യത്യാസം	y- വ്യത്യാസം	വരയുടെ ചരിവ്
(2, 5) (6, 7)	4	2	$\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$
(3, 7), (6, 9)			
(3, 6), (4, 9)			
(–1, 4), (1, 2)			

വർക്ക്ഷീറ്റ് – 5

A (2, 3), B(4, 4), C(8, 6) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ ഒരേവരയിലാണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക.

A യുടെ x സൂചകസംഖ്യ = □

B യുടെ x സൂചകസംഖ്യ = □

A, B ഇവയുടെ x സൂചകസംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസം = □ – 2

= □

A യുടെ y സൂചകസംഖ്യ = $\square$

B യുടെ y സൂചകസംഖ്യ = $\square$

A, B ഇവയുടെ y സൂചകസംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസം = $\square - \square$

= $\square$

$\therefore$ AB എന്ന വരയുടെ ചരിവ് $= \frac{1}{2}$

B, C ഇവയുടെ x സൂചകസംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസം = $\square - \square$

= $\square$

B, C ഇവയുടെ y സൂചകസംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസം = $\square - \square$

= $\square$

$\therefore$ BC എന്ന വരയുടെ ചരിവ് $= \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$

AB, BC ഇവയുടെ ചരിവുകൾ തുല്യമാണ് $\square$ /തുല്യമല്ല $\square$

$\therefore$ A, B, C എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ ഒരേവരയിൽ ആണ് $\square$ /അല്ല $\square$

വർക്ക്ഷീറ്റ് – 6

(2, 4), (5, 6) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയുടെ സമവാക്യം രൂപീകരിക്കുക.

വരയുടെ ചരിവ് $= \frac{6-4}{5-2} = \frac{2}{3}$

ഈ വരയിലെ ഒരു ബിന്ദുവാണ് (x, y) എങ്കിൽ (2, 4), (x, y) ഇവ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയുടെ

ചരിവ് $\frac{y - 4}{x - 2}$

$\therefore$ ഈ വരയുടെ സമവാക്യം = $\frac{y-4}{x-2} = \frac{2}{3}$

$$2(x-2) = 3(y-4)$$

$$2x-4 = 3y-12$$

$$2x-3y - 4+12=0$$

$$2x - 3y + 8 = 0$$

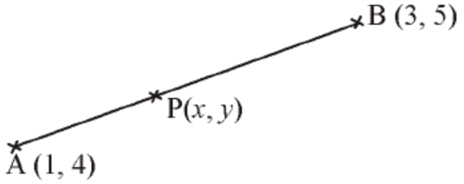
പട്ടിക പൂർത്തിയാക്കുക.

ഒരു വരയിലെ 2 ബിന്ദുക്കൾ	വരയുടെ ചരിവ്	വരയുടെ സമവാക്യം
(2,5), (4,6)	$\frac{1}{2}$	$\frac{y-5}{x-2} = \frac{1}{2}$ $(x-2)=2(y-5)$ $x-2=2y-10$ $x-2y-2+10=0$ $x-2y+8=0$
(2, 3), (4, 6)		
(1, 3), (5, 4)		
(–2, 4), (4, 5)		

വർക്ക്ഷീറ്റ് – 7

(1, 4), (3, 5) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയുടെ സമവാക്യം രൂപീകരിക്കുക.

A (1, 4), B (3, 5) എന്നെടുത്താൽ



A യിൽ നിന്ന് B യിൽ എത്താൻ

x സൂചകസംഖ്യ എത്രകൂട്ടണം? $\square$

y സൂചകസംഖ്യയോ? $\square$

x സൂചകസംഖ്യ $\square$ കൂടുമ്പോൾ y സൂചകസംഖ്യ $\square$ കൂടുന്നു.

x സൂചകസംഖ്യ കൂടുന്നതിനനുസരിച്ച് y സൂചകസംഖ്യ കൂടുന്നതിന്റെ നിരക്ക്, അതായത് ഈ വരയുടെ ചരിവ് = $\frac{\square}{\square}$

A, P എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ നോക്കുക.

A യിൽ നിന്ന് P യിൽ എത്താൻ x സൂചകസംഖ്യ എത്രകൂട്ടണം? $x - \square$

y സൂചകസംഖ്യയോ? $y - \square$

ഒരു വരയിൽ എല്ലായിടത്തും x സൂചകസംഖ്യ കൂടുന്നതിനനുസരിച്ച് y സൂചകസംഖ്യ കൂടുന്നതിന്റെ നിരക്ക് തുല്യമായതിനാൽ

$$\frac{y-\square}{x-\square} = \frac{\square}{\square}$$

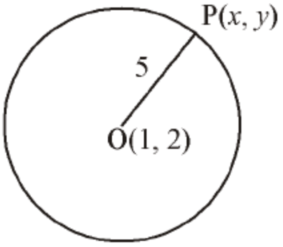
ഇതിൽ നിന്നും $\square\,(x-\square) = \square\,(y-\square)$

ഇത് ലഘൂകരിച്ചാൽ $x-\square y+\square=0$

ഇതാണ് വരയുടെ സമവാക്യം.

വർക്ക്ഷീറ്റ് – 8

ആരം 5 യൂണിറ്റ് ആയ വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രം (1, 2) ആയാൽ ഈ വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം കാണുക.



$P(x, y)$ എന്നത് ഈ വൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവായാൽ

O, P ഇവയുടെ x സൂചകസംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസം $= x - \square$

O, P ഇവയുടെ y സൂചകസംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസം $= y - \square$

OP എന്നവരയുടെ നീളം = 5 യൂണിറ്റ്

$$\sqrt{(x-\square)^2+(y-\square)^2}=5$$

$$(x-\square)^2+(y-\square)^2=25$$

$$x^2-\square x+\square+y^2-\square y+\square=25$$

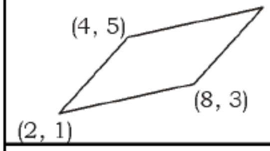
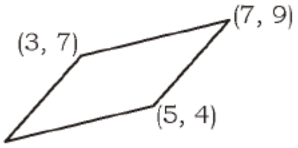
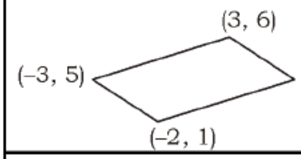
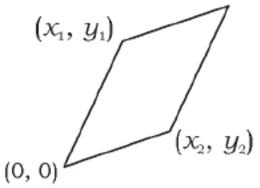
ഇത് ലഘൂകരിച്ചാൽ

$$x^2+y^2-\square x-\square y-\square=0$$

ഇതാണ് ഈ വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം.

ഉത്തരങ്ങൾ

വർക്ക്ഷീറ്റ് – 1

സാമാന്തരികം	നാലാമത്തെ മൂലയുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ
	(10, 7)
	(1, 2)
	(4, 2)
	(x_1+x_x, y_1+y_2)

വർക്ക്ഷീറ്റ് – 2

A, B എന്നീ ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ	AB എന്നവരയുടെ മധ്യബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ		
	x- സൂചകസംഖ്യ	*y*-സൂചകസംഖ്യ	മധ്യബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ
(2, 7), (4, 5)	3	6	(3, 6)
(5, –2) , (3, 8)	4	3	(4, 3)
(–2, –6). (–4, –10)	–3	–8	(–3, –8)
(4, 3), (7, 5)	$^{11}/_{2}$	4	($^{11}/_{2}$,4)
$\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right)\left(\frac{3}{2}, \frac{5}{3}\right)$	1	1	(1, 1)

വർക്ക്ഷീറ്റ് – 3

P യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ = (3, 9)

വർക്ക്ഷീറ്റ് – 4

ഒരു വരയിലെ രണ്ട് ബിന്ദുക്കൾ	*x*- വ്യത്യാസം	*y*- വ്യത്യാസം	വരയുടെ ചരിവ്
(2, 5) (6, 7)	4	2	$\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$
(3, 7), (6, 9)	3	2	$\frac{2}{3}$
(3, 6), (4, 9)	1	3	$^{3}/_{1} = 3$
(–1, 4), (1, 2)	2	2 (2 കുറയുന്നു)	$\frac{-2}{2} = -1$

വർക്ക്ഷീറ്റ് – 5

AB യുടെ ചരിവ് = $\frac{1}{2}$

BC യുടെ ചരിവ് = $\frac{1}{2}$

AB, BC ഇവയുടെ ചരിവുകൾ തുല്യമാണ്.

A, B, C ഇവ ഒരേ വരയിൽ ആണ്.

വർക്ക്ഷീറ്റ് –6

ഒരു വരയിലെ രണ്ട് ബിന്ദുക്കൾ	വരയുടെ ചരിവ്	വരയുടെ സമവാക്യം
(2,5), (4,6)	$\frac{1}{2}$	$\frac{y-5}{x-2} = \frac{1}{2}$ $1(x-2) = 2(y-5)$ $x-2 = 2y-10$ $x-2y-2+10 = 0$ $x-2y+8 = 0$
(2, 3), (4, 6)	$\frac{3}{2}$	$\frac{y-3}{x-2} = \frac{3}{2}$ $3\ (x-2) = 2\ (y-3)$ $3x-6 = 2y-6$ $3x-2y = 0$
(1, 3), (5, 4)	$\frac{1}{4}$	$\frac{y-3}{x-1} = \frac{1}{4}$ $1(x-1) = 4(y-3)$ $x-1 = 4y-12$ $x-4y+11 = 0$
(–2, 4), (4, 5)	$\frac{1}{6}$	$\frac{y-4}{x-(-2)} = \frac{1}{6}$ $1(x+2) = 6(y-4)$ $x+2 = 6y-24$ $x-6y+26 = 0$

വർക്ക്ഷീറ്റ് – 7

വരയുടെ ചരിവ് = $\frac{1}{2}$

$$\frac{y-4}{x-1} = \frac{1}{2}$$

$x - 2y + 7 = 0$, ഇതാണ് ഈ വരയുടെ സമവാക്യം.

വർക്ക്ഷീറ്റ് – 8

വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം

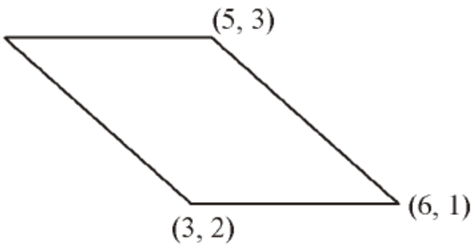
$(x-1)^2 + (y-2)^2 = 5^2$

$x^2 - 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 = 25$

$x^2 + y^2 - 2x - 4y - 21 = 0$

പരിശീലന ചോദ്യങ്ങൾ

1. ചിത്രത്തിലെ സാമാന്തരികത്തിന്റെ നാലാമത്തെ മൂലയുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കാണുക



2. ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ മൂലകൾ (–2, 4), (4, 5), (2, 2) ഇവയായാൽ ത്രികോണത്തിന്റെ മധ്യമ കേന്ദ്രം കാണുക?

3. A, B എന്നീ ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ (2, 5), (8, 15) ഇവയായാൽ?

   a. A B യുടെ മധ്യബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ കാണുക

   b. ഈ വരയിൽ AP : PB = 3 : 2 ആകുന്ന P എന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ കാണുക?

4. (2, 3), (4, 6), (8, 12) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ ഒരേ വരയിലാണെന്നു തെളിയിക്കുക.

