ಕರ್ನಾಟಕ ಸರ್ಕಾರ

ರಾಮನಗರ ಜಿಲ್ಲಾ ಪಂಚಾಯತ್

ಉಪನಿರ್ದೇಶಕರ ಕಛೇರಿ, ಶಾಲಾ ಶಿಕ್ಷಣ ಮತ್ತು ಸಾಕ್ಷರತಾ ಇಲಾಖೆ, ರಾಮನಗರ.

ಯಶಸ್ಸು

ಎಸ್ ಎಸ್ ಎಲ್ ಸಿ ಗಣಿತ ಪ್ರಶ್ನೋತ್ತರ ಮಾಲಿಕೆ : 2022-23

ಮಾರ್ಗದರ್ಶಕರು :	
ಶ್ರೀ ಗಂಗಣ್ಣಸ್ವಾಮಿ ಮಾನ್ಯ ಉಪನಿರ್ದೇಶಕರು (ಆಡಳಿತ) ರಾಮನಗರ ಜಿಲ್ಲೆ	ಶ್ರೀ ಸೂರ್ಯಪ್ರಕಾಶ್‌ಮೂರ್ತಿ ವಿ ಮಾನ್ಯ ಉಪನಿರ್ದೇಶಕರು(ಅಭಿವೃದ್ಧಿ) ರಾಮನಗರ ಜಿಲ್ಲೆ
ಶ್ರೀಮತಿ ಮಂಜುಳಕುಮಾರಿ ಬಿ.ಜಿ. ಶಿಕ್ಷಣಾಧಿಕಾರಿಗಳು ಉಪನಿರ್ದೇಶಕರ ಕಛೇರಿ ರಾಮನಗರ ಜಿಲ್ಲೆ	ಶ್ರೀ ಜಮೀರ್ ಪಾಷಾ ಶಿಕ್ಷಣಾಧಿಕಾರಿಗಳು ಉಪನಿರ್ದೇಶಕರ ಕಛೇರಿ ರಾಮನಗರ ಜಿಲ್ಲೆ
ಶ್ರೀಮತಿ ಇಶ್ರತ್ ಜಹಾನ್ ಗಣಿತ ವಿಷಯ ಪರಿವೀಕ್ಷಕರು ಉಪನಿರ್ದೇಶಕರ ಕಛೇರಿ ರಾಮನಗರ ಜಿಲ್ಲೆ	
ಸಂಪನ್ಮೂಲ ತಂಡ :	
ಶ್ರೀ ಮಹದೇವಯ್ಯ ಎಲ್. ಸಿ ಸಹ ಶಿಕ್ಷಕರು ಸರ್ಕಾರಿ ಪ್ರೌಢಶಾಲೆ ಬಿಳಗುಂಬ ರಾಮನಗರ ತಾ॥ ಮತ್ತು ಜಿ॥	ಶ್ರೀ ಚಕ್ರಪಾಣಿ ಬಿ.ಎ ಸಹ ಶಿಕ್ಷಕರು ಸರ್ಕಾರಿ ಪ್ರೌಢಶಾಲೆ ಹೂಕುಂದ ಕನಕಪುರ ತಾ॥, ರಾಮನಗರ ಜಿ॥
ಶ್ರೀ ಅನಿಲ್‌ಕುಮಾರ್ ಸಿ.ಎನ್ ಸಹ ಶಿಕ್ಷಕರು ಸರ್ಕಾರಿ ಪ್ರೌಢಶಾಲೆ ಅರಳಾಳುಸಂದ್ರ ರಾಮನಗರ ತಾ॥ ಮತ್ತು ಜಿ॥	ಶ್ರೀ ವೇಣುಗೋಪಾಲ್ ಎಸ್. ಸಹ ಶಿಕ್ಷಕರು ಸರ್ಕಾರಿ ಪ್ರೌಢಶಾಲೆ ಕ್ಯಾಸಾಪುರ ರಾಮನಗರ ತಾ॥ ಮತ್ತು ಜಿ॥
ಶ್ರೀ ರಾಜಣ್ಣ ಸಿ. ಸಹ ಶಿಕ್ಷಕರು ಶ್ರೀ ನರಸಿಂಹಸ್ವಾಮಿ ಗ್ರಾಮಾಂತರ ವಸತಿ ಪ್ರೌಢಶಾಲೆ, ಬಿಸ್ಕೂರು ಮಾಗಡಿ ತಾ॥, ರಾಮನಗರ ಜಿ॥	ಶ್ರೀ ವಿನಯಕುಮಾರ್ ಎಸ್. ಸಹ ಶಿಕ್ಷಕರು ಕರ್ನಾಟಕ ಪಬ್ಲಿಕ್ ಶಾಲೆ ಅರಳಾಳುಸಂದ್ರ ಚನ್ನಪಟ್ಟಣ ತಾ॥, ರಾಮನಗರ ಜಿ॥

2022–23 ನೇ ಸಾಲಿಗೆ ವಿಷಯಾಧಾರಿತ ಆಧಾರದಲ್ಲಿ ನಿಗಧಿಯಾಗಿರುವ ಅಂಕಗಳು

ಕ್ರಮ ಸಂಖ್ಯೆ	ವಿಷಯಾಧಾರಿತ	ಘಟಕಗಳು	ನಿಗಧಿಯಾಗಿರುವ ಅಂಕಗಳು
1	ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿ	ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು	4
2	ಬೀಜಗಣಿತ	ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳು	26
		ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಗಳು	
		ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳು	
		ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣಗಳು	
3	ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ	ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿಯ ಪ್ರಸ್ತಾವನೆ	9
		ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿಯ ಕೆಲವು ಅನ್ವಯಗಳು	
4	ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ ರೇಖಾಗಣಿತ	ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ ರೇಖಾಗಣಿತ	5
5	ಸಂಖ್ಯಾಶಾಸ್ತ್ರ ಮತ್ತು ಸಂಭವನೀಯತೆ	ಸಂಖ್ಯಾಶಾಸ್ತ್ರ	9
		ಸಂಭವನೀಯತೆ	
6	ರೇಖಾಗಣಿತ	ತ್ರಿಭುಜಗಳು	17
		ವೃತ್ತಗಳು	
		ರಚನೆಗಳು	
7	(ಕ್ಷೇತ್ರ ಗಣಿತ) ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಮತ್ತು ಘನಫಲಗಳು	ವೃತ್ತಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು	10
		ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಮತ್ತು ಘನಫಲಗಳು	
		ಒಟ್ಟು	80
	* ಆಂತರಿಕ ಆಯ್ಕೆ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಘಟಕದ ಒಳಗೆ ಅಥವಾ ವಿಷಯಾಧಾರಿತ ವಿಭಾಗದ ಒಳಗೆ ಕೇಳಲು ಅವಕಾಶವಿರುತ್ತದೆ.		

ಪ್ರಿಯ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳೇ ಮುಂದೆ ನೀಡಿರುವ ಗಣಿತದ ಸೂತ್ರಗಳು ಹಾಗೂ ಮಾದರಿ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ನಿಯಮಿತವಾಗಿ ಅಭ್ಯಾಸ ಮಾಡುವ ಮೂಲಕ ಗಣಿತವನ್ನು ಸುಲಭವಾಗಿ ಕಲಿತು ಏಪ್ರಿಲ್ – 2023ರ ವಾರ್ಷಿಕ ಪರೀಕ್ಷೆಗೆ ಉತ್ತಮವಾಗಿ ಪೂರ್ವಸಿದ್ಧತೆ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಿ. ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಮತ್ತು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ರಚನೆಗಳು, ಪ್ರಮೇಯ, ಗ್ರಾಫ್, ಓಜೀವ್, ಸರಾಸರಿ/ಬಹುಲಕ/ಮಧ್ಯಾಂಕದ ಟೇಬಲ್ ಲೆಕ್ಕ, ಹಾಗೂ ಕೆಲವು ಆಯ್ದ ಮುಖ್ಯ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ಅಭ್ಯಾಸದ ಹಿತ ದೃಷ್ಟಿಯಿಂದ ಸೂತ್ರಗಳು ಮತ್ತು ಮಾದರಿ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ನೀಡಲಾಗಿದೆ. ಇವುಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ, ಪುನರಾವರ್ತನೆ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಿ. ಕೆಲವು ಲೆಕ್ಕಗಳಿಗೆ ಮಾದರಿ ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ನೀಡಲಾಗಿದೆ. ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವಾಗ 2, 3, 4 ಮತ್ತು 5 ಅಂಕದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಹಂತಗಳನ್ನು ಅನುಸರಿಸಿ. ಇದರಿಂದ ಅಂಕ ಗಳಿಕೆಗೆ ಸಹಕಾರಿ ಆಗುತ್ತದೆ. ಜೊತೆಗೆ ಪಠ್ಯ ಪುಸ್ತಕದ ಉದಾಹರಣೆ ಲೆಕ್ಕಗಳು ಮತ್ತು ಅಭ್ಯಾಸ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಚನ್ನಾಗಿ ಅಭ್ಯಸಿಸುವುದು. ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಪರ್ಯಾಯ ವಿಧಾನದ ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರಗಳಿಗೆ ಪೂರ್ಣ ಅಂಕಗಳನ್ನು ನೀಡಲಾಗುತ್ತದೆ. ಈ ಬಗ್ಗೆ ಗೊಂದಲ ಬೇಡ. ಬರೆದು ಅಭ್ಯಾಸ ಮಾಡುವ ರೂಢಿಯಿದ್ದರೆ ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿಯೂ ಸುಲಭವಾಗಿ ಬರೆಯಬಲ್ಲಿರಿ. ನಿಮ್ಮ ಪ್ರಯತ್ನಕ್ಕೆ ಉತ್ತಮ ಪ್ರತಿಫಲ ಸಿಗಲಿ ಎಂದು ಆಶಿಸುತ್ತೇವೆ.

ಧನ್ಯವಾದಗಳೊಂದಿಗೆ,

ಸಂಪನ್ಮೂಲ ತಂಡ

ಅತೀ ಮುಖ್ಯ ಸೂತ್ರಗಳು / ಹೇಳಿಕೆಗಳು

ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಗಳು

1) ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪ $a, (a + d), (a + 2d), \dots\dots.. a + (n - 1)d$.

2) ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ n ನೇ ಪದ $a_n = a + (n - 1)d$

3) ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಕೊನೆಯಿಂದ n ನೇ ಪದ = $l - (n - 1)d$

4) ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯಲ್ಲಿ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಪದಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧ $a_p = a_q + (p - q)d$.

5) ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯಲ್ಲಿ ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ $d = \frac{a_p - a_q}{p - q}$ (ಯಾವುದೇ 2 ಪದ ಕೊಟ್ಟಾಗ)

6) ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯಲ್ಲಿ ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ $d = a_2 - a_1$ ಅಥವಾ $d = \frac{a_n - a}{n - 1}$

7) ಮೊದಲ n ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ $S_n = \frac{n(n+1)}{2}$

8) ಮೊದಲ n ಬೆಸ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ $S_n = n^2$

9) ಮೊದಲ n ಸಮ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ $S_n = n(n + 1)$

10) ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಮೊದಲ n ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ $S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$

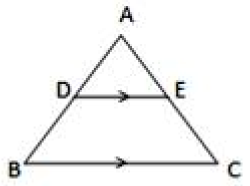
11) ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಮೊದಲ n ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ $S_n = \frac{n}{2}[a + a_n]$ ಅಥವಾ $S_n = \frac{n}{2}[a + l]$

12) ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಶ್ರೇಢಿಯಲ್ಲಿ $S_n - S_{n-1} = a_n$

13) a, b, c ಗಳು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯಲ್ಲಿದ್ದರೆ, a ಮತ್ತು c ಗಳ ನಡುವಿನ ಸಮಾಂತರ ಮಾಧ್ಯ $b = \frac{a+c}{2}$

ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳು

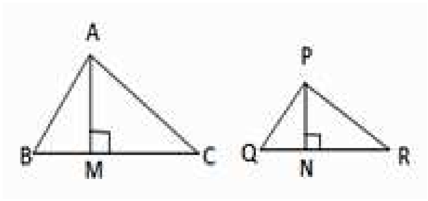
14) ತ್ರಿಭುಜ ABC ಯಲ್ಲಿ DE ∥ BC ಆದರೆ



ಥೇಲ್ಸ್ ಪ್ರಮೇಯ	ಥೇಲ್ಸ್ ಉಪ ಪ್ರಮೇಯ	ಥೇಲ್ಸ್ ಉಪ ಪ್ರಮೇಯ
$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$	$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$	$\frac{DB}{AB} = \frac{EC}{AC}$

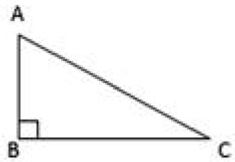
15) ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $\Delta ABC \sim \Delta PQR$ ಆದರೆ

$$\frac{ವಿ(\Delta ABC)}{ವಿ(\Delta PQR)} = \left(\frac{AB}{PQ}\right)^2 = \left(\frac{BC}{QR}\right)^2 = \left(\frac{AC}{PR}\right)^2 = \left(\frac{AM}{PN}\right)^2$$



16) ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ ABC ಯಲ್ಲಿ $\angle ABC = 90^0$ ಆದರೆ,

$AC^2 = AB^2 + BC^2$ (ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯ)



17)

ತ್ರಿವಳಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು	ವಿವರಣೆ		ತ್ರಿವಳಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು	ವಿವರಣೆ
$3, 4, 5$	$3^2 + 4^2 = 5^2$		$8, 15, 17$	$8^2 + 15^2 = 17^2$
$6, 8, 10$	$6^2 + 8^2 = 10^2$		$12, 16, 20$	$12^2 + 16^2 = 20^2$
$5, 12, 13$	$5^2 + 12^2 = 13^2$		$10, 24, 26$	$10^2 + 24^2 = 26^2$

ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳು

18) ಒಂದು ಚರಾಕ್ಷರವಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣದ ಆದರ್ಶ ರೂಪ $ax + b = 0$ (ಇಲ್ಲಿ $a \neq 0$)

19) ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣದ ಆದರ್ಶ ರೂಪ $ax + by + c = 0$ (ಇಲ್ಲಿ $a^2 + b^2 \neq 0$)

20) x ಮತ್ತು y ಎಂಬ ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಒಂದು ಜೋಡಿಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪವು

$$\left.\begin{aligned} a_1x + b_1y + c_1 &= 0 \\ a_2x + b_2y + c_2 &= 0 \end{aligned}\right\}$$

ಇಲ್ಲಿ $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2$ ಗಳು ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮತ್ತು $a_1^2 + b_1^2 \neq 0$, $a_2^2 + b_2^2 \neq 0$

21) $a_1x + b_1y + c_1 = 0$

$a_2x + b_2y + c_2 = 0$ ಈ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ರೇಖೆಗಳು

- ❖ ಪರಸ್ಪರ ಛೇದಿಸಿದರೆ, $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ ಆಗುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗೆ ಅನನ್ಯ ಪರಿಹಾರವಿರುತ್ತದೆ.
- ❖ ಐಕ್ಯಗೊಂಡರೆ, $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ ಆಗುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗೆ ಅಪರಿಮಿತ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಪರಿಹಾರಗಳಿರುತ್ತವೆ.
- ❖ ಸಮಾಂತರವಾದರೆ, $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ ಆಗುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗೆ ಯಾವುದೇ ಪರಿಹಾರವಿಲ್ಲ.

22) $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ ಮತ್ತು $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗೆ ಓರೆ ಗುಣಾಕಾರ ವಿಧಾನದಿಂದ ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಉಪಯೋಗಿಸುವ ಸಮೀಕರಣ

$$\frac{x}{b_1c_2 - b_2c_1} = \frac{y}{c_1a_2 - c_2a_1} = \frac{1}{a_1b_2 - a_2b_1}$$

ಅಥವಾ

$$x = \frac{b_1c_2 - b_2c_1}{a_1b_2 - a_2b_1}, \qquad y = \frac{c_1a_2 - c_2a_1}{a_1b_2 - a_2b_1}$$

ವೃತ್ತಗಳು

23) ವೃತ್ತದ ಎರಡು ಪ್ರತ್ಯೇಕ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ವೃತ್ತವನ್ನು ಛೇದಿಸುವ ಸರಳ ರೇಖೆಯನ್ನು ವೃತ್ತ ಛೇದಕ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

24) ವೃತ್ತದ ಒಂದೇ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುವ ಸರಳ ರೇಖೆಯನ್ನು ವೃತ್ತ ಸ್ಪರ್ಶಕ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

25) ವೃತ್ತ ಛೇದಕದ ಅನುರೂಪ ಜ್ಯಾದ ಎರಡೂ ಅಂತ್ಯಬಿಂದುಗಳು ಐಕ್ಯವಾದಾಗ ದೊರೆಯುವ ರೇಖೆಯೇ ವೃತ್ತ ಸ್ಪರ್ಶಕ.

26) ಒಂದು ವೃತ್ತದ ಸ್ಪರ್ಶಕವು ಸ್ಪರ್ಶ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ತ್ರಿಜ್ಯಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

27) ಒಂದು ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಎರಡು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳು ಸಮನಾಗಿರುತ್ತವೆ.

28) ವೃತ್ತ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ d ಮಾನಗಳಷ್ಟು ದೂರದಲ್ಲಿರುವ ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ r ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ, ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕದ ಉದ್ದ $t = \sqrt{d^2 - r^2}$

ವೃತ್ತಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು

29) r ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತ ಪರಿಧಿಯ ಉದ್ದ = $2\pi r$

30) d ವ್ಯಾಸವಿರುವ ವೃತ್ತ ಪರಿಧಿಯ ಉದ್ದ = πd

31) r ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = πr^2 ಚದರ ಮಾನಗಳು

32) r ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ಒಂದು ವೃತ್ತ ಚತುರ್ಥಕ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\frac{1}{4}\pi r^2$ ಚದರ ಮಾನಗಳು

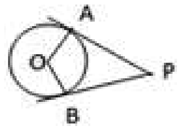
33) θ ಕೋನವಿರುವ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\frac{\theta}{360} \times \pi r^2$ ಚದರ ಮಾನಗಳು

34) θ ಕೋನವಿರುವ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ಕಂಸದ ಉದ್ದ = $\frac{\theta}{360} \times 2\pi r$ ಮಾನಗಳು

35) ಒಂದು ವೃತ್ತದ ವೃತ್ತಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ಅನುರೂಪ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ – ಅನುರೂಪ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

ರಚನೆಗಳು

36) ಪಕ್ಕದ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ $\angle APB = 180^\circ - \angle AOB$



37) ಒಂದು ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಎರಡು ಸಮಾಂತರವಲ್ಲದ ಜ್ಯಾಗಳ ಲಂಬಾರ್ಧಕಗಳು ಛೇಧಿಸುವ ಬಿಂದುವೇ ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ ರೇಖಾಗಣಿತ

38) $P(x_1, y_1)$ ಮತ್ತು $Q(x_2, y_2)$ ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವು $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ ಅಥವಾ $\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$

39) $P(x, y)$ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಮೂಲಬಿಂದುವಿಗಿರುವ ದೂರವು $\sqrt{x^2 + y^2}$

40) $A(x_1, y_1)$ ಮತ್ತು $B(x_2, y_2)$ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ಆಂತರಿಕವಾಗಿ $m_1 : m_2$ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವ $P(x, y)$ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು $\left(\frac{m_1x_2+m_2x_1}{m_1+m_2}, \frac{m_1y_2+m_2y_1}{m_1+m_2}\right)$

41) $P(x_1, y_1)$ ಮತ್ತು $Q(x_2, y_2)$ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡದ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು $\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$

42) (x_1, y_1) , (x_2, y_2) ಮತ್ತು (x_3, y_3) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಶೃಂಗಗಳನ್ನಾಗಿ ಹೊಂದಿರುವ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು $\frac{1}{2}\,[\,x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)\,]$ ಚದರ ಮಾನಗಳು.

ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

43) ಯೂಕ್ಲಿಡ್‌ನ ಭಾಗಾಕಾರ ಅನುಪ್ರಮೇಯ : a ಮತ್ತು b ಎಂಬ ಎರಡು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಿಗೆ , $a = bq + r$ ಗೆ ಸರಿಹೊಂದುವಂತೆ q ಮತ್ತು r ಎಂಬ ಎರಡು ಅನನ್ಯ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಿರುತ್ತವೆ. ಇಲ್ಲಿ $0 \leq r < b$ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

44) ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕ a ಮತ್ತು b ಗಳಿಗೆ, ಮ.ಸಾ.ಅ $(a, b) \times$ ಲ.ಸಾ.ಅ $(a, b) = a \times b$ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

45) ದತ್ತ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ $x = \frac{p}{q}$ (ಇಲ್ಲಿ p, q ಗಳು ಸಹ ಅವಿಭಾಜ್ಯಗಳು) ಅಂತ್ಯಗೊಳ್ಳುವ ದಶಮಾಂಶ ವಿಸ್ತರಣೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರೆ, q ನ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳು $2^n \times 5^m$ ರೂಪದಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ. (n, m ಋಣಾತ್ಮಕವಲ್ಲದ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು)

ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳು

46) ಡಿಗ್ರಿ 1 ಆಗಿರುವ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯೇ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ.

47) ಡಿಗ್ರಿ 2 ಆಗಿರುವ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯೇ ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ.

48) ಡಿಗ್ರಿ 3 ಆಗಿರುವ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯೇ ಘನ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ.

49) x ಚರಾಕ್ಷರವಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪ $ax + b$ (ಇಲ್ಲಿ a, b ಗಳು ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮತ್ತು $a \neq 0$)

50) x ಚರಾಕ್ಷರವಿರುವ ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪ $ax^2 + bx + c$ (ಇಲ್ಲಿ a, b, c ಗಳು ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮತ್ತು $a \neq 0$)

51) x ಚರಾಕ್ಷರವಿರುವ ಘನ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪ $ax^3 + bx^2 + cx + d$ (ಇಲ್ಲಿ a, b, c, d ಗಳು ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮತ್ತು $a \neq 0$)

52) ರೇಖಾತ್ಮಕ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ $ax + b$ ಯ ಶೂನ್ಯತೆ = $\frac{-b}{a}$

53) ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ $ax^2 + bx + c$ ಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳು α ಮತ್ತು β ಆಗಿದ್ದರೆ,

- ❖ ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ $\alpha + \beta = \frac{-b}{a}$
- ❖ ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ $\alpha\beta = \frac{c}{a}$

54) α, β, γ ಗಳು ಘನ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ $ax^3 + bx^2 + cx + d$ ಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳಾಗಿದ್ದರೆ,

$\alpha + \beta + \gamma = \frac{-b}{a}$	$\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{c}{a}$	$\alpha\beta\gamma = \frac{-d}{a}$

55) ಶೂನ್ಯತೆಗಳು α ಮತ್ತು β ಆಗಿರುವ ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯು $x^2-(\alpha+\beta)x+\alpha\beta$. ಆಗುತ್ತದೆ.

56) ಶೂನ್ಯತೆಗಳು α, β ಮತ್ತು γ ಆಗಿರುವ ಘನ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯು,

$x^3-(\alpha+\beta+\gamma)x^2+(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)x-\alpha\beta\gamma$ ಆಗುತ್ತದೆ.

57) ರೇಖಾತ್ಮಕ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯು ಕೇವಲ ಒಂದೇ ಒಂದು ಶೂನ್ಯತೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ.

58) ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯು ಗರಿಷ್ಠ 2 ಶೂನ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ.

59) ಘನ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯು ಗರಿಷ್ಠ 3 ಶೂನ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ.

60) ಘನ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯು ಕನಿಷ್ಠ 1 ಶೂನ್ಯತೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ.

61) n ಡಿಗ್ರಿಯುಳ್ಳ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯು ಗರಿಷ್ಠ n ಶೂನ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ.

62) ರೇಖಾತ್ಮಕ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ನಕ್ಷೆಯು ಒಂದು ಸರಳರೇಖೆ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

63) ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ಪರವಲಯ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

64) $a>0$ ಆದಾಗ ax^2+bx+c ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ನಕ್ಷೆಯು ಮೇಲ್ಮುಖವಾಗಿ ತೆರೆದಿರುತ್ತದೆ.

65) $a<0$ ಆದಾಗ ax^2+bx+c ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ನಕ್ಷೆಯು ಕೆಳಮುಖವಾಗಿ ತೆರೆದಿರುತ್ತದೆ.

66) $a=c$ ಆದಾಗ ax^2+bx+c ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳು ಪರಸ್ಪರ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ.

67) ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳ ಭಾಗಾಕಾರ ಕ್ರಮವಿಧಿ $p(x)=g(x)q(x)+r(x)$

68) ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳ ಭಾಗಾಕಾರದಲ್ಲಿ ಭಾಜಕ $g(x)=\frac{p(x)-r(x)}{q(x)}$

ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣಗಳು

69) x ಚರಾಕ್ಷರವುಳ್ಳ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪ $ax^2+bx+c=0$ (ಇಲ್ಲಿ a, b, c ಗಳು ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮತ್ತು $a\neq 0$)

70) ವರ್ಗಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಸೂತ್ರ $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

71) ವರ್ಗಸಮೀಕರಣದ ಶೋಧಕ $=b^2-4ac$

72) $ax^2+bx+c=0$ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣವು

- $b^2-4ac>0$ ಆದರೆ, ಎರಡು ಭಿನ್ನವಾದ ವಾಸ್ತವ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ.
- $b^2-4ac=0$ ಆದರೆ, ಎರಡು ಸಮನಾದ ವಾಸ್ತವ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ.
- $b^2-4ac<0$ ಆದರೆ, ಯಾವುದೇ ವಾಸ್ತವ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವುದಿಲ್ಲ.

73) $ax^2+bx+c=0$ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ $b^2-4ac=0$ ಆದರೆ, ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳು $x=\frac{-b}{2a}$ ಅಥವಾ $x=\frac{-b}{2a}$ ಆಗಿರುತ್ತವೆ.

74) $ax^2+bx+c=0$ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ $b=0$ ಆದರೆ ಮೂಲಗಳು ಸಂಕಲನದ ವಿಲೋಮಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ.

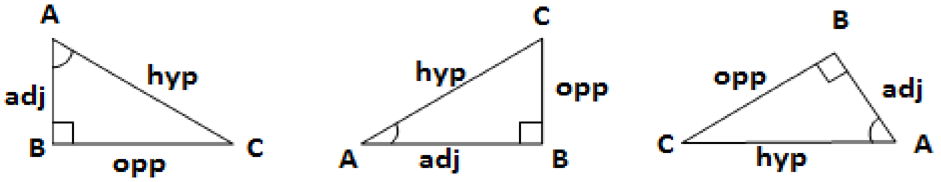
75) $ax^2+bx+c=0$ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ $a=c$ ಆದರೆ ಮೂಲಗಳು ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ.

76) $ax^2+bx+c=0$ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ $c=0$ ಆದರೆ ಸಮೀಕರಣದ ಒಂದು ಮೂಲ ಸೊನ್ನೆ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

77) $ax^2+bx+c=0$ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ $\frac{1}{2}b=\sqrt{ac}$ ಆದರೆ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳು ಸಮನಾಗಿರುತ್ತವೆ.

ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿಯ ಪ್ರಸ್ತಾವನೆ

78) ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜಗಳಲ್ಲಿ ಲಘುಕೋನ $\angle A$ ಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ ಅನುಪಾತಗಳು



ಲಘುಕೋನ $\angle A$ ಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ ಅನುಪಾತಗಳು		
$\sin A = \frac{opp}{hyp}$	$\cos A = \frac{adj}{hyp}$	$\tan A = \frac{opp}{adj}$
$\text{cosec}\, A = \frac{hyp}{opp}$	$\sec A = \frac{hyp}{adj}$	$\cot A = \frac{adj}{opp}$
ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ ಅನುಪಾತಗಳ ವಿಲೋಮಗಳು		
$\sin A = \frac{1}{\text{cosec}\, A}$	$\cos A = \frac{1}{\sec A}$	$\tan A = \frac{1}{\cot A}$
$\text{cosec}\, A = \frac{1}{\sin A}$	$\sec A = \frac{1}{\cos A}$	$\cot A = \frac{1}{\tan A}$

79) $\tan A = \frac{\sin A}{\cos A}$ ಮತ್ತು $\cot A = \frac{\cos A}{\sin A}$

80) ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಕೋನಗಳಿಗೆ ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ ಅನುಪಾತಗಳು

$\angle A$	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin A$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos A$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan A$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	N.D
$\text{cosec}\, A$	N.D	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	1
$\sec A$	1	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$	2	N.D
$\cot A$	N.D	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0

81) 0° ಮತ್ತು 90° ನಡುವಿನ ಕೋನ A ದ ಎಲ್ಲಾ ಬೆಲೆಗಳಿಗೆ ಪೂರಕ ಕೋನಗಳ ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ ಸಂಬಂಧಗಳು

$\sin(90^o - A) = \cos A$ ಮತ್ತು $\cos(90^o - A) = \sin A$

$\tan(90^o - A) = \cot A$ ಮತ್ತು $\cot(90^o - A) = \tan A$

$\mathrm{cosec}(90^o - A) = \sec A$ ಮತ್ತು $\sec(90^o - A) = \mathrm{cosec}\, A$

ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ ನಿತ್ಯ ಸಮೀಕರಣಗಳು :-

82) $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$

83) $1 + \tan^2 A = \sec^2 A$ ಅಥವಾ $\sec^2 A - \tan^2 A = 1$

84) $1 + \cot^2 A = \mathrm{cosec}^2 A$ ಅಥವಾ $\mathrm{cosec}^2 A - \cot^2 A = 1$

85) $\sin^2 A = 1 - \cos^2 A = (1 + \cos A)(1 - \cos A)$

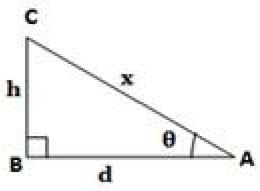
86) $\cos^2 A = 1 - \sin^2 A = (1 + \sin A)(1 - \sin A)$

87) $\sin A = \sqrt{1 - \cos^2 A}$

88) $\cos A = \sqrt{1 - \sin^2 A}$

ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿಯ ಕೆಲವು ಅನ್ವಯಗಳು

89) ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ ABC ಯಲ್ಲಿ $\angle A = \theta$ ಒಂದು ಲಘುಕೋನ ಆದರೆ,



- ❖ ಎತ್ತರ $h = \tan\theta \times d$
- ❖ ದೂರ $d = \cot\theta \times h$
- ❖ ಇಳಿಜಾರಿನ ಉದ್ದ $x = \frac{h}{\sin\theta}$ ಅಥವಾ ಇಳಿಜಾರಿನ ಉದ್ದ $x = \frac{d}{\cos\theta}$

ಸಂಖ್ಯಾಶಾಸ್ತ್ರ

90) ಒಂದು ವರ್ಗಾಂತರದ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದು $= \frac{\text{ಮೇಲ್ಮಿತಿ + ಕೆಳಮಿತಿ}}{2}$

91) ವರ್ಗೀಕೃತ ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಸೂತ್ರ

- ❖ ನೇರ ವಿಧಾನ : ಸರಾಸರಿ $\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$
- ❖ ಅಂದಾಜು ಸರಾಸರಿ ವಿಧಾನ : ಸರಾಸರಿ $\bar{x} = a + \frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i}$
- ❖ ಹಂತ ವಿಚಲನಾ ವಿಧಾನ : ಸರಾಸರಿ $\bar{x} = a + \left(\frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i}\right) \times h$

92) ವರ್ಗೀಕೃತ ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಬಹುಲಕ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಸೂತ್ರ

❖ ಬಹುಲಕ = $l + \left[\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right] \times h$

93) ವರ್ಗೀಕೃತ ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಮಧ್ಯಾಂಕ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಸೂತ್ರ

❖ ಮಧ್ಯಾಂಕ = $l + \left[\frac{\frac{n}{2} - cf}{f}\right] \times h$

94) ಕೇಂದ್ರೀಯ ಪ್ರವೃತ್ತಿಗಳ ಮೂರು ಅಳತೆಗಳ ನಡುವಿನ ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ಸಂಬಂಧ

❖ 3 ಮಧ್ಯಾಂಕ = ಬಹುಲಕ + 2 ಸರಾಸರಿ.

❖ ಬಹುಲಕ = 3 ಮಧ್ಯಾಂಕ – 2 ಸರಾಸರಿ.

❖ 2 ಸರಾಸರಿ = 3 ಮಧ್ಯಾಂಕ – ಬಹುಲಕ.

ಸಂಭವನೀಯತೆ

95) ಒಂದು ಘಟನೆಯ ಸಂಭವನೀಯತೆ $P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$

➢ ಇಲ್ಲಿ $n(E)$ = E ಗೆ ಅನುಕೂಲಿಸುವ ಫಲಿತಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು $n(S)$ = ಎಲ್ಲಾ ಸಾಧ್ಯ ಫಲಿತಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ

96) ಖಚಿತ ಘಟನೆ (ನಿಶ್ಚಿತ ಘಟನೆ) ಯ ಸಂಭವನೀಯತೆಯು 1 ಆಗಿದೆ.

97) ಅಸಂಭವ ಘಟನೆಯ ಸಂಭವನೀಯತೆಯು 0 ಆಗಿದೆ.

98) ಒಂದು ಘಟನೆ E ಯ ಸಂಭವನೀಯತೆ P(E) ಯು ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದ್ದು, $0 \leq P(E) \leq 1$ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

99) ಒಂದು ಘಟನೆಗೆ ಕೇವಲ ಒಂದು ಫಲಿತವಿದ್ದರೆ ಅದನ್ನು ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಫಲಿತ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

100) ಒಂದು ಯಾದೃಚ್ಛಿಕ ಪ್ರಯೋಗದ ಎಲ್ಲಾ ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಘಟನೆಗಳ ಸಂಭವನೀಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತವು 1 ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

101) E ಮತ್ತು $(\overline{E})$ ಪರಸ್ಪರ ಪೂರಕ ಘಟನೆಗಳಾದರೆ, $P(E) + P(\overline{E}) = 1$ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

102) ಒಂದು ನಾಣ್ಯವನ್ನು ಒಂದು ಸಲ ಚಿಮ್ಮಿದಾಗ ಬರುವ ಫಲಿತ ಗಣ $S = \{H, T\} \therefore n(S) = 2$

103) ಎರಡು ನಾಣ್ಯಗಳನ್ನು ಏಕ ಕಾಲದಲ್ಲಿ ಚಿಮ್ಮಿದಾಗ ಬರುವ ಫಲಿತ ಗಣ

$S = \{HH, HT, TH, TT\} \therefore n(S) = 4$

104) ಮೂರು ನಾಣ್ಯಗಳನ್ನು ಏಕ ಕಾಲದಲ್ಲಿ ಚಿಮ್ಮಿದಾಗ ಬರುವ ಫಲಿತ ಗಣ
$S = \{HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT\} \therefore n(S) = 8$

105) ಒಂದು ದಾಳವನ್ನು ಎಸೆದಾಗ ಬರುವ ಫಲಿತ ಗಣ $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \therefore n(S) = 6$

106) ಕುಂದಿಲ್ಲದ ಎರಡು ದಾಳಗಳನ್ನು ಏಕ ಕಾಲದಲ್ಲಿ ಎಸೆದಾಗ ಬರುವ ಒಟ್ಟು ಫಲಿತಗಳು $n(S) = 36$

ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಮತ್ತು ಘನಫಲಗಳು

107) ಘನಾಕೃತಿಗಳ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಮತ್ತು ಘನಫಲಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಉಪಯೋಗಿಸುವ ಸೂತ್ರಗಳ ಕೋಷ್ಟಕ

ಘನದ ಹೆಸರು	ವಕ್ರ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ	ಪೂರ್ಣ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ	ಘನಫಲ
ಘನ	$4a^2$	$6a^2$	a^3
ಆಯತ ಘನ	$2h(l+b)$	$2(lb+bh+hl)$	$l\times b\times h$
ಸಿಲಿಂಡರ್	$2\pi rh$	$2\pi r(h+r)$	πr^2h
ಶಂಕು	πrl	$\pi r(l+r)$	$\frac{1}{3}\pi r^2h$
ಗೋಳ	$4\pi r^2$	$4\pi r^2$	$\frac{4}{3}\pi r^3$
ಅರ್ಧಗೋಳ	$2\pi r^2$	$3\pi r^2$	$\frac{2}{3}\pi r^3$
ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕ	$\pi l(r_1+r_2)$	$\pi l(r_1+r_2)+\pi(r_1^2+r_2^2)$	$\frac{1}{3}\pi h(r_1^2+r_2^2+r_1r_2)$

108) ಸಿಲಿಂಡರ್‌ನ / ಶಂಕುವಿನ / ಅರ್ಧ ಘನಗೋಳದ ಪಾದದ ಸುತ್ತಳತೆ $= 2\pi r$

109) ಶಂಕುವಿನ ಓರೆ ಎತ್ತರ $l=\sqrt{r^2+h^2}$

110) ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ಓರೆ ಎತ್ತರ $l=\sqrt{h^2+(r_1-r_2)^2}$

ಘಟಕ – 1 : ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಗಳು

1 Mark Questions (MCQ)

1) ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿ ಆಗಿದೆ ?

A) $2, 4, 8, 16 \ldots\ldots$ B) $2, \frac{5}{2}, 3, \frac{7}{2}, \ldots\ldots$

C) $1, 3, 9, 27 \ldots\ldots$ D) $1, 3, 4, 6 \ldots\ldots$

2) a, b ಮತ್ತು c ಗಳು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯಲ್ಲಿದ್ದರೆ, $\frac{b-a}{c-b}$ ಯು

A) $\frac{b}{a}$ B) 0 C) 1 D) 2a

3) $\frac{3}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}, \ldots\ldots$ ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸವು

A) -1 B) $\frac{1}{2}$ C) $-\frac{1}{2}$ D) $\frac{2}{3}$

4) $10, 7, 4, \ldots\ldots$ ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ 30 ನೇ ಪದ

A) 97 B) 77 C) -77 D) -87

5) $-3, -\frac{1}{2}, 2, \dots\dots\dots\dots$ ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ 11 ನೇ ಪದ

A) 28 B) 22 C) – 38 D) $-48\frac{1}{2}$

6) ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯಲ್ಲಿ $a_n = 3 + 4n$ ಆದರೆ a_3 ಯ ಬೆಲೆಯು

A) 15 B) 9 C) 12 D) 13

7) ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯಲ್ಲಿ $S_n = 4n - n^2$ ಆದರೆ, ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ d ಯು

A) 2 B) 1 C) – 2 D) – 1

8) ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯಲ್ಲಿ $S_5 = 30$ ಮತ್ತು $S_4 = 20$ ಆದರೆ a_5 ರ ಬೆಲೆಯು

A) 10 B) 50 C) 20 D) 9

9) 13 ಪದಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯಲ್ಲಿ $a_7 = 6$ ಆದರೆ, S_{13} ರ ಬೆಲೆಯು

A) 42 B) 24 C) 87 D) 78

10) ಮೊದಲ 50 ಬೆಸ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವು

A) 250 B) 500 C) 2500 D) 5000

1 Mark Questions (VSA)

11) ಮೊದಲ ಪದ a ಮತ್ತು ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ d ಇರುವ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ n ನೇ ಪದ ಬರೆಯಿರಿ.

12) ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯಲ್ಲಿ $a_n = 3 + 2n$ ಆದರೆ a_4 ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

13) $-3, a, 2$ ಇವು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಮೂರು ಅನುಕ್ರಮ ಪದಗಳಾದರೆ a ಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

14) $\sqrt{2}, \sqrt{8}, \sqrt{18}, \dots\dots$ ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಮುಂದಿನ ಪದ ಬರೆಯಿರಿ.

15) ಮೊದಲ 100 ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಸುಲಭವಾಗಿ ಕಂಡುಹಿಡಿದ ಪ್ರಸಿದ್ಧ ಗಣಿತ ಶಾಸ್ತ್ರಜ್ಞ ಯಾರು?

16) a, b ಮತ್ತು c ಗಳು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಪದಗಳಾದರೆ $(c - b) - (b - a)$ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

<table>
<tr><td rowspan="2">ಉತ್ತರ</td><td>1) B</td><td>2) C</td><td>3) A</td><td>4) C</td><td>5)B</td><td>6) A</td><td>7) C</td><td>8) A</td><td>9) D</td><td colspan="2">10) C</td></tr>
<tr><td colspan="4">11) $a_n = a + (n-1)d$</td><td colspan="2">12) $a_4 = 11$</td><td colspan="2">13) $-\frac{1}{2}$</td><td>14) $\sqrt{32}$</td><td>15) ಗಾಸ್</td><td>16) 0</td></tr>
</table>

2 Marks Questions (SA)

17) 2 , 7, 12 , ... ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯಲ್ಲಿ 10ನೇ ಪದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ : AP ಯಲ್ಲಿ $a = 2$ ಮತ್ತು $d = a_2 - a_1 = 7 - 2 = 5$, $a_{10} = ?$

$a_n = a + (n-1)d$

$a_{10} = 2 + (10-1)5$

$a_{10} = 2 + 9 \times 5$

$a_{10} = 2 + 45 \quad \therefore a_{10} = 47$

18) 21 , 18, 15 , ... ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯಲ್ಲಿ 35 ನೇ ಪದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

19) 3 , 8, 13 , ... ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯಲ್ಲಿ 10 ನೇ ಪದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

20) 10, 7, 4, ... ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯಲ್ಲಿ 30 ನೇ ಪದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

21) $-3,\ -\frac{1}{2},\ 2,$ .... ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ 11 ನೇ ಪದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

22) $10, 7, 4,$ ....-62 ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಕೊನೆಯಿಂದ ಆರಂಭಿಸಿ 11ನೇ ಪದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ : AP ಯಲ್ಲಿ $d = a_2 - a_1 = 7 - 10 = -3$ ಮತ್ತು $l = -62$

ಕೊನೆಯಿಂದ ಆರಂಭಿಸಿ 11ನೇ ಪದ = ?

ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಕೊನೆಯಿಂದ n ನೇ ಪದ = $l - (n-1)d$

ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಕೊನೆಯಿಂದ 11 ನೇ ಪದ = $-62 - (11-1)(-3)$

ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಕೊನೆಯಿಂದ 11 ನೇ ಪದ = $-62 - (10)(-3)$

ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಕೊನೆಯಿಂದ 11 ನೇ ಪದ = $-62 + 30$

$\therefore$ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಕೊನೆಯಿಂದ 11 ನೇ ಪದ = -32

23) $3, 8, 13,$ ....253 ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಕೊನೆಯಿಂದ ಆರಂಭಿಸಿ 20ನೇ ಪದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

24) $21, 18, 15,$ .... -81 ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಕೊನೆಯಿಂದ ಆರಂಭಿಸಿ 28ನೇ ಪದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

25) $21, 18, 15,$ .... ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಎಷ್ಟನೇ ಪದವು -81 ಆಗಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ : AP ಯಲ್ಲಿ $a = 21$ ಮತ್ತು $d = a_2 - a_1 = 18 - 21 = -3,\quad a_n = \mathbf{-81},\ \boldsymbol{n} = ?$

$a_n = a + (n-1)d$

$-81 = 21 + (n-1)(-3)$

$-81 = 21 - 3n + 3$

$3n = 24 + 81$

$3n = 105$

$n = \frac{105}{3} \quad \therefore n = 35$

$\therefore$ AP ಯ 35ನೇ ಪದವು -81 ಆಗಿದೆ.

26) 3, 8, 13, ... ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಎಷ್ಟನೇ ಪದವು 78 ಆಗಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

27) 7, 13, 19, ... ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಎಷ್ಟನೇ ಪದವು 205 ಆಗಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

28) 8, 3, -2, ... ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ 22 ಪದಗಳವರೆಗಿನ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ : $a = 8,\qquad S_{22} = ?$

$d = a_2 - a_1 = 3 - 8 = -5$

$S_n = \frac{n}{2}\,[\,2a + (n-1)\,d\,]$

$S_{22} = \frac{22}{2}[2(8) + (22-1)(-5)\,]$

$S_{22} = 11[16 + 21(-5)]$

$S_{22} = 11[16 - 105]$

$S_{22} = 11 \times -89$

$S_{22} = -979$

29) $2 + 7 + 12$............ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೊದಲ 10 ಪದಗಳವರೆಗಿನ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

30) $-37, \ -33, -29,$ .... ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ 12 ಪದಗಳವರೆಗಿನ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

3 Marks Questions (LA-1)

31) ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ 1ನೇ ಪದ 38 ಮತ್ತು 16ನೇ ಪದ 73 ಆದರೆ, ಶ್ರೇಢಿಯ 31ನೇ ಪದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ : AP ಯಲ್ಲಿ $a_1 = 38$ ಮತ್ತು $a_{16} = 73$ ಆದರೆ $a_{31} = ?$

AP ಯಲ್ಲಿ $d = \frac{a_p - a_q}{p-q}$

$$d = \frac{a_{16} - a_1}{16 - 1}$$

$$d = \frac{73 - 38}{15} = \frac{35}{15} = \frac{7}{3}$$

$$a_{31} = a_1 + 30d$$

$$a_{31} = 38 + 30(\tfrac{7}{3})$$

$$a_{31} = 38 + 70$$

$$a_{31} = 108$$

32) ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ 3ನೇ ಪದ 12 ಮತ್ತು 50ನೇ ಪದ 106 ಆದರೆ, ಶ್ರೇಢಿಯ 29ನೇ ಪದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

33) ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ 3ನೇ ಪದ 4 ಮತ್ತು 9ನೇ ಪದ -8 ಆದರೆ, ಶ್ರೇಢಿಯ 5ನೇ ಪದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

34) **6 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವ ಮೊದಲ 40 ಧನಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.**

ಪರಿಹಾರ : 6, 12, 18, ... 240 (ಏಕೆಂದರೆ 40ನೇ ಪದವು $40 \times 6 = 240$ ಆಗುತ್ತದೆ.)

$$S_n = 6 + 12 + 18 + \ldots\ldots\ldots\ldots + 240$$

$$S_n = 6\,(1 + 2 + 3 + \ldots\ldots\ldots\ldots + 40\,)$$

$$S_n = 6\left[\frac{40 \times (40 + 1)}{2}\right]$$ ($\because$ ಮೊದಲ n ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ $S_n = \frac{n(n+1)}{2}$)

$$S_n = 6 \times 20 \times 41$$

$$S_n = 120 \times 41$$

$$S_n = 4920$$

$\therefore$ 6 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವ ಮೊದಲ 40 ಧನಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಮೊತ್ತವು 4920 ಆಗಿದೆ.

ಪರ್ಯಾಯ ವಿಧಾನ

ಪರಿಹಾರ : 6, 12, 18, ... (40 ಪದಗಳವರೆಗೆ)

$a = 6,\qquad S_{40} = ?$

$$d = a_2 - a_1 = 12 - 6 = 6$$

$$S_n = \frac{n}{2}\,[\,2a + (n-1)\,d\,]$$

$$S_{40} = \frac{40}{2}\,[2(6) + (40-1)(6)\,]$$

$S_{40} = 20[12 + 39(6)]$

$S_{40} = 20[12 + 234]$

$S_{40} = 20 \times 246$ $S_{40} = 4920$

∴ 6 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವ ಮೊದಲ 40 ಧನಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಮೊತ್ತವು 4920 ಆಗಿದೆ.

35) ಮೊದಲ 15, 8ರ ಅಪವರ್ತ್ಯಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

36) 100 ಮತ್ತು 200ರ ನಡುವಿನ 7ರ ಅಪವರ್ತ್ಯಗಳ ಮೊತ್ತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ :S_n = 105+112+119+..................+ 196

S_n = 7(15+16+17+..................+ 28)

$S_n = 7\left[\frac{28\times(28+1)}{2} - \frac{14\times(14+1)}{2}\right]$ (∵ ಮೊದಲ n ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ $S_n = \frac{n(n+1)}{2}$)

$S_n = 7[14 \times 29 - 7 \times 15]$

$S_n = 7[406 - 105]$

$S_n = 7 \times 301$

$S_n = 2107$

∴ 100 ಮತ್ತು 200ರ ನಡುವಿನ 7ರ ಅಪವರ್ತ್ಯಗಳ ಮೊತ್ತ 2107

ಪರ್ಯಾಯ ವಿಧಾನ

ಪರಿಹಾರ : 105 + 112 + 119 + ... + 196

$a = 105$, $l = a_n = 196$, $S_n = ?$

$d = a_2 - a_1 = 112 - 105 = 7$

$a_n = a + (n-1)d$

$196 = 105 + (n-1)7$

$196 - 105 = 7n - 7$

$91 + 7 = 7n$

$98 = 7n$

$n = 14$

$S_n = \frac{n}{2}[a + l]$

$S_{14} = \frac{14}{2}[105 + 196]$

$S_{14} = 7[301]$

$S_{14} = 2107$ ∴ 100 ಮತ್ತು 200ರ ನಡುವಿನ 7ರ ಅಪವರ್ತ್ಯಗಳ ಮೊತ್ತ 2107

37) 0 ಯಿಂದ 50 ರ ನಡುವಿನ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

38) $3, 7, 11, 15, \ldots\ldots\ldots\ldots$ ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ 10ನೇ ಪದದಿಂದ 20ನೇ ಪದಗಳವರೆಗಿನ ಮೊತ್ತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

39) ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ 10ನೇ ಪದದ 10ರಷ್ಟು, 15ನೇ ಪದದ 15ರಷ್ಟಕ್ಕೆ ಸಮನಾದರೆ, ಶ್ರೇಢಿಯ 25ನೇ ಪದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ : ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯಲ್ಲಿ $10 \times a_{10} = 15 \times a_{15}$

$10[a + (10 - 1)d] = 15[a + (15 - 1)d]$ $[\because a_n = a + (n - 1)d]$

$10(a + 9d) = 15(a + 14d)$

$10a + 90d = 15a + 210d$

$10a - 15a = 210d - 90d$

$-5a = 120d$

$a = -\frac{120}{5}d$

$a = -24d$ ----->(1)

$a_{25} = a + (25 - 1)d$

$a_{25} = a + 24d$

$a_{25} = -24d + 24d$ ($\because$ ಸ. 1 ರಿಂದ)

$a_{25} = 0$

40) ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ 8ನೇ ಪದವು 0 ಆಗಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಶ್ರೇಢಿಯ 38ನೇ ಪದವು 18ನೇ ಪದದ ಮೂರರಷ್ಟಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ : ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯಲ್ಲಿ $a_8 = 0$

$a_{18} = a_8 + 10d$ ($\because \mathrm{a_p = a_q + (p - q)d}$)

$a_{18} = 0 + 10d$

$a_{18} = 10d$ ---->(1)

$a_{38} = a_{18} + 20d$ ($\because \mathrm{a_p = a_q + (p - q)d}$)

$a_{38} = 10d + 20d$ ($\because$ ಸ. 1 ರಿಂದ)

$a_{38} = 30d$

$a_{38} = 3 \times 10d$

$a_{38} = 3 \times a_{18}$ ($\because$ ಸ. 1 ರಿಂದ)

∴ಸಾಧಿಸಿದೆ.

41) ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ n ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ $\mathbf{S_n = (3n^2 - 4n)}$ ಆದರೆ ಶ್ರೇಢಿಯ 25ನೇ ಪದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ : ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯಲ್ಲಿ $S_n = (3n^2 - 4n)$ ಮತ್ತು $a_{25} = ?$

$S_{25} = (3 \times 25^2 - 4 \times 25)$

$S_{25} = (1875 - 100)$

$S_{25} = 1775$ ------->(1)

$S_{24} = (3 \times 24^2 - 4 \times 24)$

$S_{24} = (1728 - 96)$

$S_{24} = 1632$------->(2)

$S_{25} - S_{24} = a_{25}$ $(\because S_n - S_{n-1} = a_n)$

$S_{25} - S_{24} = 1775 - 1632$

$\therefore a_{25} = 143$

4 Marks Questions (LA-2)

42) ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ 7 ನೇ ಪದವು ಅದರ 2 ನೇ ಪದದ 4 ರಷ್ಟಿದೆ. ಹಾಗೂ ಶ್ರೇಢಿಯ 12 ನೇ ಪದವು 4 ನೇ ಪದದ 3 ರಷ್ಟಕ್ಕಿಂತ 2 ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಆ ಶ್ರೇಢಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

43) ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯಲ್ಲಿ ನಾಲ್ಕು ಪದಗಳಿವೆ. ಅಂತ್ಯಪದಗಳ ಮೊತ್ತ 10 ಮತ್ತು ಮಧ್ಯಪದಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ 24 ಆದರೆ, ಆ ಪದಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

44) ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ 4 ನೇ ಮತ್ತು 8 ನೇ ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ 24 ಹಾಗೂ 6 ನೇ ಮತ್ತು 10 ನೇ ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವು 44 ಆದರೆ, ಆ ಶ್ರೇಢಿಯ ಮೊದಲ 3 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

45) ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯಲ್ಲಿರುವ 3 ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಮೊತ್ತ 24 ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ 480 ಆದರೆ, ಆ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

46) ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಮೊದಲ 3 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವು 24, ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತವು 224 ಆದರೆ ಆ ಮೂರು ಪದಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

47) ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ 12 ನೇ ಪದ −13, ಮತ್ತು ಮೊದಲ 4 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ 24 ಆದರೆ, ಮೊದಲ 10 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

48) 32 ನ್ನು 4 ಭಾಗಗಳಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಉಂಟಾದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯಲ್ಲಿವೆ. ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಅಂತ್ಯ ಪದಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ ಮತ್ತು ಮಧ್ಯ ಪದಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧಕ್ಕೆ ಇರುವ ಅನುಪಾತ 7:15 ಆಗಿದ್ದರೆ, ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

- **ಗಮನಿಸಿ : ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯಲ್ಲಿ 3 ಪದಗಳಿದ್ದರೆ ಅವು $(a-d), a, (a+d)$ ಆಗಿರುತ್ತವೆ.**
- **ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯಲ್ಲಿ 4 ಪದಗಳಿದ್ದರೆ ಅವು $(a-3d), (a-d), (a+d), (a+3d)$ ಆಗಿರುತ್ತವೆ.**

5 Marks Questions (LA-2)

49) ಮೊದಲ n ಸಮ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವು, ಮೊದಲ n ಬೆಸ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತದ $\left(1+\frac{1}{n}\right)$ ರಷ್ಟಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ : ಮೊದಲ n ಸಮ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವು S_1 ಆಗಿರಲಿ

$S_1 = 2 + 4 + 6 + \ldots\ldots\ldots\ldots$ n ಪದಗಳವರೆಗೆ

$a = 2, \quad d = 4 - 2 = 2, \quad n = n$

$S_1 = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$

$S_1 = \frac{n}{2}[2 \times 2 + (n-1)2]$

$S_1 = \frac{2n}{2}[2 + n - 1]$

$S_1 = n(n+1)$ ----> (1)

ಮೊದಲ n ಬೆಸ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವು S_2 ಆಗಿರಲಿ

$S_2 = 1 + 3 + 5 + \ldots\ldots\ldots\ldots$ n ಪದಗಳವರೆಗೆ

$a = 1, \quad d = 3 - 1 = 2, \quad n = n$

$S_2 = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$

$$S_2 = \frac{n}{2}[2 \times 1 + (n-1)2]$$

$$S_2 = \frac{2n}{2}[1 + n - 1]$$

$S_2 = n^2$ -----> (2)

$\frac{S_1}{S_2} = \frac{n(n+1)}{n^2}$ (∵ ಸ.(1) ಮತ್ತು ಸ.(2)ರಿಂದ)

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{(n+1)}{n}$$

$$\frac{S_1}{S_2} = \left(\frac{n}{n} + \frac{1}{n}\right)$$

$$\frac{S_1}{S_2} = \left(1 + \frac{1}{n}\right)$$

$$S_1 = \left(1 + \frac{1}{n}\right)S_2$$

∴ ಸಾಧಿಸಿದೆ.

50) 2 ಮತ್ತು 5 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗದ 1000 ದ ಒಳಗಿನ ಎಲ್ಲಾ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

51) ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಮೊದಲ m ಪದಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೂ ಹಾಗೂ ಮೊದಲ n ಪದಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೂ ಇರುವ ಅನುಪಾತ $m^2 : n^2$ ಆದರೆ mನೇ ಪದ ಮತ್ತು nನೇ ಪದಗಳ ಅನುಪಾತ $(2m-1):(2n-1)$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

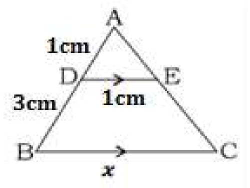
ಘಟಕ – 2 : ತ್ರಿಭುಜಗಳು

1 Mark Questions (MCQ)

1) ಪಕ್ಕದ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ DE ∥ BC ಆದಾಗ x ಬೆಲೆ

A) 3.5 cm B) 3 cm

C) 4.2 cm D) 4 cm



2) ಎರಡು ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಸುತ್ತಳತೆಗಳ ಅನುಪಾತ 5 : 4 ಆದರೆ ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ಅನುಪಾತವು A) 5:4 B) 4:5 C) 10:2 D) 2:10

3) ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹುಗಳು 3, 4, 6 ಏಕಮಾನಗಳಾಗಿವೆ. ಇದಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪಿಯಾದ ಇನ್ನೊಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ಅಳತೆಗಳು (ಏಕಮಾನಗಳಲ್ಲಿ)

A) 8, 6, 12 B) 9, 12, 18 C) 8, 4, 9 D) $2, 4\frac{1}{2}, 4$

4) ದಿನದ ಒಂದು ನಿಶ್ಚಿತ ಸಮಯದಲ್ಲಿ 6 ಅಡಿ ಎತ್ತರದ ಒಬ್ಬ ವ್ಯಕ್ತಿಯ ನೆರಳಿನ ಉದ್ದ 8 ಅಡಿ ಆಗಿದೆ. ಅದೇ ಸಮಯದಲ್ಲಿ 45 ಅಡಿ ಎತ್ತರದ ಒಂದು ಕಟ್ಟಡದ ನೆರಳಿನ ಉದ್ದವು (ಅಡಿಗಳಲ್ಲಿ)

A) 90 B) 60 C) 48 D) 54

5) ಎರಡು ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು 2 : 1 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆ. ಆ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಅನುಪಾತವು

A) 2 : 1 B) 4 : 2 C) 4 : 1 D) 1 : 4

6) ಎರಡು ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಅನುಪಾತ 16 : 81 ಆದರೆ, ಆ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ಅನುಪಾತವು

A) 2 : 3 B) 7 : 9 C) 4 : 9 D) 81 : 61

7) ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದವನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವುದಿಲ್ಲ?

A) 3cm, 4cm, 5cm B) 6cm, 8cm, 10cm C) 5cm, 12cm, 13cm D) 3cm, 6cm, 8cm

8) ಒಂದು ವರ್ಗದ ಬಾಹು 12cm ಇದೆ. ಅದರ ಕರ್ಣದ ಉದ್ದವು

A) 12 cm B) $12\sqrt{2}$ cm C) $\sqrt{12}$ cm D) $\sqrt{2}$ cm

9) ಒಂದು ವರ್ಗದ ಕರ್ಣದ ಉದ್ದವು $\sqrt{50}$ m ಇದೆ. ಅದರ ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದವು

A) $\sqrt{10}$ m B) $5\sqrt{2}$ m C) $2\sqrt{5}$ m D) 5 m

10) ΔABC ಯಲ್ಲಿ $AB = 6\sqrt{3}$cm, $AC = 12$cm ಮತ್ತು $BC = 6$cm ಆದರೆ, $\angle B$ ಯು

A) 120° B) 60° C) 90° D) 45°

11) ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದ 2a ಮಾನಗಳಿರುವ ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದ ಎತ್ತರವು

A) $\sqrt{3}$ a ಮಾನಗಳು B) $\sqrt{3}$ ಮಾನಗಳು C) $3\sqrt{a}$ ಮಾನಗಳು D) $\sqrt{2}$ a ಮಾನಗಳು

1 Mark Questions (VSA)

12) ಥೇಲ್ಸ್ ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ನಿರೂಪಿಸಿ.

13) ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ನಿರೂಪಿಸಿ.

14) ಪೈಥಾಗೊರಸ್‌ನ ಪ್ರಮೇಯದ ವಿಲೋಮವನ್ನು ನಿರೂಪಿಸಿ.

15) ಬಾಹುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಒಂದೇ ಇರುವ ಎರಡು ಬಹುಭುಜಗಳು ಸಮರೂಪ ಆಗಬೇಕಾದರೆ ಇರುವ ಎರಡು ನಿಬಂಧನೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

16) ಥೇಲ್ಸ್ ಪ್ರಮೇಯದ ವಿಲೋಮವನ್ನು ನಿರೂಪಿಸಿ.

17) ಎರಡು ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು 4 : 9 ಆದರೆ, ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪವಾದ ಮಧ್ಯರೇಖೆಗಳ ಅನುಪಾತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ	1)D	2)A	3)B	4)B	5)C	6)C	7)D	8)B	9) D	10)C	11) A

12) ತ್ರಿಭುಜದ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಎರಡು ವಿಭಿನ್ನ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುವಂತೆ ಒಂದು ಬಾಹುವಿಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿ ಎಳೆದ ಸರಳರೇಖೆಯು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ

13) ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ, ವಿಕರ್ಣದ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗವು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ.

14) ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಅತ್ಯಂತ ದೊಡ್ಡ ಬಾಹುವಿನ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗವು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮನಾದರೆ, ಆ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳ ನಡುವೆ ಲಂಬಕೋನ ಏರ್ಪಡುತ್ತದೆ.

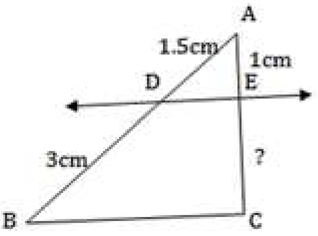
15) ಬಹುಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮ ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರಬೇಕು.

16) ತ್ರಿಭುಜದ ಯಾವುದಾದರೂ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವ ರೇಖೆಯು ಅದರ ಮೂರನೇ ಬಾಹುವಿಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

17) 2 : 3

2 Marks Questions (SA)

18) ಪಕ್ಕದ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $DE \parallel BC$ ಆದರೆ EC ಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



ಪರಿಹಾರ : ΔABC ಯಲ್ಲಿ $DE \parallel BC$

$AD = 1.5cm$, $DB = 3cm$ ಮತ್ತು $AE = 1cm$

$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ (ಥೇಲ್ಸ್ ಪ್ರಮೇಯ)

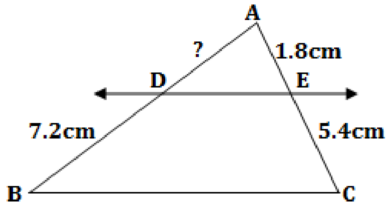
$\frac{1.5}{3} = \frac{1}{EC}$

$\frac{15}{30} = \frac{1}{EC}$

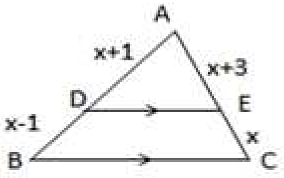
$\frac{1}{2} = \frac{1}{EC}$

$EC = 2cm$

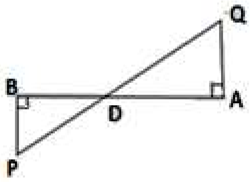
19) ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $DE \parallel BC$ ಆದರೆ AD ಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



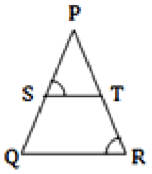
20) ΔABC ಯಲ್ಲಿ $DE \parallel BC$, $AD = x + 1$, $DB = x - 1$, $AE = x + 3$ ಮತ್ತು $EC = x$ ಆದರೆ x ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



21) ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $AQ \perp AB$, $PB \perp AB$, $AD = 20$ cm, $BD = 12$ cm ಮತ್ತು $PB = 18$ cm ಆದರೆ AQ ಉದ್ದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



22) ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $\frac{PS}{SQ} = \frac{PT}{TR}$ ಮತ್ತು $\angle PST = \angle PRQ$ ಆದರೆ ΔPQR ಒಂದು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.



23) 6m ಎತ್ತರದ ನೇರವಾದ ಕಂಬವು ನೆಲದ ಮೇಲೆ 4m ಉದ್ದದ ನೆರಳನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುತ್ತದೆ. ಅದೇ ಸಮಯದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಕಟ್ಟಡವು 28m ಉದ್ದ ನೆರಳನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುತ್ತದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಆ ಕಟ್ಟಡದ ಎತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

24) $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ $64cm^2$ ಮತ್ತು $121cm^2$ ಗಳಾಗಿದ್ದು, $EF = 15.4cm$ ಆದರೆ BC ಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ : $\Delta ABC \sim \Delta DEF$

$\frac{ವಿ(\Delta ABC)}{ವಿ(\Delta DEF)} = \left(\frac{BC}{EF}\right)^2$ (∵ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಪ್ರಮೇಯ)

$\frac{64}{121} = \left(\frac{BC}{15.4}\right)^2$

$\left(\frac{8}{11}\right)^2 = \left(\frac{BC}{15.4}\right)^2$

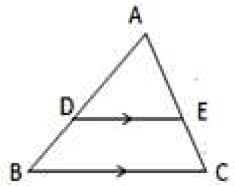
$\frac{8}{11} = \frac{BC}{15.4}$

$11 \times BC = 15.4 \times 8$

$BC = \frac{15.4 \times 8}{11}$

$BC = 1.4 \times 8 = 11.2cm$

25) ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ DE ll BC ಮತ್ತು AD : DB = 5:4 ಆದರೆ, ΔADE ಮತ್ತು ΔABC ಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಅನುಪಾತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

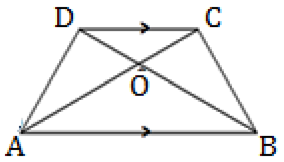


26) ABCD ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದಲ್ಲಿ AB ll CD ಆಗಿದೆ. AC ಮತ್ತು BD ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ O ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತಿವೆ. AB = 2 CD ಆದರೆ ΔAOB ಮತ್ತು ΔCOD ಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಅನುಪಾತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ : ABCD ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದಲ್ಲಿ AB ll DC
ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ O ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಿವೆ.

$\Rightarrow$ AB = 2 CD $\quad \frac{AB}{CD} = \frac{2}{1}$ ----> (1)

Δ AOB ಮತ್ತು Δ COD ಗಳಲ್ಲಿ



$\angle A = \angle C$ [ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು]

$\angle B = \angle D$ [ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು]

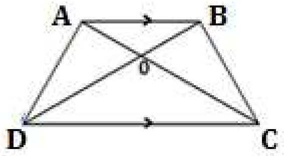
Δ AOB ~ Δ COD [ಕೋ–ಕೋ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ]

$\frac{ವಿ(\Delta AOB)}{ವಿ(\Delta COD)} = \left(\frac{AB}{CD}\right)^2$ [ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಪ್ರಮೇಯ]

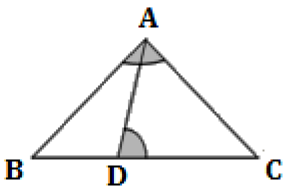
$\frac{ವಿ(\Delta AOB)}{ವಿ(\Delta COD)} = \left(\frac{2}{1}\right)^2$

$\frac{ವಿ(\Delta AOB)}{ವಿ(\Delta COD)} = \frac{4}{1}$

27) ABCD ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದಲ್ಲಿ AB ll DC ಆಗಿದೆ. AC ಮತ್ತು BD ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ O ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತಿವೆ. ಹಾಗಾದರೆ $\frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD}$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.



28) ΔABC ಯಲ್ಲಿ $\angle ADC = \angle BAC$ ಆಗುವಂತೆ D ಯು BC ಬಾಹುವಿನ ಮೇಲಿನ ಒಂದು ಬಿಂದುವಾಗಿದೆ. $CA^2 = CB.CD$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

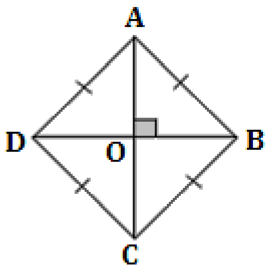


3 Marks Questions (LA 1)

29) ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ಬಾಹುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತವು ಕರ್ಣಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ: ABCD ವಜ್ರಾಕೃತಿಯಲ್ಲಿ $AB = BC = CD = AD$

[∵ ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ಎಲ್ಲಾ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ]



ಕರ್ಣ AC ಮತ್ತು BD ಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗಿ O ದಲ್ಲಿ ಅರ್ಧಿಸಿವೆ.

$\angle AOB = 90^\circ$

ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ AOB ಯಲ್ಲಿ

$AB^2 = AO^2 + BO^2$ [∵ ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯ]

$AB^2 = \left(\frac{1}{2}AC\right)^2 + \left(\frac{1}{2}BD\right)^2$ [$\because AO = \frac{1}{2}AC, \quad BO = \frac{1}{2}BD$]

$AB^2 = \frac{1}{4}AC^2 + \frac{1}{4}BD^2$

$4AB^2 = AC^2 + BD^2$ [4ರಿಂದ ಪ್ರತೀ ಪದವನ್ನು ಗುಣಿಸಿದೆ]

ಅಂದರೆ $AB^2 + AB^2 + AB^2 + AB^2 = AC^2 + BD^2$

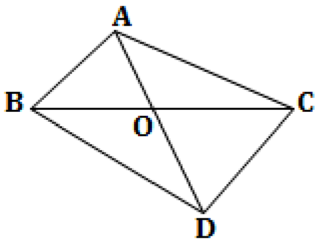
$\therefore AB^2 + BC^2 + CD^2 + DA^2 = AC^2 + BD^2$ [$\because AB = BC = CD = AD$, ದತ್ತ]

∴ ಸಾಧಿಸಿದೆ.

30) 6 m ಮತ್ತು 11m ಎತ್ತರದ ಎರಡು ಕಂಬಗಳು ನೆಲದ ಮೇಲೆ 12 m ದೂರದಲ್ಲಿವೆ. ಅವುಗಳ ತುದಿಗಳಿಗಿರುವ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

31) ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದ ಸುತ್ತಳತೆ 20 cm ಮತ್ತು ಲಂಬಕೋನವನ್ನು ಒಳಗೊಂಡ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳು 4 : 3 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿದ್ದರೆ ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

32) ABC ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ $AC = BC$ ಮತ್ತು $AB^2 = 2AC^2$ ಆದರೆ ΔABC ಯು ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

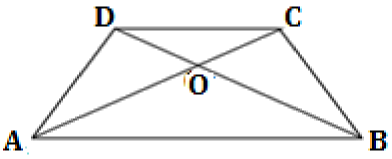


33) ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ABC ಮತ್ತು DBC ಗಳು BC ಪಾದದ ಮೇಲಿನ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು. ಕರ್ಣಗಳು O ನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ.

$\frac{\text{ವಿ}(\Delta ABC)}{\text{ವಿ}(\Delta DBC)} = \frac{AO}{DO}$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

34) ABCD ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ ಕರ್ಣಗಳು O ನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ.

$\frac{AO}{BO} = \frac{CO}{DO}$ ಆದರೆ ABCD ಯು ಒಂದು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.



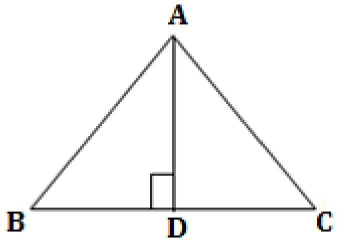
35) ಒಂದು ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಬಾಹುವಿನ ವರ್ಗದ ಮೂರರಷ್ಟು ಅದೇ ತ್ರಿಭುಜದ ಯಾವುದಾದರೊಂದು ಎತ್ತರದ ವರ್ಗದ ನಾಲ್ಕರಷ್ಟಕ್ಕೆ ಸಮ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ: ದತ್ತ : ABC ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ $AB = BC = AC$

AD ಯು ಲಂಬ ಎತ್ತರವಾಗಿದೆ. $\angle ADB = 90^\circ$

ಸಾಧನೀಯ : $3AB^2 = 4AD^2$

ಸಾಧನೆ : ΔABD ಮತ್ತು ΔADC ಗಳಲ್ಲಿ



$\angle D = \angle D = 90^\circ$ [∵ ದತ್ತ]

$AB = AC$ [∵ ದತ್ತ]

$AD = AD$ [∵ ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು]

$\Delta ABD \cong \Delta ADC$ [∵ ಲಂ.ವಿ.ಬಾ.ಸಿದ್ಧಾಂತ]

$\therefore BD = CD = \frac{1}{2}BC$ ----->(1)

ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ ABD ಯಲ್ಲಿ

$AB^2 = AD^2 + BD^2$ [ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯ]

$AB^2 = AD^2 + \left(\frac{1}{2}BC\right)^2$ [$\because BD = \frac{1}{2}BC$]

$AB^2 = AD^2 + \frac{1}{4}AB^2$ [$\because BC = AB$]

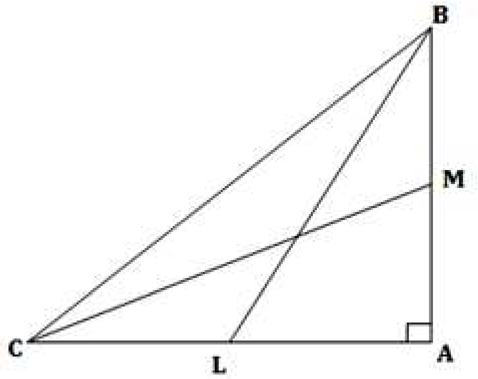
$4 \times AB^2 = 4 \times AD^2 + AB^2$ [4ರಿಂದ ಪ್ರತೀ ಪದ ಗುಣಿಸಿದೆ]

$4AB^2 - AB^2 = 4AD^2$

$3AB^2 = 4AD^2$

∴ ಸಾಧಿಸಿದೆ.

36) BL ಮತ್ತು CM ಗಳು ABC ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದ ಮಧ್ಯರೇಖೆಗಳಾದರೆ $4(BL^2 + CM^2) = 5BC^2$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.



ಪರಿಹಾರ: ΔABC ಯಲ್ಲಿ $\angle A = 90^\circ$.

BL ಮತ್ತು CM ಗಳು ABC ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದ ಮಧ್ಯರೇಖೆಗಳು

ΔABC ಯಲ್ಲಿ $BC^2 = AB^2 + AC^2$ ----->(1) (∵ ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯ)

ΔABL ನಿಂದ $BL^2 = AL^2 + AB^2$ (∵ ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯ)

$BL^2 = \left(\frac{AC}{2}\right)^2 + AB^2$ (∵ AC ಮಧ್ಯಬಿಂದು L)

$BL^2 = \frac{AC^2}{4} + AB^2$

$4BL^2 = AC^2 + 4AB^2$ ----->(2)

ΔCMA ನಿಂದ $CM^2 = AC^2 + AM^2$ (∵ ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯ)

$CM^2 = AC^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2$ (∵ AB ಮಧ್ಯಬಿಂದು M)

$CM^2 = AC^2 + \frac{AB^2}{4}$

$4CM^2 = 4AC^2 + AB^2$ ----->(3)

ಸ.(2) ಮತ್ತು ಸ.(3)ನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ

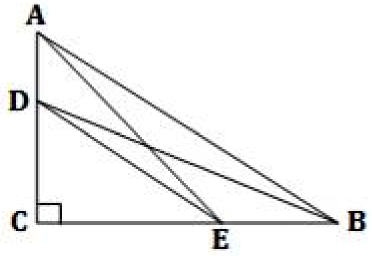
$4BL^2 + 4CM^2 = AC^2 + 4AB^2 + 4AC^2 + AB^2$

$4(BL^2 + CM^2) = 5(AB^2 + AC^2)$

$4(BL^2 + CM^2) = 5BC^2$ (∵ ಸ.(1)ರಿಂದ)

∴ ಸಾಧಿಸಿದೆ.

37) ΔABC **ಯಲ್ಲಿ** $\angle C = 90^\circ$ **ಆಗಿದೆ. D ಮತ್ತು E ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ CA ಮತ್ತು CB ಗಳ ಮೇಲಿನ ಬಿಂದುಗಳು ಆದರೆ** $AE^2 + BD^2 = AB^2 + DE^2$ **ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.**



ಪರಿಹಾರ: ΔABC ಯಲ್ಲಿ $\angle C = 90^\circ$.

D ಮತ್ತು E ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ CA ಮತ್ತು CB ಗಳ ಮೇಲಿನ ಬಿಂದುಗಳು.

ΔABC ಯಲ್ಲಿ $AB^2 = AC^2 + BC^2$ ----->(1) ($\because$ ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯ)

ΔACE ನಿಂದ $AE^2 = AC^2 + CE^2$ ----->(2) ($\because$ ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯ)

ΔBCD ನಿಂದ $BD^2 = DC^2 + BC^2$ ----->(3) ($\because$ ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯ)

ΔDCE ನಿಂದ $DE^2 = DC^2 + CE^2$ ----->(4) ($\because$ ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯ)

$AE^2 + BD^2 = AC^2 + CE^2 + DC^2 + BC^2$ [$\because$ ಸ.(2)ಮತ್ತು ಸ. (3)ನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ]

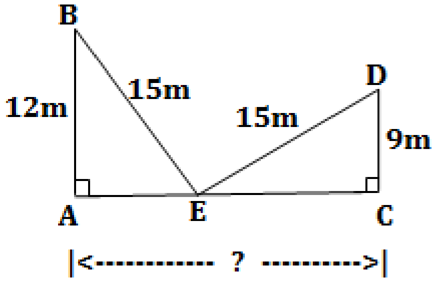
$AE^2 + BD^2 = (AC^2 + BC^2) + (CE^2 + DC^2)$

$AE^2 + BD^2 = AB^2 + DE^2$ [$\because$ ಸ.(1)ಮತ್ತು ಸ.(4)ರಿಂದ]

$\therefore$ ಸಾಧಿಸಿದೆ.

38) 15m ಉದ್ದದ ಒಂದು ಏಣಿಯನ್ನು ರಸ್ತೆಯ ಒಂದು ಪಾರ್ಶ್ವದಲ್ಲಿರುವ ಗೋಡೆಗೆ ಒರಗಿಸಿದಾಗ ಅದರ ತುದಿಯು ನೆಲದಿಂದ 12m ಎತ್ತರದಲ್ಲಿರುವ ಕಿಟಕಿಯ ಕಟ್ಟೆಯನ್ನು ಮುಟ್ಟುತ್ತದೆ. ಏಣಿಯ ಪಾದವನ್ನು ಸ್ಥಿರವಾಗಿಟ್ಟುಕೊಂಡು ಏಣಿಯನ್ನು ರಸ್ತೆಯ ಇನ್ನೊಂದು ಪಾರ್ಶ್ವದಲ್ಲಿರುವ ಮತ್ತೊಂದು ಗೋಡೆಗೆ ಒರಗಿಸಿದಾಗ ಅದರ ತುದಿಯು ನೆಲದಿಂದ 9m ಎತ್ತರದಲ್ಲಿರುವ ಕಿಟಕಿಯ ಕಟ್ಟೆಯನ್ನು ಮುಟ್ಟುತ್ತದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ರಸ್ತೆಯ ಅಗಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ: ದತ್ತ ಪ್ರಕಾರ $AB = 12m$, $CD = 9m$



ಏಣಿಯ ಉದ್ದ $BE = DE = 15m$ ಆಗಿದೆ.

ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ ABE ಯಲ್ಲಿ

$BE^2 = AB^2 + AE^2$ ($\because$ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯ)

$15^2 = 12^2 + AE^2$

$225 - 144 = AE^2$

$AE^2 = 81$

$AE^2 = 9^2$

$\therefore AE = 9m$ ------>(1)

ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ CDE ಯಲ್ಲಿ

$DE^2 = CD^2 + EC^2$ ($\because$ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯ)

$15^2 = 9^2 + EC^2$

$225 - 81 = EC^2$

$EC^2 = 144$

$EC^2 = 12^2$

$\therefore EC = 12m$ ------>(2)

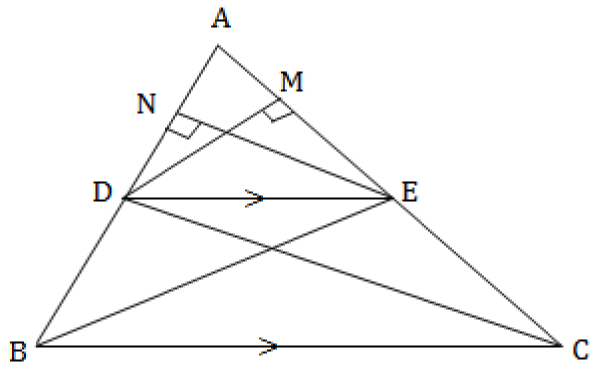
ರಸ್ತೆಯ ಅಗಲ $= AC = AE + EC = 9 + 12 = 21m$ ($\because$ ಸ.(1) ಮತ್ತು(2)ರಿಂದ)

$\therefore$ ರಸ್ತೆಯ ಅಗಲ 21m ಇದೆ.

4 or 5 Marks Questions (LA-2 / LA-3)

39) ಥೇಲ್ಸ್ ಪ್ರಮೇಯ (ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯ) ವನ್ನು ನಿರೂಪಿಸಿ, ಸಾಧಿಸಿ.

ತ್ರಿಭುಜದ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಎರಡು ವಿಭಿನ್ನ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುವಂತೆ ಒಂದು ಬಾಹುವಿಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿ ಎಳೆದ ಸರಳರೇಖೆಯು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.



ದತ್ತ: ΔABC ಯಲ್ಲಿ $DE \parallel BC$.

ಸಾಧನೀಯ: $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

ರಚನೆ: $DM \perp AC$ ಮತ್ತು $EN \perp AB$ ಎಳೆದಿದೆ.

BE ಮತ್ತು CD ಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿದೆ.

ಸಾಧನೆ:

$\frac{ವಿ(\Delta ADE)}{ವಿ(\Delta BDE)} = \frac{\frac{1}{2} \times AD \times EN}{\frac{1}{2} \times DB \times EN}$ ($\because$ Δ ದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{1}{2} \times$ ಪಾದ $\times$ ಎತ್ತರ)

$\frac{ವಿ(\Delta ADE)}{ವಿ(\Delta BDE)} = \frac{AD}{DB}$ ----------> (1)

$\frac{ವಿ(\Delta ADE)}{ವಿ(\Delta CED)} = \frac{\frac{1}{2} \times AE \times DM}{\frac{1}{2} \times EC \times DM}$ ($\because$ Δ ದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{1}{2} \times$ ಪಾದ $\times$ ಎತ್ತರ)

$\frac{ವಿ(\Delta ADE)}{ವಿ(\Delta CED)} = \frac{AE}{EC}$ ----------> (2)

ಆದರೆ ΔBDE ಮತ್ತು ΔCED ಗಳು ಒಂದೇ ಪಾದ DE ಮತ್ತು $DE \parallel BC$ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ ಇವೆ.

$\therefore$ ವಿ$(\Delta BDE) =$ ವಿ(ΔCED) ----------> (3)

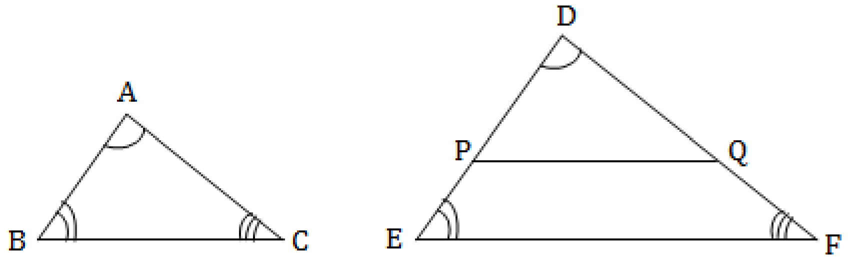
$\therefore$ ಸ(1), ಸ(2) ಮತ್ತು ಸ(3) ರಿಂದ

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

$\therefore$ ಪ್ರಮೇಯ ಸಾಧಿಸಿದೆ.

40) ಕೋ.ಕೋ.ಕೋ. ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ:

ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳಲ್ಲಿ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮವಾದರೆ ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ಅನುಪಾತಗಳು ಸಮ (ಅಥವಾ ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ). ಆದ್ದರಿಂದ ಆ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸಮರೂಪವಾಗಿರುತ್ತವೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.



ದತ್ತ: ΔABC ಮತ್ತು ΔDEF ಗಳಲ್ಲಿ

$\angle A = \angle D$

$\angle B = \angle E$

$\angle C = \angle F$

ಸಾಧನೀಯ: $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$

ರಚನೆ: $DP = AB$ ಮತ್ತು $DQ = AC$ ಅಗುವಂತೆ, P ಬಿಂದುವನ್ನು DE ಮೇಲೆ ಹಾಗೂ Q ಬಿಂದುವನ್ನು DF ಮೇಲೆ ಗುರ್ತಿಸಿ. PQ ಸೇರಿಸಿ.

ಸಾಧನೆ: ΔABC ಮತ್ತು ΔDPQ ಗಳಲ್ಲಿ

$\angle A = \angle D$ (∵ ದತ್ತ)

$AB = DP$ (∵ ರಚನೆ)

$AC = DQ$ (∵ ರಚನೆ)

$\Delta ABC \cong \Delta DPQ$ (∵ ಬಾ.ಕೋ.ಬಾ. ಸಿದ್ಧಾಂತ)

$\therefore BC = PQ$ -------> (1) (∵ ಸರ್ವ ಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಭಾಗಗಳು)

$\angle B = \angle P$ } (∵ ಸರ್ವ ಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಭಾಗಗಳು)

$\angle B = \angle E$ } (∵ ದತ್ತ)

$\therefore \angle P = \angle E$ (∵ ಸ್ವಯಂ ಸಿದ್ಧ – 1)

ಅಂದರೆ $PQ \parallel EF$

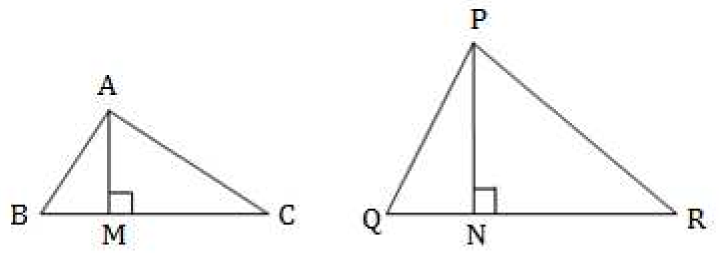
$\frac{DP}{DE} = \frac{PQ}{EF} = \frac{DQ}{DF}$ (∵ ಥೇಲ್ಸ್‌ನ ಉಪ ಪ್ರಮೇಯ)

$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$ [∵ ಸ(1) ಮತ್ತು ರಚನೆಯಿಂದ]

∴ ಪ್ರಮೇಯ ಸಾಧಿಸಿದೆ.

41) ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು :

ಎರಡು ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಅನುಪಾತವು ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಅನುಪಾತಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.



ದತ್ತ: $\Delta ABC \sim \Delta PQR$

ಅಂದರೆ $\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{AC}{PR}$

ಸಾಧನೀಯ: $\frac{ವಿ(\Delta ABC)}{ವಿ(\Delta PQR)} = \left(\frac{AB}{PQ}\right)^2 = \left(\frac{BC}{QR}\right)^2 = \left(\frac{AC}{PR}\right)^2$

ರಚನೆ: $AM \perp BC$ ಮತ್ತು $PN \perp QR$ ಎಳೆದಿದೆ.

ಸಾಧನೆ: $\frac{ವಿ(\Delta ABC)}{ವಿ(\Delta PQR)} = \frac{\frac{1}{2} \times BC \times AM}{\frac{1}{2} \times QR \times PN}$ ($\because$ Δ ದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{1}{2} \times$ ಪಾದ $\times$ ಎತ್ತರ)

$\frac{ವಿ(\Delta ABC)}{ವಿ(\Delta PQR)} = \frac{BC \times AM}{QR \times PN}$ ----------> (1)

ΔABM ಮತ್ತು ΔPQN ಗಳಲ್ಲಿ

$\angle B = \angle Q$ ($\because \Delta ABC \sim \Delta PQR$)

$\angle M = \angle N = 90^\circ$ ($\because$ ರಚನೆ)

$\therefore \Delta ABM \sim \Delta PQN$ ($\because$ ಕೋ. ಕೋ. ಸಮರೂಪತೆಯ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ)

ಆದ್ದರಿಂದ $\frac{AM}{PN} = \frac{AB}{PQ}$ --------> (2)

ಆದರೆ $\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{AC}{PR}$ ------> (3) ($\because$ ದತ್ತ)

$\frac{ವಿ(\Delta ABC)}{ವಿ(\Delta PQR)} = \frac{AB}{PQ} \times \frac{AB}{PQ}$ ($\because$ ಸ(2) ಮತ್ತು ಸ(3) ನ್ನು ಸ(1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದೆ)

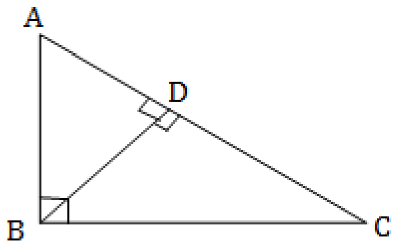
$\frac{ವಿ(\Delta ABC)}{ವಿ(\Delta PQR)} = \left(\frac{AB}{PQ}\right)^2$

ಈಗ ಸ.(3) ರಿಂದ $\frac{ವಿ(\Delta ABC)}{ವಿ(\Delta PQR)} = \left(\frac{AB}{PQ}\right)^2 = \left(\frac{BC}{QR}\right)^2 = \left(\frac{AC}{PR}\right)^2$

$\therefore$ ಪ್ರಮೇಯ ಸಾಧಿಸಿದೆ.

42) ಪೈಥಾಗೊರಸ್‌ನ ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ನಿರೂಪಿಸಿ ಮತ್ತು ಸಾಧಿಸಿ.

“ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ, ವಿಕರ್ಣದ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗವು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ”



ದತ್ತ: ΔABC ಯು ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ ಮತ್ತು $\angle B = 90^\circ$

ಸಾಧನೀಯ: $AC^2 = AB^2 + BC^2$

ರಚನೆ: $BD \perp AC$ ರಚಿಸಿ

ಸಾಧನೆ: ΔADB ಮತ್ತು ΔABC ಗಳಲ್ಲಿ

$\angle D = \angle B = 90^\circ$ (∵ ದತ್ತ ಮತ್ತು ರಚನೆ)

$\angle A = \angle A$ (∵ ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ಕೋನ)

$\Delta ADB \sim \Delta ABC$ (∵ ಕೋ. ಕೋ. ಕೋ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ)

$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{AB}{AC}$ (∵ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆ)

$AC.AD = AB^2$ ------> (1)

ಇದೇ ರೀತಿ ΔBDC ಮತ್ತು ΔABC ಗಳಲ್ಲಿ

$\angle D = \angle B = 90^\circ$ (∵ ದತ್ತ ಮತ್ತು ರಚನೆ)

$\angle C = \angle C$ (∵ ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ಕೋನ)

$\Delta BDC \sim \Delta ABC$ (∵ ಕೋ. ಕೋ. ಕೋ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ)

$\therefore \frac{DC}{BC} = \frac{BC}{AC}$ (∵ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆ)

$AC.DC = BC^2$ ------> (2)

$AC.AD + AC.DC = AB^2 + BC^2$ [∵ ಸ. (1) ಮತ್ತು ಸ. (2) ನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ]

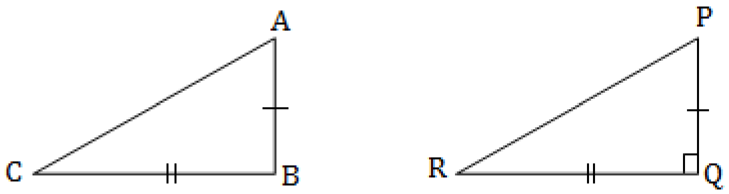
$AC(AD + DC) = AB^2 + BC^2$

$AC \times AC = AB^2 + BC^2$ (∵ ಚಿತ್ರದಿಂದ $AD + DC = AC$)

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

∴ ಪ್ರಮೇಯ ಸಾಧಿಸಿದೆ.

43) **ಪೈಥಾಗೊರಸ್‌ನ ಪ್ರಮೇಯದ ವಿಲೋಮ ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ನಿರೂಪಿಸಿ ಮತ್ತು ಸಾಧಿಸಿ.**
"ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಅತ್ಯಂತ ದೊಡ್ಡ ಬಾಹುವಿನ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗವು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮನಾದರೆ, ಆ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳ ನಡುವೆ ಲಂಬಕೋನ ಏರ್ಪಡುತ್ತದೆ."



ದತ್ತ: ΔABC ಯಲ್ಲಿ $AC^2 = AB^2 + BC^2$

ಸಾಧನೀಯ: $\angle B = 90^\circ$

ರಚನೆ: $PQ = AB$, $QR = BC$ ಮತ್ತು $\angle Q = 90^\circ$ ಆಗುವಂತೆ ಮತ್ತೊಂದು ΔPQR ರಚಿಸಿದೆ.

ಸಾಧನೆ: ΔPQR ದಲ್ಲಿ

$PR^2 = PQ^2 + QR^2$ ($\because \angle Q = 90^\circ$, ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯ)

$PR^2 = AB^2 + BC^2$ ----->(1) ($\because$ ರಚನೆಯಿಂದ)

$AC^2 = AB^2 + BC^2$ ----->(2) ($\because$ ದತ್ತ)

$\therefore AC = PR$ ----->(3) ($\because$ ಸ.(1) ಮತ್ತು ಸ.(2)ರಿಂದ)

ΔABC ಮತ್ತು ΔPQR ಗಳಲ್ಲಿ

$AB = PQ$ ($\because$ ರಚನೆಯಿಂದ)

$BC = QR$ ($\because$ ರಚನೆಯಿಂದ)

$AC = PR$ ($\because$ ಸ.(3)ರಿಂದ)

$\therefore \Delta ABC \cong \Delta PQR$ ($\because$ ಬಾ. ಬಾ. ಬಾ. ಸಿದ್ಧಾಂತ)

$\therefore \angle B = \angle Q$ ($\because$ ಸ.ತ್ರಿ.ಅ.ಭಾ)

ಆದರೆ, $\angle Q = 90^\circ$ ($\because$ ರಚನೆಯಿಂದ)

$\therefore \angle B = 90^\circ$

$\therefore$ ಪ್ರಮೇಯ ಸಾಧಿಸಿದೆ.

ಘಟಕ – 3 : ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳು

1 Mark Questions (MCQ)

1) ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳಾದ $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ ಮತ್ತು $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ ಅಪರಿಮಿತ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದಾಗ, ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಸರಿಯಾದ ನಿಬಂಧನೆಯು

A) $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ B) $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$

C) $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$ D) $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$

2) $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ ಮತ್ತು $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ ಈ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ರೇಖೆಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಿದರೆ, ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಸರಿಯಾದ ನಿಬಂಧನೆ

A) $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$ B) $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$

C) $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ D) $\frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$

3) $x - 2y = 0$ ಮತ್ತು $3x + 4y - 20 = 0$ ಈ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ಸರಳ ರೇಖೆಗಳು,

A) ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತವೆ. B) ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ C) ಐಕ್ಯವಾಗುತ್ತವೆ. D) ಛೇದಿಸುವುದಿಲ್ಲ.

4) $2x + 3y - 9 = 0$ ಮತ್ತು $4x + 6y - 18 = 0$ ಈ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗೆ,

A) ಯಾವುದೇ ಪರಿಹಾರವಿಲ್ಲ. B) ಅನನ್ಯ ಪರಿಹಾರವಿದೆ.

C) ಕೇವಲ ಎರಡು ಪರಿಹಾರಗಳಿವೆ D) ಅಪರಿಮಿತ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಪರಿಹಾರಗಳಿವೆ.

5) $x + 3y = 6$ ಮತ್ತು $2x - 3y = 12$ ಈ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಪರಿಹಾರಗಳು

A) $x = 0,\ y = 6$ B) $x = 6,\ y = -6$

C) $x = 6,\ y = 0$ D) $x = 0,\ y = 0$

6) $2x + y = 3$ ಮತ್ತು $y = mx + 3$ ಈ ಎರಡೂ ಸಮೀಕರಣಗಳು ಒಂದೇ ಸರಳ ರೇಖೆಯನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಿದರೆ, m ನ ಬೆಲೆಯು

A) -3 B) -2 C) 2 D) 3

7) $x = -y$ ಮತ್ತು $y > 0$ ಆದರೆ, ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವ ಹೇಳಿಕೆಯು ತಪ್ಪಾಗಿದೆ?

A) $x^2y > 0$ B) $x + y = 0$ C) $xy < 0$ D) $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 0$

8) $x + 5y = 7$ ಮತ್ತು $4x + 20y = -k$ ಈ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯು ಪರಸ್ಪರ ಐಕ್ಯವಾಗುವ ಸರಳರೇಖೆಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಿದರೆ, k ನ ಬೆಲೆಯು

A) -28 B) 24 C) 28 D) -24

9) $x + 2y - 4 = 0$ ಮತ್ತು $2x + 4y - 12 = 0$ ಈ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯು ಪರಸ್ಪರ ಸಮಾಂತರ ಸರಳರೇಖೆಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಸಮೀಕರಣಗಳಿಗೆ

A) ಯಾವುದೇ ಪರಿಹಾರವಿಲ್ಲ. B) ಅನನ್ಯ ಪರಿಹಾರವಿದೆ.

C) ಕೇವಲ ಎರಡು ಪರಿಹಾರಗಳಿವೆ. D) ಅಪರಿಮಿತ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಪರಿಹಾರಗಳಿವೆ.

10) $y = 2x - 2$ ಮತ್ತು $y = 4x - 4$ ಈ ಸಮೀಕರಣಗಳ ನಕ್ಷೆಗಳ ಛೇದನ ಬಿಂದುವು

A) $(1, 0)$ B) $(-1, 0)$ C) $(0, 1)$ D) $(0, -1)$

1 Mark Questions (VSA)

11) ಮೂಲ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

12) ಒಂದು ಚರಾಕ್ಷರವಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣದ ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪ ಬರೆಯಿರಿ.

13) ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪ ಬರೆಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ	1) A	2) C	3) B	4) D	5) C	6) B	7) D
	8) A	9) A	10) A	11) (0, 0)			
	12) $ax + b = 0$ (ಇಲ್ಲಿ $a \neq 0$ ಮತ್ತು a, b ಗಳು ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು)						
	13) $a_1x + b_1y + c_1 = 0$, $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ } ಇಲ್ಲಿ $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2$ ಗಳು ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮತ್ತು $a_1^2 + b_1^2 \neq 0$, $a_2^2 + b_2^2 \neq 0$						

2 Marks Questions (SA)

14) ಕೆಳಗಿನ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ.

$x + y = 14$

$x - y = 4$

ಪರಿಹಾರ :

$x + y = 14 \longrightarrow (1)$

$x - y = 4 \longrightarrow (2)$

$2x = 18$ [ಸ. (1) ಮತ್ತು ಸ.(2) ನ್ನು ಕೂಡಿದೆ.]

$$x = \frac{18}{2}$$

$\therefore x = 9$ ಮತ್ತು x ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸಮೀಕರಣ (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$9 + y = 14$

$y = 14 - 9$

$\therefore y = 5$

ಪರಿಹಾರಗಳು $x = 9$ ಮತ್ತು $y = 5$

ಪರ್ಯಾಯ ವಿಧಾನ :

ದತ್ತ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಆದರ್ಶರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆದು ಹೋಲಿಕೆ ಮಾಡಿದಾಗ,

$x + y - 14 = 0$ ------>(1) $\therefore$ $a_1 = 1,$ $b_1 = 1,$ $c_1 = -14,$

$x - y - 4 = 0$ ------>(2) $\therefore$ $a_2 = 1,$ $b_2 = -1,$ $c_2 = -4$

ಓರೆ ಗುಣಾಕಾರ ಸೂತ್ರದಿಂದ	
$x = \frac{b_1c_2 - b_2c_1}{a_1b_2 - a_2b_1}$	$y = \frac{c_1a_2 - c_2a_1}{a_1b_2 - a_2b_1}$
$x = \frac{1(-4) - (-1)(-14)}{1(-1) - 1(1)}$	$y = \frac{(-14)1 - (-4)1}{1(-1) - 1(1)}$
$x = \frac{-4 - 14}{-1 - 1}$	$y = \frac{-14 + 4}{-1 - 1}$
$x = \frac{-18}{-2}$	$y = \frac{-10}{-2}$
$\therefore x = 9$	$\therefore y = 5$

15) ಕೆಳಗಿನ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ.

(i) $2x + 3y = 11$, $2x - 4y = -24$ (ii) $x - y = 26$, $x - 3y = 0$ (iii) $x + y = 180$, $x - y = 18$

16) ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸ 26 ಮತ್ತು ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯು ಇನ್ನೊಂದರ ಮೂರರಷ್ಟಿದೆ. ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ : ಆ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು x ಮತ್ತು y ಆಗಿರಲಿ.

ದತ್ತ ಪ್ರಕಾರ $x - y = 26 \longrightarrow (1)$

ಮತ್ತು $x = 3y \longrightarrow (2)$

ಸ.(2)ನ್ನು ಸ(1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

$3y - y = 26$

$2y = 26$

$y = \frac{26}{2}$

$y = 13$ ಮತ್ತು y ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸಮೀಕರಣ (2) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$x = 3(13) = 39$ $\therefore$ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 39 ಮತ್ತು 13 ಆಗಿವೆ.

17) ಎರಡು ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನಗಳಲ್ಲಿ ದೊಡ್ಡ ಕೋನವು ಚಿಕ್ಕ ಕೋನಕ್ಕಿಂತ 18 ಡಿಗ್ರಿ ಅಧಿಕವಾಗಿದೆ. ಅವುಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

18) ಕ್ರಿಕೆಟ್ ತಂಡವೊಂದರ ತರಬೇತುಗಾರ್ತಿಯು 7 ಬ್ಯಾಟುಗಳು ಮತ್ತು 6 ಚೆಂಡುಗಳನ್ನು ರೂ. 3800ಕ್ಕೆ ಕೊಳ್ಳುತ್ತಾರೆ. ಹಾಗೂ 3 ಬ್ಯಾಟುಗಳು ಮತ್ತು 5 ಚೆಂಡುಗಳನ್ನು ರೂ. 1750ಕ್ಕೆ ಕೊಳ್ಳುತ್ತಾರೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬ್ಯಾಟ್ ಮತ್ತು ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಚೆಂಡಿನ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

19) ಒಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ಅಂಶ ಮತ್ತು ಛೇದಗಳೆರಡಕ್ಕೂ 2ನ್ನು ಸೇರಿಸಿದರೆ, ಆ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯು $\frac{9}{11}$ ಆಗುತ್ತದೆ. ಅದೇ ಅಂಶ ಮತ್ತು ಛೇದಗಳೆರಡಕ್ಕೂ 3ನ್ನು ಸೇರಿಸಿದರೆ ಅದು $\frac{5}{6}$ ಆಗುತ್ತದೆ. ಆ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

20) ಐದು ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ ಜೇಕಬ್‌ರ ವಯಸ್ಸು ಅವರ ಮಗನ ವಯಸ್ಸಿನ ಮೂರರಷ್ಟಾಗುತ್ತದೆ. ಐದು ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ ಜೇಕಬ್‌ರ ವಯಸ್ಸು ಅವರ ಮಗನ ವಯಸ್ಸಿನ ಏಳರಷ್ಟಿತ್ತು. ಅವರಿಬ್ಬರ ಈಗಿನ ವಯಸ್ಸುಗಳನ್ನು ಲೆಕ್ಕಿಸಿ.

21) ಐದು ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ ನೂರಿಯ ವಯಸ್ಸು ಸೋನುವಿನ ವಯಸ್ಸಿನ ಮೂರು ಪಟ್ಟು ಆಗಿತ್ತು. ಹತ್ತು ವರ್ಷಗಳ ಬಳಿಕ ನೂರಿಯ ವಯಸ್ಸು ಸೋನುವಿನ ವಯಸ್ಸಿನ ಎರಡು ಪಟ್ಟು ಆಗುತ್ತದೆ. ಹಾಗಾದರೆ, ಅವರಿಬ್ಬರ ಈಗಿನ ವಯಸ್ಸುಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

22) ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯು ಅನಂತ ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರೆ, k ಯ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$2x - 3y = 7,$

$(k+1)x + (1-2k)y = (5k-4)$

ಪರಿಹಾರ:– ದತ್ತ ಸಮೀಕರಣಗಳು (ಆದರ್ಶ ರೂಪದಲ್ಲಿ)

$2x - 3y - 7 = 0$ ಇಲ್ಲಿ $a_1 = 2,\quad b_1 = -3,\quad c_1 = -7,$

$(k+1)x + (1-2k)y + (4-5k) = 0$ ಇಲ್ಲಿ $a_2 = k+1,\ b_2 = 1-2k,\ c_2 = 4-5k$

ಅಪರಿಮಿತ (ಅನಂತ) ಪರಿಹಾರಗಳಿದ್ದರೆ, $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$

$$\frac{2}{k+1} = \frac{-3}{1-2k} = \frac{-7}{4-5k}$$

$\frac{2}{k+1} = \frac{-3}{1-2k}$ ಮತ್ತು $\frac{-3}{1-2k} = \frac{-7}{4-5k}$

$2 - 4k = -3k - 3$ ಮತ್ತು $-12 + 15k = -7 + 14k$

$2 + 3 = 4k - 3k$ ಮತ್ತು $15k - 14k = 12 - 7$

$k = 5$ ಮತ್ತು $k = 5$

23) ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯು ಅನಂತ ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರೆ, k ಯ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$kx + 3y - (k - 3) = 0$

$12x + ky - k = 0$

4 Marks Questions (LA-2)

24) ನಕ್ಷೆಯ ಮೂಲಕ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ.

$\boldsymbol{x - 2y = 0}$

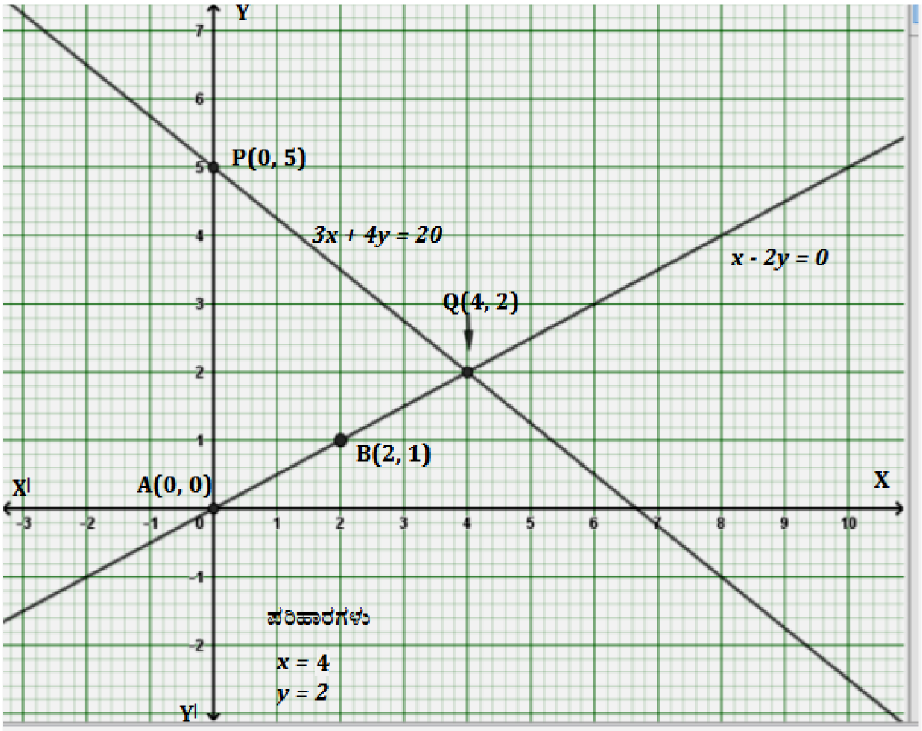
$\boldsymbol{3x + 4y = 20}$

ಪರಿಹಾರ : $x - 2y = 0$ $3x + 4y = 20$

x	0	2	4
$y = \frac{x}{2}$	0	1	2

x	0	4	-4
$y = \frac{20 - 3x}{4}$	5	2	8

ಸ್ಕೇಲ್ : X ಅಕ್ಷ : 1cm = 1ಮಾನ ಮತ್ತು Y ಅಕ್ಷ : 1cm = 1ಮಾನ



25) ನಕ್ಷೆಯ ಮೂಲಕ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ.

(i) $2x - y = 2$, $4x - y = 4$ (ii) $x + 3y = 6$, $2x - 3y = 12$ (iii) $x + y = 5$, $2x - y = 4$

(iv) $2x + y - 6 = 0$, $2x - y - 2 = 0$ (v) $x = y - 6$, $y = 2 - x$ (vi) $x + 2y = 0$, $2x + y + 6 = 0$

(vii) $2x + y = -7$, $x - y = 1$ (viii) $x - 2y = 2$, $2x - y = -2$ (ix) $x - 2y = 0$, $x + 2y = -8$

(x) $3x + 2y = 0$, $2x - y = 7$ (xi) $2x + 3y = -2$, $3x - y = 8$ (xii) $x - y = 4$, $2x + y = 5$

5 Marks Questions (LA-3)

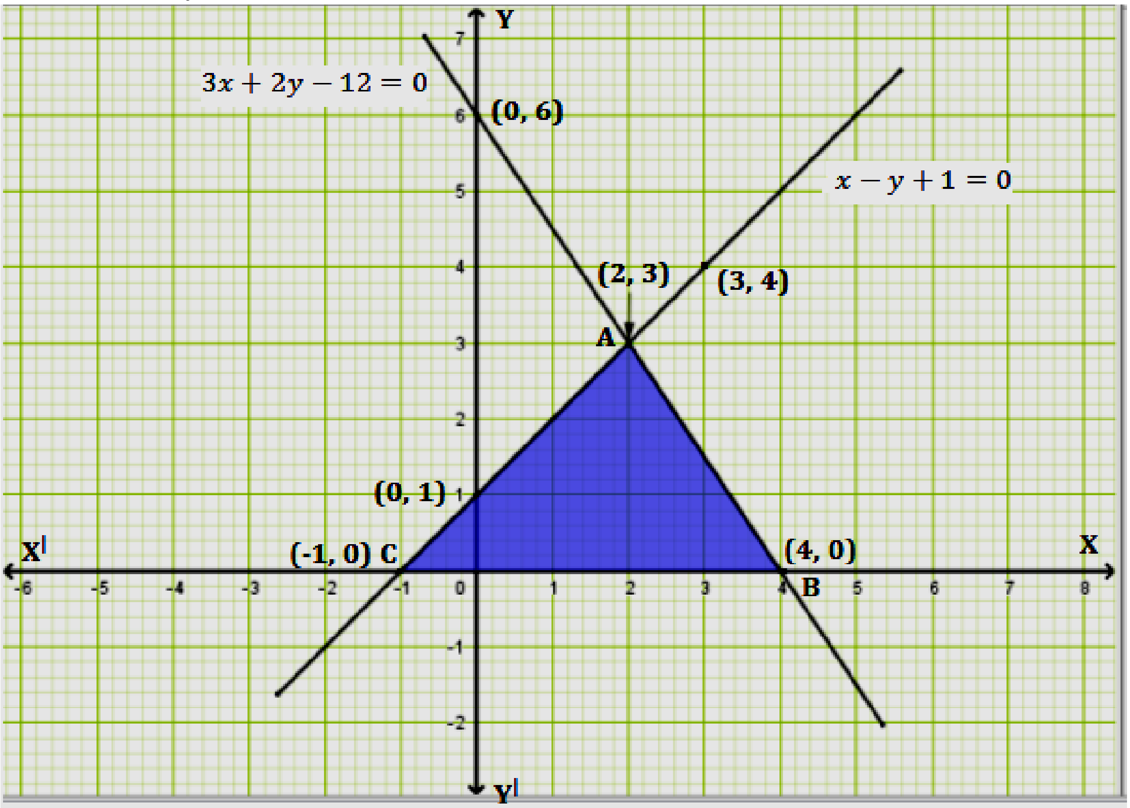
26) $\boldsymbol{x - y + 1 = 0}$ **ಮತ್ತು** $\boldsymbol{3x + 2y - 12 = 0}$ **ಸಮೀಕರಣಗಳ ನಕ್ಷೆಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಈ ರೇಖೆಗಳು ಮತ್ತು** $\boldsymbol{x}$ **– ಅಕ್ಷದಿಂದ ಉಂಟಾಗುವ ತ್ರಿಭುಜದ ಶೃಂಗಬಿಂದುಗಳ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಗುರ್ತಿಸಿ ಬರೆಯಿರಿ. ಹಾಗೂ ಈ ತ್ರಿಕೋನೀಯ ವಲಯವನ್ನು ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿ.**

ಪರಿಹಾರ : $x - y + 1 = 0$ $3x + 2y - 12 = 0$

x	0	2	3
$y = x + 1$	1	3	4

x	0	2	4
$y = \frac{12 - 3x}{2}$	6	3	0

ಸ್ಕೇಲ್ : X ಅಕ್ಷ : 1cm = 1ಮಾನ ಮತ್ತು Y ಅಕ್ಷ : 1cm = 1ಮಾನ



ಘಟಕ – 4 : ವೃತ್ತಗಳು

1 Mark Questions (MCQ)

1) ವೃತ್ತ ಛೇದಕದ ಅನುರೂಪ ಜ್ಯಾದ ಎರಡು ಅಂತ್ಯಬಿಂದುಗಳು ಐಕ್ಯವಾದಾಗ ದೊರೆಯುವುದೇ

A) ಛೇದಕ B) ಸ್ಪರ್ಶಕ C) ರೇಖಾಖಂಡ D) ವ್ಯಾಸ

2) ವೃತ್ತದ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆಯಬಹುದಾದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ

A) 2 B) 1 C) ಅನಂತ D) 3

3) ವೃತ್ತವನ್ನು ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಮಾತ್ರ ಛೇದಿಸುವ ರೇಖೆ

A) ತ್ರಿಜ್ಯ B) ಸ್ಪರ್ಶಕ C) ಛೇದಕ D) ರೇಖಾಖಂಡ

4) ವೃತ್ತದ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಪ್ರತ್ಯೇಕ ಬಿಂದುಗಳ ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗುವ ಸರಳರೇಖೆ

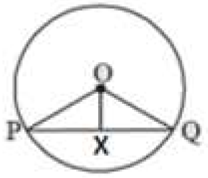
A) ಸ್ಪರ್ಶಕ B) ವ್ಯಾಸ C) ಛೇದಕ D) ರೇಖಾಖಂಡ

5) ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆಯಬಹುದಾದ ಗರಿಷ್ಠ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ

A) 1 B) 3 C) 2 D) ಅನಂತ

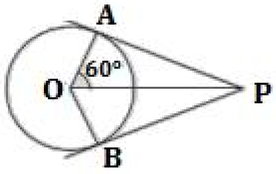
6) ಪಕ್ಕದ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $OX \perp PQ$, $OX = 3cm$ ಮತ್ತು $OP = 5cm$ ಆದರೆ PQ ಜ್ಯಾದ ಉದ್ದವು

A) 5 cm B) 4 cm C) 8 cm D) 10 cm



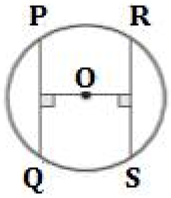
7) ಪಕ್ಕದ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಕೋನ $\angle AOP = 60^\circ$ ಆದರೆ ಕೋನ $\angle APO =$

A) 120° B) 90° C) 60° D) 30°



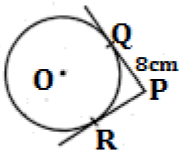
8) ಪಕ್ಕದ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ PQ ಮತ್ತು RS ಗಳು O ಕೇಂದ್ರದಿಂದ ಸಮಾನ ದೂರದಲ್ಲಿರುವ ಎರಡು ಜ್ಯಾಗಳಾಗಿವೆ. $PQ = 6cm$ ಆದರೆ $RS =$

A) 5 cm B) 6 cm C) 8 cm D) 3 cm



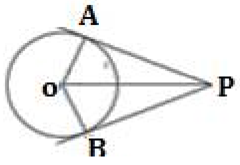
9) PQ ಮತ್ತು PR ಎಂಬ ಎರಡು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ಒಂದು ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಎಳೆದಿದೆ. $\angle RPQ = 90^\circ$ ಮತ್ತು $PQ = 8cm$ ಆದರೆ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯವು

A) 5 cm B) 6 cm C) 8 cm D) 3 cm

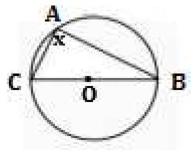


10) ಪಕ್ಕದಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ 'O' ಕೇಂದ್ರವುಳ್ಳ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ PA ಮತ್ತು PB ಗಳು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳಾಗಿವೆ. $\angle APB = 40^\circ$ ಆದರೆ, $\angle AOB$ ಅಳತೆಯು

A) 90° B) 50° C) 140° D) 150°



11) ಪಕ್ಕದಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ BC ಯು ವ್ಯಾಸವಾಗಿದೆ. 'x'ನ ಅಳತೆಯು



A) 90° B) 50° C) 180° D) 160°

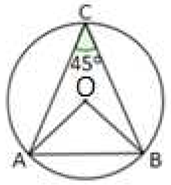
12) 3cm ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ 5cm ದೂರದ ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕದ ಉದ್ದವು

A) 4 cm B) 3.5 cm C) 4.5 cm D) 5.5 cm

13) 'O' ಕೇಂದ್ರವುಳ್ಳ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ 25cm ದೂರದ ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕದ ಉದ್ದವು 24cm ಆದರೆ, ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯವು

A) 7 cm B) 12 cm C) 15 cm D) 24.5 cm

14) ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತ್ರಿಜ್ಯ $OA = 10$ cm ಮತ್ತು $\angle ACB = 45^o$ ಆದರೆ ಜ್ಯಾ AB ಯ ಉದ್ದವು

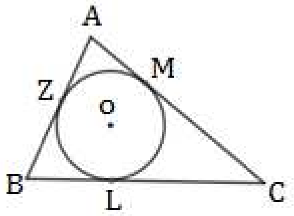


A) 10cm B) $10\sqrt{2}$ cm C) 9 cm D) $10\sqrt{3}$ cm

15) ಒಂದು ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಎರಡು ಸಮಾಂತರ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರ 18 cm ಆದರೆ ಆ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯದ ಉದ್ದವು

A) 8cm B) 10 cm C) 9 cm D) 7.5 cm

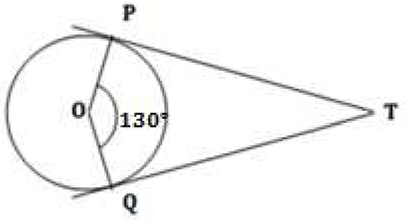
16) ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ 'O' ಕೇಂದ್ರವುಳ್ಳ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ΔABC ಯ ಬಾಹುಗಳು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳಾಗಿವೆ. $BZ = 4$ cm, $AZ = 3$ cm ಮತ್ತು $AC = 9$cm ಆದರೆ, BC ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದವು



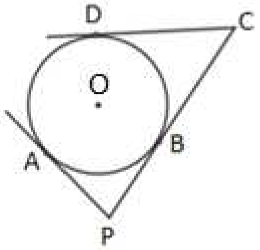
A) 7 cm B) 8 cm C) 9 cm D) 10 cm

1 Mark Questions (VSA)

17) ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $\angle POQ = 130^\circ$ ಆಗಿರುವಂತೆ, O ಕೇಂದ್ರವುಳ್ಳ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ TP ಮತ್ತು TQ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳಾಗಿವೆ. ಹಾಗಾದರೆ $\angle PTQ$ ದ ಅಳತೆ ಎಷ್ಟು?



18) 'O' ಕೇಂದ್ರವುಳ್ಳ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ PA, PC ಮತ್ತು CD ಗಳು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳಾಗಿವೆ. $PA = 3$ cm ಮತ್ತು $CD = 5$cm ಆದರೆ, PC ಯ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



19) ಸರ್ವಸಮ ವೃತ್ತಗಳು ಎಂದರೇನು?

20) ಏಕಕೇಂದ್ರೀಯ ವೃತ್ತಗಳು ಎಂದರೇನು?

21) ಒಂದು ವೃತ್ತದ ಸ್ಪರ್ಶ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ತ್ರಿಜ್ಯ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನದ ಅಳತೆ ಎಷ್ಟು?

ಉತ್ತರ	1) B	2) B	3) B	4) C	5) C	6) C	7) D	8) B	9) C	10) C
	11) A	12) A	13) A	14) B	15) C	16) D	17) 50°	18) 8 cm		
19) ಒಂದೇ ತ್ರಿಜ್ಯವನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದು, ಬೇರೆ ಬೇರೆ ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ವೃತ್ತಗಳನ್ನು ಸರ್ವ ಸಮ ವೃತ್ತಗಳು ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.										
20) ಒಂದೇ ವೃತ್ತ ಕೇಂದ್ರ ಹೊಂದಿದ್ದು, ಬೇರೆ ಬೇರೆ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ವೃತ್ತಗಳನ್ನು ಏಕಕೇಂದ್ರೀಯ ವೃತ್ತಗಳು ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.									21) 90°	

2 Marks Questions (SA)

22) ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಹೆಸರಿಸಿ.

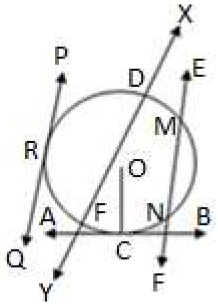
(i) ಸ್ಪರ್ಶಕ

(ii) ಛೇದಕ

(iii) ತ್ರಿಜ್ಯ

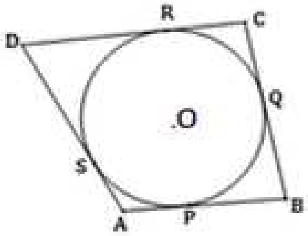
(iv) ಜ್ಯಾ

(v) ಸ್ಪರ್ಶ ಬಿಂದು



23) ಪಕ್ಕದ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ವೃತ್ತವು ABCD ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ ಅಂತಸ್ಥವಾಗಿದೆ.

AB + CD = AD + BC ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.



ಪರಿಹಾರ:– ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ AP = AS ----> (1) (ಪ್ರಮೇಯ)

BP = BQ ----> (2) (ಪ್ರಮೇಯ)

CQ = CR ----> (3) (ಪ್ರಮೇಯ)

DR = DS ----> (4) (ಪ್ರಮೇಯ)

LHS = AB + CD

= (AP + BP)+(DR+CR) (ಚಿತ್ರದಿಂದ)

= (AS + BQ)+(DS+CQ) (ಮೇಲಿನ ಸಮೀಕರಣಗಳಿಂದ)

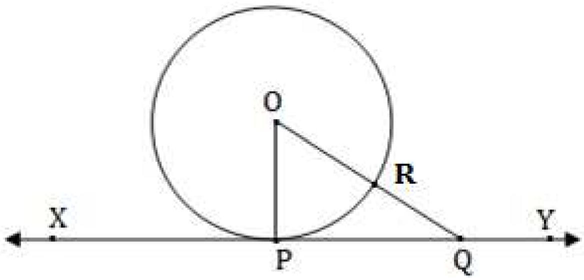
= (AS + DS)+(BQ+CQ)

= AD + BC

= RHS

3 Marks Questions (LA-1)

24) ಪ್ರಮೇಯ:– "ವೃತ್ತದ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕವು, ಸ್ಪರ್ಶ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ತ್ರಿಜ್ಯಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿರುತ್ತದೆ." ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.



ದತ್ತ: O ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರ ಮತ್ತು P ಸ್ಪರ್ಶ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ XY ಸ್ಪರ್ಶಕವಾಗಿದೆ.

P ಸ್ಪರ್ಶ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ತ್ರಿಜ್ಯ OP ಆಗಿದೆ.

ಸಾಧನೀಯ: $OP \perp XY$

ರಚನೆ: P ಯನ್ನು ಹೊರತುಪಡಿಸಿ XY ಮೇಲೆ ಮತ್ತೊಂದು ಬಿಂದು Q ಗುರ್ತಿಸಿದೆ.

OQ ಸೇರಿಸಿದೆ. OQ ರೇಖೆಯು ವೃತ್ತವನ್ನು R ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಿದೆ.

ಸಾಧನೆ: ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $OQ > OR$ (∵ ಚಿತ್ರದಿಂದ)

ಆದರೆ $OP = OR$ (∵ ಒಂದೇ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು)

ಅಂದರೆ $OQ >$ ತ್ರಿಜ್ಯ OP

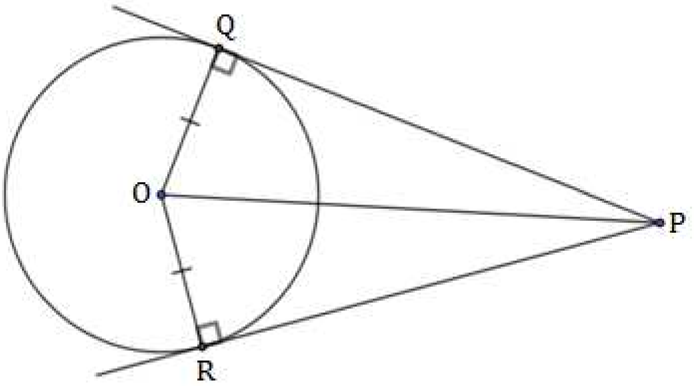
P ಯನ್ನು ಹೊರತುಪಡಿಸಿ XY ಮೇಲಿನ ಎಲ್ಲಾ ಬಿಂದುಗಳಿಗೂ ಇದು ಅನ್ವಯಿಸುತ್ತದೆ.

ಅಂದರೆ O ಬಿಂದುವಿನಿಂದ XY ಮೇಲಿನ ಇತರೇ ಎಲ್ಲಾ ಬಿಂದುಗಳಿಗಿರುವ ದೂರಕ್ಕಿಂತ OP ಯು ಕನಿಷ್ಠ ಉದ್ದವನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ.

$\therefore OP \perp XY$

∴ ಪ್ರಮೇಯ ಸಾಧಿಸಿದೆ.

25) **ಪ್ರಮೇಯ:–** "ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಉದ್ದವು ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ" ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.



ದತ್ತ: O ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರ ಮತ್ತು P ಬಾಹ್ಯಬಿಂದು,

PQ ಮತ್ತು PR ಗಳು ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದು P ಯಿಂದ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳು.

ಸಾಧನೀಯ: $PQ = PR$

ರಚನೆ: OP, OQ ಮತ್ತು OR ಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿದೆ.

ಸಾಧನೆ: ΔOQP ಮತ್ತು ΔORP ಗಳಲ್ಲಿ

$OQ = OR$ (∵ ಒಂದೇ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು ಸಮ)

$OP = OP$ (∵ ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು)

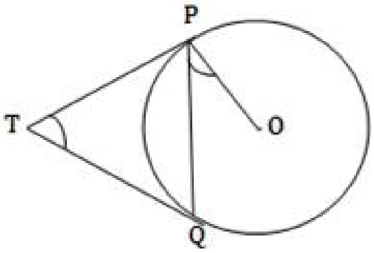
$\angle Q = \angle R = 90^\circ$ (∵ ಸ್ಪರ್ಶಕ ⊥ ತ್ರಿಜ್ಯ)

$\Delta OQP \cong \Delta ORP$ (ಲಂ.ವಿ.ಬಾ ಸಿದ್ಧಾಂತ)

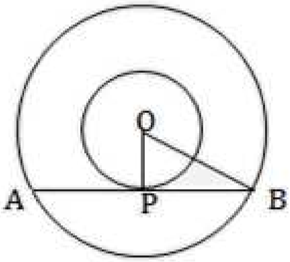
$PQ = PR$ (ಸರ್ವ ಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು)

∴ ಪ್ರಮೇಯ ಸಾಧಿಸಿದೆ.

26) ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ O ಕೇಂದ್ರವಿರುವ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದು T ಯಿಂದ TP ಮತ್ತು TQ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ಎಳೆದಿದೆ. $\angle PTQ = 2\angle OPQ$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

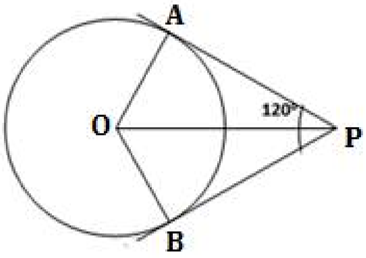


27) ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ O ವೃತ್ತ ಕೇಂದ್ರ ಇರುವ ಎರಡು ಏಕಕೇಂದ್ರೀಯ ವೃತ್ತಗಳ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು 3cm ಮತ್ತು 5cm ಆಗಿವೆ. ಚಿಕ್ಕ ವೃತ್ತವನ್ನು ಸ್ಪರ್ಶಿಸುವಂತೆ ಎಳೆದ ದೊಡ್ಡ ವೃತ್ತದ ಜ್ಯಾದ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

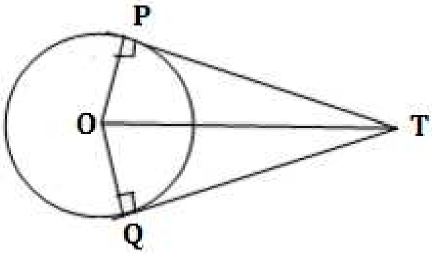


28) PA ಮತ್ತು PB ಗಳು O ಕೇಂದ್ರವಿರುವ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ P ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳು. $\angle APB = 120^\circ$ ಹಾಗಾದರೆ OP = 2AP ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

(ಸುಳುಹು : ΔOAP ಯಲ್ಲಿ $\cos 60^\circ = \frac{AP}{OP}$)



29) ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ O ಕೇಂದ್ರವಿರುವ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದು T ಯಿಂದ TP ಮತ್ತು TQ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ಎಳೆದಿದೆ. $\angle PTQ + \angle POQ = 180^\circ$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.