5. (4,1), (3, 7) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയുടെ സമവാക്യമെന്ത്? ഈ വരയ്ക്ക് സമാന്തരമായി (2, 3) എന്ന ബിന്ദുവിലൂടെ വരയ്ക്കാവുന്ന വരയുടെ സമവാക്യം എഴുതുക

6. a. (1, 3) എന്ന ബിന്ദുവിലൂടെ കടന്നു പോകുന്നതും ചരിവ് 2 ആയതുമായ വരയുടെ സമവാക്യം എന്ത്?

   b. (3,7) എന്ന ബിന്ദു ഈ വരയിലാണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക.

7 ഒരു വരയുടെ സമവാക്യം $2x - 3y + 6 = 0$ ആയാൽ

   a. ഈ വര അക്ഷങ്ങളെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക.

   b. ഈ വരയുടെ ചരിവ് കാണുക.

8 രണ്ട് വരകളുടെ സമവാക്യങ്ങൾ $2x + y - 6 = 0$, $2x + y + 4 = 0$ എന്നിങ്ങനെയായാൽ

   a. ഈ വരകളിൽ ഓരോന്നിലേയും രണ്ട് ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ വീതം കാണുക.

   b. ഈ വരകൾ സമാന്തരമാണെന്നു തെളിയിക്കുക.

9. കേന്ദ്രം ആധാരബിന്ദുവും ആരം 5 ഉം ആയ വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം രൂപീകരിക്കുക.

10. കേന്ദ്രം (2,1) എന്ന ബിന്ദുവും ആരം 4 ഉം ആയ വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം കാണുക.

ഉത്തരങ്ങൾ

1. നാലാമത്തെ മൂലയുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ = (4+6 – 7, 3 + 4 – 2) = (3, 5)

2. മധ്യമകേന്ദ്രം $\left(\frac{-2+4+2}{3}, \frac{4+5+2}{3}\right)$ $= \left(\frac{4}{3}, \frac{11}{3}\right)$

3. a. മധ്യബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ $= \left(\frac{2+8}{2}, \frac{5+15}{2}\right)$

$= (5, 10)$

b. P യുടെ x സൂചകസംഖ്യ $= 2+\frac{3}{5}(8-2)$

$= 2+\frac{3}{5}\times 6$

$= 2+\frac{18}{5}$

$= 2+3\frac{3}{5}$

$= 5\frac{3}{5}$

P യുടെ y സൂചകസംഖ്യ $= 2+\frac{2}{5}(15-5) = 2+\frac{2}{5}\times 10$

$= 5 + 4$

$= 9$

P യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ $= \left(5\frac{3}{5}, 9\right)$

4. (2, 3), (4, 6) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയുടെ

ചരിവ് $= \frac{6-3}{4-2}$

$= \frac{3}{2}$

(4, 6), (8, 12) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയുടെ

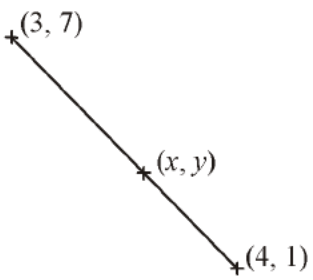
ചരിവ് $= \frac{12-6}{8-4}$

$= \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

ചരിവ് തുല്യമായതിനാൽ ബിന്ദുക്കൾ ഒരേ വരയിലാണ്.

5. (4,1), (3,7) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയുടെ ചരിവ്

$$= \frac{7-1}{3-4} = -6$$



(x, y) ഈ വരയിലെ ഒരു ബിന്ദുവായാൽ $\frac{y-1}{x-4} = -6$

$$-6(x-4) = y-1$$
$$-6x+24 = y-1$$
$$6x+y-25 = 0$$

ഈ വരയ്ക്ക് സമാന്തരമായ ഒരു വരയുടെ ചരിവ് = –6

(2, 3) എന്നത് ഈ വരയിലെ ഒരു ബിന്ദു ആയാൽ

$$\frac{y-3}{x-2} = -6$$
$$-6x+12 = y-3$$
$$6x+y-15 = 0$$

6. a. (1, 3) എന്ന ബിന്ദുവിലൂടെ കടന്നു പോകുന്നതും ചരിവ് 2 ആയതുമായ വരയിലെ ഒരു ബിന്ദു (x, y) ആയാൽ

$$\frac{y-3}{x-1} = 2$$
$$2x-2 = y-3$$
$$2x-y+1 = 0$$

b. (3,7) എന്ന ബിന്ദു പരിഗണിച്ചാൽ

$2x - y + 1 \Rightarrow 2 \times 3 - 7 + 1 = 6 - 7 + 1 = 0$

$\therefore$ (3,7) എന്ന ബിന്ദു ഈ വരയിലാണ്

7 വരയുടെ സമവാക്യം $2x - 3y + 6 = 0$

a. ഈ വര x അക്ഷത്തെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദു $(x, 0)$ ആയാൽ

$$2x - 3 \times 0 + 6 = 0$$
$$\therefore 2x + 6 = 0$$
$$\therefore x = -3$$

x അക്ഷത്തെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദു (–3, 0)

y അക്ഷത്തെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദു (0, y) ആയാൽ

$$\therefore -3y + 6 = 0$$
$$\therefore y = 2$$

y അക്ഷത്തെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദു (0,2)

b. വരയുടെ ചരിവ് = $\frac{2-0}{0-(-3)} = \frac{2}{3}$

8 a. $2x + y - 6 = 0$ എന്ന സമവാക്യത്തിൽ

$x = 0$ ആയാൽ $y - 6 = 0$

$\therefore y = 6$

$y = 0$ ആയാൽ $2x - 6 = 0$

$\therefore x = 3$

ഈ വരയിലെ രണ്ടു ബിന്ദുക്കൾ (0, 6), (3, 0)

$2x + y + 4 = 0$ എന്ന സമവാക്യത്തിൽ

$x = 0$ ആയാൽ $y + 4 = 0$

$\therefore y = -4$

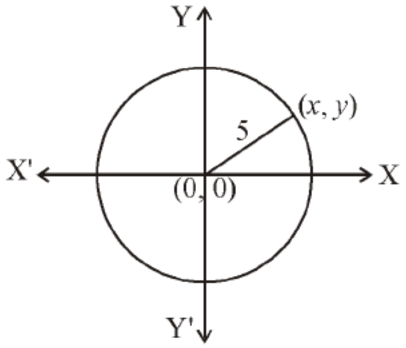
$y = 0$ ആയാൽ $2x + 4 = 0$

$\therefore x = -2$

ഈ വരയിലെ രണ്ടു ബിന്ദുക്കൾ (0, –4), (–2, 0)

b. $2x + y - 6 = 0$, $2x + y + 4 = 0$ എന്നീ സമവാക്യങ്ങളിൽ സ്ഥിരപദത്തിനു മാത്രമേ വ്യത്യാസമുള്ളൂ. അതുകൊണ്ട് ഈ വരകൾ സമാന്തരങ്ങളാണ്.

9.



വൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യ (x, y), എന്നെടുത്താൽ

വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം $x^2 + y^2 = 5^2$

ie. $x^2 + y^2 = 25$

10. ഈ വൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവാണ് (x,y) എന്നെടുത്താൽ (x,y), (2, 1) ഇവ തമ്മിലുള്ള അകലം = 4

$\sqrt{(x-2)^2 + (y-1)^2} = 4$

$(x-2)^2 + (y-1)^2 = 16$

$x^2 - 4x + 4 + y^2 - 2y + 1 = 16$

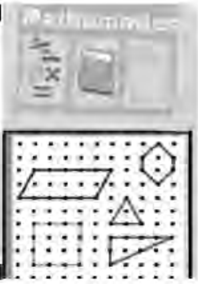
$x^2 + y^2 - 4x - 2y + 5 - 16 = 0$

$x^2 + y^2 - 4x - 2y - 11 = 0$

ഇതാണ് ഈ വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം

യൂണിറ്റ് 10

ബഹുപദങ്ങൾ



ഓർമ്മയിൽ സൂക്ഷിക്കാൻ

- $p(x) = q(x) \times r(x)$ എന്ന് എഴുതാൻ കഴിഞ്ഞാൽ $q(x)$, $r(x)$ എന്നീ ബഹുപദങ്ങൾ $p(x)$ ന്റെ ഘടകങ്ങൾ ആയിരിക്കും.

  ഉദാ: $p(x) = x^2 - 1 = (x + 1)(x - 1)$

  $\therefore$ $(x + 1), (x - 1)$ ഇവ $x^2 - 1$ ന്റെ ഘടകങ്ങൾ.

- $P(x)$ എന്ന ബഹുപദത്തിൽ $p(a) = 0$ ആയാൽ $(x - a)$, $p(x)$ ന്റെ ഒരു ഘടകം ആയിരിക്കും.

  ഉദാ: $p(5) = 0$ ആയാൽ $(x - 5)$, $p(x)$ ന്റെ ഒരു ഘടകം ആയിരിക്കും.

- $p(x)$ എന്ന ബഹുപദത്തെ ഒന്നാം കൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി $p(x) = (x - a_1)\ (x - a_2) \dots (x - a_n)$ എന്ന് എഴുതാൻ കഴിഞ്ഞാൽ $a_1, a_2, \dots\ a_n$ എന്നീ സംഖ്യകൾ $p(x) = 0$ എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരങ്ങൾ ആയിരിക്കും.

  ഉദാ: $p(x) = (x - 1)(x - 2)(x - 3)$ ആയാൽ 1, 2, 3 എന്നീ സംഖ്യകൾ $p(x) = 0$ എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരങ്ങൾ ആയിരിക്കും.

പ്രവർത്തനം 1

$\dfrac{x^2 - 5x - 6}{x^2 - 5x + 6}$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകം ആണോ $(x - 2)$ എന്ന് പരിശോധിക്കുക.

$p(2) = \square^2 - 5 \times \square + 6 \times$

$= \square - \square + 6$

$= \square$

$\therefore (x - 2)$, $p(x)$ ന്റെ ഘടകം ആണ് □/ അല്ല □

പ്രവർത്തനം 2

$x^2 - 7x + 2$ എന്ന ബഹുപദത്തെ രണ്ട് ഒന്നാം കൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക.

$x^2 - 7x + 12 \quad = \quad (x - a)(x - b)$

$x^2 - 7x + 12 \quad = \quad x^2 - (a + b)x + ab$

$a = \square, \quad b = \square$

$\therefore\ x^2 - 7x + 12 = (x - \square)(x - \square)$

പ്രവർത്തനം 3

x, y എന്നീ എല്ലാ സംഖ്യകൾക്കും $x^2-y^2 = (x+y)(x-y)$ ഇത് ഉപയോഗിച്ച്

$x^2 - 9 = x^2-3^2 = (x+3)(x-3)$ $(x+3)$ $(x-3)$ ഇവ x^2-9 ന്റെ ഘടകങ്ങളാണ്.

ചുവടെ കൊടുത്തരിക്കുന്ന പട്ടിക പൂരിപ്പിക്കുക.

രണ്ടാംകൃതി ബഹുപദം $P(x)$	x^2-y^2 എന്ന രൂപത്തിൽ	$P(x)$ ന്റെ ഘടകരൂപത്തിൽ	$P(x)$ ന്റെ ഘടകങ്ങൾ
x^2-4	x^2-2^2	$(x+2)(x-2)$	$x+2,\ x-2$
x^2-25			
x^2-3	$x^2-\left(\sqrt{3}\right)^2$		
x^2-10			
$4x^2-16$	$(2x)^2-4^2$		
$9x^2-36$			
$x^2-\frac{1}{9}$	$x^2-\left(\frac{1}{9}\right)^2$		

പ്രവർത്തനം 4

$P(x) = x^2+7x+12$

a) $P(x)$ നെ 2 ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക.

b) $P(x) = 0$ എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരങ്ങൾ എവ?

$x^2 +7x +12 = x^2 + (a+b)x + ab$

$= a + b = 7$

$ab = 12$

$a = 4,\ b = 3$

$\therefore x^2 + 7x + 12 = x^2 + (4+3)x + (4\times3)$

$= (x + 4)\ (x + 3)$

b) $P(x) = (x+4)(x+3)$

$= (x - -4)\ (x - -3)$

$P(x) = 0$ എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരങ്ങൾ $x = -4,\ x = -3$

ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന പട്ടിക പൂരിപ്പിക്കുക.

രണ്ടാംകൃതി ബഹുപദം $P(x)$	$P(x)$ ന്റെ ഘടകരൂപം	$P(x)$ ന്റെ ഘടകങ്ങൾ	$P(x) = 0$ എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരം
$x^2 + 11x + 10$	$(x+1)(x+10)$	$x+1,\ x+10$	$-1, -10$
$x^2 + 8x + 15$			
$x^2 - 8x + 12$	$(x-6)(x-2)$		6, ...
$x^2 + 12x - 13$	$(x+12)(x-1)$		-12, ...
$x^2 - 12x - 13$			

പ്രവർത്തനം 5

$P(x) - P(a)$ യുടെ ഒരു ഘടകമായിരിക്കും $x - a$

$P(x) = x^2 - 8x + 12$

a) $P(3)$ യുടെ വില എത്ര?

b) $P(x) - P(3)$ യെ രണ്ട് ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക.

$P(3) = 3^2 - (8 \times 3) + 12$

$= 9 - 24 + 12$

$=$

$P(x) - P(3) = x^2 - 8x + 12 - \square$

$= x^2 - 8x + 15$

$= (x - \square)\ (x - \square)$

പ്രവർത്തനം 6

a) $x^2 - 2x - 35$ നെ രണ്ട് ഒന്നാംകൃതി പദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക.

$x^2 - 2x - 35 = 0$ എന്ന സമവാക്യം പരിഗണിച്ചാൽ

$a = \square,\ b = \square,\ c = \square$

$b^2 - 4ac = \square^2 - 4 \times \square \times \square$

$= \square - \square$

$= \square$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 4ac}}{2a} = \frac{\square \pm \sqrt{\square}}{2 \times \square}$$

$$= \frac{\square}{\square} or \frac{\square}{\square} = \square or \square$$

$x^2 - 2x - 35 = (x + \square)(x - \square)$

പ്രവർത്തനം 7

x^2+2x+2 എന്ന ബഹുപദത്തെ 2 ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതാൻ കഴിയില്ല എന്നു തെളിയിക്കുക.

$x^2+2x+2=0$ എന്ന സമവാക്യം പരിഗണിച്ചാൽ

$a=\square,\ b=\square,\ c=\square$

$b^2-4ac=\square^2-4\times\square\times\square$

$=\square-\square$

$=\square$

$b^2-4ac<0$ ആയതിനാൽ $x^2+2x+2=0$ എന്ന സമവാക്യത്തിന് പരിഹാരമില്ല.

$\therefore$ ബഹുപദത്തെ ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതാൻ കഴിയില്ല.

പ്രവർത്തനം 8

$2x^2+kx+4$ എന്ന ബഹുപദത്തിൽ k യ്ക്ക് ഏത് വില സ്വീകരിച്ചാലാണ് $(x-1)$ ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമാകുന്നത്.?

$P(x) = 2x^2+kx+4$

$x-1$ ഘടകമാകണമെങ്കിൽ $P(1)=0$

$2\times\square^2+k\times\square+4=0$

$2+k+\square=0$

$k+\square = 0$

$k=\square$

ഉത്തരങ്ങൾ

പ്രവർത്തനം 1

$P(2) = 2^2-5\times2+6$

$= 4-10+6$

$=0$

$P(2)=0$ ആയതിനാൽ $x-2$ $P(x)$ ന്റെ ഒരു ഘടകമാണ്

അതെ

പ്രവർത്തനം 2

$a+b=-7 \quad ab=12$

$a = -4$

$b = -3$

$\therefore x^2-7x+12=(x-4)(x-3)$

പ്രവർത്തനം 3

രണ്ടാംകൃതി ബഹുപദം $P(x)$	x^2-y^2 എന്ന രൂപത്തിൽ	$P(x)$ ന്റെ ഘടകരൂപത്തിൽ	$P(x)$ ന്റെ ഘടകങ്ങൾ
x^2-4	x^2-2^2	$(x+2)(x-2)$	$x+2,\ x-2$
x^2-25	x^2-5^2	$(x+5)(x-5)$	$x+5,\ x-5$
x^2-3	$x^2-\left(\sqrt{3}\right)^2$	$\left(x+\sqrt{3}\right)\left(x-\sqrt{3}\right)$	$x+\sqrt{3}, x-\sqrt{3}$
x^2-10	$x^2-\left(\sqrt{10}\right)^2$	$\left(x+\sqrt{10}\right)\left(x-\sqrt{10}\right)$	$x+\sqrt{10}, x-\sqrt{10}$
$4x^2-16$	$(2x)^2-4^2$	$(2x+4)(2x-4)$	$2x+4,\ 2x-4$
$9x^2-36$	$(3x)^2-6^2$	$(3x+6)(3x-6)$	$3x+6,\ 3x-6$
$x^2-\frac{1}{9}$	$x^2-\left(\frac{1}{3}\right)^2$	$\left(x+\frac{1}{3}\right)\left(x-\frac{1}{3}\right)$	$x+\frac{1}{3}, x-\frac{1}{3}$

പ്രവർത്തനം 4

രണ്ടാംകൃതി ബഹുപദം $P(x)$	$P(x)$ ന്റെ ഘടകരൂപം	$P(x)$ ന്റെ ഘടകങ്ങൾ	$P(x)=0$ എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരം
$x^2+11x+10$	$(x+1)(x+10)$	$x+1,\ x+10$	$x=-1,\ x=-10$
$x^2+8x+15$	$(x+5)(x+3)$	$x+5,\ x+3$	$x=-5,\ x=-3$
$x^2-7x+12$	$(x-3)(x-4)$	$x-3,\ x-4$	$x=3,\ x=4$
$x^2-8x+12$	$(x-6)(x-2)$	$x-6,\ x-2$	$x=6,\ x=2$
$x^2+12x+13$	$(x+13)(x-1)$	$x+13,\ x-1$	$x=-13,\ x=1$
$x^2-12x-13$	$(x-13)(x+1)$	$x-13,\ x+1$	$x=13,\ x=-1$

പ്രവർത്തനം 5

$$P(3) = 3^2-8\times3+12$$
$$= 9-24+12$$
$$= -3$$
$$P(x)-P(3) = (x^2-8x+12) - -3$$
$$= x^2-8x+15$$
$$= (x-5)(x-3)$$

പ്രവർത്തനം 6

a=1, b= -2, c= -35

$b^2–4ac = (-2)^2–4x)\times-35$

= 4 + 140

= 144

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{2 \pm \sqrt{144}}{2 \times 1} = \frac{2+12}{2}, \frac{2-12}{2}$$

$x^2–2x–35=(x+7)(x–5)$

പ്രവർത്തനം 7

a=1, b=2, c=2

$b^2–4ac = 2^2–(4\times1\times2)$

= 4–8=-4<0

പ്രവർത്തനം 8

P(1) = 0

$2 \times 1^2 + k \times 1 + 4 = 0$

2 + k + 4 = 0

k + 6 = 0

K = -6

പരിശീലന ചോദ്യങ്ങൾ

1. $P(x) = x^2 – 5x + 4$ എന്ന ബഹുപദത്തിൽ P(1) കണക്കാക്കുക. $(x – 1)$, $P(x)$ ന്റെ ഒരു ഘടകമാണോ? എന്തുകൊണ്ട്?
2. $p(x) = x^2 – 5x + 6$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകം ആണോ $(x – 2)$? എന്തുകൊണ്ട്?
3. $x^2 – 3x + 2$ എന്ന ബഹുപദത്തെ രണ്ട് ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക.
4. $2x^2 + kx – 4$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഒരു ഘടകം ആണ് $(x – 2)$ എങ്കിൽ k യുടെ വില എന്ത്?
5. $x^3 – 6x^2 + ax + b$ യുടെ ഘടകങ്ങളാണ് $(x – 1)$, $(x – 2)$ ഇവയെങ്കിൽ a, b കാണുക.
6. $x+1$ ഘടകമായ ഒരു രണ്ടാംകൃതി ബഹുപദം എഴുതുക.
7. $x^2–81$ നെ രണ്ട് ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക.
8. $P(x)=2x^2+5x–10$

   a) $P(2)$ കണക്കാക്കുക.

b) $P(x) - P(2)$ ന്റെ ഘടകം എഴുതുക.

9. $ax^2 + bx + c$ യുടെ ഒരു ഘടകമാണ് $(x-1)$ എങ്കിൽ $a + b + c$ യുടെ വില എന്ത്?

10. $x^2 + 3x + 3$ എന്ന ബഹുപദത്തെ രണ്ട് ഒന്നാം കൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതാൻ കഴിയില്ല എന്ന് തെളിയിക്കുക.

ഉത്തരങ്ങൾ

1. a) $P(1) = 1^2-(5\times1)+4$

$= 1-5+4$

$= -4+4$

$= 0$

b) $P(1) = 0$ ആയതിനാൽ $(x-1)$ $P(x)$ ന്റെ ഒരു ഘടകം.

2. $p(x) = x^2 - 5x + 6$

$p(2) = 2^2 - 5 \times 2 + 6$

$= 4 - 10 + 6$

$= 0$

$p(2) = 0$ ആയതുകൊണ്ട് $(x - 2)$, $p(x)$ ന്റെ ഒരു ഘടകം ആണ്.

3. $p(x) = x^2 - 3x + 2$

$x^2 - 3x + 2 = (x - a)(x - b)$ എന്നിരിക്കട്ടെ.

$\therefore\ x^2 - 3x + 2 = x^2 - (a + b)x + ab$

$\therefore\ a + b = 3$

$ab = 2$

$a = 2$

$b = 1$

$\therefore\ x^2 - 3x + 2 = (x - 2)(x - 1)$

4. $p(x) = 2x^2 + kx - 4$

$(x - 2)$ എന്നത് $p(x)$ ന്റെ ഒരു ഘടകം ആയതുകൊണ്ട് $p(2) = 0$ ആയിരിക്കും.

$P(2) = 2 \times 2^2 + (k \times 2) - 4 = 0$

$8 + 2k - 4 = 0$

$\therefore\ 2k - 4 = 0$

$\therefore\ 2k = -4$

$k = \frac{-4}{2} = -2$

5. $p(x) = x^3 - 6x^2 + ax + b$ യുടെ ഘടകങ്ങളാണ് $(x - 1)$, $(x - 2)$ ഇവയെങ്കിൽ $p(1) = p(2) = 0$ ആയിരിക്കും.