ಘಟಕ – 5 : ವೃತ್ತಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು

1 Mark Questions (MCQ)

1) ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಎರಡು ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು ಮತ್ತು ಅದರ ಅನುರೂಪ ಕಂಸದಿಂದ ಆವೃತವಾದ ಭಾಗ

A) ವೃತ್ತಖಂಡ B) ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡ C) ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ D) ವೃತ್ತದ ಸುತ್ತಳತೆ

2) ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಜ್ಯಾ ಮತ್ತು ಅದರ ಅನುರೂಪ ಕಂಸದಿಂದ ಆವೃತವಾದ ಭಾಗ

A) ವೃತ್ತದ ಸುತ್ತಳತೆ B) ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡ C) ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ D) ವೃತ್ತಖಂಡ

3) ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ಕೋನ x ಮತ್ತು ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ p ಆದರೆ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

A) $\frac{\pi p x^2}{360}$ B) $\frac{\pi p x^2}{270}$ C) $\frac{\pi x p^2}{270}$ D) $\frac{\pi x p^2}{360}$

4) ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ಕೋನ 90° ಆದರೆ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಮತ್ತು ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಅನುಪಾತವು

A) 1:4 B) 1:2 C) 4:1 D) 2:3

5) ಏಕಮಾನ ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಅಂತಸ್ಥವಾಗಿರುವ ಅತ್ಯಂತ ದೊಡ್ಡ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು

A) $\frac{\pi}{2}$ ಚದರ ಮಾನಗಳು B) π ಚದರ ಮಾನಗಳು

C) $\sqrt{2}$ ಚದರ ಮಾನಗಳು D) 2 ಚದರ ಮಾನಗಳು

6) θ ಕೋನವಿರುವ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ಕಂಸದ ಉದ್ದವು

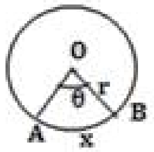
A) $\frac{\theta}{360} \times \pi r$ ಮಾನಗಳು B) $\frac{\theta}{360} \times 2\pi r$ ಮಾನಗಳು

C) $\frac{\theta}{360} \times 2\pi$ ಮಾನಗಳು D) $\frac{\theta}{360} \times \pi$ ಮಾನಗಳು

7) ಒಂದು ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಮತ್ತು ಅದೇ ವೃತ್ತದ ಸುತ್ತಳತೆಯು ಸಾಂಖ್ಯಿಕವಾಗಿ ಸಮನಾಗಿದ್ದರೆ, ಆ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯವು

A) 2 ಮಾನಗಳು B) π ಮಾನಗಳು C) 4 ಮಾನಗಳು D) 7 ಮಾನಗಳು

1 Mark Questions (VSA)



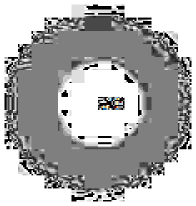
8) ಪಕ್ಕದ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಕೋನ θ ಮತ್ತು r ತ್ರಿಜ್ಯವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ಪರಿಧಿ AXB ಯ ಉದ್ದ ಎಷ್ಟು?

9) r ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿ ಉಂಟಾದ ಕೋನವು 360° ಆದಾಗ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು?

10) r ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿ ಉಂಟಾದ ಕೋನವು 1° ಆದಾಗ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು?

11) r ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿ ಉಂಟಾದ ಕೋನವು 90° ಆದಾಗ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು?

12) ಒಂದು ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $154cm^2$ ಮತ್ತು ಲಘು ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $7.7cm^2$ ಆದರೆ, ಅನುರೂಪವಾದ ಅಧಿಕ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು?



13) ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಎರಡು ಏಕಕೇಂದ್ರೀಯ ವೃತ್ತಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ $154\ cm^2$ ಮತ್ತು $1386\ cm^2$ ಆದರೆ, ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ವೃತ್ತ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು?

14) ಎರಡು ಏಕಕೇಂದ್ರೀಯ ವೃತ್ತಗಳ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ 7cm ಮತ್ತು 14cm ಆದರೆ ಆ ವೃತ್ತಗಳ ಪರಿಧಿಗಳ ಅನುಪಾತ ಎಷ್ಟು?

15) ಎರಡು ಏಕಕೇಂದ್ರೀಯ ವೃತ್ತಗಳ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ 7cm ಮತ್ತು 14cm ಆದರೆ ಆ ವೃತ್ತಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಅನುಪಾತ ಎಷ್ಟು?

16) ಎರಡು ಏಕಕೇಂದ್ರೀಯ ವೃತ್ತಗಳ ಪರಿಧಿಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ 28π ಮತ್ತು 42π ಆದರೆ ಆ ವೃತ್ತಗಳ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳ ಸಾಂಖ್ಯಿಕ ಮೊತ್ತ ಎಷ್ಟು?

17) r ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿ ಉಂಟಾದ ಕೋನವು θ ಆದಾಗ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ಸುತ್ತಳತೆ ಎಷ್ಟು?

18) ಒಂದು ವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿ 44cm ಆದರೆ ಆ ವೃತ್ತದ ವೃತ್ತ ಚತುರ್ಥಕದ ಪರಿಧಿಯ ಉದ್ದ ಎಷ್ಟು?

ಉತ್ತರ	1) B	2) D	3) D	4) C	5) D
6) B	7) A	8) $\frac{\theta}{360} \times 2\pi r$ ಮಾನಗಳು		9) πr^2	10) $\frac{\pi r^2}{360}$
11) $\frac{\pi r^2}{4}$	12) $146.3cm^2$	13) $1232cm^2$	14) 1:2	15) 1:4	16) 35
17) $\left(\frac{\theta}{360} \times 2\pi r + 2r\right)$ ಮಾನಗಳು			18) 11cm		

2 Marks Questions (SA)

(ಗಮನಿಸಿ: π ನ ಬೆಲೆ ಕೊಡದಿದ್ದಾಗ $\pi = \frac{22}{7}$ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ.)

19) ಎರಡು ವೃತ್ತಗಳ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ 19 cm ಮತ್ತು 9 cm ಇದೆ. ಈ ಎರಡು ವೃತ್ತಗಳ ಪರಿಧಿಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮನಾದ ವೃತ್ತ ಪರಿಧಿಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಮತ್ತೊಂದು ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:– ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು $r_1 = 19$ cm ಮತ್ತು $r_2 = 9$ cm

$2\pi R = 2\pi r_1 + 2\pi r_2$

$2\pi R = 2\pi(r_1 + r_2)$

$R = (r_1 + r_2)$

$R = 19 + 9$

$R = 28$ cm

20) ಎರಡು ವೃತ್ತಗಳ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ 8 cm ಮತ್ತು 6 cm ಇದೆ. ಈ ಎರಡು ವೃತ್ತಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮನಾದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಮತ್ತೊಂದು ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:– ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು $r_1 = 8$ cm ಮತ್ತು $r_2 = 6$ cm

$\pi R^2 = \pi {r_1}^2 + \pi {r_2}^2$

$\pi R^2 = \pi({r_1}^2 + {r_2}^2)$

$R^2 = ({r_1}^2 + {r_2}^2)$

$R^2 = ({r_1}^2 + {r_2}^2)$

$R^2 = (8^2 + 6^2)$

$R^2 = 64 + 36 = 100$

$R^2 = 10^2 \quad \therefore R = 10$ cm

21) ತ್ರಿಜ್ಯ 4cm ಮತ್ತು ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡ ಕೋನ 30° ಇದ್ದರೆ, ಆ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:– ತ್ರಿಜ್ಯ $r = 4$ cm

ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡ ಕೋನ $\theta = 30^\circ$

ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{\theta}{360} \times \pi r^2$

$= \frac{30^\circ}{360} \times \frac{22}{7} \times 4^2$

$= \frac{1}{12} \times \frac{22}{7} \times 16$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 4$

$= \frac{88}{21}$

$= 4.19 \text{ cm}^2$

22) ತ್ರಿಜ್ಯ 4cm ಮತ್ತು ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡ ಕೋನ 30° ಇದ್ದರೆ, ಆ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡಕ್ಕೆ ಅನುರೂಪವಾದ ಅಧಿಕ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

23) ಒಂದು ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ 6cm ಮತ್ತು ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡ ಕೋನ 60° ಇದ್ದರೆ, ಆ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

24) ಒಂದು ವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿಯು 22cm ಇದೆ. ಈ ವೃತ್ತದ ಒಂದು ಚತುರ್ಥಕ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

25) 21cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ಒಂದು ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಕಂಸವು ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿ 60° ಕೋನವನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುತ್ತದೆ. ಆ ಕಂಸದ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:– ತ್ರಿಜ್ಯ $r = 21$ cm

ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡ ಕೋನ $\theta = 60^\circ$

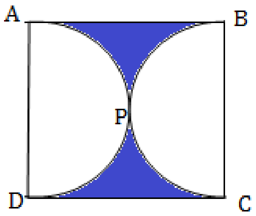
ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ಕಂಸದ ಉದ್ದ = $\frac{\theta}{360} \times 2\pi r$

$= \frac{60^\circ}{360} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 21$

$= \frac{1}{6} \times 2 \times 22 \times 3$

ಕಂಸದ ಉದ್ದ = 22 cm

26) ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ABCD ಯು 14 cm ಬಾಹುವುಳ್ಳ ಚೌಕವಾಗಿದೆ. APD ಮತ್ತು BPC ಗಳು ಅರ್ಧವೃತ್ತಗಳಾದರೆ, ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



ಪರಿಹಾರ:– ಚೌಕದ ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದ = 14 cm

ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $14 \times 14 = 196\ cm^2$ --------> (1)

ತ್ರಿಜ್ಯ $r = \frac{14}{2} = 7$ cm

ಅರ್ಧ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{1}{2} \times \pi r^2$

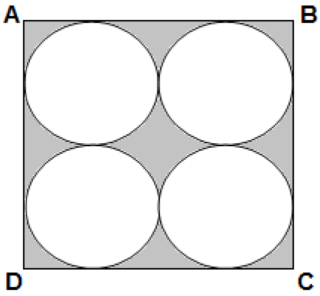
ಅರ್ಧ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{1}{2} \times \frac{22}{7} \times 7^2$

ಅರ್ಧ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= 11 \times 7 = 77 cm^2$ -----> (2)

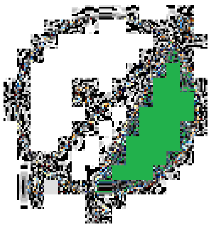
ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ – 2 × ಅರ್ಧ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$= 196 - 2 \times 77$

$= 196 - 154 = 42\ cm^2$



27) ABCD ಯು 14 cm ಬಾಹುವಿರುವ ಒಂದು ಚೌಕವಾದರೆ, ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ವಲಯದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



28) ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ PQ= 24 cm, PR= 7 cm ಮತ್ತು O ವೃತ್ತ ಕೇಂದ್ರ ಆಗಿದೆ. ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

3 Marks Questions (LA 1)

29) ಕಾರಿನ ಪ್ರತಿ ಚಕ್ರದ ವ್ಯಾಸ 80 cm ಇದೆ. ಕಾರು ಪ್ರತಿ ಘಂಟೆಗೆ 66 km ಜವದಲ್ಲಿ ಚಲಿಸುವಾಗ ಪ್ರತಿ ಚಕ್ರವು 10 ನಿಮಿಷಗಳಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಪೂರ್ಣ ಸುತ್ತುಗಳನ್ನು ಸುತ್ತುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:- ಕಾರಿನ ಚಕ್ರದ ವ್ಯಾಸ = d =80 cm

ತ್ರಿಜ್ಯ $r = \frac{80}{2} = 40$ cm

1ಸುತ್ತಿಗೆ ಚಕ್ರವು ಕ್ರಮಿಸಿದ ದೂರ = $2\pi r$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 40$ cm ----> (1)

10 ನಿಮಿಷಗಳಲ್ಲಿ ಚಕ್ರವು ಕ್ರಮಿಸಿದ ದೂರ = $\frac{66}{60} \times 10 = 11$ km

10 ನಿಮಿಷಗಳಲ್ಲಿ ಚಕ್ರವು ಕ್ರಮಿಸಿದ ದೂರ = $11 \times 1000 \times 100$ cm ----> (2)

ದತ್ತ ಪ್ರಕಾರ ಚಕ್ರದ ಸುತ್ತುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = $\frac{11\times1000\times100}{2\times\frac{22}{7}\times 40}$

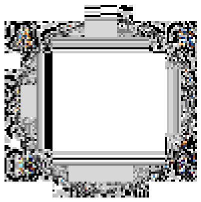
$= \frac{11\times1000\times100\times7}{2\times 22 \times 40}$

$= \frac{11\times500\times10\times7}{2\times 11 \times 4}$

$= \frac{500\times10\times7}{2\times 4} = 125 \times 5 \times 7$

ಕಾರಿನ ಚಕ್ರದ ಸುತ್ತುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = 4375

30) ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದ 7cm ಇರುವ ABCD ಚೌಕವನ್ನು ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಅಂತಸ್ಥವಾಗಿಸಿದೆ. ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ವಲಯದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



ಪರಿಹಾರ : ABCD ಚೌಕದಲ್ಲಿ DC = BC = 7cm

ಕರ್ಣ $BD = \sqrt{DC^2 + BC^2}$ (ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯ)

$BD = \sqrt{7^2 + 7^2}$

$BD = \sqrt{49 + 49}$

$BD = \sqrt{2 \times 49}$

$BD = 7\sqrt{2}$ cm

ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ = $\frac{BD}{2} = \frac{7\sqrt{2}}{2}$ cm ($\because$BD ಯು ವೃತ್ತದ ವ್ಯಾಸವಾಗುತ್ತದೆ.)

ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $7 \times 7 = 49\text{cm}^2$ ----->(1)

ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\pi r^2 = \frac{22}{7} \times \frac{7\sqrt{2}}{2} \times \frac{7\sqrt{2}}{2}$

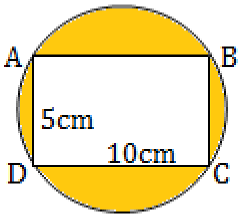
ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 77cm^2 ----->(2)

ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ವಲಯದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ – ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ವಲಯದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 77 – 49

$= 28\text{ cm}^2$ [ಸ. (1) ಮತ್ತು ಸ.(2) ರಿಂದ]

31) ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ABCD ಆಯತವನ್ನು ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಅಂತಸ್ಥವಾಗಿಸಿದೆ. ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ವಲಯದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



ಪರಿಹಾರ: ABCD ಆಯತದಲ್ಲಿ AD = 5cm, DC = 10cm

ಕರ್ಣ AC= $\sqrt{AD^2 + DC^2}$ ($\because$ ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯ)

AC = $\sqrt{5^2 + 10^2}$

AC = $\sqrt{25 + 100}$

AC = $\sqrt{125} = \sqrt{25 \times 5}$

AC = $5\sqrt{5}$ cm

ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ = $\frac{AC}{2} = \frac{5\sqrt{5}}{2}$ cm ($\because$ AC ಯು ವೃತ್ತದ ವ್ಯಾಸವಾಗುತ್ತದೆ.)

ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $10 \times 5 = 50\text{cm}^2$ -----> (1)

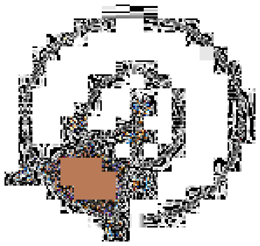
ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\pi r^2 = \frac{22}{7} \times \frac{5\sqrt{5}}{2} \times \frac{5\sqrt{5}}{2}$

ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 98.2cm^2 -----> (2)

ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ವಲಯದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = (ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ – ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ)

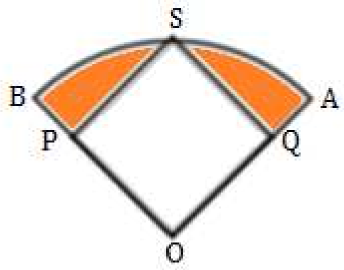
ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ವಲಯದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 98.2 – 50 [$\because$ ಸ. (1) ಮತ್ತು ಸ. (2) ರಿಂದ]

= $48.2\ \text{cm}^2$

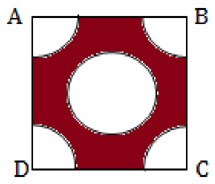


32) ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ O ವೃತ್ತ ಕೇಂದ್ರ ಇರುವ ಎರಡು ಏಕಕೇಂದ್ರೀಯ ವೃತ್ತಗಳ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ 7cm ಮತ್ತು 14cm ಆಗಿದೆ. ಮತ್ತು $\angle AOC = 40^\circ$ ಆದರೆ ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

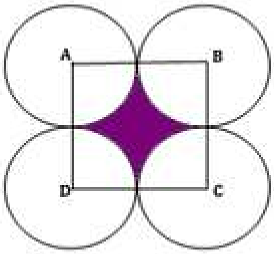
33) ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ OQSP ಚೌಕವನ್ನು OASB ವೃತ್ತ ಚತುರ್ಥಕದಲ್ಲಿ ಅಂತಸ್ಥವಾಗಿಸಿದೆ. $OP = 15$cm ಆದರೆ ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ($\pi = 3.14$ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ)



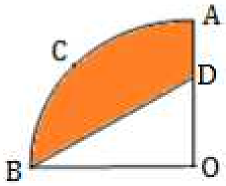
34) ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ 4 cm ಬಾಹುವುಳ್ಳ ABCD ಚೌಕದ ಪ್ರತಿ ಮೂಲೆಯಲ್ಲಿ 1cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತ ಚತುರ್ಥಕವನ್ನು ಮತ್ತು ಮಧ್ಯಭಾಗದಲ್ಲಿ 2 cm ವ್ಯಾಸವಿರುವ ಒಂದು ವೃತ್ತವನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿದೆ. ಚೌಕದ ಉಳಿದ ಭಾಗದ (ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗ) ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



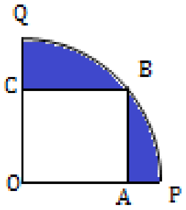
35) ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ABCD ಚೌಕದ ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದ 14 cm. ಪ್ರತಿ ವೃತ್ತವು ಉಳಿದ ಮೂರು ವೃತ್ತಗಳಲ್ಲಿ ಎರಡನ್ನು ಬಾಹ್ಯವಾಗಿ ಸ್ಪರ್ಶಿಸುವಂತೆ A, B, C ಮತ್ತು D ಕೇಂದ್ರವಾಗಿರುವ ನಾಲ್ಕು ವೃತ್ತಗಳನ್ನು ಎಳೆದಿದೆ. ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



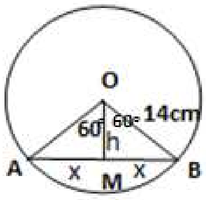
36) ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ OACB ಯು O ಕೇಂದ್ರವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಮತ್ತು 3.5cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತದ ಚತುರ್ಥಕವಾಗಿದೆ. OD = 2 cm ಆದರೆ ವೃತ್ತ ಚತುರ್ಥಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಮತ್ತು ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



37) ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ OABC ಚೌಕವು OPBQ ವೃತ್ತ ಚತುರ್ಥಕದಲ್ಲಿ ಅಂತಸ್ಥವಾಗಿದೆ. OA = 20 cm ಆದರೆ ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



38) 14 cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ಒಂದು ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಜ್ಯಾವು ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿ 120° ಕೋನವನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುತ್ತದೆ. ಈ ಜ್ಯಾದಿಂದ ಉಂಟಾದ ವೃತ್ತಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



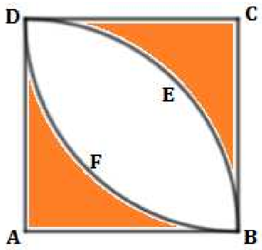
39) ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ 16cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ಎರಡು ವೃತ್ತ ಚತುರ್ಥಕಗಳ ನಡುವಿನ ಸಾಮಾನ್ಯ ವಲಯವನ್ನು ಹೊರತುಪಡಿಸಿ, ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ: ವೃತ್ತ ಚತುರ್ಥಕದ ತ್ರಿಜ್ಯ = 16cm

ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ವಲಯದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ =

{[ABCD ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ – ABED ವೃತ್ತ ಚತುರ್ಥಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ]

+ [ABCD ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ – CBFD ವೃತ್ತ ಚತುರ್ಥಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ]}



$$=\left[a^2-\frac{1}{4}\pi r^2\right]+\left[a^2-\frac{1}{4}\pi r^2\right]$$

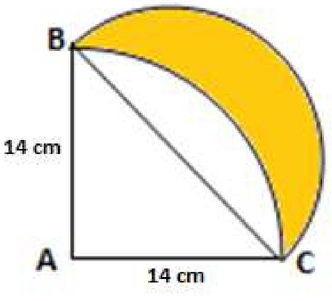
$$=[\,2a^2-\frac{1}{2}\,\pi r^2]$$

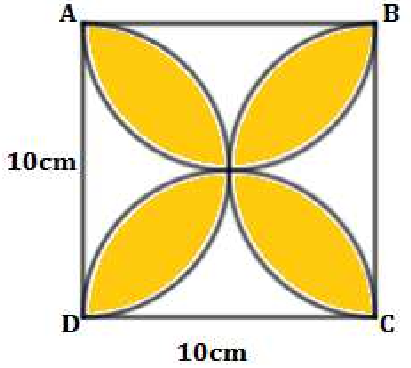
$$=[2\times 16^2-\frac{1}{2}\times\frac{22}{7}\times 16^2]$$ ($\because$ ಚೌಕದ ಬಾಹು = ವೃತ್ತ ಚತುರ್ಥಕದ ತ್ರಿಜ್ಯ)

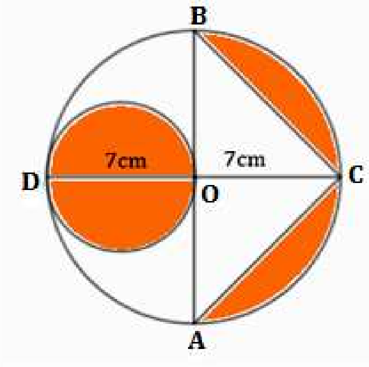
$$=[\,512-\frac{2816}{7}\,]$$

$$=[512-402.3] \;=109.7\text{cm}^2$$

40) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಜೋಡಿಸಿದ ಸಮತಲಾಕೃತಿಗಳಲ್ಲಿ ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.





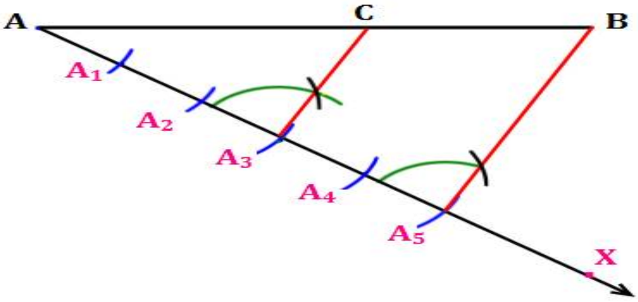


ಘಟಕ – 6 : ರಚನೆಗಳು

2 Marks Questions (SA)

1) **10cm ಉದ್ದವಿರುವ ಒಂದು ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಮತ್ತು ಇದನ್ನು 3: 2 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸಿ. ಎರಡೂ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಅಳೆಯಿರಿ.**

ಪರಿಹಾರ : AB = 10 cm ಮತ್ತು AC : BC = 3 : 2

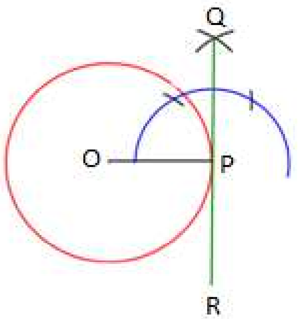


ರಚನೆಯಿಂದ AC = 6cm **ಮತ್ತು** BC = 4cm

2) 8.5cm ಉದ್ದವಿರುವ ಒಂದು ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಮತ್ತು ಇದನ್ನು 3 : 2 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸಿ. ಎರಡೂ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಅಳೆಯಿರಿ.

3) **3cm ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ, ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕವನ್ನು ರಚಿಸಿ.**

ಪರಿಹಾರ : ತ್ರಿಜ್ಯ r = 3 cm



ಸ್ಪರ್ಶಕ : QR

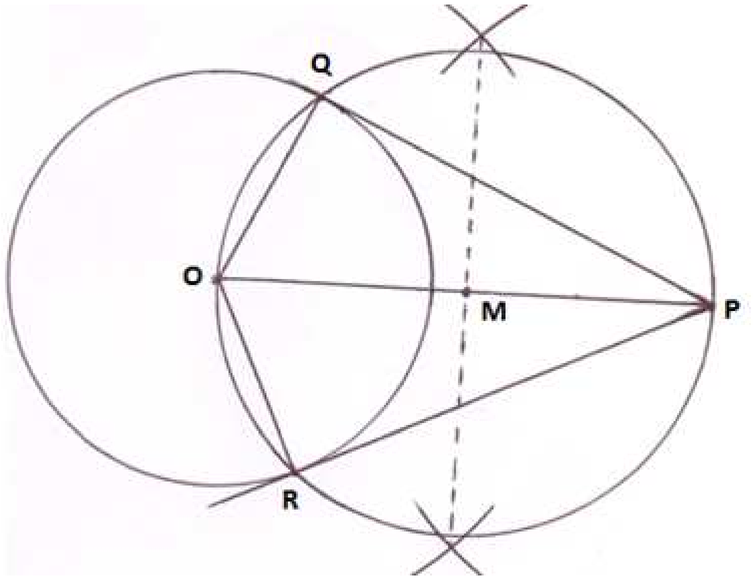
4) 5cm ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ, ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕವನ್ನು ರಚಿಸಿ.

5) 4cm ವ್ಯಾಸವುಳ್ಳ ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ, ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕವನ್ನು ರಚಿಸಿ.

6) 6cm ವ್ಯಾಸವುಳ್ಳ ವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ವ್ಯಾಸದ ಅಂತ್ಯ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ.

7) 3cm ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ 7cm ದೂರದಲ್ಲಿನ ಒಂದು ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಎರಡು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ, ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಉದ್ದವನ್ನು ಅಳೆದು ಬರೆಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ : ತ್ರಿಜ್ಯ $r = 3$ cm ಮತ್ತು $OP = 7$ cm



ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳು PQ = PR = 6.3 cm

8) 3.5cm ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ 7cm ದೂರದಲ್ಲಿನ ಒಂದು ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಎರಡು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ, ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಉದ್ದವನ್ನು ಅಳೆದು ಬರೆಯಿರಿ.

9) 2.5cm ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ 8 cm ದೂರದಲ್ಲಿನ ಒಂದು ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಎರಡು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ, ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಉದ್ದವನ್ನು ಅಳೆದು ಬರೆಯಿರಿ.

10) 5cm ವ್ಯಾಸವುಳ್ಳ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ 9 cm ದೂರದಲ್ಲಿನ ಒಂದು ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಎರಡು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ, ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಉದ್ದವನ್ನು ಅಳೆದು ಬರೆಯಿರಿ.

11) 3.5cm ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ವೃತ್ತದಿಂದ 4 cm ದೂರದಲ್ಲಿನ ಒಂದು ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಎರಡು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ, ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಉದ್ದವನ್ನು ಅಳೆದು ಬರೆಯಿರಿ.

12) 3cm ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ಒಂದು ವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಇದರ ವ್ಯಾಸವನ್ನು ಎರಡೂ ಕಡೆ ವೃದ್ಧಿಸಿ. ಅದರ ಮೇಲೆ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ ಪ್ರತಿ ಬಿಂದುವು 7cm ದೂರದಲ್ಲಿರುವಂತೆ P ಮತ್ತು Q ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುಗಳಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎರಡು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ, ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಉದ್ದವನ್ನು ಅಳೆದು ಬರೆಯಿರಿ.

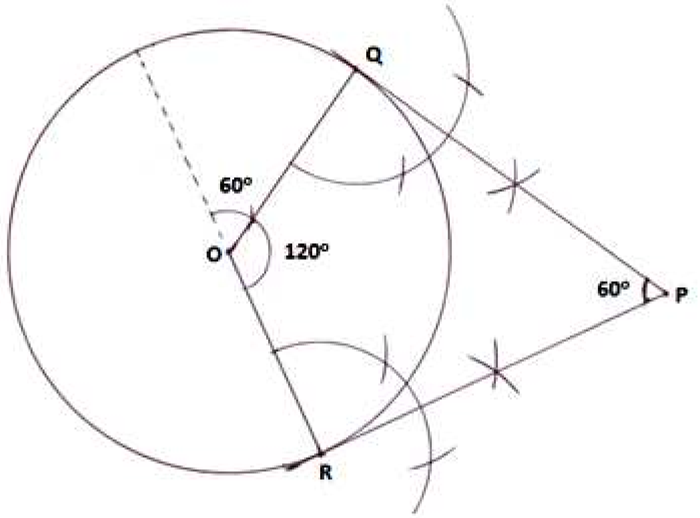
13) 2 cm ಮತ್ತು 4 cm ತ್ರಿಜ್ಯಗಳಿರುವ ಎರಡು ಏಕಕೇಂದ್ರೀಯ ವೃತ್ತಗಳಿಗೆ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ 7cm ದೂರದಲ್ಲಿನ ಒಂದು ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ.

14) 3 cm ತ್ರಿಜ್ಯದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ, ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ 60° ಇರುವಂತೆ ಒಂದು ಜೊತೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಉದ್ದವನ್ನು ಅಳೆದು ಬರೆಯಿರಿ. (ಅಳತೆ ಪಟ್ಟಿ ಮತ್ತು ಕೈವಾರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ)

ಪರಿಹಾರ : ತ್ರಿಜ್ಯ $r = 3$cm,

ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ = 60°

ತ್ರಿಜ್ಯಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ = $180^o - 60^o = 120^o$



ರಚನೆಯಿಂದ, ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳು $PQ = PR = 5.2\text{cm}$

15) 4 cm ತ್ರಿಜ್ಯದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ, ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ 70° ಇರುವಂತೆ ಒಂದು ಜೊತೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಉದ್ದವನ್ನು ಅಳೆದು ಬರೆಯಿರಿ.

16) 4.5 cm ತ್ರಿಜ್ಯದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ, ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ 50° ಇರುವಂತೆ ಒಂದು ಜೊತೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಉದ್ದವನ್ನು ಅಳೆದು ಬರೆಯಿರಿ.

17) 4 cm ತ್ರಿಜ್ಯದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ, ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ 90° ಇರುವಂತೆ ಒಂದು ಜೊತೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಉದ್ದವನ್ನು ಅಳೆದು ಬರೆಯಿರಿ.

18) 5 cm ವ್ಯಾಸದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ, ತ್ರಿಜ್ಯಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ 100° ಇರುವಂತೆ ಒಂದು ಜೊತೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಉದ್ದವನ್ನು ಅಳೆದು ಬರೆಯಿರಿ.

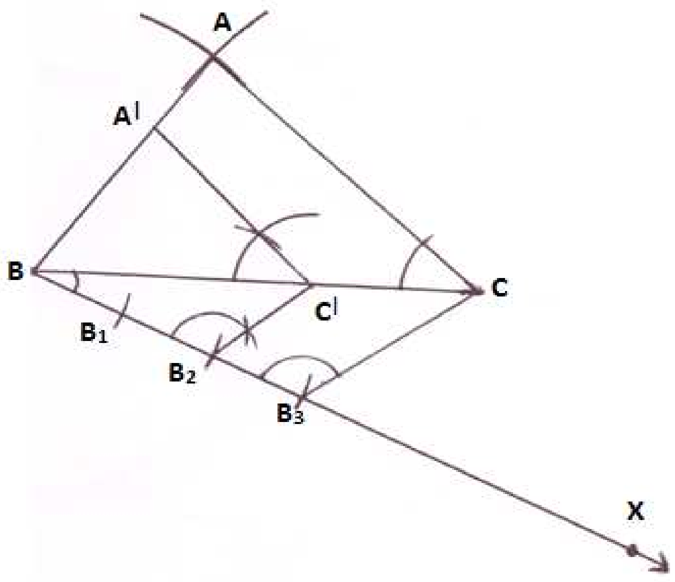
19) 4 cm ತ್ರಿಜ್ಯದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ, ತ್ರಿಜ್ಯಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ 80° ಇರುವಂತೆ ಒಂದು ಜೊತೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಉದ್ದವನ್ನು ಅಳೆದು ಬರೆಯಿರಿ.

3 / 4 Marks Questions (LA-1)

20) AB = 4 cm, AC = 5 cm ಮತ್ತು BC= 6 cm ಇರುವಂತೆ ತ್ರಿಭುಜ ABC ರಚಿಸಿ. ನಂತರ ತ್ರಿಭುಜ ABC ಗೆ ಸಮರೂಪವಾಗಿರುವ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ರಚಿಸಬೇಕಾದ ಈ ತ್ರಿಭುಜದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬಾಹುವು ಮೊದಲು ರಚಿಸಿದ ABC ತ್ರಿಭುಜದ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ $\frac{2}{3}$ ರಷ್ಟು ಇರಬೇಕು.

ಪರಿಹಾರ :

AB = 4 cm
AC = 5 cm
BC = 6 cm



$\Delta A^{|}BC^{|} \sim \Delta ABC$

$$\frac{A^{|}B}{AB} = \frac{BC^{|}}{BC} = \frac{A^{|}C^{|}}{AC} = \frac{2}{3}$$

21) 6 cm, 7 cm ಮತ್ತು 9 cm ಬಾಹುಗಳಿರುವ ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ನಂತರ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು, ಅದರ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬಾಹುವು ಮೊದಲು ರಚಿಸಿದ ತ್ರಿಭುಜದ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ $\frac{2}{3}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.

22) BC= 6 cm, AB = 5 cm ಮತ್ತು $\angle ABC = 60^o$ ಇರುವಂತೆ ABC ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ನಂತರ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು, ಅದರ ಬಾಹುಗಳು Δ ABC ಯ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ $\frac{4}{5}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.

23) BC= 7cm, $\angle A = 45^o$ ಮತ್ತು $\angle B = 105^o$ ಇರುವಂತೆ ABC ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ನಂತರ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು, ಅದರ ಬಾಹುಗಳು Δ ABC ಯ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ $\frac{3}{4}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.

24) ಲಂಬಕೋನವನ್ನು ಒಳಗೊಂಡ ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದ 3 cm ಮತ್ತು 4 cm ಇರುವ ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ನಂತರ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು, ಅದರ ಬಾಹುಗಳು ಮೊದಲ ತ್ರಿಭುಜದ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ $\frac{3}{4}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.

25) 5 cm, 6 cm ಮತ್ತು 7cm ಬಾಹುಗಳಿರುವ ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ನಂತರ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು, ಅದರ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬಾಹುವು ಮೊದಲು ರಚಿಸಿದ ತ್ರಿಭುಜದ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ $\frac{7}{5}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.

26) ಪಾದ 8 cm ಮತ್ತು ಎತ್ತರ 4 cm ಇರುವ ಒಂದು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ನಂತರ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು, ಅದರ ಬಾಹುಗಳು ಮೊದಲು ರಚಿಸಿದ ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ $1\frac{1}{2}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.

ಘಟಕ – 7 : ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ ರೇಖಾಗಣಿತ

1 Mark Questions (MCQ)

1) $P(x,\ y)$ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಮೂಲಬಿಂದುವಿಗಿರುವ ದೂರವು

A) $\sqrt{x^2+y^2}$　B) $\sqrt{x+y}$　C) $\sqrt{x-y}$　D) $\sqrt{(x^2+y^2)^2}$

2) $P(x_1,\ y_1)$ ಮತ್ತು $Q(x_2,\ y_2)$ ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವು

A) $\sqrt{(x_2+x_1)^2-(y_2+y_1)^2}$　B) $\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

C) $(x_2+x_1)^2-(y_2+y_1)^2$　D) $(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2$

3) $(4, 6)$ ಮತ್ತು $(6, 8)$ ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವು

A) $\sqrt{2}$ ಮಾನಗಳು　B) 2 ಮಾನಗಳು　C) $2\sqrt{2}$ ಮಾನಗಳು　D) 4 ಮಾನಗಳು

4) $(0, 5)$ ಮತ್ತು $(-5, 0)$ ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವು

A) $5\sqrt{2}$ ಮಾನಗಳು　B) 5 ಮಾನಗಳು　C) $2\sqrt{5}$ ಮಾನಗಳು　D) $\sqrt{10}$ ಮಾನಗಳು

5) ಮೂಲ ಬಿಂದು ಮತ್ತು $(4, -3)$ ಬಿಂದುವಿನ ನಡುವಿನ ದೂರವು

A) 1 ಮಾನ　B) 5 ಮಾನಗಳು　C) 7ಮಾನಗಳು　D) -1 ಮಾನ

6) $P(-6, 8)$ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ $Q(0, 0)$ ಬಿಂದುವಿಗೆ ಇರುವ ದೂರವು

A) 2 ಮಾನಗಳು　B) 4 ಮಾನಗಳು　C) 10 ಮಾನಗಳು　D) 14 ಮಾನಗಳು

7) ಬಿಂದು $P(x,\ y)$ ಯು ಮೂಲ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ 5 ಮಾನಗಳಷ್ಟು ದೂರದಲ್ಲಿದ್ದರೆ, ಬಿಂದು P ಯ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು

A) $(-2,\ 3)$　B) $(1,\ 2)$　C) $(3,\ 3)$　D) $(3,\ 4)$

8) ಮೂಲ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು

A) $(1,1)$ B) $(-1,\ 0)$ C) $(0,1)$ D) $(0,\ 0)$

9) $(2,3)$ ಮತ್ತು $(4,7)$ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡದ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು $(3,\ b)$ ಆದರೆ, b ಬೆಲೆಯು

A) 2 B) 4 C) 5 D) 10

10) $(-6,5)$ ಮತ್ತು $(-2,3)$ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡದ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು $(\frac{a}{3},\ 4)$ ಆದರೆ, a ಬೆಲೆಯು

A) -4 B) -12 C) 12 D) -6

11) $A(-3,\ b)$ ಮತ್ತು $B(1,\ b+4)$ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡ AB ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು $(-1,\ 1)$ ಆದರೆ, b ಬೆಲೆಯು

A) 1 B) -1 C) 2 D) 0

12) x – ಅಕ್ಷದಿಂದ A $(3,5)$ ಬಿಂದುವಿಗಿರುವ ಲಂಬ ದೂರ

A) 3 ಮಾನಗಳು B) 5 ಮಾನಗಳು C) 6 ಮಾನಗಳು D) 8 ಮಾನಗಳು

1 Mark Questions (VSA)

13) $P(x_1,y_1)$ ಮತ್ತು $Q(x_2,y_2)$ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡದ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

14) $(2,3)$ ಮತ್ತು $(4,1)$ ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

15) ಮೂಲ ಬಿಂದು ಮತ್ತು $(12,-5)$ ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

16) $(2,3)$ ಮತ್ತು $(4,7)$ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡದ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ	1) A	2) B	3) C	4) A	5)B	6) C	7) D	8) D	9) C
10) B	11) B	12) B	13) $(\frac{x_1+x_2}{2},\ \frac{y_1+y_2}{2})$		14) $2\sqrt{2}$ ಮಾನಗಳು		15) 13 ಮಾನಗಳು		16) $(3,5)$

17) ಮೂಲಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಈ ಕೆಳಗಿನ ಬಿಂದುಗಳಿಗಿರುವ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

i) $(6,-8)$ ii) $(4,-3)$ iii) $(5,-5)$ iv) $(12,-5)$ v) $(-6,\ 8)$

2 Marks Questions (SA)

18) $(8,5)$ ಮತ್ತು $(6,3)$ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡದ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

ಪರಿಹಾರ : $(x_1,y_1) = (8,5)$ $(x_2,y_2) = (6,3)$

ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು $(x,y) = \left(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2}\right)$

$$(x,y) = \left(\frac{8+6}{2},\frac{5+3}{2}\right)$$

$(x, y) = \left(\frac{14}{2}, \frac{8}{2}\right)$

$\therefore \quad (x, y) = (7, 4)$

19) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಜೋಡಿ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡದ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. i) $(8, 3)$ $(8, -7)$ ii) $(6, 5)$ $(4, 4)$ iii) $(2, 0)$ $(0, 3)$

iv) $(2, 8)$ $(6, 8)$ v) $(4, 6)$ $(6, -3)$

20) ಕಾರ್ಟೀಷಿಯನ್ ಸಮತಲದಲ್ಲಿ $P(x_1, y_1)$ ಮತ್ತು $Q(x_2, y_2)$ ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಸೂತ್ರವನ್ನು ವ್ಯುತ್ಪತ್ತಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ: ದತ್ತ ಬಿಂದುಗಳು $P(x_1, y_1)$ ಮತ್ತು $Q(x_2, y_2)$

ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿರುವಂತೆ PR ಮತ್ತು QS ಲಂಬಗಳನ್ನು X− ಅಕ್ಷಕ್ಕೆ ಎಳೆದಿದೆ.

$OR = x_1$, $OS = x_2$

$RS = PT = x_2 - x_1$

$RP = ST = y_1$, $QS = y_2$

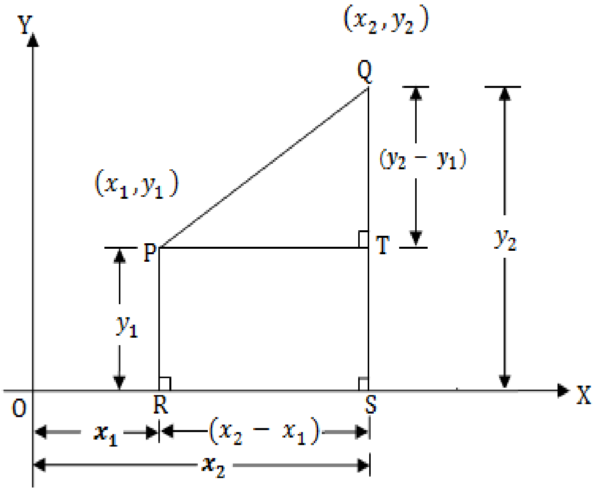
$TQ = y_2 - y_1$

ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $PT \perp QS$ ಆಗಿದೆ.

ΔPTQ ದಲ್ಲಿ $PQ^2 = PT^2 + TQ^2$

($\because$ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯ)

$PQ^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$



$\therefore PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ ಮಾನಗಳು

21) $(\mathbf{0}, \mathbf{0})$ **ಮತ್ತು** $(\mathbf{36}, \mathbf{15})$ **ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.**

ಪರಿಹಾರ : $(x_1, y_1) = (0, 0)$ $(x_2, y_2) = (36, 15)$

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$d = \sqrt{(36 - 0)^2 + (15 - 0)^2}$

$d = \sqrt{(36)^2 + (15)^2}$

$d = \sqrt{1296 + 225}$

$d = \sqrt{1521}$

$d = 39$ ಮಾನಗಳು

22) $(-5, -7)$ ಮತ್ತು $(-1, 3)$ ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

23) (a, b) ಮತ್ತು $(-a, -b)$ ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

24) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಜೋಡಿ ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

i) $(6,4)$ & $(3,1)$ ii) $(8,6)$ & $(3,1)$ iii) $(6,4)$ & $(3,1)$

iv) $(1,7)$ & $(4,2)$ v) $(-1,-1)$ & $(-4,4)$

25) $P(2,-3)$ ಮತ್ತು $Q(10,\ y)$ ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರ 10 ಮಾನಗಳಾದರೆ y ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

26) $(7,\ 6)$ ಮತ್ತು $(-3,\ 4)$ ಬಿಂದುಗಳು x –ಅಕ್ಷದ ಯಾವ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಸಮಾನ ದೂರದಲ್ಲಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:– $(7,\ 6)$ ಮತ್ತು $(-3,\ 4)$

x – ಅಕ್ಷದ ಮೇಲಿನ ಬಿಂದು $(x,\ 0)$ ದತ್ತ ಬಿಂದುಗಳಿಂದ ಸಮಾನ ದೂರದಲ್ಲಿದೆ.