$p(1) = 0$ ആയതുകൊണ്ട്

$p(1) = 1^3 - 6 \times 1^2 + a \times 1 + b = 0$

$\therefore 1 - 6 + a + b = 0$

$-5 + a + b = 0$

$a + b = 5$ ——— (1)

$p(2) = 0$ ആയതുകൊണ്ട്

$p(2) = 2^3 - 6 \times 2^2 + a \times 2 + b = 0$

$\therefore 8 - 6 \times 4 + 2a + b = 0$

$8 - 24 + 2a + b = 0$

$-16 + 2a + b = 0$

$\therefore\ 2a + b = 16$ ——— (2)

(2) - (1), $a = 11$

(1) ൽ നിന്നും, $b = 5 - 11 = -6$

$\therefore\ a = 11, b = -6$

6. $(x+1)(x-1) = x^2 - 1$

$(x+1)x = x^2 - x$

$(x+1)(x+2) = x^2 + 3x + 2$

7. $x^2 - 81 = x^2 - 9^2$

$= (x+9)(x-9)$

8. $P(2) = 2\times2^2+(5\times2)-10$

$= 8 + 10 - 10$

$= 8$

$P(x) - P(2) = 2x^2+5x-18$ $P(x)-P(2)$ന്റെ ഒരു ഘടകം $x-2$

9. $p(x) = ax^2 + bx + c$

$(x - 1)$, $p(x)$ ന്റെ ഒരു ഘടകം ആയതുകൊണ്ട്

$p(1) = 0$ ആയിരിക്കും.

$p(1) = a \times 1^2 + b \times 1 + c = 0$

$a + b + c = 0$

$a + b + c$ യുടെ വില പൂജ്യം ആയിരിക്കും.

9. $x^2 + 3x + 3 = 0$ എന്ന രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യം പരിഗണിച്ചാൽ

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times 1 \times 3}}{2 \times 1}$$

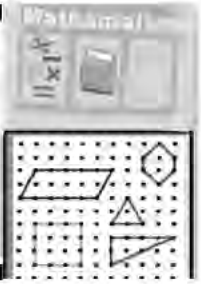
$$= \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 12}}{2}$$

$$= \frac{-3 \pm \sqrt{-3}}{2}$$

ഇങ്ങനെയുള്ള xഎന്ന സംഖ്യ ഇല്ലാത്തതിനാൽ $x^2 + 3x + 3$എന്ന ബഹുപദത്തെ രണ്ട് ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതാൻ കഴിയില്ല.

ഓം

യൂണിറ്റ് 11 സ്ഥിതിവിവരക്കണക്ക്



ഓർമ്മയിൽ സൂക്ഷിക്കാൻ

- മാധ്യം $\Rightarrow \dfrac{\text{അളവുകളുടെ തുക}}{\text{അളവുകളുടെ എണ്ണം}}$
- മധ്യമം $\Rightarrow$ അളവുകളെ വലുപ്പക്രമത്തിലെഴുതുമ്പോൾ നടുക്കുവരുന്ന അളവ്
- അളവുകളുടെ എണ്ണം n ആയാൽ നടുക്കുവരുന്ന അളവ്

  a. n ഒറ്റസംഖ്യയായാൽ $\dfrac{n+1}{2}$ -ാമത്തെ അളവ്

  b. n ഇരട്ടസംഖ്യയായാൽ $\dfrac{n}{2}$ -ാമത്തെ അളവും $\left(\dfrac{n}{2}+1\right)$ -ാമത്തെ അളവും.

പ്രവർത്തനം 1

ഒരു ക്ലാസ് ടെസ്റ്റിന് 10 കുട്ടികൾ നേടിയ സ്കോറുകൾ ചുവടെ കൊടുക്കുന്നു. സ്കോറുകളുടെ മാധ്യം കാണുക.

13, 11, 20, 18, 20, 25, 21, 15, 10, 17

$13 + 11 + 20 + 18 + 20 + 25 + 21 + 15 + 10 + 17 = \square$

മാധ്യം = $\dfrac{\text{അളവുകളുടെ തുക}}{\text{അളവുകളുടെ എണ്ണം}} = \dfrac{\square}{\square}$

$= 17$

പ്രവർത്തനം 2

13 ആളുകളുടെ ഭാരം കിലോഗ്രാമിൽ ചുവടെ കൊടുക്കുന്നു. ഭാരങ്ങളുടെ മധ്യമം കാണുക.

66, 56, 83, 29, 43, 58, 53, 70, 50, 30, 45, 89, 57

അളവുകൾ വലുപ്പക്രമത്തിൽ എഴുതിയാൽ

29, 30, 43, 45, 50, 53, 56, 57, 58, 66, 70, 83, 89

മധ്യമം $\Rightarrow$ അളവുകളെ വലുപ്പക്രമത്തിലെഴുതുമ്പോൾ നടുക്കുവരുന്ന അളവ്.

നടുക്കുവരുന്ന അളവ് = $\square$

$\therefore$ മധ്യമം = $\square$

പ്രവർത്തനം 3

ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്ന അളവുകളുടെ മധ്യമം കാണുക.

5, 7, 9, 5, 5, 9, 4, 6, 3, 5, 4, 5

അളവുകൾ വലുപ്പക്രമത്തിൽ എഴുതിയാൽ

☐, ☐, ☐, ☐, ☐, ☐, ☐, ☐, ☐, ☐, ☐, ☐

മധ്യമം ⇒ അളവുകളെ വലുപ്പക്രമത്തിലെഴുതുമ്പോൾ നടുക്കുവരുന്ന അളവ്

നടുക്കുവരുന്ന അളവുകൾ = ☐, ☐

$$\text{മധ്യമം} = \frac{\square + \square}{2}$$

$$= \square$$

പ്രവർത്തനം 4

ഒരു പ്രദേശത്തെ ആളുകളുടെ മാസവരുമാനം ചുവടെ പട്ടികയായി കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. മാസവരുമാനങ്ങളുടെ മധ്യമം കാണുക.

മാസവരുമാനം	ആളുകളുടെ എണ്ണം
2500	6
3000	8
3500	12
4000	20
4500	16
5000	6

മാസവരുമാനം	ആളുകളുടെ എണ്ണം
☐	6
3000 വരെ	☐
☐	26
4000 വരെ	☐
☐	62
5000 വരെ	☐

ആകെ എണ്ണം = ☐

നടുക്ക് വരുന്ന രണ്ട് അളവുകൾ 34-ാമത്തേതും 35-ാമത്തേതും ആണല്ലോ.

27-ാമത്തെ ആൾ മുതൽ 46 -ാമത്തെ ആൾവരെയുള്ളവരുടെ മാസവരുമാനം = ☐

34 -ാമത്തെ ആളുടെ മാസവരുമാനം = ☐

35-ാമത്തെ ആളുടെ മാസവരുമാനം = ☐

മധ്യമ മാസവരുമാനം $= \frac{\square + \square}{2}$

$= \square$

പ്രവർത്തനം 5

ഒരു കമ്പനിയിലെ തൊഴിലാളികളുടെ പ്രായമാണ് ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നത്. മധ്യമപ്രായം കണക്കാക്കുക.

പ്രായം	തൊഴിലാളികളുടെ എണ്ണം
35 – 40	9
40 – 45	11
45 – 50	5
50 – 55	8
55 – 60	7
60 – 65	5

പ്രായം	തൊഴിലാളികളുടെ എണ്ണം
40 നേക്കാൾ കുറവ്	☐
☐	20
50 നേക്കാൾ കുറവ്	☐
☐	33
60 നേക്കാൾ കുറവ്	☐
☐	45

ആകെ തൊഴിലാളികൾ = ☐

പ്രായത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ തൊഴിലാളികളെ നിർത്തിയാൽ നടുക്ക് വരുന്ന ആളുടെ സ്ഥാനം = 23

21-ാമത്തെ തൊഴിലാളി മുതൽ 25 -ാമത്തെ തൊഴിലാളിവരെയുള്ളവരുടെ പ്രായം = ☐ നും ☐ ഇടയിൽ.

21-ാമത്തെ ആൾ മുതൽ 25 -ാമത്തെ ആൾവരെയുള്ളവരുടെ എണ്ണം = ☐

45 മുതൽ 50 വരെയുള്ള 5 യൂണിറ്റിനെ 5 തുല്യഭാഗങ്ങളാക്കിയാൽ അതിൽ ഒരു ഭാഗം $= \frac{5}{5} = 1$

21-ാമത്തെ ആളിന്റെ പ്രായം = 45 നും 46 നും മധ്യത്ത്.

$$= 45\frac{1}{2}$$

23 – 21 = ☐

23-ാമത്തെ ആളിന്റെ പ്രായം $= 45\frac{1}{2} + 2 \times 1$

$$= 45\frac{1}{2} + \square$$

$$= 47\frac{1}{2}$$

$\therefore$ മധ്യമ പ്രായം $= 47\frac{1}{2}$

ഉത്തരങ്ങൾ

പ്രവർത്തനം - 1

തുക = 170

മാധ്യം = $\frac{170}{10} = 17$

ആരോഹണക്രമത്തിൽ എഴുതിയാൽ

10, 11, 13, 15, 17, 18, 20, 21, 25

മധ്യമം = $\frac{17+18}{2} = 17.5$

പ്രവർത്തനം - 2

നടുക്കു വരുന്ന അളവ് $\left(\frac{13+1}{2}\right)$-ാം അളവ് = 7-ാമത്തെ അളവ്

$\therefore$ മധ്യമം = 56

പ്രവർത്തനം - 3

3, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, 6, 7, 9, 9

മധ്യമം = $\frac{5+5}{2}$

= 5

പ്രവർത്തനം - 4

മാസവരുമാനം	തൊഴിലാളികളുടെ എണ്ണം
2500 വരെ	6
3000 വരെ	14
3500 വരെ	26
4000 വരെ	46
4500 വരെ	62
5000 വരെ	68

ആകെ എണ്ണം = 68

മാസവരുമാനം = 4000

34-ാമത്തെ ആളുടെ മാസവരുമാനം = 4000

35-ാമത്തെ ആളുടെ മാസവരുമാനം = 4000

മധ്യമ മാസവരുമാനം $= \frac{4000+4000}{2}$

$= 4000$

പ്രവർത്തനം - 5

പ്രായം	തൊഴിലാളികളുടെ എണ്ണം
40 നേക്കാൾ കുറവ്	9
45 നേക്കാൾ കുറവ്	20
50 നേക്കാൾ കുറവ്	25
55 നേക്കാൾ കുറവ്	33
60 നേക്കാൾ കുറവ്	40
65 നേക്കാൾ കുറവ്	45

ആകെ തൊഴിലാളികൾ = 45

നടുക്കു വരുന്ന ആളുകളുടെ സ്ഥാനം = 23

പ്രായം 45 നും 50 നും ഇടയിൽ

21 മുതൽ 25 വരെയുള്ളവരുടെ എണ്ണം = 5

23-ാമത്തെ ആളിന്റെ പ്രായം $= 45\frac{1}{2}+2$

$= 47\frac{1}{2}$

ചോദ്യങ്ങൾ

1. 1 മുതൽ 10 വരെയുള്ള എണ്ണൽസംഖ്യകളുടെ മാധ്യവും മധ്യമവും കാണുക?
2. ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്ന അളവുകളുടെ മാധ്യം കാണുക.

   610, 625, 618, 625, 621, 615, 610, 620

3. ഗണിതശാസ്ത്ര പരീക്ഷയിൽ കുറച്ചുകുട്ടികൾ നേടിയ സ്കോറുകൾ ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. സ്കോറുകളുടെ മധ്യമം കാണുക.

   30, 20, 24,10, 35, 40, 12, 80, 52, 70, 46, 54, 74

3. ഒരു തൊഴിൽശാലയിലെ ജോലിക്കാരുടെ ദിവസക്കൂലി ചുവടെ പട്ടികയിൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. ദിവസക്കൂലിയുടെ മധ്യമം കാണുക.

ദിവസക്കൂലി (രൂപ)	ജോലിക്കാരുടെ എണ്ണം
400	3
500	7
600	8
700	6
800	5

4. ഒരു ക്ലാസിലെ കുട്ടികളുടെ ഉയരം സെന്റീമീറ്ററിൽ ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. മധ്യമ ഉയരം കാണുക.

കുട്ടികളുടെ ഉയരം (cm)	കുട്ടികളുടെ എണ്ണം
135	5
140	8
145	12
150	11
155	5
160	4

6. ഒരു ക്ലാസ്സിലെ കുട്ടികളെ കണക്കു പരീക്ഷയ്ക്ക് ലഭിച്ച മാർക്ക് അനുസരിച്ച് എണ്ണം തിരിച്ച പട്ടികയാണ് ചുവടെയുള്ളത്. ക്ലാസ്സിലെ മധ്യമ മാർക്ക് കണക്കാക്കുക.

മാർക്ക്	കുട്ടികളുടെ എണ്ണം
10 - 20	6
20 - 30	8
30 - 40	6
40 - 50	10
50 - 60	11
60 - 70	2
70 - 80	4

ഉത്തരങ്ങൾ

1. മാധ്യം $= \frac{1+2+3......+10}{10}$ = 5.5

മധ്യമം = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10

മധ്യമം $= \frac{5+6}{2} = 5.5$

2. മാധ്യം $= \frac{\text{അളവുകളുടെ ആകെ തുക}}{\text{അളവുകളുടെ എണ്ണം}}$

$= \frac{610+625+618+625+621+615+610+620}{8}$

$= \frac{4944}{8} = 618$

3. അളവുകൾ വലുപ്പക്രമത്തിൽ എഴുതിയാൽ

10, 12, 20, 24, 30, 35, 40, 46, 52, 54, 70, 74, 80

മധ്യമം = വിലകളെ വലുപ്പക്രമത്തിലെഴുതുമ്പോൾ നടുക്കുവരുന്ന അളവ്

$\therefore$ നടുക്കുവരുന്ന അളവ് = 40

മധ്യമം = 40

4.

ദിവസക്കൂലി (രൂപ)	ജോലിക്കാരുടെ എണ്ണം
400 വരെ	3
500 വരെ	10
600 വരെ	18
700 വരെ	24
800 വരെ	29

ആകെ അളവുകൾ = 29

നടുക്ക് വരുന്ന അളവ് = 15-ാമത്തെ അളവ്

15-ാമത്തെ അളവ് = 600

മധ്യമം = 600

5.

ഉയരം	കുട്ടികളുടെ എണ്ണം
135 വരെ	5
140 വരെ	13
145 വരെ	25
150 വരെ	36
155 വരെ	41
160 വരെ	45

ആകെ അളവുകൾ = 45

നടുക്ക് വരുന്ന അളവ് = 23-ാമത്തെ അളവ്

14-ാം കുട്ടി മുതൽ 25-ാം കുട്ടിവരെയുള്ളവരുടെ ഉയരം = 145

23-ാം കുട്ടിയുടെ ഉയരം = 145

മധ്യമ ഉയരം = 145

6.

മാർക്ക്	കുട്ടികളുടെ എണ്ണം
20 നേക്കാൾ കുറവ്	6
30 നേക്കാൾ കുറവ്	14
40 നേക്കാൾ കുറവ്	20
	——— 24-ാമത്തെ കുട്ടി
50 നേക്കാൾ കുറവ്	30
60 നേക്കാൾ കുറവ്	41
70 നേക്കാൾ കുറവ്	43
80 നേക്കാൾ കുറവ്	47

ആകെ കുട്ടികൾ = 47

മധ്യമമായി വരുന്ന കുട്ടി = $\left(\frac{47+1}{2}\right)$-ാ മത്തേത് 24-ാമത്തേത്

21-ാമത്തെ കുട്ടി മുതൽ 30-ാമത്തെ കുട്ടി വരെയുള്ള എണ്ണം = 10

മാർക്കുകളുടെ വ്യത്യാസം 50-40=10

ഓരോ കുട്ടിക്കും ലഭിക്കുന്ന മാർക്ക് = $\frac{10}{10} = 1$

21-ാമത്തെ കുട്ടിയുടെ മാർക്ക് = $40\frac{1}{2} + (3 \times 1)$

= $43\frac{1}{2}$

മൂല്യനിർണ്ണയ ഉപാധി - സെറ്റ് - 1

ഗണിതശാസ്ത്രം

സമയം : 2½ മണിക്കൂർ | പരമാവധി സ്കോർ : 80

നിർദ്ദേശങ്ങൾ:

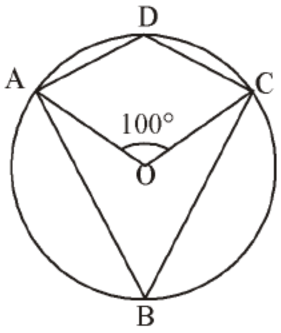
- ഓരോ ചോദ്യവും വായിച്ച് മനസ്സിലാക്കിയ ശേഷം ഉത്തരമെഴുതുക.
- ഉത്തരങ്ങൾ ആവശ്യമുള്ളിടത്ത് വിശദീകരണങ്ങൾ നൽകണം.
- ആദ്യത്തെ 15 മിനിട്ട് സമാശ്വാസ സമയമാണ്.
- ചോദ്യങ്ങളിൽ പ്രത്യേകം ആവശ്യപ്പെട്ടിട്ടുണ്ടെങ്കിൽ മാത്രം $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, π മുതലായ അഭിന്നകങ്ങളുടെ ഏകദേശ വിലകൾ ഉപയോഗിച്ച് ലഘൂകരിച്ചാൽ മതി.

1 മുതൽ 4 വരെ ചോദ്യങ്ങളിൽ 3 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരം എഴുതുക. 2 സ്കോർ വീതം.

1. a) 4, 7, 10, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ പൊതുവ്യത്യാസം എത്രയാണ്?

   b) ഈ ശ്രേണിയിലെ ഏതെങ്കിലും രണ്ടു പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം 25 ആകുമോ? എന്തുകൊണ്ട്?

2. ചിത്രത്തിൽ 'O' വൃത്തകേന്ദ്രം ആകുന്നു. $\angle AOC = 100^0$

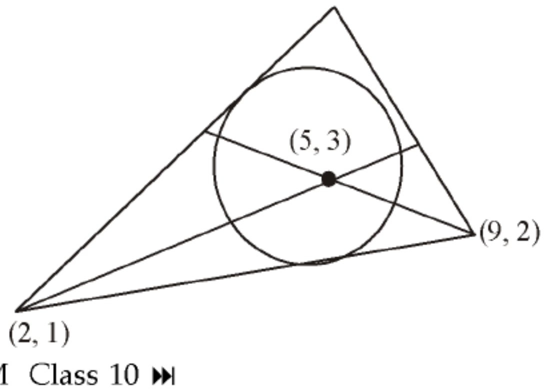


   a) $\angle ABC$ യുടെ അളവ് എത്ര ഡിഗ്രിയാണ്?

   b) $\angle ADC$ യുടെ അളവ് എത്ര ഡിഗ്രിയാണ്?

3. $P(x) = x^2 + x - 6$ ഒരു രണ്ടാം കൃതി ബഹുപദമാകുന്നു. $P(x)$ ന്റെ ഒരു ഘടകമാണോ $(x+3)$ എന്തുകൊണ്ട്?

4. ത്രികോണത്തിന്റെ രണ്ട് കോണുകളുടെ മൂലകളുടെ സൂചകങ്ങൾ (2,1) ഉം (9,2) ഉം ആകുന്നു. ഇതിന്റെ മധ്യമ കേന്ദ്രം (5,3) ആയാൽ മൂന്നാമത്തെ മൂലയുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ എഴുതുക.



5 മുതൽ 10 വരെയുള്ള ചോദ്യങ്ങളിൽ 4 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക. ഓരോ ചോദ്യത്തിനും 3 സ്കോർ വീതം.

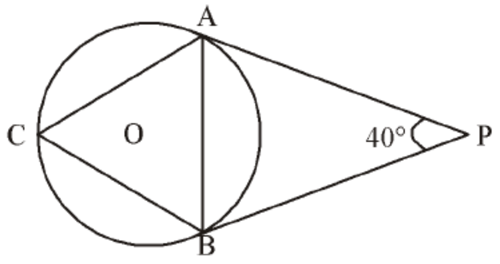
5. ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം $4n-1$ ആകുന്നു.

a) പൊതുവ്യത്യാസം എത്രയാണ്?

b) ആദ്യപദം എഴുതുക.

c) ഈ ശ്രേണിയിലെ ഓരോ പദത്തെയും 4 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടം എത്രയാണ്?

6. ചിത്രത്തിൽ PA, PB ഇവ തൊടുവരകൾ ആകുന്നു. കൂടാതെ AC=BC, $\angle APB = 40^0$



a) $\angle ACB$ യുടെ അളവെന്ത്?

b) $\angle CAB$ യുടെ അളവെഴുതുക.

c) $\angle CBA$ യുടെ അളവെഴുതുക.

7. പൊതുവ്യത്യാസം 6 ആയ ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ അടുത്തടുത്ത രണ്ട് പദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലം 112 ആകുന്നു.

a) ഒരുപദം x എന്നെടുത്ത് രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യം രൂപീകരിക്കുക.

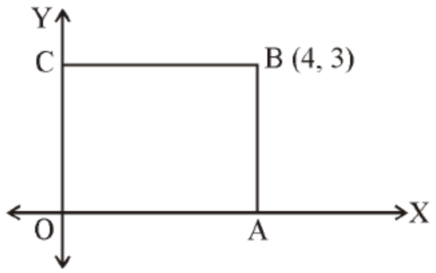
b) പദങ്ങൾ എഴുതുക.

8. ചിത്രത്തിൽ OABC ഒരു ചതുരം ആകുന്നു. B യുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ (4, 3) ആകുന്നു.

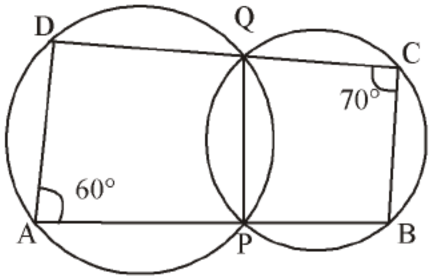
a) O യുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ എന്താണ്?

b) A യുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ എന്താണ്?

c) C യുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ എഴുതുക.