$(x-7)^2+(0-6)^2=[(x-(-3)]^2+(0-4)^2$

$(x-7)^2+36=(x+3)^2+16$

$x^2-14x+49+36=x^2+6x+9+16$

$85-25=20x$

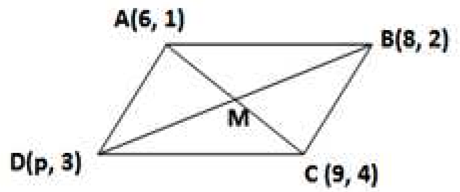
$20x=60 \qquad \therefore x=3$

x – ಅಕ್ಷದ ಮೇಲಿನ ಬಿಂದು $(x,\ 0)=(3,\ 0)$

27) $(2,-5)$ ಮತ್ತು $(-2,\ 9)$ ರಿಂದ ಸಮಾನ ದೂರದಲ್ಲಿರುವ x –ಅಕ್ಷದ ಮೇಲಿನ ಬಿಂದುವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

28) $P(x,y)$ ಬಿಂದುವು $A(6,\ 2)$ ಮತ್ತು $B(-2,\ 6)$ ಬಿಂದುಗಳಿಂದ ಸಮಾನ ದೂರದಲ್ಲಿದ್ದರೆ $y=2x$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

29) $A(6,\ 1)$, $B(8,\ 2)$, $C(9,\ 4)$ ಮತ್ತು $D(\ p,\ 3)$ ಬಿಂದುಗಳು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅನುಕ್ರಮ ಶೃಂಗಗಳಾದರೆ p ಯ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



ಪರಿಹಾರ:– ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ.

AC ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು = BD ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು

$\therefore M(x,y)=\left(\frac{6+9}{2},\frac{1+4}{2}\right)=\left(\frac{p+8}{2},\frac{3+2}{2}\right)$

$M(x,y)=\left(\frac{15}{2},\frac{5}{2}\right)=\left(\frac{p+8}{2},\frac{5}{2}\right)$

$\frac{p+8}{2}=\frac{15}{2}$

$p+8=15$

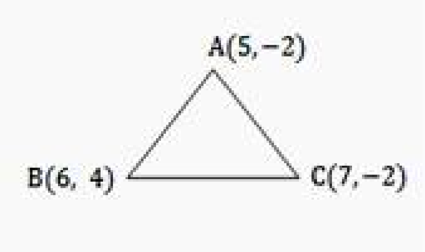
$p=15-8$

$\therefore p=7$

3 Marks Questions (LA 1)

30) ಈ ಕೆಳಗಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು ಶೃಂಗಗಳಾಗಿರುವ ತ್ರಿಭುಜವು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

$\mathbf{A(5,-2)}$ $\mathbf{B(6,\ 4)}$ **ಮತ್ತು** $\mathbf{C(7,-2)}$



ಪರಿಹಾರ : $d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

$AB=\sqrt{(6-5)^2+[4-(-2)]^2}$

$AB=\sqrt{(1)^2+(6)^2}$

$AB=\sqrt{1+36}=\sqrt{37}$ ಮಾನಗಳು

$BC=\sqrt{(6-7)^2+[4-(-2)]^2}$

$BC=\sqrt{(-1)^2+(6)^2}$

$BC=\sqrt{1+36}=\sqrt{37}$ ಮಾನಗಳು

$AC=\sqrt{(7-5)^2+[-2-(-2)]^2}$

$AC=\sqrt{(2)^2+(-2+2)^2}$

$AC=\sqrt{4+0}\ =2$ ಮಾನಗಳು

$\therefore AB=BC=\sqrt{37}$ ಮಾನಗಳು

ಆದ್ದರಿಂದ ದತ್ತ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದ ಶೃಂಗಗಳಾಗಿವೆ.

31) $(3,0)\ (6,4)\ (-1,3)$ ಬಿಂದುಗಳು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದ ಶೃಂಗಗಳೆಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

32) $(9,\ 0)\ (9,\ 6)\ (-9,\ 6)\ (-9,\ 0)$ ಆಯತದ ಶೃಂಗಬಿಂದುಗಳೆಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

33) $\mathbf{(10,-6)(2,\ 5)(-1,\ 3)}$ **ಶೃಂಗಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.**

ಪರಿಹಾರ : $x_1=10,\quad x_2=2,\quad x_3=-1,$

$y_1=-6,\quad y_2=5,\quad y_3=3$

ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $=\frac{1}{2}[x_1(y_2-y_3)+x_2(y_3-y_1)+x_3(y_1-y_2)]$

$=\frac{1}{2}[10(5-3)+2(3-(-6)+\ -1(-6-5)]$

$=\frac{1}{2}[10(2)+2(9)+-1(-11)]$

$=\frac{1}{2}[20+18+11]$

$=\frac{1}{2}[49]$

$=\frac{49}{2}\ =\ 24.5$ ಚದರ ಮಾನಗಳು.

34) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಶೃಂಗ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

i) $(2, -2),\ (-2,\ 1),\ (5,\ 2)$ ii) $(2,\ 3),\ (-1,\ 0),\ (2,\ -4)$

iii) $(-5,\ 7),\ (-4,\ -5),\ (4,\ 5)$ iv) $(-5,\ -1),\ (3,\ -5),\ (5,\ 2)$

v) $A(3,\ 8)\ \ B(-4,\ 2),\ C(5,\ -1)$ vi) $A(1, -1),\ B(-4,\ 6),\ C(-3,\ -5)$

35) $(-3,\ 12),\ (7,\ 6),\ (x\ ,\ 9)$ **ಬಿಂದುಗಳು ಸರಳರೇಖಾಗತವಾಗಿದ್ದರೆ x ನ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.**

ಪರಿಹಾರ : $x_1 = -3,\quad x_2 = 7,\quad x_3 = x,$

$y_1 = 12,\quad y_2 = 6,\quad y_3 = 9$

ಬಿಂದುಗಳು ಸರಳರೇಖಾಗತವಾಗಿದ್ದರೆ, ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 0

$$\therefore \frac{1}{2}[x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)] = 0$$

$$\frac{1}{2}[-3(6-9) + 7(9 - 12) + x(12-6)] = 0$$

$$\frac{1}{2}[-3(-3) + 7(-3) + x(6)] = 0$$

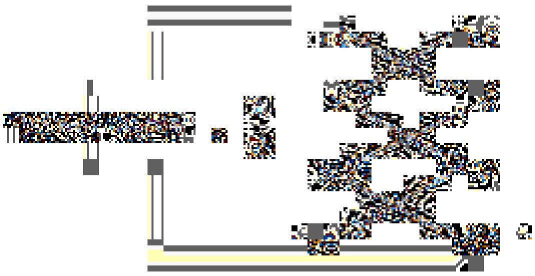
$$\frac{1}{2}[9 - 21 + 6x] = 0$$

$$\frac{1}{2}[-12 + 6x] = 0$$

$$-12 + 6x = 0$$

$$6x = 12 \qquad \therefore x = 2$$

ಪರ್ಯಾಯ ವಿಧಾನ :



$$0 = \frac{1}{2}[\{(-3)6 + 7(9) + x(12)\} - \{12(7) + 6(x) + 9(-3)\}]$$

$$0 = \frac{1}{2}[\{-18 + 63 + 12x\} - \{84 + 6x - 27\}]$$

$$0 = \frac{1}{2}[\{45 + 12x\} - \{57 + 6x\}]$$

$$0 = \frac{1}{2}[45 + 12x - 57 - 6x]$$

$$0 = \frac{1}{2}[6x - 12]$$

$$6x - 12 = 0 \qquad \therefore x = 2$$

36) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಬಿಂದುಗಳು ಸರಳರೇಖಾಗತವಾಗಿದ್ದರೆ, p ನ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

i) (3, 2), (4, p), (5, 3)   ii) (−3, 9), (2, p), (4, −5)

37) (1, −1), (5, 2) ಮತ್ತು (9, 5) ಈ ಬಿಂದುಗಳು ಸರಳರೇಖಾಗತವೆಂದು ದೂರದ ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಸಾಧಿಸಿ.

38) (−5, 11) ಮತ್ತು (4, −7) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ಆಂತರಿಕವಾಗಿ 7:2 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:– $(x_1, y_1) = (-5, 11)$, $(x_2, y_2) = (4, -7)$, $m_1 : m_2 = 7 : 2$

$$P(x,y) = \left(\frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2}, \quad \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2}\right)$$

$$P(x,y) = \left(\frac{7(4) + 2(-5)}{7+2}, \quad \frac{7(-7) + 2(11)}{7+2}\right)$$

$$P(x,y) = \left(\frac{28 - 10}{9}, \quad \frac{-49 + 22}{9}\right)$$

$$P(x,y) = \left(\frac{18}{9}, \quad \frac{-27}{9}\right)$$

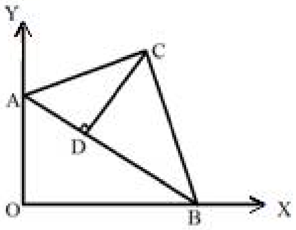
$$P(x,y) = (2, -3)$$

39) (8, 2) ಮತ್ತು (−6, 9) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವು (2, 5) ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಯಾವ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

40) (−3, −1) (−8, 9) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವು (−6, a) ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಯಾವ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ ಹಾಗೂ a ಯ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

41) ಮೂಲ ಬಿಂದು O ಆಗಿದೆ. B(−6, 9) ಮತ್ತು C(12, −3) ಗಳು ΔABC ಯ ಶೃಂಗಗಳು. P ಯು OB ಯನ್ನು 1 : 2 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಹಾಗೂ Q ಬಿಂದುವು OC ಯನ್ನು 1 : 2 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ, $PQ = \frac{1}{3}BC$ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

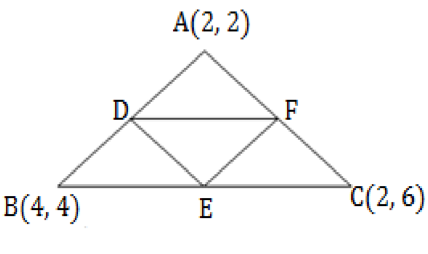
42) ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ Δ ABC ಯ ಶೃಂಗಗಳು A(0, 6), B(8, 0), ಮತ್ತು C(5, 8) ಆಗಿವೆ. CD ⊥ AB ಆದಾಗ CD ಯ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



43) A(2, −2) ಮತ್ತು B(−7, 4)ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡದ ತ್ರೈಭಾಜಕ ಬಿಂದುಗಳ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

4 Marks Questions (LA 2)

44) ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ D, E, F ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ AB, BC, AC ಬಾಹುಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳಾದರೆ, ತ್ರಿಭುಜ DEF ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



ಪರಿಹಾರ :– D, E, F ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ AB, BC, AC ಬಾಹುಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳಾಗಿವೆ.

D ಮಧ್ಯ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು = $\left(\frac{4+2}{2}, \frac{4+2}{2}\right) = (3,\ 3) = (x_1, y_1)$

E ಮಧ್ಯ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು = $\left(\frac{4+2}{2}, \frac{4+6}{2}\right) = (3,\ 5) = (x_2, y_2)$

F ಮಧ್ಯ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು = $\left(\frac{2+2}{2}, \frac{6+2}{2}\right) = (2,\ 4) = (x_3, y_3)$

$x_1 = 3, \quad x_2 = 3, \quad x_3 = 2$

$y_1 = 3, \quad y_2 = 5, \quad y_3 = 4$

ತ್ರಿಭುಜ DEF ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{1}{2}[x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)]$

$= \frac{1}{2}[3(5-4) + 3(4-3) + 2(3-5)]$

$= \frac{1}{2}[3(1) + 3(1) + 2(-2)]$

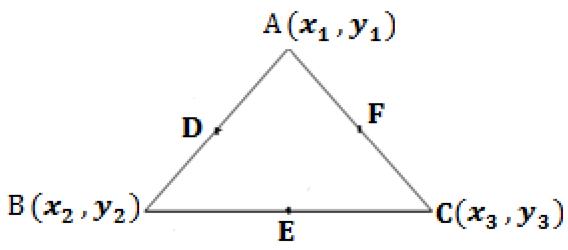
$= \frac{1}{2}[3 + 3 - 4]$

$= \frac{1}{2}[2]$

= 1ಚದರ ಮಾನ.

5 Marks Questions (LA 3)

45) ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ D(3, 3), E(3, 5), F(2, 4) ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ AB, BC, AC ಬಾಹುಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳಾದರೆ, ತ್ರಿಭುಜ ABC ಯ ಶೃಂಗಗಳ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



ಪರಿಹಾರ :– D, E, F ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ AB, BC, AC ಬಾಹುಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳಾಗಿವೆ.

D ಮಧ್ಯ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು (3, 3)= $\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

D ಮಧ್ಯ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು $\left(\frac{6}{2}, \frac{6}{2}\right) = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

$x_1 + x_2 = 6$ ------>(1) ಮತ್ತು $y_1 + y_2 = 6$ ------>(2)

E ಮಧ್ಯ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು (3, 5)= $\left(\frac{x_2 + x_3}{2}, \frac{y_2 + y_3}{2}\right)$

E ಮಧ್ಯ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು $\left(\frac{6}{2}, \frac{10}{2}\right) = \left(\frac{x_2 + x_3}{2}, \frac{y_2 + y_3}{2}\right)$

$x_2 + x_3 = 6$ ------>(3) ಮತ್ತು $y_2 + y_3 = 10$ ----->(4)

F ಮಧ್ಯ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು (2, 4)= $\left(\frac{x_1 + x_3}{2}, \frac{y_1 + y_3}{2}\right)$

F ಮಧ್ಯ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು $\left(\frac{4}{2}, \frac{8}{2}\right) = \left(\frac{x_1 + x_3}{2}, \frac{y_1 + y_3}{2}\right)$

$x_1 + x_3 = 4$ ------>(5) ಮತ್ತು $y_1 + y_3 = 8$ ----->(6)

ಸ. (1), (3), (5) ನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ,

$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 16$

$x_1 + x_2 + x_3 = 8$

$\therefore x_1 = 8 - 6 = 2$

$\therefore x_2 = 8 - 4 = 4$

$\therefore x_3 = 8 - 6 = 2$

ಸ. (2), (4), (6) ನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ,

$2y_1 + 2y_2 + 2y_3 = 24$

$y_1 + y_2 + y_3 = 12$

$\therefore y_1 = 12 - 10 = 2$

$\therefore y_2 = 12 - 8 = 4$

$\therefore y_3 = 12 - 6 = 6$

$\therefore A(x_1, y_1) = A(2, 2)$, $B(x_2, y_2) = B(4, 4)$, $C(x_3, y_3) = C(2, 6)$

ಘಟಕ – 8 : ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

1 Mark Questions (MCQ)

1) ಯೂಕ್ಲಿಡ್‌ನ ಭಾಗಾಕಾರ ಅನುಪ್ರಮೇಯ ಅನ್ವಯಿಸಿ 72 ಮತ್ತು 28 ನ್ನು ಈ ರೀತಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬಹುದು

A) $28 = (72 - 16) \times 2$ B) $72 = (28 \times 2) + 16$
C) $72 = (28 \times 2) - 16$ D) $16 = 72 - (28 + 2)$

2) 26 ಮತ್ತು 91 ರ ಮ.ಸಾ.ಅ. ವು

A) 7 B) 13 C) 20 D) 26

3) 6 ಮತ್ತು 20 ರ ಮ.ಸಾ.ಅ. 2 ಆದರೆ, ಅವುಗಳ ಲ.ಸಾ.ಅ. ವು

A) 40 B) 120 C) 60 D) 240

4) ಕೆಳಗಿನ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಅಂತ್ಯಗೊಳ್ಳುವ ದಶಮಾಂಶ ವಿಸ್ತರಣೆ ಹೊಂದಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯು

A) $\frac{23}{21}$ B) $\frac{31}{35}$ C) $\frac{35}{63}$ D) $\frac{63}{25}$

5) $x = \frac{p}{q}$ $(q \neq 0)$ ಎಂಬುದು ಅಂತ್ಯಗೊಳ್ಳುವ ದಶಮಾಂಶ ವಿಸ್ತರಣೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಆದಾಗ q ನ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳು,

A) $2^n.5^m$ ರೂಪದಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ. ಇಲ್ಲಿ m, n ಗಳು ಋಣಾತ್ಮಕವಲ್ಲದ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು

B) $3^n.5^m$ ರೂಪದಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ. ಇಲ್ಲಿ m, n ಗಳು ಧನಾತ್ಮಕವಲ್ಲದ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು

C) $5^n.7^m$ ರೂಪದಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ. ಇಲ್ಲಿ m, n ಗಳು ಋಣಾತ್ಮಕವಲ್ಲದ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು

D) $2^n.7^m$ ರೂಪದಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ. ಇಲ್ಲಿ m, n ಗಳು ಧನಾತ್ಮಕವಲ್ಲದ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು

1 Mark Questions (VSA)

6) 14 ಮತ್ತು 21 ರ ಮ.ಸಾ.ಅ. 7 ಆದರೆ ಅವುಗಳ ಲ.ಸಾ.ಅ. ವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

7) ಮ.ಸಾ.ಅ. (336, 54) = 6 ಆದರೆ ಲ.ಸಾ.ಅ. (336, 54) ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

8) 18 ಮತ್ತು 45 ರ ಲ.ಸಾ.ಅ. ವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

9) 156ನ್ನು ಅದರ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ.

10) a ಮತ್ತು b ಎಂಬ ಎರಡು ಧನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮ.ಸಾ.ಅ. 5 ಮತ್ತು ಲ.ಸಾ.ಅ. 200 ಆದರೆ a.b ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

11) ಯೂಕ್ಲಿಡ್‌ನ ಭಾಗಾಕಾರ ಅನುಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ನಿರೂಪಿಸಿ.

12) ಯೂಕ್ಲಿಡ್‌ನ ಭಾಗಾಕಾರ ಅನುಪ್ರಮೇಯದನ್ವಯ $a = 3q + r$ ಆದರೆ r ನ ಸಂಭವನೀಯ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ	1) B	2) B	3) C	4) D	5) A	6) ಲ.ಸಾ.ಅ = 42
	7) ಲ.ಸಾ.ಅ. = 3024		8) ಲ.ಸಾ.ಅ. = 90			
	9) $156 = 2 \times 2 \times 3 \times 13 = 2^2 \times 3 \times 13$					10) 1000
	11) a ಮತ್ತು b ಎಂಬ ಎರಡು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಿಗೆ , $a = bq + r$ ಗೆ ಸರಿಹೊಂದುವಂತೆ q ಮತ್ತು r ಎಂಬ ಎರಡು ಅನನ್ಯ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಿರುತ್ತವೆ. ಇಲ್ಲಿ $0 \leq r < b$ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.					
	12) $r = 0, 1$ ಮತ್ತು 2					

13) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ.

i) 140 ii) 120 iii) 1173 iv) 404 v) 210 vi) 715 vii) 336

2 Marks Questions (SA)

14) ಯೂಕ್ಲಿಡ್‌ನ ಭಾಗಾಕಾರ ಕ್ರಮವಿಧಿಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ 135 ಮತ್ತು 225 ರ ಮ.ಸಾ.ಅ. ವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ :– ಯೂಕ್ಲಿಡ್‌ನ ಭಾಗಾಕಾರ ಕ್ರಮವಿಧಿಯನ್ನು ಅನ್ವಯಿಸಿದಾಗ

ಹಂತ 1 : $225 = (135 \times 1) + 90$

ಹಂತ 2 : $135 = (90 \times 1) + 45$

ಹಂತ 3 : $90 = (45 \times 2) + 0$ ಈಗ ಶೇಷವು 0 ಆಗಿದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ ಮ.ಸಾ.ಅ. = 45

15) ಯೂಕ್ಲಿಡ್‌ನ ಭಾಗಾಕಾರ ಕ್ರಮವಿಧಿಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮ.ಸಾ.ಅ. ವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (i) 255 ಮತ್ತು 867 (ii) 42 ಮತ್ತು 455

16) 306 ಮತ್ತು 657 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವ ಅತ್ಯಂತ ಚಿಕ್ಕ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:– $306 = 2 \times 3 \times 3 \times 17 = 2^1 \times 3^2 \times 17$

$657 = 3 \times 3 \times 73 = 3^2 \times 73$

ಲ.ಸಾ.ಅ. $= 2^1 \times 3^2 \times 17 \times 73$

ಲ.ಸಾ.ಅ. $= 18 \times 17 \times 73$

ಲ.ಸಾ.ಅ. $= 22338$

306 ಮತ್ತು 657 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವ ಅತ್ಯಂತ ಚಿಕ್ಕ ಸಂಖ್ಯೆ = 22338

ಪರ್ಯಾಯ ವಿಧಾನ:

ಪರಿಹಾರ :– ಯೂಕ್ಲಿಡ್‌ನ ಭಾಗಾಕಾರ ಕ್ರಮವಿಧಿಯನ್ನು ಅನ್ವಯಿಸಿದಾಗ

ಹಂತ 1 : $657 = (306 \times 2) + 45$

ಹಂತ 2 : $306 = (45 \times 6) + 36$

ಹಂತ 3 : $45 = (36 \times 1) + 9$

ಹಂತ 4 : $36 = (9 \times 4) + 0$ ಈಗ ಶೇಷವು 0 ಆಗಿದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ ಮ.ಸಾ.ಅ. = 9

ಲ. ಸಾ. ಅ. $= \frac{\text{ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ}}{\text{ಮ. ಸಾ. ಅ}}$

ಲ.ಸಾ.ಅ. $= \frac{306 \times 657}{9}$

ಲ.ಸಾ.ಅ. $= 34 \times 657$

ಲ.ಸಾ.ಅ. $= 22338$

17) ಒಂದು ಕ್ರೀಡಾಂಗಣದ ಸುತ್ತಲೂ ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಮಾರ್ಗವಿದೆ. ಸೋನಿಯಾಳು ಆ ಕ್ರೀಡಾಂಗಣದ ಒಂದು ಸುತ್ತನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಲು 18 ನಿಮಿಷಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ, ರವಿಯು ಅದೇ ಸುತ್ತನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಲು 12 ನಿಮಿಷಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತಾನೆ. ಒಂದೊಮ್ಮೆ ಅವರಿಬ್ಬರೂ ಒಂದೇ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಏಕಕಾಲದಲ್ಲಿ ಆರಂಭಿಸಿ, ಏಕಮುಖವಾಗಿ ಚಲಿಸಿದರೆ, ಎಷ್ಟು ನಿಮಿಷಗಳ ನಂತರ ಅವರು ಪುನಃ ಆರಂಭಿಕ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸುತ್ತಾರೆ?

ಪರಿಹಾರ:– ಅವರು ಸಮಯಗಳ ಲ.ಸಾ.ಅ. ದ ಬೆಲೆಗೆ ಮತ್ತೊಮ್ಮೆ ಒಂದೇ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸುತ್ತಾರೆ.

$18 = 2 \times 3 \times 3 = 2 \times 3^2$

$12 = 2 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3$

ಲ.ಸಾ.ಅ. $= 2^2 \times 3^2 = 36$

ಲ.ಸಾ.ಅ. $= 4 \times 9 = 36$

ಆದ್ದರಿಂದ 36 ನಿಮಿಷಗಳಗಳ ನಂತರ ಅವರು ಪುನ: ಆರಂಭಿಕ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸುತ್ತಾರೆ.

18) $5-\sqrt{3}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ :– ಇದಕ್ಕೆ ವಿರುದ್ಧವಾಗಿ $5-\sqrt{3}$ ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಊಹಿಸೋಣ.

ಅಂದರೆ, $5-\sqrt{3} = \frac{p}{q}$ (ಇಲ್ಲಿ $p, q \in z$ ಮತ್ತು $q \neq 0$) p, q ಗಳು ಸಹ ಅವಿಭಾಜ್ಯಗಳು

$5 - \frac{p}{q} = \sqrt{3}$

$\sqrt{3} = \frac{5q-p}{q}$

$\Rightarrow \sqrt{3}$ ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ [$\because \frac{5q-p}{q}$ ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ]

ಆದರೆ $\sqrt{3}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ.

ಇದು ವೈರುಧ್ಯಕ್ಕೆ ಎಡೆಮಾಡಿಕೊಡುತ್ತದೆ.

$\therefore$ ನಮ್ಮ ಊಹೆ ತಪ್ಪು.

ಆದ್ದರಿಂದ $5-\sqrt{3}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿದೆ.

19) $\sqrt{2}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ $6+\sqrt{2}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

20) ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

a) $3\sqrt{2}$ b) $5+\sqrt{3}$ c) $3+2\sqrt{5}$ d) $3-2\sqrt{5}$ e) $\frac{2+\sqrt{3}}{5}$ f) $\sqrt{2}+\sqrt{3}$

21) ದೀರ್ಘ ಭಾಗಾಕಾರ ಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಮಾಡದೇ $\frac{35}{50}$ ಅಂತ್ಯಗೊಳ್ಳುವ ದಶಮಾಂಶ ವಿಸ್ತರಣೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ :– $50 = 2\times 5\times 5 = 2^1\times 5^2$

$\frac{35}{50} = \frac{35}{2^1\times 5^2}$

ಛೇದವು $2^n \times 5^m$ ರೂಪದಲ್ಲಿದೆ. ಮತ್ತು $n=1, m=2$ ಋಣಾತ್ಮಕವಲ್ಲದ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು

ಆದ್ದರಿಂದ ಇದು ಅಂತ್ಯಗೊಳ್ಳುವ ದಶಮಾಂಶ ವಿಸ್ತರಣೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ.

22) ದೀರ್ಘ ಭಾಗಾಕಾರ ಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಮಾಡದೇ $\frac{77}{210}$ ಅಂತ್ಯಗೊಳ್ಳದೇ ಆವರ್ತವಾಗುವ ದಶಮಾಂಶ ವಿಸ್ತರಣೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ :– $210 = 2\times 3\times 5\times 7$

$\frac{77}{210} = \frac{77}{2\times 3\times 5\times 7}$

ಛೇದವು $2^n \times 5^m$ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಇಲ್ಲ.

ಆದ್ದರಿಂದ ಇದು ಅಂತ್ಯಗೊಳ್ಳದೇ ಆವರ್ತವಾಗುವ ದಶಮಾಂಶ ವಿಸ್ತರಣೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ.

23) ದೀರ್ಘ ಭಾಗಾಕಾರ ಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಮಾಡದೇ ಕೆಳಗಿನ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಅಂತ್ಯಗೊಳ್ಳುವ ದಶಮಾಂಶ ವಿಸ್ತರಣೆಯನ್ನು ಅಥವಾ ಅಂತ್ಯಗೊಳ್ಳದೇ ಆವರ್ತವಾಗುವ ದಶಮಾಂಶ ವಿಸ್ತರಣೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿವೆಯೇ ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ.

i) $\frac{17}{8}$ ii) $\frac{64}{455}$ iii) $\frac{29}{343}$ iv) $\frac{23}{200}$

24) $\frac{27}{2^3.\ 5^4\ .\ 3^2}$ **ಇದರ ದಶಮಾಂಶ ವಿಸ್ತರಣೆಯು ದಶಮಾಂಶ ಬಿಂದುವಿನ ನಂತರ ಎಷ್ಟು ಅಂಕಿಗಳಿಗೆ ಕೊನೆಗೊಳ್ಳುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.**

ಪರಿಹಾರ :– $\frac{27}{2^3.\ 5^4\ .\ 3^2}$

$= \frac{27}{8 \times 625 \times 9}$

$= \frac{3}{8 \times 625}$

$= \frac{3}{5000}$

$= \frac{3 \times 2}{5000 \times 2}$

$= \frac{6}{10000}$

$= 0.0006$

$\therefore$ ದಶಮಾಂಶ ಬಿಂದುವಿನ ನಂತರ 4 ಅಂಕಿಗಳಿಗೆ ಕೊನೆಗೊಳ್ಳುತ್ತದೆ.

3 Marks Questions (LA-1)

25) 6, 72 ಮತ್ತು 120 ರ ಮ.ಸಾ.ಅ. ಮತ್ತು ಲ.ಸಾ.ಅ.ಗಳನ್ನು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನ ವಿಧಾನದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:– $6 = 2 \times 3 = 2^1 \times 3^1$

$72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^3 \times 3^2$

$120 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 2^3 \times 3^1 \times 5^1$

ಮ.ಸಾ.ಅ. $= 2^1 \times 3^1 = 6$ (ಸಾಮಾನ್ಯ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ)

ಲ.ಸಾ.ಅ. $= 2^3 \times 3^2 \times 5^1$

ಲ.ಸಾ.ಅ. $= 8 \times 9 \times 5$

ಲ.ಸಾ.ಅ. $= 360$

26) ಕೆಳಗಿನ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಮ.ಸಾ.ಅ. ಮತ್ತು ಲ.ಸಾ.ಅ.ಗಳನ್ನು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನ ವಿಧಾನದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

i) 12, 15 ಮತ್ತು 21 ii) 17, 23 ಮತ್ತು 29 iii) 8, 9 ಮತ್ತು 25

27) $\sqrt{2}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ :– ಇದಕ್ಕೆ ವಿರುದ್ಧವಾಗಿ $\sqrt{2}$ ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಊಹಿಸೋಣ.

ಅಂದರೆ, $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$ (ಇಲ್ಲಿ $p, q \in z$ ಮತ್ತು $\neq 0$) p, q ಗಳು ಸಹ ಅವಿಭಾಜ್ಯಗಳು

$\sqrt{2} \times q = p$

ಎರಡೂ ಕಡೆ ವರ್ಗಗೊಳಿಸಿದಾಗ, $2 \times q^2 = p^2$ ------>(1)

$\Rightarrow 2,\ p^2$ ನ್ನು ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.

$\therefore 2,\ p$ ನ್ನು ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ. $\Rightarrow p$ ಒಂದು ಸಮಸಂಖ್ಯೆ.

$p = 2k$ ಆಗಿರಲಿ, ಇಲ್ಲಿ k ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕ.

$p^2 = (2k)^2$

$2 \times q^2 = (2k)^2$ [ಸ. (1)ರಿಂದ]

$\Rightarrow 2q^2 = 4k^2$

$q^2 = 2k^2$ $\Rightarrow q$ ಒಂದು ಸಮಸಂಖ್ಯೆ.

$\therefore$ p ಮತ್ತು q ಗಳೆರಡೂ ಸಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

$\Rightarrow$ p ಮತ್ತು q ಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನ 2 ಆಗಿದೆ.

ಇದು ವೈರುಧ್ಯಕ್ಕೆ ಎಡೆಮಾಡಿಕೊಡುತ್ತದೆ.

$\therefore$ ನಮ್ಮ ಊಹೆ ತಪ್ಪು.

ಆದ್ದರಿಂದ $\sqrt{2}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿದೆ.

28) $\sqrt{3}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

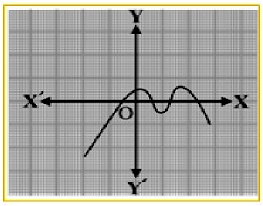
29) $\sqrt{5}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

30) $\frac{3}{\sqrt{2}}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಘಟಕ – 9 : ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳು

1 Mark Questions (MCQ)

1) ಒಂದು ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ನೀಡಿದೆ. ಆ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ



A) 1 B) 2
C) 3 D) 4

2) ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದು $x^2 + 4x + 4$ ಈ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಒಂದು ಶೂನ್ಯತೆ ಆಗಿದೆ?

A) 2 B) -2 C) 4 D) -4

3) $-4x^2 + 5x^3 + x - \sqrt{2}$ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಮಹತ್ತಮ ಘಾತ(ಡಿಗ್ರಿ) ವು

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3

4) ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ $f(x) = x^2 - 9x + 20$ ರಲ್ಲಿ $f(0)$ ನ ಬೆಲೆಯು

A) 20 B) 11 C) -20 D) 29

5) $x^2 + kx + 4$ ಈ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆ -2 ಆದರೆ k ಬೆಲೆಯು

A) 4 B) -2 C) -4 D) 2

6) ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದು $x^2 - 3$ ಈ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಒಂದು ಶೂನ್ಯತೆ ಆಗಿದೆ?

A) 3 B) -3 C) $\sqrt{3}$ D) 9

7) $x^5 + a^5$ ನ್ನು $(x + a)$ ನಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಉಳಿಯುವ ಶೇಷವು

A) a^5 B) $2a^5$ C) 0 D) 5

8) $x^5 + a^5$ ನ್ನು $(x - a)$ ನಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಉಳಿಯುವ ಶೇಷವು

A) a^5 B) $2a^5$ C) 0 D) 5

9) $(x^2 - k)$ ಯ ಒಂದು ಅಪವರ್ತನವು $(x - 7)$ ಆದಾಗ k ಬೆಲೆಯು

A) 49 B) 7 C) −7 D) −49

10) ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ $3x^2 + 8x + k$ ನ ಶೂನ್ಯತೆಗಳು ಪರಸ್ಪರ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮಗಳಾದರೆ, k ಬೆಲೆಯು

A) 3 B) − 3 C) $\frac{1}{3}$ D) $-\frac{1}{3}$

11) ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ $kx^2 + 2x + 3k$ ನ ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತವು ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧಕ್ಕೆ ಸಮನಾದರೆ, k ಬೆಲೆಯು

A) $\frac{1}{3}$ B) $-\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $-\frac{2}{3}$

12) ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ $x^2 + 88x + 125$ ನ ಶೂನ್ಯತೆಗಳು

A) ಎರಡೂ ಧನಾತ್ಮಕವಾಗಿವೆ B) ಎರಡೂ ಋಣಾತ್ಮಕವಾಗಿವೆ

C) ಒಂದು ಧನಾತ್ಮಕ, ಮತ್ತೊಂದು ಋಣಾತ್ಮಕವಾಗಿವೆ D) ಎರಡೂ ಸಮನಾಗಿವೆ

1 Mark Questions (VSA)

13) $x^3 + x + 2 + 4x^5$ ಈ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಗರಿಷ್ಠ ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು?

14) $2 - x^3$ ಈ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಮಹತ್ತಮ ಘಾತ (ಡಿಗ್ರಿ)ವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

15) $p(x) = 2x^2 + 3x + 2$ ಆದರೆ $p(2)$ ರ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

16) $f(x) = x^2 - 4$ ಆದರೆ $f(4)$ ರ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

17) $f(x) = 7x^2 + 2x + 14$ ಆದರೆ $f(-1)$ ರ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

18) ರೇಖಾತ್ಮಕ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಆದರ್ಶರೂಪ (ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪ) ಬರೆಯಿರಿ.

19) ರೇಖಾತ್ಮಕ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಮಹತ್ತಮ ಘಾತ ಎಷ್ಟು?

20) ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಆದರ್ಶರೂಪ (ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪ) ಬರೆಯಿರಿ.

21) ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಮಹತ್ತಮ ಘಾತ ಎಷ್ಟು?

22) ಘನ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಆದರ್ಶರೂಪ ಬರೆಯಿರಿ.

23) ಘನ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಮಹತ್ತಮ ಘಾತ ಎಷ್ಟು?

24) $f(x) = 10$ ಈ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ವಿಧ ತಿಳಿಸಿ.

25) $f(x) = 3x+1$ ಈ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ	1) D	2) B	3) D	4) A	5) A	6) C	7) C	8) B	9) A
10) A	11) D	12) B	13) 5	14) 3	15) 16	16) 12	17) 19		
18) $ax + b$ (ಇಲ್ಲಿ $a \neq 0$)	19) 1	20) $ax^2 + bx + c$ (ಇಲ್ಲಿ $a \neq 0$)	21) 2						
22) $ax^3 + bx^2 + cx + d$ (ಇಲ್ಲಿ $a \neq 0$)	23) 3	24) ಸ್ಥಿರ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ	25) $\frac{-1}{3}$						

2 Marks Questions (SA)

26) ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ $\sqrt{2}$ ಹಾಗೂ ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ $\frac{1}{3}$ ಆಗಿರುವ ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:– ಶೂನ್ಯತೆಗಳು α ಮತ್ತು β ಆಗಿರಲಿ.

$\alpha + \beta = \sqrt{2}$

$\alpha\beta = \frac{1}{3}$

ಅಪೇಕ್ಷಿತ ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯು $x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta$

$= x^2 - (\sqrt{2})x + \frac{1}{3}$

$= 3x^2 - 3\sqrt{2}x + 1$ (3ರಿಂದ ಪ್ರತೀ ಪದ ಗುಣಿಸಿ)

$\therefore$ ಅಪೇಕ್ಷಿತ ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ $3x^2 - 3\sqrt{2}x + 1$

27) ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ $\frac{1}{4}$ ಹಾಗೂ ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ -1 ಆಗಿರುವ ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

28) ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ $\frac{1}{4}$ ಹಾಗೂ ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ $-\frac{1}{4}$ ಆಗಿರುವ ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

29) ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ ಹಾಗೂ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳು -3 ಮತ್ತು 2 ಆಗಿರುವ ಒಂದು ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

30) $\sqrt{3}$ ಮತ್ತು $-\sqrt{3}$ ನ್ನು ಶೂನ್ಯತೆಗಳಾಗಿರುವ ಒಂದು ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:– ಶೂನ್ಯತೆಗಳು α ಮತ್ತು β ಆಗಿರಲಿ.

$\alpha = \sqrt{3}$

$\beta = -\sqrt{3}$

$\alpha + \beta = \sqrt{3} + (-\sqrt{3}) = 0$

$\alpha\beta = (\sqrt{3})(-\sqrt{3}) = -(\sqrt{3})^2 = -3$

ಅಪೇಕ್ಷಿತ ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯು $x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta$

$= x^2 - (0)x + (-3)$

$= x^2 - 3$

$\therefore$ ಅಪೇಕ್ಷಿತ ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ $x^2 - 3$

31) $kx^2 - 6x - 6$ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ 4 ಆಗಿದ್ದರೆ, k ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:– $kx^2 - 6x - 6$ ನ್ನು $ax^2 + bx + c$ ಗೆ ಹೋಲಿಸಿದಾಗ,

$a = k, \quad b = -6, \quad c = -6$

ಶೂನ್ಯತೆಗಳು α ಮತ್ತು β ಆಗಿರಲಿ.

$\alpha.\beta = \frac{c}{a}$

$4 = \frac{-6}{k}$ [$\because$ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ = 4]

$k = \frac{-6}{4}$

$\therefore k = \frac{-3}{2}$

32) $3x^2 - x - 4$ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸ $\frac{7}{3}$ ಆಗಿದ್ದರೆ, ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ವರ್ಗಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:– $3x^2 - x - 4$ ನ್ನು $ax^2 + bx + c$ ಗೆ ಹೋಲಿಸಿದಾಗ,

$a = 3, \quad b = -1, \quad c = -4$

ಶೂನ್ಯತೆಗಳು α ಮತ್ತು β ಆಗಿರಲಿ.

$\alpha - \beta = \frac{7}{3}$ ----->(1) ($\because$ ದತ್ತ)

$\alpha + \beta = \frac{-b}{a}$

$\alpha + \beta = \frac{-(-1)}{3} = \frac{1}{3}$ ----->(2)

$\alpha^2 - \beta^2 = (\alpha + \beta)(\alpha - \beta)$ ($\because$ ಸ.(1) ಮತ್ತು ಸ.(2)ರಿಂದ)

$\alpha^2 - \beta^2 = \frac{1}{3} \times \frac{7}{3}$

$\therefore \alpha^2 - \beta^2 = \frac{7}{9}$

3 Marks Questions (LA-1)

33) $(a^2 + 9)x^2 + 13x + 6a$ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳು ಪರಸ್ಪರ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮಗಳಾದರೆ, a ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:– $(a^2 + 9)x^2 + 13x + 6a$ ನ್ನು $ax^2 + bx + c$ ಗೆ ಹೋಲಿಸಿದಾಗ,

$a = (a^2 + 9), \quad b = 13, \quad c = 6a$

ಶೂನ್ಯತೆಗಳು α ಮತ್ತು $\frac{1}{\alpha}$ ಆಗಿರಲಿ. ($\because$ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು)

$\alpha.\beta = \frac{c}{a}$

$\alpha.\frac{1}{\alpha} = \frac{6a}{(a^2+9)}$

$1 = \frac{6a}{(a^2+9)}$

$\therefore (a^2 + 9) = 6a$

$\therefore a^2 - 6a + 9 = 0$

$(a - 3)^2 = 0$ [ಗಮನಿಸಿ: ಅಪವರ್ತನ ವಿಧಾನವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಬಹುದು]

$a - 3 = 0$

$\therefore a = 3$

34) $6x^2 - 3 - 7x$ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ಹಾಗೂ ಶೂನ್ಯತೆಗಳು ಮತ್ತು ಸಹಗುಣಕಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ತಾಳೆ ನೋಡಿ.

ಪರಿಹಾರ:– $6x^2 - 3 - 7x$

$= 6x^2 - 7x - 3$ (ಆದರ್ಶರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆದಾಗ)

$= 6x^2 - 9x + 2x - 3$

$= 3x(2x - 3) + 1(2x - 3)$

$= (3x + 1)(2x - 3)$

$6 \times 3 = 18$

$9 \times 2 = 18$

$-9 + 2 = -7$

$\Rightarrow$ ಶೂನ್ಯತೆಗಳು $x = -\frac{1}{3}$ ಮತ್ತು $x = \frac{3}{2}$

ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ $= -\frac{1}{3} + \frac{3}{2} = \frac{-2+9}{6} = \frac{7}{6} = \frac{-(-7)}{6} = \frac{-(x \text{ ದ ಸಹಗುಣಕ})}{x^2 \text{ ದ ಸಹಗುಣಕ}}$

ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ $= -\frac{1}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{-1}{2} = \frac{-3}{6} = \frac{\text{ಸ್ಥಿರಾಂಕ}}{x^2 \text{ ದ ಸಹಗುಣಕ}}$

35) $s^2 - s + \frac{1}{4}$ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ಹಾಗೂ ಶೂನ್ಯತೆಗಳು ಮತ್ತು ಸಹಗುಣಕಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ತಾಳೆ ನೋಡಿ.

36) $x^2 - \frac{x}{3} - \frac{4}{3}$ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ಹಾಗೂ ಶೂನ್ಯತೆಗಳು ಮತ್ತು ಸಹಗುಣಕಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ತಾಳೆ ನೋಡಿ.

37) $4u^2 - 8u$ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ಹಾಗೂ ಶೂನ್ಯತೆಗಳು ಮತ್ತು ಸಹಗುಣಕಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ತಾಳೆ ನೋಡಿ.