9. ചിത്രത്തിലെ രണ്ട് വൃത്തങ്ങൾ P,Q എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ മുറിച്ചു കടക്കുന്നു. $\angle A = 60^0$, $\angle C = 70^0$



a) $\angle PQD$ യുടെ അളവ് എത്രയാണ്?

b) $\angle PBC$ യുടെ അളവ് എഴുതുക?

c) $\angle APQ$, $\angle ADQ$ ഇവ കണക്കാക്കുക.

10. ഒരു സമചതുര സ്തൂപികയുടെ പാദ ചുറ്റളവ് 24 സെ.മീറ്ററും ഇതിന്റെ ഉയരം 8 സെ.മീറ്ററും ആകുന്നു.

a) പാദവക്കിന്റെ നീളം എത്ര?

b) ചരിവുയരം കണക്കാക്കുക.

c) പാർശ്വതല പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക.

11 മുതൽ 21 വരെയുള്ള ചോദ്യങ്ങളിൽ 8 ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ഉത്തരം എഴുതുക. ഓരോ ചോദ്യത്തിനും 4 സ്കോർ വീതം.

11. ചുവടെയുള്ള തുകകൾ കാണുക.

a) 1 + 2 + 3 +............... + 40

b) 3 + 6 + 9 + ... + 120

c) 5 + 8 + 11 + ... +122

c) 2 + 5 + 8 + ... + 119

12. നീളം 6 സെന്റീമീറ്ററും ഉം വീതി 3 സെന്റീമീറ്ററും യും ആയ ചതുരം വരയ്ക്കുക ഇതിന് തുല്യ പരപ്പളവുള്ള സമചതുരം വരയ്ക്കുക.

13. 10A ക്ലാസ്സിൽ 30 ആൺകുട്ടികളും 20 പെൺകുട്ടികളും ഉണ്ട്. 10B ക്ലാസ്സിൽ 25 ആൺകുട്ടികളും 15 പെൺകുട്ടികളും ഉണ്ട്. ഓരോ ക്ലാസ്സിൽ നിന്നും ഒരു കുട്ടിയെ വീതം തെരഞ്ഞെടുത്താൽ

a) ആകെ എത്ര വ്യത്യസ്ത രീതിയിൽ കുട്ടികളെ തെരഞ്ഞെടുക്കാം?

b) രണ്ടും പെൺകുട്ടികളാകാനുള്ള സാധ്യത എത്രയാണ്?

c) ഒരു ആൺകുട്ടിയും ഒരു പെൺകുട്ടിയും ആകാനുള്ള സാധ്യത എത്രയാണ്?

d) ഒരു പെൺകുട്ടിയെങ്കിലും ആകാനുള്ള സാധ്യത എത്രയാണ്?

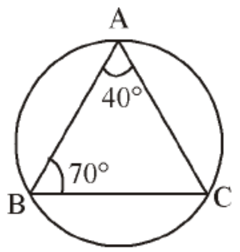
14. ഒരു ചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് 40 സെന്റീമീറ്ററും അതിന്റെ പരപ്പളവ് 64ചതുരശ്ര സെന്റീമീറ്ററും ആകുന്നു.

a) ചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ തുക എത്രയായിരിക്കും?

b) ഒരു വശം x എന്നെടുത്ത് രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യം എഴുതുക.

c) ഇതിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളങ്ങൾ എഴുതുക.

15. ചിത്രത്തിൽ $\angle A = 40^0$, $\angle B=70^0$, BC=6 സെന്റീമീറ്റർ



a) വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസം എത്രയാണ്?

b) AB, AC എന്നീ വശങ്ങളുടെ നീളങ്ങൾ എന്തായിരിക്കും?

(Sin 40^0 = 0.64, Sin70^0 = 0.94)

16. a) $P(x) = x^2 + 4x - 12$ എന്ന ബഹുപദത്തിൽ P(2) എത്ര?

b) $P(x)$ നെ രണ്ട് ഒന്നാം കൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക.

c) $x^2 + 4x - 12 = 0$ എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരങ്ങൾ കണ്ടുപിടിക്കുക.

17. 2.5 സെ.മീ ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കുക. വശങ്ങളെല്ലാം ഈ വൃത്തത്തെ തൊടുന്നതും കോണുകൾ 50^0 ഉം 70^0യും ആയ ത്രികോണം വരയ്ക്കുക.

18. വൃത്തകേന്ദ്രം ആധാരബിന്ദുവും വൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ (8, 6) ഉം ആകുന്നു.

a) വൃത്തത്തിന്റെ ആരം എന്തായിരിക്കും?

b) (0, 3), (7,1, 0), (−8, −6) എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ വൃത്തത്തിനകത്തുള്ള ബിന്ദു, പുറത്തുള്ള ബിന്ദു, വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദു ഇവ ഏതെല്ലാം?

19. 30 സെന്റീമീറ്ററും ആരവും കേന്ദ്രകോൺ 120^0 യും ആയ വൃത്താംശം വളച്ച് ഒരു വൃത്തസ്തൂപിക ഉണ്ടാക്കുന്നു.

a) വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ആരം എത്ര?

b) വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരം എത്ര?

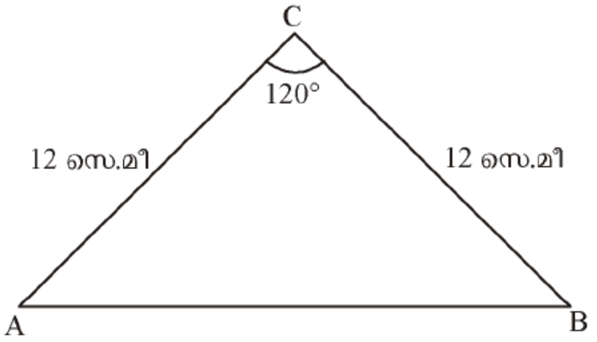
c) ഇതിന്റെ വക്രമുഖ പരപ്പളവ് എത്രയാണ്?

20. a) A(1, 3), B(6, 8) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയുടെ ചരിവ് എത്രയാണ്?

b) A, B ഇവ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയുടെ മധ്യബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക.

c) ഈ വരയെ 2:3 എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ മുറിക്കുന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക.

21. ത്രികോണം ABC യിൽ AC=BC=12 സെന്റീമീറ്റർ $\angle ACB = 120^0$ ആകുന്നു.



a) C യിൽ നിന്നും AB യിലേക്കുള്ള ലംബദൂരം കാണുക.

b) A, B യുടെ നീളം എത്രയായിരിക്കും?

a) ΔABC യുടെ പരപ്പളവ് കാണുക.

22 മുതൽ 29 വരെയുള്ള ചോദ്യങ്ങളിൽ 6 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരം എഴുതുക. ഓരോന്നിനും 5 സ്കോർ വീതം.

22. ഒരു ചതുർഭുജത്തിന്റെ കോണുകൾ സമാന്തരശ്രേണിയിലാണ്. ഏറ്റവും ചെറിയ കോണിന്റെ അളവ് 45^0 ആണ്.

a) ചതുർഭുജത്തിലെ കോണുകളുടെ തുക എത്രയാണ്?

c) ഏറ്റവും വലിയ കോണിന്റെ അളവ് എത്രയാണ്?

c) ഈ ശ്രേണിയുടെ പൊതുവ്യത്യാസം എത്രയാണ്?

d) മറ്റ് രണ്ട് കോണുകളുടെ അളവുകൾ കണക്കാക്കുക.

23. ഒരു പുഴയുടെ തീരത്തു നിൽക്കുന്ന ഒരു കുട്ടി മറുതീരത്ത് നിൽക്കുന്ന ഒരു മരത്തിന്റെ അഗ്രം 60^0 മേൽകോണിൽ കാണുന്നു. 20 മീറ്റർ പിറകോട്ട് നടന്നതിനുശേഷം നോക്കിയപ്പോൾ അതേ മരത്തിന്റെ അഗ്രം 30^0 മേൽകോണിൽ കാണുന്നു.

a) തന്നിരിക്കുന്ന വിവരങ്ങളെ അടിസ്ഥാനമാക്കി അനുയോജ്യമായ ചിത്രം വരയ്ക്കുക.

b) പുഴയുടെ വീതി എന്തായിരിക്കും?

c) മരത്തിന്റെ ഉയരം കണക്കാക്കുക.

24. 3 സെ.മീ. ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കുക. വൃത്ത കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും 7 സെ.മീ അകലെ P എന്ന ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുക. P യിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിലേക്ക് തൊടുവരകൾ വരയ്ക്കുക. തൊടുവരകളുടെ നീളം അളന്നെഴുതുക.

25. (2,1), (10,7) ഇവ ഒരു വൃത്തത്തിലെ വ്യാസത്തിന്റെ അഗ്രബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകളാണ്.

a) വൃത്തകേന്ദ്രത്തിന്റെ സൂചക സംഖ്യകൾ എഴുതുക.

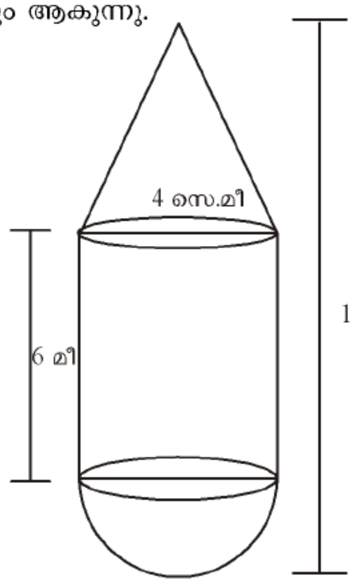
b) വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം എഴുതുക.

c) ഈ വൃത്തം ആധാരബിന്ദുവിലൂടെ കടന്നുപോകുമോ?

26. ഒരു റോക്കറ്റിന്റെ ആകൃതി വൃത്തസ്തംഭത്തിന്റെ ഒരഗ്രത്ത് അർദ്ധഗോളവും മറ്റേ അഗ്രത്ത് വൃത്ത സ്തൂപികയും ഘടിപ്പിച്ച രൂപത്തിലാണ്. ഇതിന്റെ ആകെ ഉയരം 11 മീറ്ററും, പൊതുവ്യാസം 4 മീറ്ററും സിലിണ്ടർ ഭാഗത്തിന്റെ മാത്രം നീളം 6 മീറ്ററും ആകുന്നു.

a) വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ഉയരം എത്രയാണ്?

b) റോക്കറ്റിന്റെ വ്യാപ്തം കണക്കാക്കുക.



27. ഒരു ക്ലാസ്സിലെ കുട്ടികൾക്ക് കണക്കുപരീക്ഷയ്ക്ക് ലഭിച്ച മാർക്കിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ എണ്ണം തിരിച്ച പട്ടികയാണ് ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നത്.

മാർക്ക്	കുട്ടികളുടെ എണ്ണം
0 – 10	3
10 – 20	6
20 –30	9
30 – 40	4
40 – 50	5
50 – 60	8
60 – 70	9
70 – 80	6

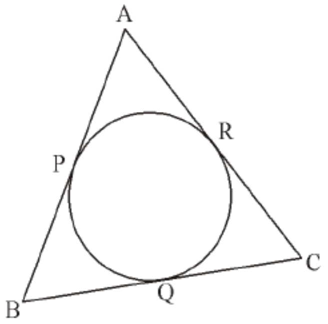
കുട്ടികളെ മാർക്കിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ ക്രമീകരിച്ചാൽ

a) എത്രാമത്തെ കുട്ടിയുടെ മാർക്കാണ് മധ്യമ മാർക്ക്?

b) ഇരുപത്തിമൂന്നാമത്തെ കുട്ടിയുടെ മാർക്ക് സങ്കൽപ പ്രകാരം എത്രയാണ്?

c) മധ്യമ മാർക്ക് കണക്കാക്കുക.