38) $3x^3 - 5x^2 - 11x - 3$ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳು α, β ಮತ್ತು γ ಆದರೆ, ಕೆಳಗಿನವುಗಳ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (i) $\alpha + \beta + \gamma$ (ii) $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha$ (iii) $\alpha\beta\gamma$

ಪರಿಹಾರ:– $3x^3 - 5x^2x - 11x - 3$ ನ್ನು $ax^3 + bx^2 + cx + d$ ಗೆ ಹೋಲಿಸಿದಾಗ,

$a = 3, \quad b = -5, \quad c = -11, \quad d = -3$

(i) $\alpha + \beta + \gamma = \frac{-b}{a}$

$\alpha + \beta + \gamma = \frac{-(-5)}{3} = \frac{5}{3}$

(ii) $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{c}{a}$

$\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{-11}{3}$

(iii) $\alpha\beta\gamma = \frac{-d}{a}$

$\alpha\beta\gamma = \frac{-(-3)}{3} = 1$

39) ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ $x^2 - 2x - 8$ ರ ಶೂನ್ಯತೆಗಳು α ಮತ್ತು β ಆದರೆ, $\alpha^2\beta + \alpha\beta^2$ ದ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:– $x^2 - 2x - 8$ ನ್ನು $ax^2 + bx + c$ ಯೊಂದಿಗೆ ಹೋಲಿಸಿದಾಗ,

$a = 1, \quad b = -2, \quad c = -8$

ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ $\alpha+\beta=\frac{-b}{a}$

$\alpha+\beta=\frac{-(-2)}{1}=2$ ------>(1)

ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ $\alpha\beta=\frac{c}{a}$

$\alpha\beta=\frac{-8}{1}=-8$ ------>(1)

$\alpha^2\beta+\alpha\beta^2=\alpha\beta(\alpha+\beta)$

$\alpha^2\beta+\alpha\beta^2=-8(2)$ ($\because$ ಸ.(1) ಮತ್ತು ಸ.(2)ರಿಂದ)

$\alpha^2\beta+\alpha\beta^2=-16$

40) ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ $4x^2-4x-1$ ರ ಶೂನ್ಯತೆಗಳು α ಮತ್ತು β ಆದರೆ, ಕೆಳಗಿನವುಗಳ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}$ (ii) $\frac{\alpha}{\beta}+\frac{\beta}{\alpha}$ (iii) $\frac{1}{\alpha}-\frac{1}{\beta}$ (iv) $\alpha^2+\beta^2$

(v) $\alpha^3+\beta^3$ (vi) $\alpha^3\beta^2+\alpha^2\beta^3$ (vi) $\frac{1}{\alpha^2}+\frac{1}{\beta^2}$ (vi) $\frac{1}{\alpha^3}+\frac{1}{\beta^3}$

41) ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ x^4-3x^2+4x+5 ನ್ನು ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ x^2+1-x ದಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ, ಭಾಗಲಬ್ಧ ಮತ್ತು ಶೇಷವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಫಲಿತಾಂಶವನ್ನು ತಾಳೆ ನೋಡಿ.

ಪರಿಹಾರ:–

$$
\begin{array}{r|l}
 & x^2+x-3 \\
x^2-x+1 & x^4+0x^3-3x^2+4x+5 \\
 & x^4-x^3+x^2 \\
 & (-)\ (+)\ (-) \\
\hline
 & x^3-4x^2+4x+5 \\
 & x^3-x^2+x \\
 & (-)\ (+)\ (-) \\
\hline
 & -3x^2+3x+5 \\
 & -3x^2+3x-3 \\
 & (+)\ (-)\ (+) \\
\hline
 & 8 \\
\hline
\end{array}
$$

$\therefore$ ಭಾಗಲಬ್ಧ = x^2+x-3 ಮತ್ತು ಶೇಷ = 8

ಭಾಜ್ಯ = ಭಾಜಕ $\times$ ಭಾಗಲಬ್ಧ + ಶೇಷ

$x^4-3x^2+4x+5=(x^2-x+1)(x^2+x-3)+8$

$x^4-3x^2+4x+5=x^4+x^3-3x^2-x^3-x^2+3x+x^2+x-3+8$

$x^4-3x^2+4x+5=x^4-3x^2+4x+5$

LHS = RHS

42) ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ x^3-3x^2+5x-3 ನ್ನು ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ x^2-2 ದಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ, ಭಾಗಲಬ್ಧ ಮತ್ತು ಶೇಷವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

43) ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ $x^4 - 5x + 6$ ನ್ನು ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ $2 - x^2$ ದಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ, ಭಾಗಲಬ್ಧ ಮತ್ತು ಶೇಷವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

44) ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ $3x^4 + 5x^3 - 7x^2 + 2x + 2$ ನ್ನು ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ $x^2 + 3x + 1$ ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ, ಹಾಗೂ ಮೊದಲನೇ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯು ಎರಡನೇ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಅಪವರ್ತನವಾಗಿದೆಯೇ ಎಂಬುದನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ:–

$3x^2 - 4x + 2$

$x^2 + 3x + 1 \overline{)\, 3x^4 + 5x^3 - 7x^2 + 2x + 2}$

$3x^4 + 9x^3 + 3x^2$

$(-) \quad (-) \quad (-)$

$-4x^3 - 10x^2 + 2x + 2$

$-4x^3 - 12x^2 - 4x$

$(+) \quad (+) \quad (+)$

$2x^2 + 6x + 2$

$2x^2 + 6x + 2$

$(-) \quad (-) \quad (-)$

0

$\therefore$ ಭಾಗಲಬ್ಧ = $3x^2 - 4x + 2$ ಮತ್ತು ಶೇಷ = 0

ಶೇಷವು 0 ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ಮೊದಲನೇ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯು ಎರಡನೇ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಅಪವರ್ತನವಾಗಿದೆ

45) ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ $2t^4 + 3t^3 - 2t^2 - 9t - 12$ ನ್ನು ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ $t^2 - 3$ ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ, ಹಾಗೂ ಮೊದಲನೇ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯು ಎರಡನೇ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಅಪವರ್ತನವಾಗಿದೆಯೇ ಎಂಬುದನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ.

46) ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ $x^5 - 4x^3 + x^2 + 3x + 1$ ನ್ನು ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ $x^3 - 3x + 1$ ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ, ಹಾಗೂ ಮೊದಲನೇ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯು ಎರಡನೇ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಅಪವರ್ತನವಾಗಿದೆಯೇ ಎಂಬುದನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ.

47) $\sqrt{\frac{5}{3}}$ ಮತ್ತು $-\sqrt{\frac{5}{3}}$ ಇವು $3x^4 - 15x^3 + 13x^2 + 25x - 30$ ರ ಎರಡು ಶೂನ್ಯತೆಗಳಾಗಿದ್ದರೆ, ಅದರ ಎಲ್ಲಾ ಶೂನ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ: $f(x) = 3x^4 - 15x^3 + 13x^2 + 25x - 30$

$f(x)$ನ ಎರಡು ಶೂನ್ಯತೆಗಳು $\sqrt{\frac{5}{3}}$ ಮತ್ತು $-\sqrt{\frac{5}{3}}$ ಆಗಿವೆ.

$\therefore \left(x - \sqrt{\frac{5}{3}}\right)\left(x + \sqrt{\frac{5}{3}}\right)$ ಇವು $f(x)$ನ ಅಪವರ್ತನಗಳಾಗಿವೆ.

$$\left(x - \sqrt{\frac{5}{3}}\right)\left(x + \sqrt{\frac{5}{3}}\right) = \left(x^2 - \frac{5}{3}\right)$$

$$\frac{3x^2 - 5}{3} = 0$$

$$\Rightarrow 3x^2 - 5 = 0$$

ಆದ್ದರಿಂದ $(3x^2 - 5)$ ಇದು $f(x)$ನ್ನು ನಿಶ್ಶೇಷವಾಗಿ ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.

$$\begin{array}{r|l} & x^2-5x+6 \\ \hline 3x^2-5 & 3x^4-15x^3+13x^2+25x-30 \\ & 3x^4 \qquad\quad -5x^2 \\ & (-) \qquad\quad (+) \\ \hline & -15x^3+18x^2+25x-30 \\ & -15x^3 \qquad\quad +25x \\ & (+) \qquad\quad (-) \\ \hline & +18x^2 \qquad -30 \\ & +18x^2 \qquad -30 \\ & (-) \qquad\quad (+) \\ \hline & 0 \\ \hline \end{array}$$

$f(x) = (3x^2-5)(x^2-5x+6)$

$= (\sqrt{3}x+\sqrt{5})(\sqrt{3}x-\sqrt{5})(x-2)(x-3)$

$f(x) = 0$

$\Rightarrow(\sqrt{3}x+\sqrt{5}) = 0, \quad (\sqrt{3}x-\sqrt{5}) = 0, \quad (x-2) = 0, \quad (x-3) = 0$

∴ ಶೂನ್ಯತೆಗಳು $x = \sqrt{\frac{5}{3}}, \quad x = -\sqrt{\frac{5}{3}} \quad x = 2, \quad x = 3$ ಆಗಿವೆ.

48) 3 ಮತ್ತು -3 ಇವು $x^4+2x^3-8x^2-18x-9$ ರ ಎರಡು ಶೂನ್ಯತೆಗಳಾಗಿದ್ದರೆ, ಅದರ ಎಲ್ಲಾ ಶೂನ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

49) $2+\sqrt{3}$ ಮತ್ತು $2-\sqrt{3}$ ಇವು $x^4+x^3+7x^2-15x-18$ ರ ಎರಡು ಶೂನ್ಯತೆಗಳಾಗಿದ್ದರೆ, ಅದರ ಎಲ್ಲಾ ಶೂನ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

50) ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ x^3-3x^2+x+2 ನ್ನು $g(x)$ ನಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಸಿಗುವ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಮತ್ತು ಶೇಷಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ $x-2$ ಮತ್ತು $-2x+4$ ಆದರೆ ಭಾಜಕ $g(x)$ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:- $p(x) = x^3-3x^2+x+2, \quad q(x) = x-2$ ಮತ್ತು $r(x) = -2x+4$

$p(x)-r(x) = (x^3-3x^2+x+2)-(-2x+4)$

$p(x)-r(x) = x^3-3x^2+x+2+2x-4$

$p(x)-r(x) = x^3-3x^2+3x-2$ ----->(1)

$g(x) = \dfrac{p(x)-r(x)}{q(x)}$

$g(x) = \dfrac{x^3-3x^2+3x-2}{x-2}$ [ಸ. (1)ರಿಂದ]

$$
\begin{array}{r|l}
 & x^2 - x + 1 \\
x-2 & x^3 - 3x^2 + 3x - 2 \\
 & x^3 - 2x^2 \\
 & (-)\quad (+) \\
\hline
 & -x^2 + 3x - 2 \\
 & -x^2 + 2x \\
 & (+)\quad (-) \\
\hline
 & x - 2 \\
 & x - 2 \\
 & (-)\quad (+) \\
\hline
 & 0
\end{array}
$$

$\therefore \quad g(x) = x^2 - x + 1$

ಘಟಕ – 10 : ವರ್ಗಸಮೀಕರಣಗಳು

1 Mark Questions (MCQ)

1) ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣವಾಗಿದೆ?

A) $x^2 + x^3 = 2$ B) $p(p-3) = 0$ C) $x^2 = 6 + x^2 - x$ D) $x^2 + \frac{1}{x} = 5$

2) $x^2 + 1 = 101$ ಈ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ x ನ ಬೆಲೆಯು

A) ± 1 B) ± 10 C) ± 11 D) $\pm\sqrt{10}$

3) $2x^2 - 5x - 1 = 0$ ಈ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಶೋಧಕದ ಬೆಲೆಯು

A) 33 B) 3 C) 0 D) 35

4) $ax^2 + bx + c = 0$ ವರ್ಗಸಮೀಕರಣದ ಶೋಧಕ

A) $b^2 - ac$ B) $b^2 - 4ac$ C) $\sqrt{b^2 - 4ac}$ D) $b^2 + 4ac$

5) $ax^2 + bx + c = 0$ ವರ್ಗಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ $\frac{b}{2} = \sqrt{ac}$ ಆದರೆ, ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳು

A) ಸಮನಾಗಿವೆ B) ಭಿನ್ನವಾಗಿವೆ C) ಸಂಕಲನದ ವಿಲೋಮಗಳಾಗಿವೆ D) ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮಗಳಾಗಿವೆ.

6) $ax^2 + bx + c = 0$ ವರ್ಗಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ $a = c$ ಆದರೆ, ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳು

A) ಸಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು B) ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು C) ಋಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು D) ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

7) $x^2 = 49$ ಈ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳು

A) 7 ಮತ್ತು -7 B) 24 ಮತ್ತು 5 C) 8 ಮತ್ತು -8 D) 7 ಮತ್ತು 0

8) $x^2 - 4 = 0$ ಈ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳು

A) 2 ಮತ್ತು 0 B) 2 ಮತ್ತು -2 C) 4 ಮತ್ತು 5 D) 1 ಮತ್ತು -1

9) $x^2 - 4x = 0$ ಈ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳು

A) 0 ಮತ್ತು 2 B) -4 ಮತ್ತು 0 C) -2 ಮತ್ತು 0 D) 0 ಮತ್ತು 4

1 Mark Questions (VSA)

10) $ax^2 + bx + c = 0$ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳು ವಾಸ್ತವ ಮತ್ತು ಸಮ ಆಗಿದ್ದಾಗ, ಶೋಧಕದ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು?

11) $143 = t^2 - 1$ ಆದರೆ t ಯನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ.

12) ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಆದರ್ಶ ರೂಪ ಬರೆಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ	1) B	2) B	3) A	4) B	5) A	6) D	7) A	8) B
	9) D	10) $b^2 - 4ac = 0$		11) ± 12	12) $ax^2 + bx + c = 0$ (ಇಲ್ಲಿ $a \neq 0$)			

2 Marks Questions (SA)

13) $x^2 - 2x = (-2)(3 - x)$ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣವೇ? ಎಂಬುದನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ.

14) ಅಪವರ್ತನ ವಿಧಾನದಿಂದ $2x^2 - x + \frac{1}{8} = 0$ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:– $2x^2 - x + \frac{1}{8} = 0$

$16x^2 - 8x + 1 = 0$ (ಸಮೀಕರಣದ ಪ್ರತೀ ಪದವನ್ನು 8ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ)

$16x^2 - 4x - 4x + 1 = 0$

$4x(4x - 1) - 1(4x - 1) = 0$

$(4x - 1)(4x - 1) = 0$

$4x - 1 = 0, \quad 4x - 1 = 0$

$4x = 1, \quad 4x = 1$

ಮೂಲಗಳು $x = \frac{1}{4}, \quad x = \frac{1}{4}$

ಮೊದಲ ಪದ $= +16x^2$, ಕಡೆಯ ಪದ $= +1$

ಅವುಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ $= 16x^2 = -4x \times -4x$

ಮಧ್ಯದ ಪದ $= -8x = -4x - 4x$

15) ಕೆಳಗಿನ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಅಪವರ್ತನ ವಿಧಾನದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$(i)\ 6x^2 - 11x - 10 = 0 \quad (ii)\ 2x^2 + x - 6 = 0 \quad (iii)\ 100x^2 - 20x + 1 = 0$

16) $2x^2 - 5x + 2 = 0$ ಈ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ವರ್ಗ ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸುವ ವಿಧಾನದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ:– $2x^2 - 5x + 2 = 0$ ಇದು $ax^2 + bx + c = 0$ ರೂಪದಲ್ಲಿದೆ.

$a = 2, \quad b = -5, \quad c = 2$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a}$$

$$\left(x + \frac{-5}{2(2)}\right)^2 = \left(\frac{-5}{2(2)}\right)^2 - \frac{2}{2}$$

$$\left(x - \frac{5}{4}\right)^2 = \frac{25}{16} - 1$$

$$\left(x - \frac{5}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$$ (ಎರಡೂ ಕಡೆ ವರ್ಗಮೂಲ ತೆಗೆದಾಗ)

$$x - \frac{5}{4} = \pm\frac{3}{4}$$

$$x = \pm\frac{3}{4} + \frac{5}{4}$$

$x = +\frac{3}{4} + \frac{5}{4}$ ಅಥವಾ $x = -\frac{3}{4} + \frac{5}{4}$

$x = \frac{8}{4}$ ಅಥವಾ $x = \frac{2}{4}$

$x = 2$ ಅಥವಾ $x = \frac{1}{2}$

17) ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ವರ್ಗ ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸುವ ವಿಧಾನದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ.

$(i)\ 5x^2 - 6x - 2 = 0$ $(ii)\ 9x^2 - 15x + 6 = 0$ $(iii)\ 2x^2 - 5x + 3 = 0$

18) $\mathbf{4x^2 + 4\sqrt{3}x + 3 = 0}$ **ಈ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಸೂತ್ರದ ವಿಧಾನದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.**

ಪರಿಹಾರ:– $4x^2 + 4\sqrt{3}x + 3 = 0$ ಇದು $ax^2 + bx + c = 0$ ರೂಪದಲ್ಲಿದೆ.

$a = 4, \quad b = 4\sqrt{3}, \quad c = 3$

ಮೂಲಗಳು $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$$x = \frac{-(4\sqrt{3}) \pm \sqrt{(4\sqrt{3})^2 - 4(4)(3)}}{2(4)}$$

$$x = \frac{-4\sqrt{3} \pm \sqrt{16 \times 3 - 48}}{8}$$

$$x = \frac{-4\sqrt{3} \pm \sqrt{48 - 48}}{8}$$

$$x = \frac{-4\sqrt{3} \pm 0}{8}$$

$x = \frac{-4\sqrt{3}}{8}$ ಅಥವಾ $x = \frac{-4\sqrt{3}}{8}$

$x = \frac{-\sqrt{3}}{2}$ ಅಥವಾ $x = \frac{-\sqrt{3}}{2}$

19) ಕೊಟ್ಟಿರುವ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಸೂತ್ರದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$(i)\ 2x^2 + x - 4 = 0$ $(ii)\ 2x^2 - 7x + 3 = 0$ $(iii)\ 2x^2 - 5x + 2 = 0$

$(iv)\ x^2 + 2x - 15 = 0$ $(v)\ x^2 - 11x + 30 = 0$ $(vi)\ x^2 - 2x = 8$

$(vii)\ x^2 - 7x + 12 = 0$ $(viii)\ x^2 - 4 = 3x$ $(ix)\ 2x^2 - 2\sqrt{2}x = -1$

20) $\mathbf{3x^2 - 4\sqrt{3}x + 4 = 0}$ **ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣವು ಸಮನಾದ ವಾಸ್ತವ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.**

ಪರಿಹಾರ:– $3x^2 - 4\sqrt{3}x + 4 = 0$

$a = 3, \quad b = -4\sqrt{3}, \quad c = 4$

ಶೋಧಕ $= b^2 - 4ac$

$= (-4\sqrt{3})^2 - 4(3)(4)$

$= 48 - 48$

$= 0$

$\therefore b^2 - 4ac = 0$

$\Rightarrow$ ಸಮೀಕರಣವು ಸಮನಾದ ವಾಸ್ತವ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ.

21) **$3x^2 - 2x + \frac{1}{3} = 0$ ವರ್ಗಸಮೀಕರಣದ ಶೋಧಕ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಇದರಿಂದ ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವವನ್ನು ವಿವೇಚಿಸಿ. ವಾಸ್ತವ ಮೂಲಗಳಿದ್ದರೆ ಅವುಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.**

ಪರಿಹಾರ:– $3x^2 - 2x + \frac{1}{3} = 0$

$a = 3, \quad b = -2, \quad c = \frac{1}{3}$

ಶೋಧಕ $= b^2 - 4ac$

$= (-2)^2 - 4(3)\left(\frac{1}{3}\right)$

$= 4 - 4 = 0$

$\therefore b^2 - 4ac = 0$

⇒ ಸಮೀಕರಣವು ಎರಡು ಸಮನಾದ ವಾಸ್ತವ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ ಮೂಲಗಳು $\frac{-b}{2a} = \frac{-(-2)}{2(3)}$ ಮತ್ತು $\frac{-b}{2a} = \frac{-(-2)}{2(3)}$

ಮೂಲಗಳು $\frac{2}{2(3)}$ ಮತ್ತು $\frac{2}{2(3)}$

$\therefore$ ಮೂಲಗಳು $\frac{1}{3}$ ಮತ್ತು $\frac{1}{3}$ ಆಗಿವೆ.

22) $2x^2 - 3x + 5 = 0$ ವರ್ಗಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವವನ್ನು ವಿವೇಚಿಸಿ.

23) $x^2 - 6x + 3 = 0$ ವರ್ಗಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವವನ್ನು ವಿವೇಚಿಸಿ.

24) **k ನ ಯಾವ ಬೆಲೆಗೆ $2x^2 + kx + 3 = 0$ ವರ್ಗಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳು ಸಮನಾಗಿರುತ್ತವೆ?**

ಪರಿಹಾರ : $2x^2 + kx + 3 = 0$ $\quad a = 2, \quad b = k, \quad c = 3$

ಮೂಲಗಳು ಸಮನಾದರೆ $b^2 - 4ac = 0$

$(k)^2 - 4(2)(3) = 0$

$k^2 - 24 = 0$

$k^2 = 24$

$\sqrt{k^2} = \sqrt{4 \times 6} = \pm 2\sqrt{6}$

25) k ನ ಯಾವ ಬೆಲೆಗೆ $kx(x-2) + 6 = 0$ ವರ್ಗಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳು ಸಮನಾಗಿರುತ್ತವೆ?

26) **$800m^2$ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವುಳ್ಳ ಒಂದು ಆಯತಾಕಾರದ ಮಾವಿನ ತೋಪಿನ ಉದ್ದವು ಅದರ ಅಗಲದ ಎರಡರಷ್ಟಿದ್ದರೆ, ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.**

ಪರಿಹಾರ:– ಮಾವಿನ ತೋಪಿನ ಅಗಲ $= x$ ಮೀ. ಆಗಿರಲಿ

ಮಾವಿನ ತೋಪಿನ ಉದ್ದ $= 2x$ ಮೀ. (ದತ್ತ)

ಮಾವಿನ ತೋಪಿನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ಉದ್ದ × ಅಗಲ

$(x)(2x) = 800$

$2x^2 = 800$

$x^2 = \frac{800}{2} = 400$

$x = \pm\sqrt{400} = \pm 20$

ಮಾವಿನ ತೋಪಿನ ಅಗಲ $= x = 20$ m

ಮಾವಿನ ತೋಪಿನ ಉದ್ದ $= 2x = 2 \times 20 = 40$ m

27) ಒಂದು ಆಯತದ ಪಾದವು $(x+5)$cm ಮತ್ತು ಅದರ ಎತ್ತರ $(x-5)$cm ಆಗಿದೆ. ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $56cm^2$ ಗಳಾದರೆ, ಆಯತದ ಆಯಾಮಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:– ಆಯತದ ಪಾದವು $(x+5)$cm ಮತ್ತು ಎತ್ತರ $(x-5)$cm ಆಗಿದೆ.

ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= 56\text{cm}^2$

$(x+5)(x-5) = 56$ (∵ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ಪಾದ × ಎತ್ತರ)

$x^2 - 5^2 = 56$ ಅಥವಾ (ಉದ್ದ × ಅಗಲ)

$x^2 - 25 = 56$

$x^2 = 56 + 25$

$x^2 = 81$

$x^2 = 9^2$

$\therefore\ x = 9$

ಆಯತದ ಪಾದ = $(x+5) = 9 + 5 = 14$cm

ಆಯತದ ಎತ್ತರ = $(x-5) = 9 - 5 = 4$cm

3 or 4 Marks Questions (LA-1/LA-2)

28) ಕಾವ್ಯ ಮತ್ತು ಕಾರ್ತೀಕ್‌ರ ವಯಸ್ಸು ಕ್ರಮವಾಗಿ 11 ಮತ್ತು 14 ವರ್ಷಗಳು. ಇವರಿಬ್ಬರ ವಯಸ್ಸಿನ ಗುಣಲಬ್ಧವು 304 ಆಗಲು ಎಷ್ಟು ವರ್ಷಗಳು ಬೇಕಾಗಬಹುದು ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ :– ಕಾವ್ಯಳ ವಯಸ್ಸು 11 ವರ್ಷ

ಕಾರ್ತೀಕ್ ವಯಸ್ಸು 14 ವರ್ಷ

x ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ ಕಾವ್ಯಳ ವಯಸ್ಸು $(11+x)$ ವರ್ಷ

x ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ ಕಾರ್ತೀಕ್ ವಯಸ್ಸು $(14+x)$ ವರ್ಷ

x ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ ಇವರಿಬ್ಬರ ವಯಸ್ಸಿನ ಗುಣಲಬ್ಧವು 304 ಆಗಿರಲಿ.

ದತ್ತ ಪ್ರಕಾರ $(11+x)(14+x) = 304$

$11 \times 14 + 11x + 14x + x^2 = 304$

$154 + 25x + x^2 - 304 = 0$

$x^2 + 25x - 150 = 0$

$x^2 + 30x - 5x - 150 = 0$

$(x^2 + 30x) - (5x + 150) = 0$

$x(x+30) - 5(x+30) = 0$

$x + 30 = 0$ ಅಥವಾ $x - 5 = 0$

$\therefore\ x = -30$ ಅಥವಾ $x = 5$

$30 \times 5 = 150$

$30 - 5 = 25$

ಅಂದರೆ 5 ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ ಇವರಿಬ್ಬರ ವಯಸ್ಸಿನ ಗುಣಲಬ್ಧವು 304 ಆಗುತ್ತದೆ.

29) ಒಂದು ಬರ್ತ್‌ಡೇ ಪಾರ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ಕೆಲವು ಮಕ್ಕಳು ಭಾಗವಹಿಸಿದ್ದಾರೆ. ಆ ಪಾರ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ಪ್ರತೀ ಮಗುವೂ, ಅಲ್ಲಿದ್ದ ಎಲ್ಲಾ ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ತಲಾ 2 ಗಿಫ್ಟ್‌ಗಳನ್ನು ಕೊಡುತ್ತದೆ. ಒಟ್ಟು ಗಿಫ್ಟ್‌ಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ 264 ಆದರೆ, ಆ ಬರ್ತ್‌ಡೇ ಪಾರ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ಭಾಗವಹಿಸಿದ್ದ ಮಕ್ಕಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ :– ಆ ಬರ್ತ್‌ಡೇ ಪಾರ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ಭಾಗವಹಿಸಿದ್ದ ಮಕ್ಕಳ ಸಂಖ್ಯೆ = x ಆಗಿರಲಿ.

ಒಂದು ಮಗು ಗಿಫ್ಟ್ ಕೊಡುವಾಗ, ಗಿಫ್ಟ್‌ಗಳನ್ನು ಸ್ವೀಕರಿಸುವ ಮಕ್ಕಳ ಸಂಖ್ಯೆ= $x - 1$

ತಲಾ 2 ರಂತೆ $(x-1)$ ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಒಂದು ಮಗು ಕೊಡುವ ಗಿಫ್ಟ್‌ಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = $2(x-1)$

x ಮಕ್ಕಳ ಬಳಿ ಇರುವ ಒಟ್ಟು ಗಿಫ್ಟ್‌ಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = $x \times 2 \times (x-1)$

ದತ್ತ ಪ್ರಕಾರ $x \times 2 \times (x-1) = 264$

$2x^2 - 2x - 264 = 0$

$x^2 - x - 132 = 0$ (ಪ್ರತೀ ಪದವನ್ನು 2ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ)

$x^2 - 12x + 11x - 132 = 0$

$(x^2 - 12x) + (11x - 132) = 0$

$x(x-12) + 11(x-12) = 0$

$x - 12 = 0$ ಅಥವಾ $x + 11 = 0$

$12 \times 11 = 132$
$-12 + 11 = -1$

$\therefore$ $x = 12$ ಅಥವಾ $x = -11$ (ಮಕ್ಕಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಋಣಾತ್ಮಕವಾಗಿರಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ)

$\therefore$ಬರ್ತ್‌ಡೇ ಪಾರ್ಟಿಯಲ್ಲಿ 12 ಮಕ್ಕಳು ಭಾಗವಹಿಸಿದ್ದರು

30) ಒಂದು ಎಕ್ಸ್‌ಪ್ರೆಸ್ ರೈಲು ಮೈಸೂರು ಮತ್ತು ಬೆಂಗಳೂರಿನ ನಡುವಿನ 132km ದೂರವನ್ನು ಕ್ರಮಿಸಲು ಪ್ಯಾಸೆಂಜರ್ ರೈಲಿಗಿಂತ 1 ಘಂಟೆ ಕಡಿಮೆ ಸಮಯವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತದೆ (ಮಧ್ಯಂತರ ನಿಲ್ದಾಣಗಳಲ್ಲಿ ರೈಲು ನಿಲ್ಲುವ ಸಮಯವನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿಲ್ಲ). ಎಕ್ಸ್‌ಪ್ರೆಸ್ ರೈಲಿನ ಸರಾಸರಿ ಜವವು ಪ್ಯಾಸೆಂಜರ್ ರೈಲಿನ ಸರಾಸರಿ ಜವಕ್ಕಿಂತ 11 km/h ಹೆಚ್ಚಾಗಿದ್ದರೆ, ಆ ಎರಡೂ ರೈಲುಗಳ ಸರಾಸರಿ ಜವವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:– ಪ್ಯಾಸೆಂಜರ್ ರೈಲಿನ ಸರಾಸರಿ ಜವ $= x$ km/h ಆಗಿರಲಿ

ಎಕ್ಸ್‌ಪ್ರೆಸ್ ರೈಲಿನ ಸರಾಸರಿ ಜವ $= (x+11)$km/h

ಕ್ರಮಿಸುವ ದೂರ = 132 km

ಪ್ಯಾಸೆಂಜರ್ ರೈಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯ $= \frac{132}{x}$ h

ಎಕ್ಸ್‌ಪ್ರೆಸ್ ರೈಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯ $= \frac{132}{x+11}$ h

ಇವೆರಡು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯದಲ್ಲಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸ 1 ಘಂಟೆಯಾದಾಗ

$\therefore \frac{132}{x} - \frac{132}{x+11} = 1$

$132(x + 11) - 132x = x(x + 11)$

$132x + 1452 - 132x = x^2 + 11x$

$x^2 + 11x - 1452 = 0$

$x^2 + 44x - 33x - 1452 = 0$

$x(x+44) - 33(x+44) = 0$

$(x+44)(x-33) = 0$

$x + 44 = 0,\ x - 33 = 0$

$x = -44,\quad x = 33$

$44 \times 33 = 1452$
$44 - 33 = 11$

ವೇಗವು ಋಣವಾಗಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ.

ಪ್ಯಾಸೆಂಜರ್ ರೈಲಿನ ಸರಾಸರಿ ಜವ = 33 km/h

ಎಕ್ಸ್‌ಪ್ರೆಸ್ ರೈಲಿನ ಸರಾಸರಿ ಜವ = (33 + 11) = 44 km/h

31) ಒಂದು ಮೋಟಾರು ದೋಣಿಯ ಜವವು ನಿಶ್ಚಲ ನೀರಿನಲ್ಲಿ 18 km/h ಆಗಿದೆ. ಆ ದೋಣಿಯು ಪ್ರವಾಹಕ್ಕೆ ಎದುರಾಗಿ 24 km ದೂರ ಚಲಿಸಲು, ಅದು ಪ್ರವಾಹದೊಡನೆ ಮೊದಲಿನ ಸ್ಥಾನಕ್ಕೆ ಹಿಂದಿರುಗಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯಕ್ಕಿಂತ 1 ಘಂಟೆ ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಪ್ರವಾಹದ ಜವವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:– ಪ್ರವಾಹದ ಜವ $= x$ km/h ಆಗಿರಲಿ

ಪ್ರವಾಹದ ವಿರುದ್ಧ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ ದೋಣಿಯ ಜವ $= (18 - x)$km/h

ಪ್ರವಾಹದ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ ದೋಣಿಯ ಜವ $= (18 + x)$km/h

ಪ್ರವಾಹದ ವಿರುದ್ಧ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ ಪ್ರಯಾಣದ ಕಾಲ $= \frac{24}{(18-x)}$ h ----->(1)

ಪ್ರವಾಹದ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ ಪ್ರಯಾಣದ ಕಾಲ $= \frac{24}{(18+x)}$ h ----->(2)

ದತ್ತ ಪ್ರಕಾರ,

$$\frac{24}{(18-x)} - \frac{24}{(18+x)} = 1$$

$$\frac{24(18+x) - 24(18-x)}{(18+x)(18-x)} = 1$$

$$\frac{24\times18 + 24x - 24\times18 + 24x}{18^2 - x^2} = 1$$

$$\frac{48x}{18^2 - x^2} = 1$$

$$48x = 18^2 - x^2$$

$$x^2 + 48x - 324 = 0$$

$$x^2 + 54x - 6x - 324 = 0$$

$$x(x+54) - 6(x+54) = 0$$

$$(x+54)(x-6) = 0$$

$x = -54$ ಅಥವಾ $x = 6$

$324 \times 1 = 324$

$324 = 54 \times 6$

$54 - 6 = 48$

$\therefore$ ಪ್ರವಾಹದ ಜವ 6 km/h ಆಗಿದೆ.

32) ರವಿಯು ಕೆಲವು ಪುಸ್ತಕಗಳನ್ನು ರೂ. 60 ಕ್ಕೆ ಕೊಂಡನು. ಅಷ್ಟೇ ಹಣಕ್ಕೆ ಅವನು ಇನ್ನೂ 5 ಪುಸ್ತಕಗಳನ್ನು ಹೆಚ್ಚಾಗಿ ಕೊಂಡಿದ್ದರೆ ಪ್ರತೀ ಪುಸ್ತಕದ ಬೆಲೆ ರೂ. 1 ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತಿತ್ತು. ರವಿಯು ಕೊಂಡು ಕೊಂಡ ಪುಸ್ತಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಹಾಗೂ ಪ್ರತೀ ಪುಸ್ತಕದ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

33) ಸ್ಥಿರ ಜವದಿಂದ ಒಂದು ರೈಲು ಗಾಡಿಯು 300km ದೂರ ಚಲಿಸುತ್ತದೆ. ರೈಲು ಗಾಡಿಯ ಜವ ಪ್ರತಿ ಗಂಟೆಗೆ 10km ರಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚಾಗಿದ್ದರೆ, ಈ ಪ್ರಯಾಣಕ್ಕೆ 1 ಗಂಟೆ ಕಡಿಮೆ ಸಮಯ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತಿತ್ತು. ಹಾಗಾದರೆ ರೈಲುಗಾಡಿಯ ಜವವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

34) ಎರಡು ನಲ್ಲಿಗಳು ಒಟ್ಟಾಗಿ ಒಂದು ನೀರಿನ ಟ್ಯಾಂಕನ್ನು $9\frac{3}{8}$ ಘಂಟೆಗಳಲ್ಲಿ ತುಂಬಿಸುತ್ತವೆ. ಹೆಚ್ಚು ವ್ಯಾಸವುಳ್ಳ ನಲ್ಲಿಯು ಕಡಿಮೆ ವ್ಯಾಸವುಳ್ಳ ನಲ್ಲಿಗಿಂತ 10 ಘಂಟೆ ಕಡಿಮೆ ಅವಧಿಯಲ್ಲಿ ಪ್ರತ್ಯೇಕವಾಗಿ ಟ್ಯಾಂಕನ್ನು ತುಂಬಿಸುತ್ತದೆ. ಹಾಗಾದರೆ, ಪ್ರತಿ ನಲ್ಲಿಯೂ ಪ್ರತ್ಯೇಕವಾಗಿ ಟ್ಯಾಂಕನ್ನು ತುಂಬಿಸಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

35) ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸವು 180 ಆಗಿದೆ. ಚಿಕ್ಕ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗವು ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಎಂಟರಷ್ಟಿದ್ದರೆ ಆ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

36) ಒಬ್ಬ ವ್ಯಾಪಾರಿಯು ಒಂದು ವಸ್ತುವನ್ನು ರೂ. 24 ಕ್ಕೆ ಮಾರುವುದರಿಂದ ಅದರ ಕೊಂಡ ಬೆಲೆಯಷ್ಟೇ ಶೇ. ಲಾಭ ಗಳಿಸುವನು. ಹಾಗಾದರೆ ಆ ವಸ್ತುವಿನ ಕೊಂಡ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

37) ಒಂದು ಕೆಲಸವನ್ನು ಪೂರ್ತಿಮಾಡಲು ಶ್ವೇತಳು, ಅಂಕಿತಳಿಗಿಂತ 6 ದಿನಗಳನ್ನು ಕಡಿಮೆ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತಾಳೆ. ಅದೇ ಕೆಲಸವನ್ನು ಶ್ವೇತ ಮತ್ತು ಅಂಕಿತ ಇಬ್ಬರೂ ಒಟ್ಟಿಗೆ ಸೇರಿ 4 ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಮುಗಿಸುವರು. ಹಾಗಿದ್ದರೆ ಅಂಕಿತ ಒಬ್ಬಳೇ ಆ ಕೆಲಸವನ್ನು ಮುಗಿಸಲು ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ದಿನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು?

38) ಒಬ್ಬ ವ್ಯಾಪಾರಿಯು ಒಂದು ವಸ್ತುವನ್ನು ರೂ. 18.75 ಕ್ಕೆ ಮಾರುವುದರಿಂದ ಅದರ ಕೊಂಡ ಬೆಲೆಯಷ್ಟೇ ಶೇ. ನಷ್ಟ ಅನುಭವಿಸಿದನು. ಹಾಗಾದರೆ ಆ ವಸ್ತುವಿನ ಕೊಂಡ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

39) ಸುತ್ತಳತೆ 100m ಮತ್ತು ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $600m^2$ ಇರುವ ಒಂದು ಆಯತಾಕಾರದ ಉದ್ಯಾನವನದ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:– ಆಯತದ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲಗಳು l ಮತ್ತು b ಆಗಿರಲಿ.

ಸುತ್ತಳತೆ $= 2(l + b) = 100$

$l + b = \frac{100}{2} = 50$

$b = 50 - l$

ಉದ್ಯಾನವನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $l \times b = 600$

$l(50 - l) = 600$

$50l - l^2 = 600$

$l^2 - 50l + 600 = 0$

$l^2 - 30l - 20l + 600 = 0$

$l(l - 30) - 20(l - 30) = 0$

$(l - 30)(l - 20) = 0$

$l = 30$ ಅಥವಾ $l = 20$

$600 \times 1 = 600$

$600 = 30 \times 20$

$-30 - 20 = -50$

ಆಯತದ ಉದ್ದ $l = 30$ m

ಆಯತದ ಅಗಲ $b = 50 - l = 50 - 30 = 20$m

40) ಒಂದು ಆಯತಾಕಾರದ ಹೊಲದ ಕರ್ಣವು ಅದರ ಚಿಕ್ಕ ಬಾಹುವಿಗಿಂತ 60 m ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ. ಅದರ ದೊಡ್ಡ ಬಾಹುವು ಚಿಕ್ಕ ಬಾಹುವಿಗಿಂತ 30 m ಹೆಚ್ಚಾಗಿದ್ದರೆ, ಆ ಹೊಲದ ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

41) ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಎತ್ತರವು ಅದರ ಪಾದಕ್ಕಿಂತ 6cm ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ. ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು $108cm^2$ ಗಳಾದರೆ, ಅದರ ಪಾದ ಮತ್ತು ಎತ್ತರಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

42) $(a - b)x^2 + (b - c)x + (c - a) = 0$ ವರ್ಗಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳು ಸಮನಾದರೆ $b + c = 2a$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ:– $(a - b)x^2 + (b - c)x + (c - a) = 0$ ನ್ನು $ax^2 + bx + c = 0$ ಗೆ ಹೋಲಿಸಿದಾಗ

$a = (a - b), \quad b = (b - c), \quad c = (c - a)$

ಮೂಲಗಳು ಸಮ ಆದಾಗ, $b^2 - 4ac = 0$

$(b - c)^2 - 4(a - b)(c - a) = 0$

$b^2 + c^2 - 2bc - 4(ca - a^2 - bc + ab) = 0$

$b^2 + c^2 - 2bc - 4ca + 4a^2 + 4bc - 4ab = 0$

$4a^2 + b^2 + c^2 - 4ab + 2bc - 4ca = 0$

$(-2a)^2 + b^2 + c^2 + 2(-2a)b + 2bc + 2c(-2a) = 0$

$(-2a + b + c)^2 = 0$

$-2a + b + c = 0 \qquad \therefore b + c = 2a$

43) $(1 + m^2)x^2 + 2mcx + (c^2 - a^2) = 0$ ವರ್ಗಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳು ಸಮನಾದರೆ $c^2 = a^2(1 + m^2)$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ:– $(1+m^2)x^2+2mcx+(c^2-a^2)=0$ ನ್ನು $ax^2+bx+c=0$ ಗೆ ಹೋಲಿಸಿದಾಗ
$a=(1+m^2), \quad b=2mc, \quad c=(c^2-a^2)$

ಮೂಲಗಳು ಸಮ ಆದಾಗ, $b^2-4ac=0$

$(2mc)^2-4(1+m^2)(c^2-a^2)=0$

$4m^2c^2-4(c^2-a^2+m^2c^2-m^2a^2)=0$

$4m^2c^2-4c^2+4a^2-4m^2c^2+4m^2a^2=0$

$4a^2(1+m^2)=4c^2$

$a^2(1+m^2)=c^2$

$\therefore c^2=a^2(1+m^2)$

44) $\boldsymbol{(c^2-ab)x^2-2(a^2-bc)x+(b^2-ac)=0}$ **ವರ್ಗಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳು ಸಮನಾದರೆ** $\boldsymbol{a=0}$ **ಅಥವಾ** $\boldsymbol{a^3+b^3+c^3=3abc}$ **ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.**

ಪರಿಹಾರ:– $(c^2-ab)x^2-2(a^2-bc)x+(b^2-ac)=0$ ನ್ನು $ax^2+bx+c=0$ ಗೆ ಹೋಲಿಸಿದಾಗ
$a=(c^2-ab), \quad b=-2(a^2-bc), \quad c=(b^2-ac)$

ಮೂಲಗಳು ಸಮ ಆದಾಗ, $b^2-4ac=0$

$\left(-2(a^2-bc)\right)^2-4(c^2-ab)(b^2-ac)=0$

$4(a^2-bc)^2-4(c^2-ab)(b^2-ac)=0$

$(a^2-bc)^2-(c^2-ab)(b^2-ac)=0$

$a^4+b^2c^2-2a^2bc-b^2c^2+ac^3+ab^3-a^2bc=0$

$a^4+ab^3+ac^3-3a^2bc=0$

$a(a^3+b^3+c^3-3abc)=0$

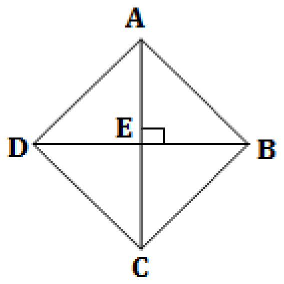
ಅಂದರೆ $a=0$ ಅಥವಾ $a^3+b^3+c^3-3abc=0$

$\therefore a=0$ ಅಥವಾ $a^3+b^3+c^3=3abc$

5 Marks Questions (LA-3)

45) $\boldsymbol{ABCD}$ **ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ಕರ್ಣಗಳಾದ** $\boldsymbol{AC}$ **ಮತ್ತು** $\boldsymbol{BD}$ **ಗಳು** $\boldsymbol{E}$ **ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ.** $\boldsymbol{BE=x+7}$, $\boldsymbol{AE=x}$ **ಮತ್ತು** $\boldsymbol{AB=x+8}$ **ಆದರೆ ಕರ್ಣ** $\boldsymbol{AC}$ **ಮತ್ತು ಕರ್ಣ** $\boldsymbol{BD}$ **ಗಳ ಉದ್ದಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.**

ಪರಿಹಾರ:– ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ AEB ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ ಆಗಿದೆ.