28. ചിത്രത്തിൽ AB=8സെ.മീ, BC=6സെ.മീ, AC=10സെ.മീ



a) AP, BQ, CR എന്നീ തൊടുവരകളുടെ നീളങ്ങൾ കണ്ടുപിടിക്കുക.

b) ΔABC യുടെ പരപ്പളവ് 24 ചതുരശ്രമീറ്റർ ആയാൽ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം കാണുക.

29. താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഗണിതാശയം വായിക്കുക. ആശയങ്ങൾ മനസിലാക്കിയ ശേഷം തുടർന്നുള്ള ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ഉത്തരം എഴുതുക.

ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യ മൂന്ന് പദങ്ങളുടെ തുക ഒന്നും, ആദ്യത്തെ ആറുപദങ്ങളുടെ തുക 3 ഉം ആണെന്നു കരുതുക. അതായത് $x_1+x_2+x_3=1$, $x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6=3$, ഇതിൽ നിന്നും $x_4+x_5+x_6=2$ എന്നു കിട്ടുന്നു. കൂടാതെ $x_2=1/3$ എന്നും $x_5=\frac{2}{3}$ നമ്മുക്ക് മനസ്സിലാക്കാം. അപ്പോൾ പൊതുവ്യത്യാസം $\frac{x_5-x_2}{3} = \frac{2/3-1/3}{3}=2/9$

ആദ്യപദം = $1/3-1/9=2/9$ അതായത് $\frac{2}{9}, \frac{3}{9}, \frac{4}{9}$...... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ 3 പദങ്ങളുടെ തുക 1 ഉം ആദ്യത്തെ 6 പദങ്ങളുടെ തുക 3 ഉം ആണ്.

a) $\frac{2}{9}, \frac{3}{9}, \frac{4}{9}$....... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ നാലാം പദം ഏതാണ്?

b) ഈ ശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ 9 പദങ്ങളുടെ തുക ഏത്?

c) $x_7+x_8+x_9=$................

d) $x_{298}+x_{299}+x_{300}=$....................

e) $\frac{2}{9}, \frac{3}{9}, \frac{4}{9}$....... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ 300 പദങ്ങളുടെ തുക എന്താണ്?

മൂല്യനിർണ്ണയ ഉപാധി - സെറ്റ് - 2

ഗണിതശാസ്ത്രം

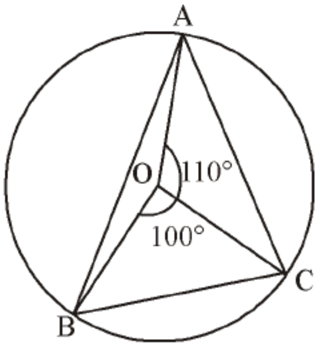
സമയം : 2½ മണിക്കൂർ | പരമാവധി സ്കോർ : 80

നിർദ്ദേശങ്ങൾ:

- ഓരോ ചോദ്യവും വായിച്ച് മനസ്സിലാക്കിയ ശേഷം ഉത്തരമെഴുതുക.
- ഉത്തരങ്ങൾ ആവശ്യമുള്ളിടത്ത് വിശദീകരണങ്ങൾ നൽകണം.
- ആദ്യത്തെ 15 മിനിട്ട് സമാശ്വാസ സമയമാണ്.
- ചോദ്യങ്ങളിൽ പ്രത്യേകം ആവശ്യപ്പെട്ടിട്ടുണ്ടെങ്കിൽ മാത്രം $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, π മുതലായ അഭിന്നകങ്ങളുടെ ഏകദേശ വിലകൾ ഉപയോഗിച്ച് ലഘൂകരിച്ചാൽ മതി.

1 മുതൽ 4 വരെ ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ഏതെങ്കിലും മൂന്നെണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക. 2 സ്കോർ വീതം

1. a) പൊതുവ്യത്യാസം 4 വരുന്ന ഒരു സമാന്തരശ്രേണി എഴുതുക.
   b) അതിന്റെ 20-ാം പദം എഴുതുക.



2. ചിത്രത്തിൽ 'O' വൃത്തകേന്ദ്രമാണ്.
   $\angle BOC = 100^0$, $\angle AOC = 110^0$
   a) $\angle BAC$ യുടെ അളവെത്രയാണ്?
   b) $\angle ACB$ യുടെ അളവെത്രയാണ്?

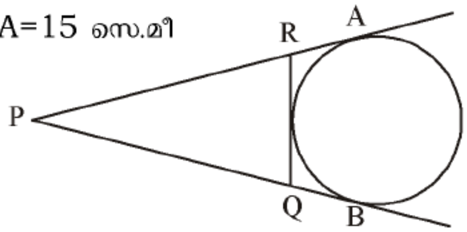
3. a) $P(x) = x^2 + x$, ആയാൽ $P(2)$ എത്രയാണ്?
   b) $P(x)$ നോട് ഏതു സംഖ്യകൂട്ടിയാലാണ് $(x - 2)$ ഒരു ഘടകമായ ബഹുപദം കിട്ടുന്നത്?

4. വൃത്തകേന്ദ്രത്തിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ (2, 5) ഉം വൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ (6, 8) ഉം ആയാൽ, ഈ ബിന്ദുവിലൂടെയുള്ള വ്യാസത്തിന്റെ മറ്റേ അറ്റത്തുള്ള ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ ഏതെല്ലാമാണ്?

5 മുതൽ 10 വരെ ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും നാലെണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക. 3 സ്കോർ വീതം.

5. ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ n പദങ്ങളുടെ തുകയുടെ ബീജഗണിത രൂപം $3n^2+4n$ ആണ്?
   a) ഇതിന്റെ പൊതുവ്യത്യാസം എത്രയാണ്?
   b) ആദ്യപദം എത്രയാണ്?
   c) ആദ്യത്തെ 5 പദങ്ങളുടെ തുക എത്രയാണ്?

6. ചിത്രത്തിൽ PA, PB എന്നിവ തൊടുവരകളാണ്. PA=15 സെ.മീ



   a) PB യുടെ നീളം എത്രയാണ്?
   b) ത്രികോണം PQR ന്റെ ചുറ്റളവ് എത്രയാണ്?

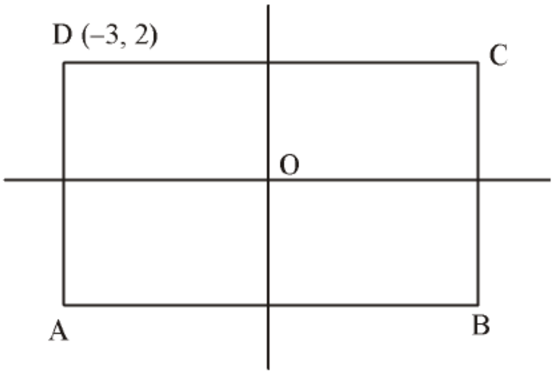
7. തുടർച്ചയായ രണ്ട് ഒറ്റസംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലം 675 ആണ്?
   a) ഒരു ഒറ്റസംഖ്യ x എന്നെടുത്ത് രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യം രൂപീകരിക്കുക.
   b) സംഖ്യകൾ ഏതെല്ലാമാണ്?

8. ചിത്രത്തിൽ ABCD ഒരു ചതുരമാണ്. അതിന്റെ വശങ്ങൾ അക്ഷങ്ങൾക്ക് സമാന്തരവുമാണ്. ആധാരബിന്ദു ചതുരത്തിന്റെ മധ്യബിന്ദുവാണ്. D എന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ (–3,2) ആണ്.

a) A യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക.

b) B യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക.

c) C യുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ എഴുതുക.

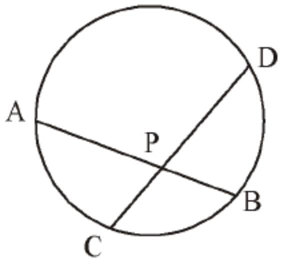


9. ചിത്രത്തിൽ AB, CD എന്നീ ഞാണുകൾ P യിൽ മുറിച്ചു കടക്കുന്നു. DA= 5സെ.മീ, AB=9സെ.മീ, PD=10സെ.മീ

a) PB യുടെ നീളം കണക്കാക്കുക.

b) PC × PD = ...

c) CD യുടെ നീളം കണക്കാക്കുക.



10. ഒരു വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ആരത്തിന്റെയും, ചരിവുയരത്തിന്റെയും അംശബന്ധം 2:3 ആണ്.

a) ചരിവുയരത്തിന്റെ എത്രഭാഗമാണ് വൃത്തസ്തൂപികയുടെ പാദ ആരം?

b) വൃത്തസ്തൂപിക നിർമ്മിക്കാനുപയോഗിച്ച വൃത്താംശത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോണിന്റെ അളവ് എത്രയാണ്?

11 മുതൽ 21 വരെ ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും എട്ടെണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക. 4 സ്കോർ വീതം.

11. ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ 9 പദങ്ങളുടെ തുക 108 ഉം ആദ്യത്തെ 16 പദങ്ങളുടെ തുക 304 ഉം ആണ്.

a) ഈ ശ്രേണിയുടെ 5–ാം പദം എത്രയാണ്?

b) 5–ാം പദത്തിന്റെയും 12–ാം പദത്തിന്റെയും തുക എത്ര?

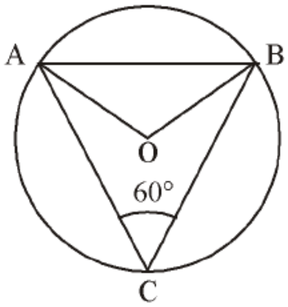
c) അതിന്റെ പൊതുവ്യത്യാസം എത്ര?

d) ഈ ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക.

12. ചിത്രത്തിൽ ത്രികോണം ABC യുടെ പരവൃത്തകേന്ദ്രമാണ് 'O', $\angle C = 60^0$

a) $\angle AOC$ യുടെ അളവെത്രയാണ്?

b) പരിവൃത്ത ആരം 4 സന്റീമീറ്ററും രണ്ട് കോണുകൾ 60^0, 50^0 യും ആയ ഒരു ത്രികോണം വരയ്ക്കുക.



13. ഒരു പെട്ടിയിൽ 1 മുതൽ 10 വരെ എഴുതിയ പേപ്പർ കഷ്ണങ്ങളും മറ്റൊരു പെട്ടിയിൽ 1 മുതൽ 20 വരെ എഴുതിയ പേപ്പർ കഷ്ണങ്ങളും ഇട്ടിരിക്കുന്നു. ഓരോ പെട്ടിയിൽ നിന്നും ഒരു പേപ്പർ കഷ്ണം വീതം എടുത്താൽ.

a) രണ്ട് പെട്ടിയിൽ നിന്നും ഓരോ പേപ്പർ കഷ്ണം വീതം എത്ര വ്യത്യസ്ത രീതികളിൽ എടുക്കാം?

b) രണ്ടും ഇരട്ടസംഖ്യ ആകാനുള്ള സാധ്യത എത്രയാണ്?

c) ഒരെണ്ണം ഇരട്ടസംഖ്യയും മറ്റേത് ഒറ്റസംഖ്യയും ആകാനുള്ള സാധ്യത കണക്കാക്കുക.

d) ഒരെണ്ണമെങ്കിലും ഇരട്ടസംഖ്യ ആകാനുള്ള സാധ്യത കണക്കാക്കുക.