$AE=x, \quad BE=x+7$ ಮತ್ತು $AB=x+8$

$AB^2=AE^2+BE^2$ (ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯ)

$(x+8)^2=(x)^2+(x+7)^2$

$x^2+2(x)(8)+8^2 = x^2+[\ x^2+2(x)(7)+7^2\ ]$

$x^2 + 16x + 64 = x^2 + x^2 + 14x + 49$

$0 = x^2 + 14x - 16x + 49 - 64$

$x^2 - 2x - 15 = 0$

$x^2 - 5x + 3x - 15 = 0$

$(x^2 - 5x) + (3x - 15) = 0$

$x(x - 5) + 3(x - 5) = 0$

$x - 5 = 0$ ಅಥವಾ $x + 3 = 0$

$\therefore x = 5$ ಅಥವಾ $x = -3$

$5 \times 3 = 15$
$-5 + 3 = -2$

$\therefore AE = CE = x = 5$ (ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ)

ಕರ್ಣ $AC = AE + CE = 5 + 5 = 10$

$\therefore BE = x + 7 = 5 + 7 = 12$

$\therefore DE = BE = 12$ (ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ)

ಕರ್ಣ $BD = DE + BE = 12 + 12 = 24$

ಕರ್ಣ $AC = 10$ ಮಾನಗಳು

ಕರ್ಣ $BD = 24$ ಮಾನಗಳು

ಘಟಕ – 11 : ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿಯ ಪ್ರಸ್ತಾವನೆ

1 Mark Questions (MCQ)

1) $\tan A = \frac{4}{3}$ ಆದರೆ $4 \cot A$ ದ ಬೆಲೆಯು

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{3}{4}$ C) 4 D) 3

2) $\cos\theta = \frac{12}{13}$ ಆದರೆ $\sec\theta$ ದ ಬೆಲೆಯು

A) $\frac{13}{12}$ B) $\frac{12}{25}$ C) $\frac{5}{13}$ D) $\frac{5}{12}$

3) $\sin A = \frac{4}{5}$ ಆದರೆ $\operatorname{cosec} A$ ದ ಬೆಲೆಯು

A) $\frac{4}{5}$ B) $\frac{5}{4}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{3}{5}$

4) $\sqrt{3}\tan A = 1$ ಆದರೆ $\angle A$ ಬೆಲೆಯು

A) 60° B) 30° C) 45° D) 90°

5) $\tan^2 60^\circ$ ಯ ಬೆಲೆಯು

A) $\sqrt{3}$ B) $\frac{1}{3}$ C) 3 D) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

6) $\operatorname{cosec}^2 45^\circ$ ಯ ಬೆಲೆಯು

A) 2 B) $\sqrt{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

7) $1 + \tan^2 45^\circ$ ಯ ಬೆಲೆಯು

A) 0 B) 2 C) 3 D) $\sqrt{2}$

8) $1 - \tan^2 45^\circ$ ಯ ಬೆಲೆಯು

A) 0 B) 2 C) 3 D) $\sqrt{2}$

9) $\frac{\tan 65^\circ}{\cot 25^\circ}$ ಇದರ ಬೆಲೆಯು

A) $\sqrt{2}$ B) 0 C) 1 D) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

10) $\cos 48^\circ - \sin 42^\circ$ ಇದರ ಬೆಲೆಯು

A) $\frac{1}{2}$ B) 0 C) 1 D) $\frac{3}{2}$

11) $\sin 2A = 2\sin A$ ಎಂಬುದು A ನ ಯಾವ ಬೆಲೆಗೆ ಸತ್ಯವಾಗಿದೆ?

A) 0° B) 30° C) 45° D) 60°

12) $9\sec^2 A - 9\tan^2 A$ ಯ ಬೆಲೆಯು

A) 0 B) 1 C) 8 D) 9

13) ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ $\cos A$ ಗೆ ಸಮನಾದುದು

A) $\frac{1}{\text{cosec } A}$ B) $\frac{1}{\sec A}$ C) $\frac{1}{\sin A}$ D) $\frac{1}{\cot A}$

14) $(\sin A + \cos A)^2$ ಗೆ ಸಮನಾದುದು

A) $\sin^2 A + \cos^2 A$ B) $1 - 2\sin A.\cos A$

C) $\sin^2 A - \cos^2 A$ D) $1 + 2\sin A.\cos A$

1 Mark Questions (VSA)

15) $\sin x = \frac{3}{5}$ ಆದರೆ $3\text{cosec } x$ ನ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

16) $\cot\theta = \frac{7}{8}$ ಆದರೆ $\cot^2\theta$ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

17) $2\cos\theta = 1$ ಆದರೆ, ಲಘುಕೋನ θ ಬೆಲೆಯೇನು?

18) $\sqrt{3}\cot A = 1$ ಆದರೆ, ಲಘುಕೋನ A ಬೆಲೆಯೇನು?

19) $\frac{\sin 18^\circ}{\cos 72^\circ}$ ಇದರ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

20) $\text{cosec } 31^\circ - \sec 59^\circ$ ಇದರ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

21) $\sin^2 75^\circ + \cos^2 75^\circ$ ಯ ಬೆಲೆ ಏಷ್ಟು?

22) $\frac{\sin\theta}{\cos(90^\circ-\theta)} + \frac{\cos\theta}{\sin(90^\circ-\theta)}$ ಇದರ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

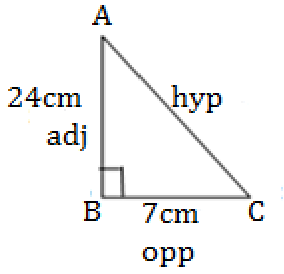
23) $\tan x = 3\cot x$ ಆದರೆ $\tan^2 x$ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ	1) D	2) A	3) B	4) B	5) C	6) A	7) B
8)A	9) C	10) B	11) A	12) D	13) B	14) D	15) 5
16) $\frac{49}{64}$	17) 60°	18) 60°	19) 1	20) 0	21) 1	22) 2	23) 3

2 Marks Questions (SA)

24) ΔABC ಯಲ್ಲಿ $\angle B = 90^\circ$, $AB = 24cm$, $BC = 7cm$ ಆದರೆ sinA ಮತ್ತು cosA ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ: ΔABC ಯಲ್ಲಿ $\angle B = 90^\circ$



$AB = 24cm,\ BC = 7cm$

$AC^2 = AB^2 + BC^2$ ($\because$ ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯ)

$AC^2 = 576 + 49$

$AC^2 = 625$

$AC^2 = 25^2$

$AC = 25cm$

$$\sin A = \frac{opp}{hyp} = \frac{7}{25}$$

$$\cos A = \frac{adj}{hyp} = \frac{24}{25}$$

25) $\cot\theta = \frac{7}{8}$ ಆದರೆ ಉಳಿದ 5 ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ ಅನುಪಾತಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

26) $\sin A = \frac{3}{4}$ ಆದರೆ ಉಳಿದ 5 ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ ಅನುಪಾತಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

27) $\sec\theta = \frac{13}{12}$ ಆದರೆ ಉಳಿದ 5 ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ ಅನುಪಾತಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

28) $15\cot A = 8$ ಆದರೆ, $\sin A$ ಮತ್ತು $\sec A$ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

29) $2\cos\theta = 1$ ಆದರೆ ಉಳಿದ 5 ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ ಅನುಪಾತಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

30) $2\sin\theta = \sqrt{3}$ ಆದರೆ ಉಳಿದ 5 ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ ಅನುಪಾತಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

31) $3\tan A = \sqrt{3}$ ಆದರೆ sin3A ಮತ್ತು cos2A ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ: $3\tan A = \sqrt{3}$

$$\tan A = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\tan A = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$$

$$\tan A = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$\Rightarrow A = 30^\circ$

$\sin 3A = \sin 3(30^\circ) = \sin 90^\circ = 1$

$$\cos 2A = \cos 2(30^\circ) = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

32) $13\sin A = 5$ ಮತ್ತು A ಲಘುಕೋನವಾಗಿದೆ. $\frac{5\sin A - 2\cos A}{\tan A}$ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

33) $A = 60^\circ,\ B = 30^\circ$ ಆದರೆ $\cos(A+B) = \cos A.\cos B - \sin A.\sin B$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

34) $A = 60^\circ,\ B = 30^\circ$ ಆದರೆ $\tan(A-B) = \frac{\tan A - \tan B}{1+\tan A.\tan B}$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

35) $B = 15^\circ$ ಆದರೆ $4\sin 2B.\cos 4B.\sin 6B = 1$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

36) $2\cos^2\theta - 1 = \cos^2\theta - \sin^2\theta$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

3 Marks Questions (LA-1)

37) $\frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta} = (\mathrm{cosec}\,\theta - \cot\theta)^2$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ: LHS $= \frac{(1-\cos\theta)}{(1+\cos\theta)}$

$= \frac{(1-\cos\theta)(1-\cos\theta)}{(1+\cos\theta)(1-\cos\theta)}$ [ಅಂಶ, ಛೇದಗಳೆರಡನ್ನೂ $(1-\cos\theta)$ಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿದೆ.]

$= \frac{(1-\cos\theta)^2}{1-\cos^2\theta}$ [$\because 1-\cos^2\theta = (1+\cos\theta)(1-\cos\theta)$]

$= \frac{1^2+\cos^2\theta-2(1)(\cos\theta)}{\sin^2\theta}$ [$\because \sin^2\theta = 1-\cos^2\theta$]

$= \frac{1}{\sin^2\theta} + \frac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta} - \frac{2\cos\theta}{\sin^2\theta}$

$= \frac{1}{\sin^2\theta} + \frac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta} - \frac{2}{\sin\theta}.\frac{\cos\theta}{\sin\theta}$ [$\because \frac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta} = \cot^2\theta$]

$= \mathrm{cosec}^2\theta + \cot^2\theta - 2.\mathrm{cosec}\,\theta.\cot\theta$ [$\because \frac{1}{\sin^2\theta} = \mathrm{cosec}^2\theta$]

$= (\mathrm{cosec}\,\theta - \cot\theta)^2 = $ RHS

38) $\sqrt{\sec^2\theta + \mathrm{cosec}^2\theta} = (\tan\theta + \cot\theta)$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ: LHS $= \sqrt{\sec^2\theta + \mathrm{cosec}^2\theta}$

$= \sqrt{(1+\tan^2\theta) + (1+\cot^2\theta)}$ [$\because 1+\tan^2\theta = \sec^2\theta,\ 1+\cot^2\theta = \mathrm{cosec}^2\theta$]

$= \sqrt{\tan^2\theta + \cot^2\theta + 2}$

$= \sqrt{\tan^2\theta + \cot^2\theta + 2\tan\theta.\cot\theta}$ [$\because \tan\theta.\cot\theta = 1$]

$= \sqrt{(\tan\theta + \cot\theta)^2}$

$= (\tan\theta + \cot\theta) = $ RHS

39) $\frac{\tan^2\theta}{1+\tan^2\theta} + \frac{\cot^2\theta}{1+\cot^2\theta} = 1$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ: LHS = $\frac{\tan^2\theta}{1+\tan^2\theta} + \frac{\cot^2\theta}{1+\cot^2\theta}$

$= \frac{\tan^2\theta}{\sec^2\theta} + \frac{\cot^2\theta}{\mathrm{cosec}^2\theta}$ $[\because 1+\tan^2\theta = \sec^2\theta,\ 1+\cot^2\theta = \mathrm{cosec}^2\theta]$

$= \frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta}.\frac{1}{\sec^2\theta} + \frac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta}.\frac{1}{\mathrm{cosec}^2\theta}$

$= \frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta}.\cos^2\theta + \frac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta}.\ \sin^2\theta$ $(\because \frac{1}{\sec^2\theta} = \cos^2\theta,\ \ \frac{1}{\mathrm{cosec}^2\theta} = \sin^2\theta)$

$= \sin^2\theta + \cos^2\theta$

$= 1 = \text{RHS}$

40) $\frac{\sec\theta + \tan\theta}{\sec\theta - \tan\theta} = 1 + 2\tan^2\theta + 2\sec\theta.\tan\theta$ **ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.**

ಪರಿಹಾರ: LHS = $\frac{\sec\theta + \tan\theta}{\sec\theta - \tan\theta}$

$= \frac{\sec\theta + \tan\theta}{\sec\theta - \tan\theta} \times \frac{\sec\theta + \tan\theta}{\sec\theta + \tan\theta}$ (ಅಂಶ, ಛೇದಗಳೆರಡನ್ನೂ $\sec\theta + \tan\theta$ ಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿದೆ.)

$= \frac{(\sec\theta + \tan\theta)^2}{\sec^2\theta - \tan^2\theta}$

$= \frac{\sec^2\theta + \tan^2\theta + 2\sec\theta.\tan\theta}{1 + \tan^2\theta - \tan^2\theta}$

$= 1 + \tan^2\theta + \tan^2\theta + 2\sec\theta.\tan\theta$ $(\because 1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta)$

$= 1 + 2\tan^2\theta + 2\sec\theta.\tan\theta = \text{RHS}$

41) $\mathbf{cosec^4A - cosec^2A = cot^4A + cot^2A}$ **ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.**

ಪರಿಹಾರ: LHS = $\mathrm{cosec}^4A - \mathrm{cosec}^2A$

$= \mathrm{cosec}^2A(\mathrm{cosec}^2A - 1)$

$= (1+\cot^2A)(1+\cot^2A - 1)$ $(\because \mathrm{cosec}^2A = 1 + \cot^2A)$

$= (1+\cot^2A)(\cot^2A)$

$= (\cot^2A + \cot^4A)$

$= (\cot^4A + \cot^2A) = \text{RHS}$

42) $\pi = 180^o$ ಮತ್ತು $A = \frac{\pi}{6}$ ಆದರೆ $\frac{(1+\cos A)(1-\cos A)}{(1-\sin A)(1+\sin A)} = \frac{1}{3}$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

43) $\tan(A+B) = \sqrt{3}$ ಮತ್ತು $\tan(A-B) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ ಆಗಿದೆ. ಇಲ್ಲಿ $0^o < (A+B) \leq 90^o$;
ಆದರೆ A ಮತ್ತು B ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

44) $\frac{\sin\theta}{1+\cos\theta} + \frac{1+\cos\theta}{\sin\theta} = 2\operatorname{cosec}\theta$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

45) $(1 + \cot\theta - \operatorname{cosec}\theta)(1 + \tan\theta + \sec\theta) = 2$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

4 Marks Questions (LA-2)

46) $\frac{\cos(90^\circ-\theta)}{1+\cos\theta} + \frac{\sin\theta}{1-\sin(90^\circ-\theta)} = 2\operatorname{cosec}\theta$ **ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.**

ಪರಿಹಾರ: LHS $= \frac{\cos(90^\circ-\theta)}{1+\cos\theta} + \frac{\sin\theta}{1-\sin(90^\circ-\theta)}$

$= \frac{\sin\theta}{1+\cos\theta} + \frac{\sin\theta}{1-\cos\theta}$ $[\because \cos(90^\circ-\theta) = \sin\theta, \quad \sin(90^\circ-\theta) = \cos\theta]$

$= \frac{(1-\cos\theta)\sin\theta+(1+\cos\theta)\sin\theta}{(1+\cos\theta)(1-\cos\theta)}$

$= \frac{\sin\theta - \cos\theta\sin\theta+\sin\theta+\cos\theta\sin\theta}{(1+\cos\theta)(1-\cos\theta)}$

$= \frac{2\sin\theta}{1-\cos^2\theta}$

$= \frac{2\sin\theta}{\sin^2\theta}$ $[\because 1-\cos^2\theta = \sin^2\theta]$

$= \frac{2}{\sin\theta}$

$= 2\operatorname{cosec}\theta$ = RHS $[\because \frac{1}{\sin\theta} = \operatorname{cosec}\theta]$

47) $\frac{\sin(90^\circ-\theta)}{1+\sin\theta} + \frac{\cos\theta}{1-\cos(90^\circ-\theta)} = 2\sec\theta$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

48) $\frac{\cos(90^\circ-\theta)}{1+\sin(90^\circ-\theta)} + \frac{1+\sin(90^\circ-\theta)}{\cos(90^\circ-\theta)} = 2\operatorname{cosec}\theta$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

49) $\mathbf{\sin^6 A + \cos^6 A = 1 - 3\sin^2 A\cos^2 A}$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ: LHS $= \sin^6 A + \cos^6 A$

$=(\sin^2 A)^3 + (\cos^2 A)^3$ $[a^3 + b^3 = (a+b)(a^2+b^2-ab)]$

$= (\sin^2 A + \cos^2 A)[(\sin^2 A)^2 + (\cos^2 A)^2 - \sin^2 A.\cos^2 A]$

$= (1)[(\sin^2 A)^2 + (\cos^2 A)^2 + 2\sin^2 A.\cos^2 A - 2\sin^2 A.\cos^2 A - \sin^2 A.\cos^2 A]$

$= [(\sin^2 A + \cos^2 A)^2 - 3\sin^2 A.\cos^2 A]$ $(\because \sin^2 A + \cos^2 A = 1)$

$= [(1)^2 - 3\sin^2 A.\cos^2 A]$

$= 1 - 3\sin^2 A.\cos^2 A$ = RHS

5 Marks Questions (LA-3)

50) $\cos\theta + \sin\theta = \sqrt{2}\cos\theta$ ಆದರೆ $\cos\theta - \sin\theta = \sqrt{2}\sin\theta$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ: $\cos\theta + \sin\theta = \sqrt{2}\cos\theta$ ------>(1)

$(\cos\theta + \sin\theta)^2 = (\sqrt{2}\cos\theta)^2$ (∵ ಎರಡೂ ಕಡೆ ವರ್ಗ ಮಾಡಿದೆ)

$\cos^2\theta + \sin^2\theta + 2\cos\theta.\sin\theta = 2\cos^2\theta$

$2\cos\theta.\sin\theta = 2\cos^2\theta - \cos^2\theta - \sin^2\theta$

$2\cos\theta.\sin\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta$

$\cos^2\theta - \sin^2\theta = 2\cos\theta.\sin\theta$

$(\cos\theta + \sin\theta)(\cos\theta - \sin\theta) = 2\cos\theta.\sin\theta$

$\sqrt{2}\cos\theta\,(\cos\theta - \sin\theta) = 2\cos\theta.\sin\theta$ (∵ ಸ.(1) ರಿಂದ)

$$(\cos\theta - \sin\theta) = \frac{2\cos\theta.\sin\theta}{\sqrt{2}\cos\theta}$$

$$(\cos\theta - \sin\theta) = \frac{2\sin\theta}{\sqrt{2}}$$

$$(\cos\theta - \sin\theta) = \frac{2\times\sqrt{2}\sin\theta}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$$

$$(\cos\theta - \sin\theta) = \frac{2\times\sqrt{2}\sin\theta}{2}$$

$$(\cos\theta - \sin\theta) = \sqrt{2}\sin\theta$$

∴ ಸಾಧಿಸಿದೆ

51) $\dfrac{\sin\theta}{1-\cos\theta} + \dfrac{\tan\theta}{1+\cos\theta} = \sec\theta\ \text{cosec}\,\theta + \cot\theta$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

52) $\dfrac{\tan\theta + \sec\theta - 1}{\tan\theta - \sec\theta + 1} = \dfrac{1+\sin\theta}{\cos\theta}$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

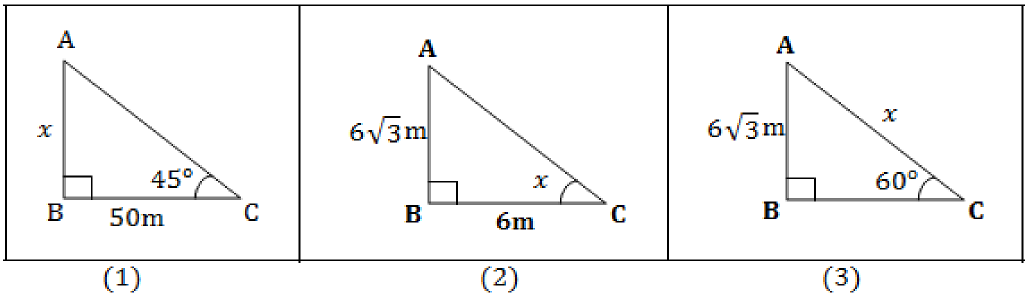
53) $\dfrac{\tan A}{1-\cot A} + \dfrac{\cot A}{1-\tan A} = 1 + \tan A + \cot A = 1 + \sec A\ \text{cosec}\,A$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

54) $\dfrac{\tan\theta - \cot\theta}{\sin\theta\cos\theta} = \sec^2\theta - \text{cosec}^2\theta = \tan^2\theta - \cot^2\theta$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಘಟಕ – 12 : ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿಯ ಕೆಲವು ಅನ್ವಯಗಳು

1 Mark Questions (VSA)

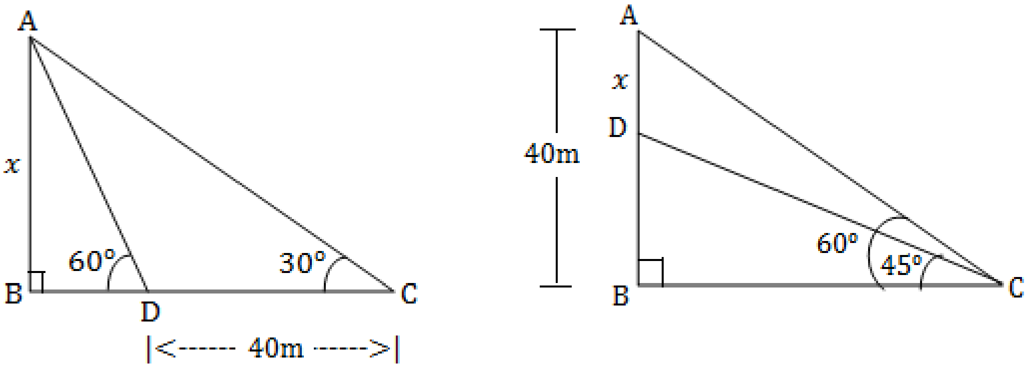
1) ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರಗಳಲ್ಲಿ x ನ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



ಉತ್ತರ	1) 50m	2) 60°	3) 12m

2 / 3 Marks Questions (SA/LA-1)

2) ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಅವ್ಯಕ್ತ ಪದದ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



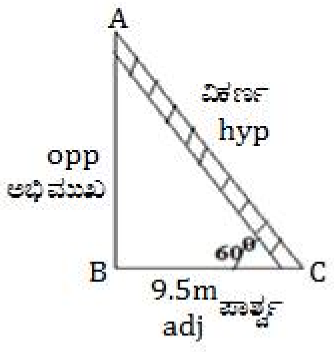
3) **ಗೋಡೆಗೆ ಒರೆಯಾಗಿ ಇಟ್ಟಿರುವ ಏಣಿಯೊಂದು 60° ಉನ್ನತ ಕೋನವನ್ನು ಏರ್ಪಡಿಸಿದೆ ಮತ್ತು ಅದರ ಪಾದವು ಗೋಡೆಯಿಂದ 9.5 m ದೂರದಲ್ಲಿದೆ. ಏಣಿಯ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.**

ಪರಿಹಾರ: ಇಲ್ಲಿ AB = ಗೋಡೆಯ ಉದ್ದ {ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು}

BC = ಗೋಡೆಯಿಂದ ಏಣಿಯ ಪಾದಕ್ಕಿರುವ ದೂರ {ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು}

AC = ಏಣಿಯ ಉದ್ದ {ವಿಕರ್ಣ}

(ಇಲ್ಲಿ, ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದ ಗೊತ್ತಿದ್ದು ವಿಕರ್ಣ ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದ ಬೇಕಾಗಿದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಈ ಎರಡನ್ನು ಹೋಲಿಕೆ ಮಾಡಬಹುದಾದ ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ ಅನುಪಾತವನ್ನು ಯೋಚಿಸಿ!)



$$\cos\theta = \frac{adj}{hyp} = \frac{9.5}{AC}$$

$$\cos 60^\circ = \frac{9.5}{AC}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{9.5}{AC}$$

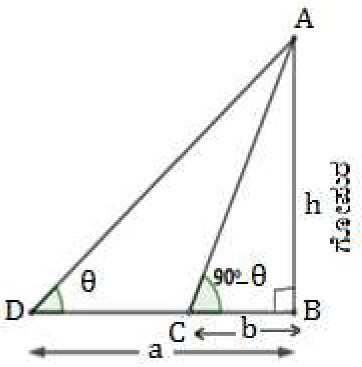
$AC = 9.5 \times 2 = 19$

∴ ಏಣಿಯ ಉದ್ದ = 19 m

4 Marks Questions (LA-2)

4) ಗೋಪುರದ ಒಂದೇ ಪಾರ್ಶ್ವದಲ್ಲಿ, ಒಂದೇ ಸರಳರೇಖೆಯಲ್ಲಿ ಗೋಪುರದ ಬುಡದಿಂದ a ಮೀ. ಮತ್ತು b ಮೀ. $(a > b)$ ದೂರದಿಂದ ಗೋಪುರದ ತುದಿಯನ್ನು ನೋಡಿದಾಗ ಉಂಟಾದ ಉನ್ನತ ಕೋನಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಪೂರಕ ಕೋನಗಳಾಗಿವೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಗೋಪುರದ ಎತ್ತರ

$h = \sqrt{ab}$ ಮೀ. ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.



ಪರಿಹಾರ : ಗೋಪುರದ ಎತ್ತರ $h = ?$

ದತ್ತ ಪ್ರಕಾರ $\angle D = \theta$ ಮತ್ತು

$\angle C = 90^\circ - \theta$ ಆಗಿರಲಿ

$BD = a$ ಮೀ. ಮತ್ತು $BC = b$ ಮೀ.

ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ ABD ಯಲ್ಲಿ

$$\tan\theta = \frac{opp}{adj} = \frac{AB}{BD} = \frac{h}{a} \quad \text{------> (1)}$$

ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ ABC ಯಲ್ಲಿ

$$\cot(90^\circ - \theta) = \frac{adj}{opp} = \frac{BC}{AB} = \frac{b}{h}$$

$$\tan\theta = \frac{b}{h} \quad \text{-----> (2)} \qquad [\because \cot(90^\circ - \theta) = \tan\theta]$$

ಸ.(1) ಮತ್ತು ಸ.(2) ರಿಂದ

$$\frac{h}{a} = \frac{b}{h}$$

$$h^2 = ab$$

$$h = \sqrt{ab} \text{ ಮೀ.}$$

5) ಒಂದು ಜಮೀನಿನ ಎರಡೂ ಕಡೆ 50 m ಮತ್ತು 40 m ಎತ್ತರವಿರುವ ಎರಡು ಗಾಳಿಯ ಯಂತ್ರಗಳಿವೆ. ಎರಡೂ ಗಾಳಿಯಂತ್ರಗಳ ನಡುವೆ ನೆಲದ ಮೇಲೆ ನಿಂತಿರುವ ಒಬ್ಬ ವ್ಯಕ್ತಿಯು ಅವುಗಳ ತುದಿಯನ್ನು ವೀಕ್ಷಿಸುತ್ತಾನೆ. ಎರಡೂ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಉನ್ನತ ಕೋನವು 45° ಗೆ ಸಮವಾದರೆ, ಗಾಳಿಯಂತ್ರಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

6) 50 m ದೂರದಿಂದ ಲಂಬವಾಗಿ ನಿಂತಿರುವ ಒಂದು ಸ್ತಂಭವನ್ನು ಗಮನಿಸಿದಾಗ ಉಂಟಾದ ಉನ್ನತ ಕೋನವು 60° ಆದರೆ, ಆ ಸ್ತಂಭದ ಎತ್ತರವೇನು?

7) ಬಿರುಗಾಳಿಗೆ ಸಿಕ್ಕಿ ಒಂದು ಮರವು ಮುರಿದು, ಅದರ ತುದಿಯು ಬುಡದಿಂದ 20 m ದೂರದಲ್ಲಿ ನೆಲಕ್ಕೆ ತಾಗಿ 60° ಕೋನವನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡಿದೆ. ಮುರಿದು ಬೀಳುವ ಮುನ್ನ ಮರದ ಎತ್ತರವೆಷ್ಟು?

8) 16m ಎತ್ತರದ ಕಟ್ಟಡದ ಮೇಲಿನಿಂದ, ಒಂದು ಬೆಟ್ಟದ ತುದಿಯನ್ನು ನೋಡಿದಾಗ ಉನ್ನತ ಕೋನವು 60°ಆಗಿದೆ. ಹಾಗೆಯೇ ಬೆಟ್ಟದ ಪಾದವನ್ನು ನೋಡಿದಾಗ ಉಂಟಾದ ಅವನತ ಕೋನವು 30° ಆಗಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಬೆಟ್ಟದ ಎತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಘಟಕ – 13 : ಸಂಖ್ಯಾಶಾಸ್ತ್ರ

1 Mark Questions (MCQ)

1) ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ಕೇಂದ್ರೀಯ ಪ್ರವೃತ್ತಿಯ ಅಳತೆ ಆಗಿಲ್ಲ?

A) ರೂಢಿ ಬೆಲೆ B) ವ್ಯಾಪ್ತಿ C) ಮಧ್ಯಾಂಕ D) ಸರಾಸರಿ

2) ಕೇಂದ್ರೀಯ ಪ್ರವೃತ್ತಿಯ ಅಳತೆಗಳ ನಡುವಿನ ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ಸಂಬಂಧವು

A) ಮಧ್ಯಾಂಕ = ಬಹುಲಕ + 2 ಸರಾಸರಿ B) ಬಹುಲಕ = 3 ಮಧ್ಯಾಂಕ – 2 ಸರಾಸರಿ

C) 3 ಮಧ್ಯಾಂಕ = 2 ಬಹುಲಕ + 2 ಸರಾಸರಿ D) ಬಹುಲಕ = 3 ಮಧ್ಯಾಂಕ + 2 ಸರಾಸರಿ

3) ವರ್ಗೀಕೃತ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಎಳೆದ "ಕಡಿಮೆ ಇರುವ" ಓಜೀವ್ ಮತ್ತು "ಅಧಿಕ ಇರುವ" ಓಜೀವ್‌ಗಳ ಛೇದನ ಬಿಂದುವಿನ x – ನಿರ್ದೇಶಾಂಕವು, ಆ ದತ್ತಾಂಶಗಳ

A) ಸರಾಸರಿಯಾಗಿರುತ್ತದೆ. B) ಮಧ್ಯಾಂಕವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

C) ಬಹುಲಕವಾಗಿರುತ್ತದೆ. D) ಆವೃತ್ತಿಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

4) 10 – 25 ಈ ವರ್ಗಾಂತರದ ಮಧ್ಯಬಿಂದು

A) 35 B) 15 C) 17.5 D) −7.5

5) ಕೆಲವು ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಸರಾಸರಿ 58 ಮತ್ತು ಮಧ್ಯಾಂಕ 50 ಆದರೆ, ಆ ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಬಹುಲಕವು

A) 34 B) 43 C) 108 D) 8

6) ವರ್ಗೀಕೃತ ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕಗಳಿಗೆ ಎಳೆದ "ಕಡಿಮೆ ಇರುವ" ಓಜೀವ್ ಮತ್ತು "ಅಧಿಕ ಇರುವ" ಓಜೀವ್‌ಗಳ ಛೇದನ ಬಿಂದು (66.4, 26.5) ಆದರೆ, ಆ ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಮಧ್ಯಾಂಕವು

A) 26.5 B) 39.9 C) 66.4 D) 33.2

1 Mark Questions (VSA)

7) 1, 5, 4, 3, 2 ಈ ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಮಧ್ಯಾಂಕ ಎಷ್ಟು?

8) ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ ರೇಖೆಯ ಮತ್ತೊಂದು ಹೆಸರೇನು?

9) ವರ್ಗೀಕೃತ ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಸರಾಸರಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಸೂತ್ರ ಬರೆಯಿರಿ.

10) 2, 8, 10, 6, 12, 16 ಈ ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಮಧ್ಯಾಂಕ ಎಷ್ಟು?

ಉತ್ತರ	1) B	2) B	3) B	4) C	5) A
	6) C	7) 3	8) ಓಜೀವ್	9) $\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$	10) 9

3 Marks Questions (LA-1)

11) ಈ ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಸರಾಸರಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	10 - 25	25 - 40	40 – 55	55 - 70	70 - 85	85 - 100
ಆವೃತ್ತಿ	2	3	7	6	6	6

ಪರಿಹಾರ :– ನೇರ ವಿಧಾನ

CI	f_i	ಮಧ್ಯಬಿಂದು x_i	$f_i\, x_i$
10 - 25	2	17.5	35.0
25 - 40	3	32.5	97.5
40 – 55	7	47.5	332.5
55 – 70	6	62.5	375.0
70 – 85	6	77.5	465.0
85 – 100	6	92.5	555.0
	$\sum f_i = 30$		$\sum f_i\, x_i = 1860.0$

ಸರಾಸರಿ $\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$

ಸರಾಸರಿ $\bar{x} = \frac{1860}{30}$

ಸರಾಸರಿ $\bar{x} = 62$

ಪರಿಹಾರ :– ಅಂದಾಜು ಸರಾಸರಿ ವಿಧಾನ

ಅಂದಾಜು ಸರಾಸರಿ **a = 17.5** ಆಗಿರಲಿ.

CI	f_i	ಮಧ್ಯಬಿಂದು x_i	$d_i = x_i - \mathrm{a}$	$f_i\, d_i$
10 - 25	2	17.5	0	0
25 - 40	3	32.5	15	45
40 – 55	7	47.5	30	210
55 - 70	6	62.5	45	270
70 - 85	6	77.5	60	360
85 - 100	6	92.5	75	450
	$\sum f_i = 30$			$\sum f_i\, d_i = 1335$

ಸರಾಸರಿ $\bar{x} = a + \frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i}$

ಸರಾಸರಿ $\bar{x} = 17.5 + \frac{1335}{30}$

ಸರಾಸರಿ $\bar{x} = 17.5 + 44.5$

ಸರಾಸರಿ $\bar{x} = 62$

<u>ಪರಿಹಾರ :– **ಹಂತ ವಿಚಲನಾ ವಿಧಾನ**</u>

ಅಂದಾಜು ಸರಾಸರಿ **a = 17.5** ಆಗಿರಲಿ. ವರ್ಗಾಂತರದ ಗಾತ್ರ **h = 15**

CI	f_i	ಮಧ್ಯಬಿಂದು x_i	$u_i = \frac{x_i - a}{h}$	$f_i u_i$
10 - 25	2	17.5	0	0
25 - 40	3	32.5	1	3
40 – 55	7	47.5	2	14
55 - 70	6	62.5	3	18
70 - 85	6	77.5	4	24
85 - 100	6	92.5	5	30
	$\sum f_i = 30$			$\sum f_i u_i = 89$

ಸರಾಸರಿ $\bar{x} = a + \left[\frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i}\right] \times h$

ಸರಾಸರಿ $\bar{x} = 17.5 + \left[\frac{89}{30}\right] \times 15$

ಸರಾಸರಿ $\bar{x} = 17.5 + \frac{89}{2}$

ಸರಾಸರಿ $\bar{x} = 17.5 + 44.5$

ಸರಾಸರಿ $\bar{x} = 62$

12) ಈ ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಸರಾಸರಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	15 - 25	25 - 35	35 – 45	45 - 55	55 - 65	65 - 75	75 - 85
ಆವೃತ್ತಿ	6	11	7	4	4	2	1

13) ಈ ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಬಹುಲಕ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	**5 - 15**	**15 - 25**	**25 – 35**	**35 - 45**	**45 - 55**	**55 - 65**
ಆವೃತ್ತಿ	**6**	**11**	**21**	**23**	**14**	**5**

ಪರಿಹಾರ :–

CI	f_i
5 - 15	6
15 – 25	11
25 – 35	21 f_0
35 – 45	**23 f_1**
45 – 55	14 f_2
55 – 65	5
	$n = 80$

ಗರಿಷ್ಠ ಆವೃತ್ತಿ = 23

ಗರಿಷ್ಠ ಆವೃತ್ತಿ ಇರುವ ವರ್ಗಾಂತರ = 35 – 45

ಬಹುಲಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಕೆಳಮಿತಿ $l = 35$

ವರ್ಗಾಂತರದ ಗಾತ್ರ $h = 10$

ಬಹುಲಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಆವೃತ್ತಿ $f_1 = 23$

ಬಹುಲಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಹಿಂದಿನ ವರ್ಗಾಂತರದ ಆವೃತ್ತಿ $f_0 = 21$

ಬಹುಲಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಮುಂದಿನ ವರ್ಗಾಂತರದ ಆವೃತ್ತಿ $f_2 = 14$

ಬಹುಲಕ = $l + \left[\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right] \times h$

ಬಹುಲಕ = $35 + \left[\frac{23 - 21}{2\times23 - 21 - 14}\right] \times 10$

ಬಹುಲಕ = $35 + \left[\frac{2}{46 - 35}\right] \times 10$

ಬಹುಲಕ = $35 + \frac{20}{11}$

ಬಹುಲಕ = $35 + 1.82$

∴ ಬಹುಲಕ = 36.82

14) ಈ ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಬಹುಲಕ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

CI	0 - 10	10 - 20	20 – 30	30 - 40	40 - 50	50 - 60	60 - 70	70 - 80
f	7	12	13	14	20	15	11	8

15) ಈ ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಬಹುಲಕ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

CI	15 - 20	20 - 25	25 – 30	30 - 35	35 - 40	40 - 45	45 - 50	50 - 55
f	3	8	9	10	3	0	0	2

16) ಈ ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಬಹುಲಕ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

CI	1 - 3	3 - 5	5 – 7	7 - 9	9 - 11
f	7	8	2	2	1

17) ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಬಹುಲಕ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

CI	0 - 20	20 - 40	40 – 60	60 - 80	80 - 100	100 - 120
f	10	35	52	61	38	29

18) ಈ ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಮಧ್ಯಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

CI	0 - 20	20 - 40	40 – 60	60 - 80	80 -100	100 - 120	120 - 140
f	6	8	10	12	6	5	3

ಪರಿಹಾರ:

CI	f	ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ Cf
0 - 20	6	6
20 – 40	8	14
40 – 60	10	24 cf
60 – 80	**12 f**	36
80 – 100	6	42
100 – 120	5	47
120 -140	3	50
	$n = 50$	

ಮಧ್ಯಾಂಕವು $\frac{n}{2} = \frac{50}{2} = 25$ ನೇ ಮೌಲ್ಯ

ಮಧ್ಯಾಂಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂತರ = 60 – 80

ಮಧ್ಯಾಂಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಕೆಳಮಿತಿ $\boldsymbol{l} =$ **60**

ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ $n = 50$

$\frac{\boldsymbol{n}}{\boldsymbol{2}} = \frac{50}{2} = \mathbf{25}$

ಮಧ್ಯಾಂಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಹಿಂದಿನ ವರ್ಗಾಂತರದ ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ $\boldsymbol{cf} = 24$

ಮಧ್ಯಾಂಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಆವೃತ್ತಿ $\boldsymbol{f} = 12$

ವರ್ಗಾಂತರದ ಗಾತ್ರ $\boldsymbol{h} = 20$

ಮಧ್ಯಾಂಕ= $l + \left[\frac{\frac{n}{2} - cf}{f}\right] \times h$

ಮಧ್ಯಾಂಕ = $60 + \left[\frac{25 - 24}{12}\right] \times 20$

ಮಧ್ಯಾಂಕ = $60 + \left[\frac{1}{3}\right] \times 5$

ಮಧ್ಯಾಂಕ = $60 + \frac{5}{3}$

ಮಧ್ಯಾಂಕ = $60 + 1.67$

ಮಧ್ಯಾಂಕ = 61.67

19) ಈ ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಮಧ್ಯಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

CI	50 - 55	55 - 60	60 - 65	65 - 70	70 - 75	75 - 80
f	2	8	12	24	38	16

20) ಈ ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಮಧ್ಯಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

CI	15 - 25	25 – 35	35 - 45	45 - 55	55 - 65	65 - 75	75 - 85
f	6	11	7	4	4	2	1

21) ಈ ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಮಧ್ಯಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

CI	100 - 120	120 - 140	140 - 160	160 - 180	180 - 200
f	12	14	8	6	10

22) ಈ ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಮಧ್ಯಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

CI	135 - 140	140 - 145	145 – 150	150 - 155	155 - 160	160 - 165
f	4	7	18	11	6	5

23) ಈ ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಮಧ್ಯಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

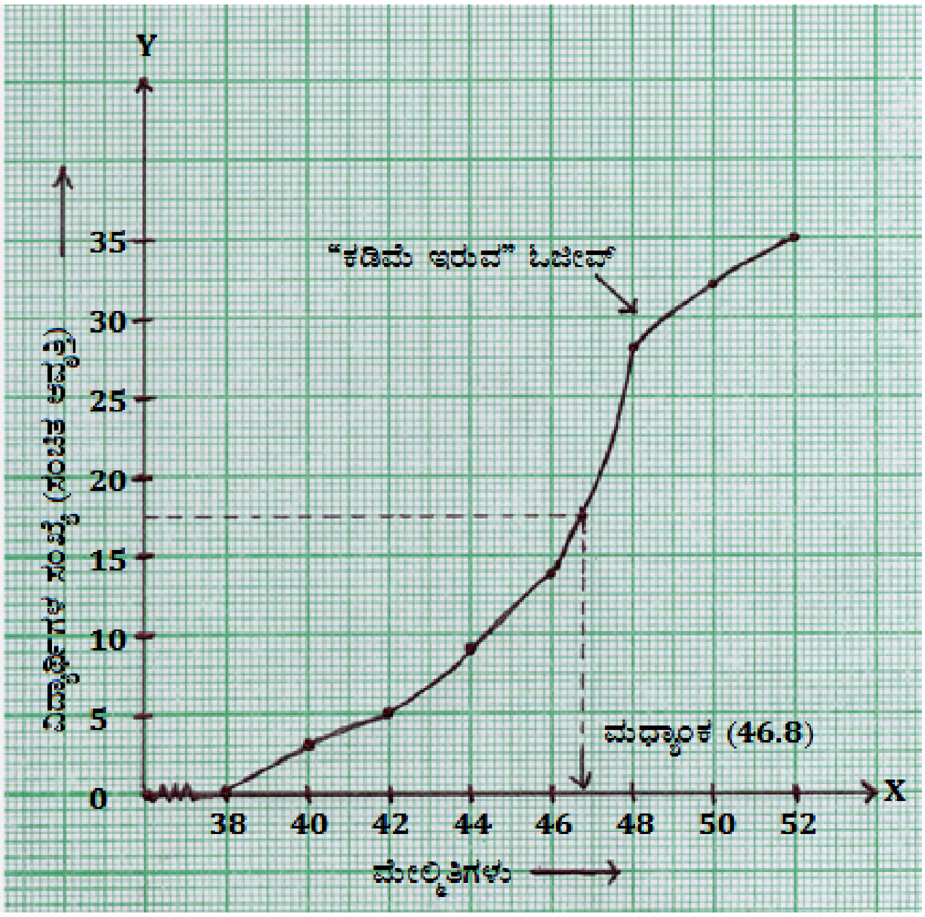
CI	f
5 - 10	2
10 - 15	12
15 - 20	2
20 - 25	4
25 - 30	3
30 – 35	4
35 – 40	3

CI	f
0 - 10	12
10 - 20	16
20 - 30	6
30 - 40	7
40 - 50	9
	n = 50

24) ಒಂದು ತರಗತಿಯ 35 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ತೂಕಗಳು ಅವರ ವೈದ್ಯಕೀಯ ತಪಾಸಣೆಯ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ದಾಖಲಾದವು. ಈ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ 'ಕಡಿಮೆ ವಿಧಾನದ' ಓಜೀವ್ ರಚಿಸಿ. ಈ ತೂಕಗಳ ಮಧ್ಯಾಂಕವನ್ನು ನಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ಗುರ್ತಿಸಿ.