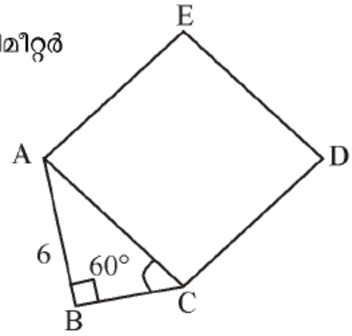
14. ലോഹം കൊണ്ടുണ്ടാക്കിയ ഒര വൃത്ത സ്തംഭത്തിന്റെ ആരം, ഉയരം, എന്നിവ യഥാക്രമം 18 സെന്റീമീറ്റർ, 24 സെന്റീമീറ്റർ വീതമാണ്. ഈ വൃത്തസ്തംഭം ഉരുക്കി 6 സെന്റീമീറ്റർ ആരമുള്ള ഗോളങ്ങളാക്കിയാൽ,

a) വൃത്തസ്തംഭത്തിന്റെ വ്യാപ്തം കണക്കാക്കുക.

b) ഗോളത്തിന്റെ വ്യാപ്തം എത്ര?

c) എത്ര ഗോളങ്ങൾ ഉണ്ടാക്കാം?

15. ചിത്രത്തിൽ, $\angle B = 90^0$, $\angle BAC = 30^0$, AB=6സെന്റീമീറ്റർ



a) $\angle BAC$ യുടെ അളവെത്രയാണ്?

b) BC എന്ന വശത്തിന്റെ നീളം എത്രയാണ്?

c) ACDE എന്ന സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവെത്രയാണ്?

16. $P(x) = x^2 + kx - 6$ ആയാൽ

a) $P(-3)$ കാണുക.

b) $P(x)$ ന്റെ ഒരു ഘടകമാണ് $(x + 3)$ എങ്കിൽ k യുടെ വില എത്രയാണ്?

c) $P(x)$ നെ രണ്ട് ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക.

17. 3 സെ.മീ. ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കുക. വൃത്തകേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും 8 സെ.മീ. അകലെ P എന്ന ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുക. P യിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിലേയ്ക്ക് തൊടുവരകൾ വരയ്ക്കുക.

18. A(3,5), B(9,13), C(10,6) എന്നിവ ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ മൂലകളാണ്. AC=BC ആയാൽ.

a) AB യുടെ നീളം കണക്കാക്കുക.

b) AB യുടെ മധ്യബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ കാണുക.

c) ത്രികോണം ABC യുടെ പരപ്പളവ് കണ്ടുപിടിക്കുക.

19. വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ആകൃതിയിലുള്ള ഒരു പാത്രത്തിന്റെ പാദ ആരം 12 സെന്റീമീറ്റർ ആണ്. പാദ ആരവും, ചരിവുയരവും തമ്മിലുണ്ടാക്കുന്ന കോൺ 60° ആണ്.

a) പാത്രത്തിന്റെ ഉയരം എത്ര?

b) ചരിവുയരം എത്രയാണ്?

c) പാത്രത്തിൽ എത്ര ലിറ്റർ വെള്ളം കൊള്ളും?

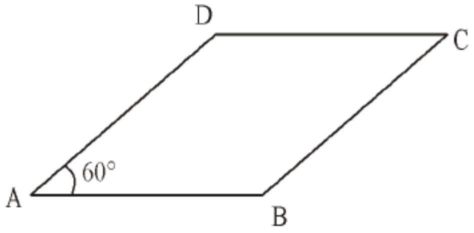
20. (3, 4), (5, 10) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിച്ചുകിട്ടുന്ന വര വ്യാസമാക്കി ഒരു വൃത്തം വരച്ചിരിക്കുന്നു.

a) വൃത്തകേന്ദ്രത്തിന്റെ സൂചക സംഖ്യകൾ ഏതൊക്കെയാണ്?

b) വൃത്തത്തിന്റെ ആരം എത്രയാണ്?

c) (7,8) എന്ന ബിന്ദു വൃത്തത്തിനകത്താണോ, പുറത്താണോ, വൃത്തത്തിലാണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക.

21. ചിത്രത്തിൽ ABCD ഒരു സാമാന്തരികം ആകുന്നു.



a) AB, CD എന്നീ വശങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള ലംബ അകലം എത്രയാണ്?

b) സാമാന്തരികത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എത്രയാണ്?

22 മുതൽ 29 വരെ ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 6 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക.

22. ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്ന സംഖ്യാപാറ്റേൺ പരിശോധിക്കുക.

1						
2	3	4				
5	6	7	8	9		
10	11	12	13	14	15	16
.....	.....	.....	....	....	....	....
.....	....	....	....	.....	.....	....

a) ഈ പാറ്റേണിലെ അടുത്തവരി എഴുതുക.

b) 10–ാം വരിയിൽ എത്ര സംഖ്യകൾ ഉണ്ടായിരിക്കും?

c) 9–ാം വരിയിലെ അവസാന സംഖ്യ ഏതാണ്?

d) 10–ാം വരിയിലെ ആദ്യസംഖ്യ ഏത്?

e) 10–ാം വരിയിലെ സംഖ്യകളുടെ തുക കണക്കാക്കുക.

23. ഒരു ടവറിനു ചുവട്ടിൽ നിൽക്കുന്ന കുട്ടി ഒരു കെട്ടിടത്തിന്റെ മുകളറ്റം 60° മേൽക്കോണിൽ കാണുന്നു. ടവറിന്റെ മുകളിൽ നിന്നു നോക്കുമ്പോൾ കുട്ടി കെട്ടിടത്തിന്റെ മുകളറ്റം 30° മേൽക്കോണിലാണ് കണ്ടത്. ടവറിന്റെ ഉയരം 70 മീറ്ററാണ് എങ്കിൽ,

a) തന്നിരിക്കുന്ന വിവരങ്ങളെ അടിസ്ഥാനമാക്കി ഒരു ഏകദേശ ചിത്രം വരയ്ക്കുക.

b) കെട്ടിടവും ടവറും തമ്മിലുള്ള അകലമെന്ത്?

c) കെട്ടിടത്തിന്റെ ഉയരമെന്ത്?

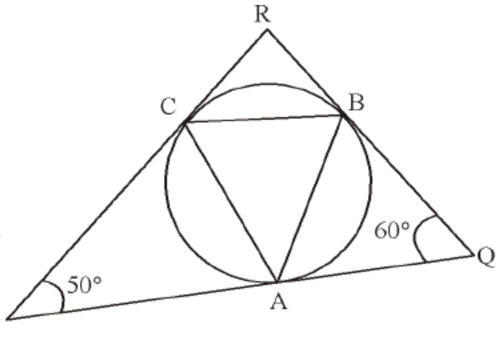
24. ചിത്രത്തിൽ PQ, QR, PR എന്നിവ വൃത്തത്തിലെ തൊടുവരകളാണ്.

$\angle P = 50^0$, $\angle Q = 60^0$

a) $\angle PRQ$ ന്റെ അളവ് എത്രയാണ്?

b) $\angle RCB$ യുടെ അളവ് എത്രയാണ്?

c) ത്രികോണം ABC യിലെ കോണുകളുടെ അളവുകൾ കാണുക?



25. a) (2, 4), (5, 6) എന്നീ ബിന്ദുക്കളിലൂടെ കടന്നുപോകുന്ന വരയുടെ സമവാക്യം എഴുതുക.

b) (8, 8) ഈ വരയിലെ ഒരു ബിന്ദുവാണോ?

c) ഈ വര x അക്ഷത്തെ മുറിച്ചു കടക്കുന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക.

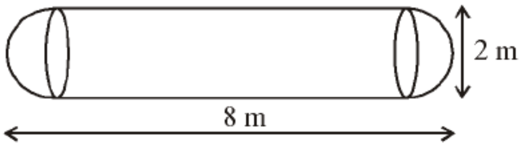
26. ഒരു ടാങ്കിന്റെ ആകൃതി ഒരു വൃത്തസ്തംഭത്തിന്റെ രണ്ടറ്റത്തും അർദ്ധഗോളങ്ങൾ ഘടിപ്പിച്ച രൂപത്തിലാണ്. ഇതിന്റെ പൊതുവ്യാസം 2 മീറ്ററും നീളം 8 മീറ്ററും ആണ്.

a) വൃത്തസ്തംഭ ഭാഗത്തിന്റെ നീളം എത്രയാണ്?

b) അർദ്ധഗോളത്തിന്റെ വ്യാപ്തം കാണുക.

c) വൃത്തസ്തംഭത്തിന്റെ വ്യാപ്തം കാണുക.

d) ടാങ്കിൽ എത്ര ലിറ്റർ വെള്ളം കൊള്ളും?



27. ഒരു ഫാക്ടറിയിലെ തൊഴിലാളികളെ അവരുടെ ദിവസവേതനത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ തരം തിരിച്ചിരിക്കുന്ന പട്ടികയാണ് ചുവടെക്കൊടുത്തിരിക്കുന്നത്.

ദിവസവേതനം (രൂപ)	തൊഴിലാളികളുടെ എണ്ണം
400 – 500	7
500 – 600	8
600 – 700	10
700 – 800	9
800 – 900	5
900 – 1000	4
ആകെ	43

a) തൊഴിലാളികളെ ദിവസവേദനത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ ക്രമപ്പെടുത്തിയാൽ, ഏതു സ്ഥാന മാണ് മധ്യമമായി വരുന്നത്?

b) 16-ാമത്തെ തൊഴിലാളിയുടെ വേതനം സങ്കല്പ പ്രകാരം എത്രയാണ്?

28. 6 സെ.മീ., 7 സെ.മീ, 8 സെ.മീ വശങ്ങളുള്ള ഒരു ത്രികോണം വരയ്ക്കുക. ത്രികോണത്തിന്റെ വശ ങ്ങളെ തൊട്ട് കടന്നുപോകുന്ന ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കുക. വൃത്തത്തിന്റെ ആരം അളന്നെഴുതുക.

29. ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഗണിതാശയം ശ്രദ്ധിച്ച് വായിച്ച് മനസ്സിലാക്കുക. അതിനുശേഷം താഴെപറയുന്ന ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ഉത്തരമെഴുതുക.

$$1^3 = 1^2$$
$$1^3+2^3 = (1+2)^2$$
$$1^3+2^3+3^3 = (1+2+3)^2$$
$$1^3+2^3+3^3+4^3 = (1+2+3+4)^2$$

___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___

___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___

a) അടുത്ത വരി എഴുതുക. (2)

b) $1^3+2^3+3^3+$.............$+10^3=$..................... (1)

c) ആദ്യത്തെ .... എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ ക്യൂബുകളുടെ തുകയാണ് 45^2 (1)

d) ആദ്യത്തെ .... എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ ക്യൂബുകളുടെ തുകയാണ് 14400 (1)

e) $1^2+2^3+3^3+$.......................$+n^2=$...................

(1)