ತೂಕಗಳು (ಕೆ.ಜಿ. ಗಳಲ್ಲಿ)	ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ
38 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	0
40 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	3
42 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	5
44 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	9
46 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	14
48 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	28
50 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	32
52 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	35

ಪರಿಹಾರ:–

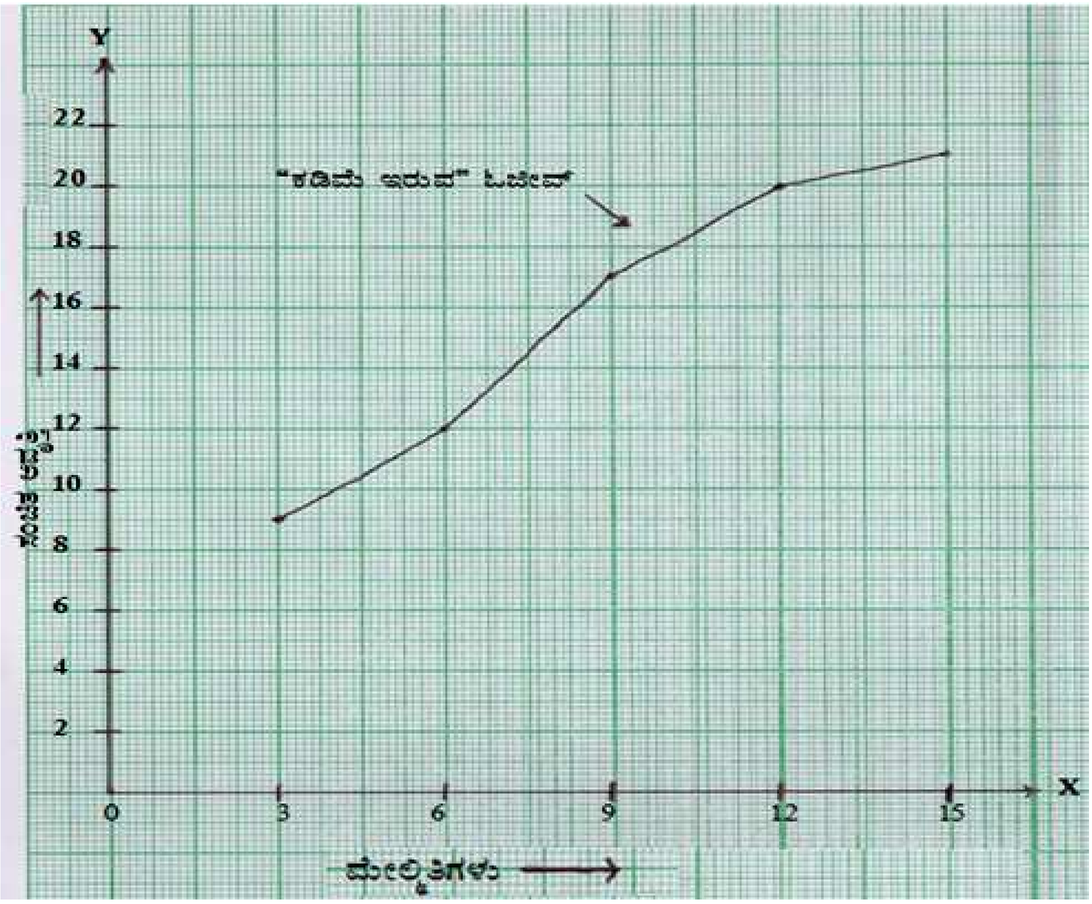


25) ಕೆಳಗಿನ ವಿತರಣೆಯನ್ನು "ಕಡಿಮೆ ಇರುವ ವಿಧಾನದ" ವಿತರಣೆಯಾಗಿ ಬದಲಾಯಿಸಿ, ಇದರ ಓಜೀವ್ ಎಳೆಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	0 - 3	3 - 6	6 – 9	9 - 12	12 - 15
ಆವೃತ್ತಿ	9	3	5	3	1

ಪರಿಹಾರ:–

CI	f	ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ (cf)
3 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	9	9
6 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	3	12
9 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	5	17
12 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	3	20
15 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	1	21



26) ಕೆಳಗಿನ ವಿತರಣೆಯನ್ನು "ಕಡಿಮೆ ಇರುವ ವಿಧಾನದ" ವಿತರಣೆಯಾಗಿ ಬದಲಾಯಿಸಿ, ಇದರ ಓಜೀವ್ ಎಳೆಯಿರಿ.

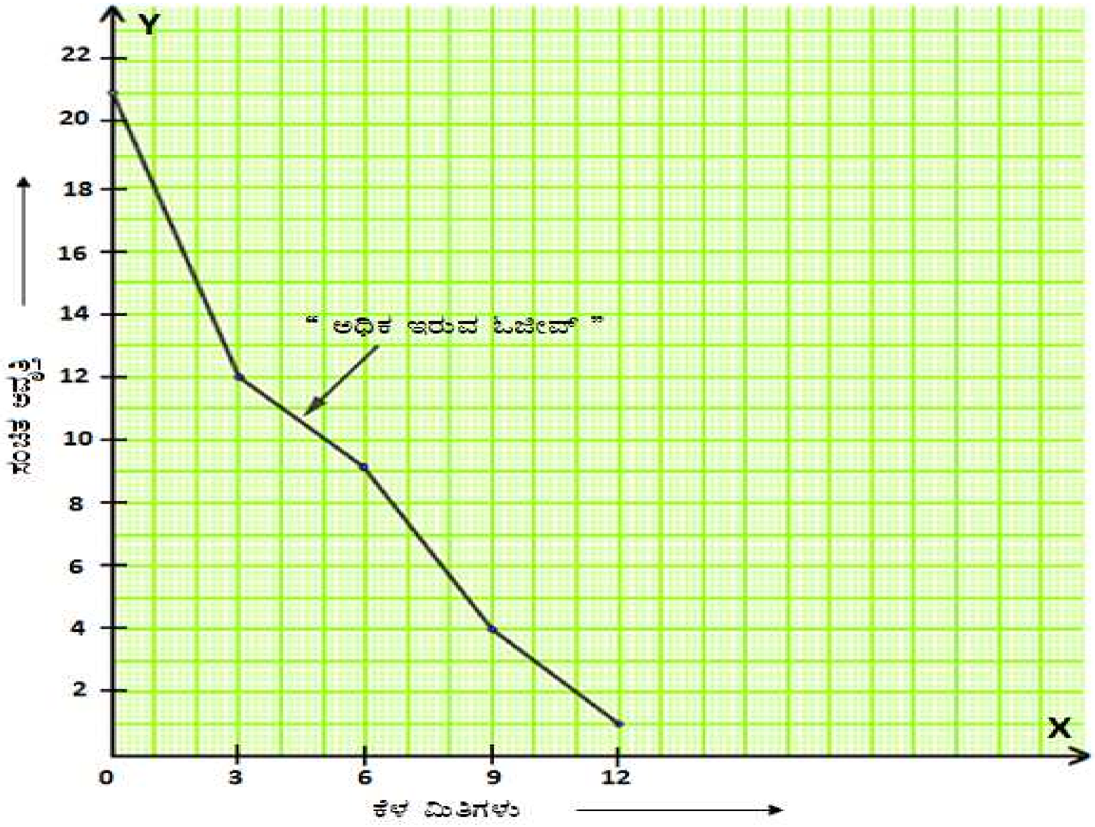
ವರ್ಗಾಂತರ	100- 120	120 - 140	140 – 160	160 - 180	180 - 200
ಆವೃತ್ತಿ	12	14	8	6	10

27) ಕೆಳಗಿನ ವಿತರಣೆಯನ್ನು "ಅಧಿಕ ಇರುವ ವಿಧಾನದ" ವಿತರಣೆಯಾಗಿ ಬದಲಾಯಿಸಿ, ಇದರ ಓಜೀವ್ ಎಳೆಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	0 - 3	3 - 6	6 – 9	9 - 12	12 - 15
ಆವೃತ್ತಿ	9	3	5	3	1

ಪರಿಹಾರ:–

CI	f	ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ (Cf)
0 ಅಥವಾ 0 ಗಿಂತ ಅಧಿಕ	9	21
3 ಅಥವಾ 3 ಕ್ಕಿಂತ ಅಧಿಕ	3	12
6 ಅಥವಾ 6 ಕ್ಕಿಂತ ಅಧಿಕ	5	9
9 ಅಥವಾ 9 ಕ್ಕಿಂತ ಅಧಿಕ	3	4
12 ಅಥವಾ 12 ಕ್ಕಿಂತ ಅಧಿಕ	1	1



28) ಕೆಳಗಿನ ವಿತರಣೆಯನ್ನು "ಅಧಿಕ ಇರುವ ವಿಧಾನದ" ವಿತರಣೆಯಾಗಿ ಬದಲಾಯಿಸಿ, ಇದರ ಓಜೀವ್ ಎಳೆಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	50- 55	55 - 60	60 – 65	65 - 70	70 - 75	75 - 80
ಆವೃತ್ತಿ	2	8	12	24	38	16

4Marks Questions (LA-2)

29) ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ "ಕಡಿಮೆ ಇರುವ ವಿಧಾನದ" ವಿತರಣೆಯನ್ನು ನೀಡಿದೆ. ಈ ವಿತರಣೆಯ ಮಧ್ಯಾಂಕವು 56.43 ಆಗಿದೆ. ಈ ವಿತರಣೆಯ ಬಹುಲಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು, ಅದರಿಂದ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡಿ.

CI	ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ (Cf)
20ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	8
40ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	15
60ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	29
80ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	38
100ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	53

ಪರಿಹಾರ : ಮಧ್ಯಾಂಕ = 56.43

CI	f_i
20ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	8
20 - 40	7 f_0
l 40 - 60	14 f_1
60 - 80	9 f_2
80 - 100	15

ಗರಿಷ್ಠ ಆವೃತ್ತಿ = 14

ಬಹುಲಕ ಇರುವ ವರ್ಗಾಂತರ = 40 – 60

ಬಹುಲಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಕೆಳಮಿತಿ $l = 40$

ವರ್ಗಾಂತರದ ಗಾತ್ರ $h = 20$

ಬಹುಲಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಆವೃತ್ತಿ $f_1 = 14$

ಬಹುಲಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಹಿಂದಿನ ವರ್ಗಾಂತರದ ಆವೃತ್ತಿ $f_0 = 7$

ಬಹುಲಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಮುಂದಿನ ವರ್ಗಾಂತರದ ಆವೃತ್ತಿ $f_2 = 9$

ಬಹುಲಕ = $l + \left[\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right] \times h$

ಬಹುಲಕ = $40 + \left[\frac{14 - 7}{2(14) - 7 - 9}\right] \times 20$

ಬಹುಲಕ = $40 + \left[\frac{7}{28 - 16}\right] \times 20$

ಬಹುಲಕ = $40 + \left[\frac{7}{12}\right] \times 20$

ಬಹುಲಕ = $40 + \left[\frac{7}{3}\right] \times 5$

ಬಹುಲಕ = $40 + \frac{35}{3}$

ಬಹುಲಕ = $40 + 11.67$

ಬಹುಲಕ = 51.67

ಬಹುಲಕ = 3 ಮಧ್ಯಾಂಕ – 2 ಸರಾಸರಿ

$51.67 = 3 \times 56.43 - 2$ ಸರಾಸರಿ

2 ಸರಾಸರಿ = $169.29 - 51.67$

ಸರಾಸರಿ = $\frac{117.62}{2} = 58.81$

30) ಒಂದು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿನ 50 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಒಂದು ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ಗಳಿಸಿದ ಅಂಕಗಳ ಸರಾಸರಿ 25.2 ಆಗಿದೆ. ಅವರು ಆ ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ಗಳಿಸಿದ ಅಂಕಗಳನ್ನು ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿರುವಂತೆ ದಾಖಲಿಸಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ **p** ಮತ್ತು **q** ಗಳ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಅಂಕಗಳು	**0 - 10**	**10 - 20**	**20 – 30**	**30 - 40**	**40 - 50**
ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	**8**	**p**	**10**	**11**	**q**

ಪರಿಹಾರ :– ಸರಾಸರಿ $\bar{x} = 25.2$ ಮತ್ತು $\sum f_i = 50$

CI	f_i	ಮಧ್ಯಬಿಂದು x_i	$f_i\, x_i$
0 - 10	8	5	40
10 - 20	p	15	5p
20 – 30	10	25	250
30 - 40	11	35	385
40 - 50	q	45	45q
	$\sum f_i = 50$		$\sum f_i\, x_i = 675 + 5p + 45q$

$p + q = 50 - (8 + 10 + 11)$

$p + q = 50 - 29$

$p + q = 21$

$p = 21 - q$ ------>(1)

$\bar{x} = \dfrac{\sum f_i\, x_i}{\sum f_i}$

$25.2 = \dfrac{675+5p+45q}{50}$

$1260.0 = 675 + 5p + 45q$

$1260 - 675 = 5(p + 9q)$

$\dfrac{585}{5} = (p + 9q)$

$p + 9q = 117$

$21 - q + 9q = 117$ (ಸ.1 ರಿಂದ)

$8q = 117 - 21$

$8q = 96 \quad \therefore \boldsymbol{q = 12}$

$p = 21 - 12$ ($\because$ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸ.(1)ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ)

$\therefore \boldsymbol{p = 9}$

31) ಕೆಳಗೆ ನೀಡಿರುವ ವಿತರಣೆಯ ಮಧ್ಯಾಂಕವು 28.5 ಆಗಿದ್ದರೆ, x ಮತ್ತು y ಗಳ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	0 - 10	10 - 20	20 – 30	30 - 40	40 - 50	50 - 60	ಒಟ್ಟು
ಆವೃತ್ತಿ	5	x	20	15	y	5	60

ಪರಿಹಾರ : ಮಧ್ಯಾಂಕ = 28.5

CI	f	cf
0- 10	5	5
10 - 20	x	$5 + x$ cf
20 - 30	20 f	$25 + x$
30 – 40	15	$40 + x$
40 - 50	y	$40 + x + y$
50 - 60	5	$45 + x + y$
	$n = 60$	

ಮಧ್ಯಾಂಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂತರ = 20 – 30

ಮಧ್ಯಾಂಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಕೆಳಮಿತಿ $l =$ 20

ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ $n = 60$

$\frac{n}{2} = \frac{60}{2} = 30$

ಮಧ್ಯಾಂಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಹಿಂದಿನ ವರ್ಗಾಂತರದ ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ $cf = 5 + x$

ಮಧ್ಯಾಂಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಆವೃತ್ತಿ $f = 20$

ವರ್ಗಾಂತರದ ಗಾತ್ರ $h = 10$

ಕೋಷ್ಟಕದಿಂದ $45 + x + y = 60$ ($\because$ ದತ್ತ ಪ್ರಕಾರ)

$x + y = 60 - 45$

$x + y = 15$ ----->(1)

ಮಧ್ಯಾಂಕ= $l + \left[\frac{\frac{n}{2} - cf}{f}\right] \times h$

$28.5 = 20 + \left[\frac{30 - 5 - x}{20}\right] \times 10$

$28.5 - 20 = \left[\frac{25 - x}{2}\right]$

$8.5 \times 2 = 25 - x$

$17 = 25 - x$

$x = 25 - 17$

$\therefore \boldsymbol{x = 8}$

$x + y = 15$

$8 + y = 15$ ($\because x$ ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸ.(1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ)

$y = 15 - 8$

$\therefore \boldsymbol{y = 7}$

32) ಕೆಳಗೆ ನೀಡಿರುವ ವಿತರಣೆಯ ಬಹುಲಕವು 36 ಆಗಿದ್ದರೆ, x ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಅಂಕಗಳು	0 - 10	10 - 20	20 – 30	30 - 40	40 - 50	50 - 60	60 - 70
ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	8	10	x	16	12	6	7

ಪರಿಹಾರ : ಬಹುಲಕ = 36

CI	f_i
0 - 10	8
10 - 20	10
20 – 30	x f_0
l 30 - 40	16 f_1
40 - 50	12 f_2
50 - 60	6
60 - 70	7

ಬಹುಲಕ = **36 (ದತ್ತ)**

ಬಹುಲಕ ಇರುವ ವರ್ಗಾಂತರ = 30 – 40

ಬಹುಲಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಕೆಳಮಿತಿ $l = 30$

ವರ್ಗಾಂತರದ ಗಾತ್ರ $h = 10$

ಬಹುಲಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಆವೃತ್ತಿ $f_1 = 16$

ಬಹುಲಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಹಿಂದಿನ ವರ್ಗಾಂತರದ ಆವೃತ್ತಿ $f_0 = x$

ಬಹುಲಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಮುಂದಿನ ವರ್ಗಾಂತರದ ಆವೃತ್ತಿ $f_2 = 12$

ಬಹುಲಕ = $l + \left[\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right] \times h$

$36 = 30 + \left[\frac{16 - x}{2\times16 - x - 12}\right] \times 10$

$36 - 30 = \left[\frac{16 - x}{20 - x}\right] \times 10$

$\frac{6}{10} = \left[\frac{16 - x}{20 - x}\right]$

$\frac{3}{5} = \left[\frac{16 - x}{20 - x}\right]$

$80 - 5x = 60 - 3x$

$80 - 60 = 5x - 3x$

$20 = 2x$ $\therefore x = 10$

5Marks Questions (LA-3)

33) ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ "ಅಧಿಕ ಇರುವ ವಿಧಾನದ" ವಿತರಣೆಯನ್ನು ನೀಡಿದೆ. ಈ ವಿತರಣೆಯ ಸರಾಸರಿ 69.3 ಆಗಿದೆ. ಈ ವಿತರಣೆಯ ಮಧ್ಯಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು, ಅದರಿಂದ ವಿತರಣೆಯ ಬಹುಲಕವನ್ನು ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡಿ.

ಗಳಿಸಿದ ಅಂಕಗಳು	ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ
50 ಅಥವಾ 50 ಗಿಂತ ಅಧಿಕ	100
55 ಅಥವಾ 55 ಕ್ಕಿಂತ ಅಧಿಕ	98
60 ಅಥವಾ 60 ಕ್ಕಿಂತ ಅಧಿಕ	90
65 ಅಥವಾ 65 ಕ್ಕಿಂತ ಅಧಿಕ	78
70 ಅಥವಾ 70 ಕ್ಕಿಂತ ಅಧಿಕ	54
75 ಅಥವಾ 75 ಕ್ಕಿಂತ ಅಧಿಕ	16

ಪರಿಹಾರ : ಸರಾಸರಿ = 69.3 (ದತ್ತ)

CI	*f*	**ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ** ***Cf***
50- 55	2	2
55 - 60	8	10
60 – 65	12	22
65 - 70	24	**46 *cf***
70 - 75	**38 *f***	84
75 - 80	16	100
	$n = 100$	

ಮಧ್ಯಾಂಕವು $\frac{n}{2} = \frac{100}{2} = 50$ ನೇ ಮೌಲ್ಯ

ಮಧ್ಯಾಂಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂತರ = **70 – 75**

ಮಧ್ಯಾಂಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಕೆಳಮಿತಿ $l = 70$

ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ $n = 100$

$\frac{n}{2} = \frac{100}{2} = 50$

ಮಧ್ಯಾಂಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಹಿಂದಿನ ವರ್ಗಾಂತರದ ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ $cf = 46$

ಮಧ್ಯಾಂಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಆವೃತ್ತಿ $f = 38$

ವರ್ಗಾಂತರದ ಗಾತ್ರ $h = 5$

ಮಧ್ಯಾಂಕ= $l + \left[\frac{\frac{n}{2} - cf}{f}\right] \times h$

ಮಧ್ಯಾಂಕ = $70 + \left[\frac{50 - 46}{38}\right] \times 5$

ಮಧ್ಯಾಂಕ = $70 + \left[\frac{4}{38}\right] \times 5$

ಮಧ್ಯಾಂಕ = $70 + \frac{20}{38}$

ಮಧ್ಯಾಂಕ = $70 + \frac{10}{19}$

ಮಧ್ಯಾಂಕ = $70 + 0.5$

ಮಧ್ಯಾಂಕ = 70.5

ಬಹುಲಕ = 3 ಮಧ್ಯಾಂಕ – 2 ಸರಾಸರಿ

ಬಹುಲಕ = $3 \times 70.5 - 2 \times 69.3$

ಬಹುಲಕ = 211.5– 138.6

ಬಹುಲಕ = 72.9

ಘಟಕ – 14: ಸಂಭವನೀಯತೆ

1 Mark Questions (MCQ)

1) ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ಒಂದು ಘಟನೆಯ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಆಗಿರುತ್ತದೆ?

A) $\frac{3}{2}$ B) – 1.5 C) 15% D) –0.7

2) P(E) = 0.05 ಆದರೆ E ಅಲ್ಲದ ಘಟನೆಯ ಸಂಭವಮೀಯತೆಯು

A) 0.05 B) 0.95 C) 0.005 D) 1.05

3) ಒಂದು ಆಟದಲ್ಲಿ ಗೆಲ್ಲುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯು $\frac{5}{6}$ ಆದರೆ, ಅದೇ ಆಟದಲ್ಲಿ ಸೋಲುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯು

A) $\frac{-5}{6}$ B) $\frac{5}{6}$ C) $\frac{-1}{6}$ D) $\frac{1}{6}$

4) ಯಾದೃಚ್ಛಿಕ ಪ್ರಯೋಗದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಘಟನೆಯ ಸಂಭವನೀಯತೆ 1 ಆಗಿದ್ದರೆ ಆ ಘಟನೆಯು

A) ಪೂರಕ ಘಟನೆ B) ಅಸಂಭವ ಘಟನೆ C) ಪರಸ್ಪರ ವರ್ಜ್ಯ ಘಟನೆ D) ಖಚಿತ ಘಟನೆ

5) ಒಂದು ಆಟದಲ್ಲಿ ಗೆಲ್ಲುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯು 0.3 ಆದರೆ ಅದೇ ಆಟದಲ್ಲಿ ಸೋಲುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯು

A) 0.1 B) 0.3 C) 0.7 D) 1.3

6) 1 ರಿಂದ 6 ರ ವರೆಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಒಂದು ಘನಾಕೃತಿಯ ದಾಳವನ್ನು ಒಂದು ಬಾರಿ ಉರುಳಿಸಿದಾಗ, ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆ ಮೇಲೆ ಬರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯು.

A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{4}{6}$ C) $\frac{2}{6}$ D) $\frac{3}{6}$

7) ಒಂದು ಆಟದಲ್ಲಿ ಗೆಲ್ಲುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯು 60% ಆದರೆ ಅದೇ ಆಟದಲ್ಲಿ ಸೋಲುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯು

A) 40% B) 10% C) 60% D) 20%

8) 1 ರಿಂದ 6 ರ ವರೆಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಒಂದು ಘನಾಕೃತಿಯ ದಾಳವನ್ನು ಒಂದು ಬಾರಿ ಉರುಳಿಸಿದಾಗ, 6 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಇರುವ ಸಂಖ್ಯೆ ಮೇಲೆ ಬರುವ ಘಟನೆಯ ಸಂಭವನೀಯತೆಯು.

A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{4}{6}$ C) $\frac{2}{6}$ D) $\frac{5}{6}$

9) ಎರಡು ತದ್ರೂಪಿ ನಾಣ್ಯಗಳನ್ನು ಒಟ್ಟಿಗೆ ಚಿಮ್ಮಿದಾಗ ಎರಡೂ ನಾಣ್ಯಗಳ ಮೇಲೆ ಹೆಡ್(ಶಿರ) ಮಾತ್ರ ಬರುವ ಘಟನೆಯ ಸಂಭವನೀಯತೆಯು.

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{2}{4}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{-1}{4}$

1 Mark Questions (VSA)

10) ಒಂದು ದಿನ ಮಳೆ ಬರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ 35% ಆದರೆ, ಅದೇ ದಿನ ಮಳೆ ಬರದಿರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಎಷ್ಟು?

11) E ಮತ್ತು $\overline{E}$ ಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಪೂರಕ ಘಟನೆಗಳಾದರೆ, $P(E) + P(\overline{E})$ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು?

12) ಒಂದು ಯಾದೃಚ್ಛಿಕ ಪ್ರಯೋಗದ ಎಲ್ಲಾ ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಘಟನೆಗಳ ಸಂಭವನೀಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ ಎಷ್ಟು?

13) ಒಂದು ಆಟದಲ್ಲಿ ಸೋಲುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯು $\frac{1}{4}$ ಆದರೆ ಅದೇ ಆಟದಲ್ಲಿ ಗೆಲ್ಲುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

14) ಒಂದು ಘಟನೆಯ ಸಂಭವನೀಯತೆ 0 ಆದರೆ, ಆ ಘಟನೆಯ ವಿಧ ತಿಳಿಸಿ.

ಉತ್ತರ	1) C	2) B	3) D	4) D	5) C	6) D	7) A	8) D	9) A
	10) 65%	11) 1	12) 1	13) $\frac{3}{4}$	14) ಅಸಂಭವ ಘಟನೆ				

2Marks Questions (SA)

15) ಒಂದು ದಾಳವನ್ನು ಒಂದು ಸಲ ಎಸೆಯಲಾಗಿದೆ. 4 ಅಥವಾ 4ಕ್ಕಿಂತ ಚಿಕ್ಕದಾದ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪಡೆಯುವ ಘಟನೆಯ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

ಪರಿಹಾರ :– $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ $\therefore n(S) = 6$

4 ಅಥವಾ 4ಕ್ಕಿಂತ ಚಿಕ್ಕದಾದ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪಡೆಯುವ ಘಟನೆ E ಆಗಿರಲಿ

$E = \{1, 2, 3, 4\}$ $\therefore n(S) = 4$

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$$

$$\therefore P(E) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

16) ಒಂದು ದಾಳವನ್ನು ಒಂದು ಸಲ ಎಸೆಯಲಾಗಿದೆ. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಘಟನೆಗಳ ಘಟನೆಯ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

i) ಒಂದು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆ
ii) ಒಂದು ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆ
iii) 2 ಮತ್ತು 6 ರ ನಡುವಿನ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆ
iv) ಒಂದು ಸಂಯುಕ್ತ ಸಂಖ್ಯೆ
v) ಒಂದು ಸರಿ ಸಂಖ್ಯೆ
vi) ಒಂದು ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆ

17) ಒಂದು ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಲ್ಲಿ 1 ರಿಂದ 50 ರವರೆಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ನಮೂದಾಗಿರುವ ಬಿಲ್ಲೆಗಳಿವೆ. ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಿಂದ ಒಂದು ಬಿಲ್ಲೆಯನ್ನು ಯಾದೃಚ್ಛಿಕವಾಗಿ ಹೊರ ತೆಗೆದರೆ ಅದು i) ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ಘನ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರುವ ii) 2 ಮತ್ತು 3 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರುವ ಘಟನೆಗಳ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

18) ಎರಡು ದಾಳಗಳನ್ನು ಜೊತೆಯಾಗಿ ಎಸೆಯಲಾಗಿದೆ a) ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಎರಡೂ ಮುಖಗಳಲ್ಲಿ ಬರುವ, ಮತ್ತು b) ಎರಡೂ ಮುಖಗಳಲ್ಲಿ ಬರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ 8 ಆಗಿರುವ ಘಟನೆಗಳ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ :– S = {(1,1) (1,2) (1,3) (1,4) (1,5) (1,6)
(2,1) (2,2) (2,3) (2,4) (2,5) (2,6)
(3,1) (3,2) (3,3) (3,4) (3,5) (3,6)
(4,1) (4,2) (4,3) (4,4) (4,5) (4,6)
(5,1) (5,2) (5,3) (5,4) (5,5) (5,6)
(6,1) (6,2) (6,3) (6,4) (6,5) (6,6) }

ಎರಡು ದಾಳಗಳನ್ನು ಜೊತೆಯಾಗಿ ಎಸೆದಾಗ ಬರುವ ಒಟ್ಟು ಫಲಿತಗಳು $n(S) = 36$

a) ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು(ಅವಳಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು) ಎರಡೂ ಮುಖಗಳಲ್ಲಿ ಬರುವ ಘಟನೆ A ಆಗಿರಲಿ

A = { (1,1) (2,2) (3,3) (4,4) (5,5) (6,6) } ಆಗಿದೆ.

$\therefore n(A) = 6$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

b) ಎರಡೂ ಮುಖಗಳಲ್ಲಿ ಬರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ 8 ಆಗಿರುವ ಘಟನೆ B ಆಗಿರಲಿ.

B = { (2,6), (3,5), (4,4), (5,3), (6,2) } ಆಗಿದೆ.

$\therefore n(B) = 5$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)}$$

$$P(B) = \frac{5}{36}$$

19) ಎರಡು ದಾಳಗಳನ್ನು ಜೊತೆಯಾಗಿ ಎಸೆಯಲಾಗಿದೆ. (**ಅಥವಾ ಒಂದು ದಾಳವನ್ನು 2 ಸಲ ಎಸೆಯಲಾಗಿದೆ)

i) ಎರಡೂ ಮುಖಗಳಲ್ಲಿ ಬರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸ 2 ಆಗಿರುವ

ii) ಎರಡೂ ಮುಖಗಳಲ್ಲಿ ಬರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ 5 ಆಗಿರುವ

iii) ಎರಡೂ ಮುಖಗಳಲ್ಲಿ ಬರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ 12 ಆಗಿರುವ

iv) ಸಂಖ್ಯೆ 5 ಮೇಲೆ ಬರದಿರುವ

v) ಎರಡೂ ಮುಖಗಳಲ್ಲಿ ಬರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ ಒಂದು ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರುವ

vi) ಕನಿಷ್ಠ ಒಂದು ಸಲ 5 ಮೇಲೆ ಬರುವ ಘಟನೆಗಳ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

20) ಮೂರು ತದ್ರೂಪಿ ನಾಣ್ಯಗಳನ್ನು ಏಕಕಾಲದಲ್ಲಿ ಚಿಮ್ಮಲಾಗಿದೆ. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಘಟನೆಗಳನ್ನು ಪಡೆಯುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (*i*) ಕನಿಷ್ಠ ಎರಡು ಪುಚ್ಛಗಳು (*ii*) ಹೆಚ್ಚೆಂದರೆ ಎರಡು ಪುಚ್ಛಗಳು

(i) ಮೂರು ನಾಣ್ಯಗಳನ್ನು ಚಿಮ್ಮಿದಾಗ ಬರುವ ಫಲಿತ ಗಣವು

$S = \{HHH, HHT, HTH, THH, HTT, THT, TTH, TTT\}$ $\therefore n(S) = 8$

ಕನಿಷ್ಠ ಎರಡು ಪುಚ್ಛಗಳು ಪಡೆಯುವ ಘಟನೆ A ಆಗಿರಲಿ

$A = \{HTT, THT, TTH, TTT\}$ $\therefore n(A) = 4$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$

$\therefore P(A) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

(ii) ಹೆಚ್ಚೆಂದರೆ ಎರಡು ಪುಚ್ಛಗಳು ಪಡೆಯುವ ಘಟನೆ B ಆಗಿರಲಿ

$B = \{HHH, HHT, HTH, THH, HTT, THT, TTH\}$ $\therefore n(B) = 7$

$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)}$

$\therefore P(B) = \frac{7}{8}$

21) ಮೂರು ತದ್ರೂಪಿ ನಾಣ್ಯಗಳನ್ನು ಏಕಕಾಲದಲ್ಲಿ ಚಿಮ್ಮಲಾಗಿದೆ. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಘಟನೆಗಳನ್ನು ಪಡೆಯುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(*i*) ಪುಚ್ಛ ಆಗಿಲ್ಲದಿರುವುದು (ಎಲ್ಲವೂ ಶಿರಗಳು) (*ii*) ಹೆಚ್ಚೆಂದರೆ ಒಂದು ಶಿರ

22) ಒಂದು ಕುಟುಂಬದಲ್ಲಿ 3 ಮಕ್ಕಳಿದ್ದಾರೆ. ಅವರಲ್ಲಿ ಒಂದು ಹೆಣ್ಣು ಮಗು (Girl Baby) ಆಗಿರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

23) ಒಂದು ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಲ್ಲಿ 500 ಕೈಗಡಿಯಾರಗಳಿವೆ, ಅದರಲ್ಲಿ 50 ಕೈಗಡಿಯಾರಗಳು ದೋಷಪೂರಿತವಾಗಿವೆ. ಆ ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಿಂದ ಒಂದು ಕೈಗಡಿಯಾರವನ್ನು ಯಾದೃಚಿಕವಾಗಿ ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಿದಾಗ ಅದು ದೋಷಪೂರಿತವಾಗಿರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ :– ಒಟ್ಟು ಕೈಗಡಿಯಾರಗಳು 500 $\therefore n(S) = 500$

ಒಂದು ದೋಷಪೂರಿತ ಕೈಗಡಿಯಾರ ಆಯ್ಕೆಮಾಡುವ ಘಟನೆ A ಆಗಿರಲಿ $\therefore n(A) = 50$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$

$P(A) = \frac{50}{500} = \frac{1}{10}$

24) ಒಂದು ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಲ್ಲಿ 20 ಬಲ್ಬ್‌ಗಳಿವೆ, ಅದರಲ್ಲಿ 4 ಬಲ್ಬ್‌ಗಳು ದೋಷಪೂರಿತವಾಗಿವೆ. ಆ ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಿಂದ ಒಂದು ಬಲ್ಬ್ ಅನ್ನು ಯಾದೃಚಿಕವಾಗಿ ಹೊರ ತೆಗೆದಾಗ ಅದು,

i) ದೋಷಪೂರಿತವಾಗಿರುವ ii) ದೋಷಪೂರಿತವಾಗಿರದ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

25) ಒಂದು ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಲ್ಲಿ 5 ಕೆಂಪು, 8 ಬಿಳಿ ಮತ್ತು 4 ಕಪ್ಪು ಗೋಲಿಗಳಿವೆ. ಯಾದೃಚ್ಛಿಕವಾಗಿ 1 ಗೋಲಿಯನ್ನು ಹೊರ ತೆಗೆಯಲಾಗಿದೆ. ಅದು, i) ಕೆಂಪು ಗೋಲಿ ಆಗಿರುವ ii) ಬಿಳಿ ಗೋಲಿ ಆಗಿರುವ iii) ಕಪ್ಪು ಗೋಲಿ ಆಗಿರದ ಘಟನೆಯ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

26) ಒಂದು ಚೀಲದಲ್ಲಿ 5 ಕೆಂಪು ಮತ್ತು ಕೆಲವು ನೀಲಿ ಚೆಂಡುಗಳಿವೆ. ಆ ಚೀಲದಿಂದ ಒಂದು ನೀಲಿ ಚೆಂಡನ್ನು ಹೊರ ತೆಗೆಯುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯು, ಒಂದು ಕೆಂಪು ಚೆಂಡನ್ನು ಹೊರ ತೆಗೆಯುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯ 3ರಷ್ಟಿದ್ದರೆ, ಆ ಚೀಲದಲ್ಲಿದ್ದ ನೀಲಿ ಚೆಂಡುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ :– ಕೆಂಪು ಚೆಂಡುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = 5 ಮತ್ತು ನೀಲಿ ಚೆಂಡುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = x ಆಗಿರಲಿ.

ಒಟ್ಟು ಚೆಂಡುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = $(5+x)$

ಒಂದು ಕೆಂಪು ಚೆಂಡನ್ನು ಹೊರತೆಗೆಯುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ

$$P(R) = \frac{n(R)}{n(S)}$$

$$\therefore P(R) = \frac{5}{5+x} \quad ----->(1)$$

ಒಂದು ನೀಲಿ ಚೆಂಡನ್ನು ಹೊರತೆಗೆಯುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)}$$

$$\therefore P(B) = \frac{x}{5+x} \quad ----->(2)$$

ದತ್ತ ಪ್ರಕಾರ, $P(B) = 3 \times P(R)$

$$\frac{x}{5+x} = 3 \times \frac{5}{5+x}$$

$$\frac{x}{5+x} = \frac{15}{5+x}$$

$\therefore x = 15$ $\therefore$ ನೀಲಿ ಗೋಲಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = 15

ಸೂಚನೆ:– ಎರಡು ದಾಳಗಳನ್ನು ಜೊತೆಯಾಗಿ ಎಸೆಯುವ ಯಾದೃಚ್ಛಿಕ ಪ್ರಯೋಗದಲ್ಲಿ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ಈ ಸಂಕಲನ ಕೋಷ್ಟಕವು ಹೆಚ್ಚು ಸಹಕಾರಿಯಾಗುತ್ತದೆ.

	ಮೊದಲನೇ ದಾಳದ ಮುಖಗಳ ಮೇಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು						
ಎರಡನೇ ದಾಳದ ಮುಖಗಳ ಮೇಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು	+	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
	1	2	3	4	5	6	7
	2	3	4	5	6	7	8
	3	4	5	6	7	8	9
	4	5	6	7	8	9	10
	5	6	7	8	9	10	11
	6	7	8	9	10	11	12

ಉದಾಹರಣೆ : ಎರಡೂ ಮುಖಗಳಲ್ಲಿ ಬರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ 8 ಆಗಿರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ $\frac{5}{36}$

ಸೂಚನೆ:– ಎರಡು ದಾಳಗಳನ್ನು ಜೊತೆಯಾಗಿ ಎಸೆಯುವ ಯಾದೃಚ್ಛಿಕ ಪ್ರಯೋಗದಲ್ಲಿ ಗುಣಲಬ್ಧಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ಈ ಗುಣಾಕಾರ ಕೋಷ್ಟಕವು ಹೆಚ್ಚು ಸಹಕಾರಿಯಾಗುತ್ತದೆ.

	ಮೊದಲನೇ ದಾಳದ ಮುಖಗಳ ಮೇಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು						
ಎರಡನೇ ದಾಳದ ಮುಖಗಳ ಮೇಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು	×	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
	1	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
	2	**2**	**4**	**6**	**8**	**10**	**12**
	3	**3**	**6**	**9**	**12**	**15**	**18**
	4	**4**	**8**	**12**	**16**	**20**	**24**
	5	**5**	**10**	**15**	**20**	**25**	**30**
	6	**6**	**12**	**18**	**24**	**30**	**36**

ಉದಾಹರಣೆ : ಎರಡೂ ಮುಖಗಳಲ್ಲಿ ಬರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ 12 ಆಗಿರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ $\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

ಘಟಕ – 15 : ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಮತ್ತು ಘನಫಲಗಳು

1 Mark Questions (MCQ)

1) ಒಂದು ಘನವನ್ನು ಕರಗಿಸಿ, ಸಿಲಿಂಡರ್ ಆಕಾರದ ತಂತಿಯನ್ನಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸಲಾಗಿದೆ. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಯಾವುದು ಬದಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ?

   A) ಉದ್ದ B) ಎತ್ತರ C) ತ್ರಿಜ್ಯ D) ಗಾತ್ರ (ಘನಫಲ)

2) ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ಪಾರ್ಶ್ವ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು

   A) $\pi(r_1 + r_2)l$ B) $\pi(r_1 + r_2)h$ C) $\pi(r_1 - r_2)l$ D) $\pi(r_1 - r_2)h$

3) ಒಂದು ಸಿಲಿಂಡರ್ ಆಕಾರದ ಪೆನ್ಸಿಲ್‌ನ ಒಂದು ತುದಿಯನ್ನು ಚೂಪು ಮಾಡಿದೆ. ಅದರಲ್ಲಿ ಈ ಕೆಳಗಿನ ಯಾವ ಘನಾಕೃತಿಗಳು ಜೋಡಿಸಲ್ಪಟ್ಟಿವೆ?

   A) ಗೋಳ ಮತ್ತು ಸಿಲಿಂಡರ್ B) ಸಿಲಿಂಡರ್ ಮತ್ತು ಶಂಕು

   C) ಸಿಲಿಂಡರ್ ಮತ್ತು ಅರ್ಧಗೋಳ D) ಶಂಕು ಮತ್ತು ಗೋಳ

4) ಒಂದು ಸಿಲಿಂಡರ್‌ನ ಪಾದದ ಸುತ್ತಳತೆ 44 cm ಮತ್ತು ಎತ್ತರ 10 cm ಆಗಿದ್ದರೆ, ಅದರ ವಕ್ರಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು

   A) 440 cm^2 B) 44 cm^2 C) 880 cm^2 D) 88 cm^2

5) ಒಂದು ಸಿಲಿಂಡರ್‌ನ ಪಾದದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 154 cm^2 ಮತ್ತು ಎತ್ತರ 10 cm ಆದರೆ, ಅದರ ಘನಫಲವು

   A) 1450 cm^3 B) 1540 cm^3 C) 4510 cm^3 D) 154 cm^3

6) ಒಂದು ಶಂಕುವಿನ ಪಾದದ ಸುತ್ತಳತೆ 44 cm ಮತ್ತು ಓರೆ ಎತ್ತರ 10 cm ಆಗಿದ್ದರೆ, ಅದರ ವಕ್ರಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು,

   A) 440 cm^2 B) 220 cm^2 C) 44.0 cm^2 D) 4400 cm^2

7) ಒಂದು ಶಂಕುವಿನ ಪಾದದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 154 cm^2 ಮತ್ತು ಎತ್ತರ 15 cm ಆದರೆ, ಅದರ ಘನಫಲವು
A) 770 cm^3 B) 2013 cm^3 C) 2310 cm^3 D) 77 cm^3

8) ಒಂದು ಶಂಕು ಮತ್ತು ಒಂದು ಸಿಲಿಂಡರ್ ಸಮನಾದ ಪಾದ ಮತ್ತು ಸಮ ಎತ್ತರ ಹೊಂದಿವೆ. ಸಿಲಿಂಡರ್‌ನ ಘನಫಲವು 300 cm^3 ಆದರೆ, ಶಂಕುವಿನ ಘನಫಲವು
A) 300 cm^3 B) 900 cm^3 C) 600 cm^3 D) 100 cm^3

9) ಒಂದು ಶಂಕು ಮತ್ತು ಒಂದು ಸಿಲಿಂಡರ್ ಸಮನಾದ ಪಾದ ಮತ್ತು ಸಮ ಎತ್ತರ ಹೊಂದಿವೆ. ಸಿಲಿಂಡರ್ ಮತ್ತು ಶಂಕುಗಳ ಗಾತ್ರಗಳ ಅನುಪಾತವು
A) 2 : 1 B) 3 : 1 C) 1 : 4 D) $\sqrt{2}$: 3

10) ಅರ್ಧ ಘನ ಗೋಳದ ಪೂರ್ಣ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಸೂತ್ರವು
A) $2\pi r^2$ B) $3\pi r^2$ C) $2\pi r^2$ D) $3\pi r^2 h$

11) ತ್ರಿಜ್ಯ 7cm ಇರುವ ಗೋಳದ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು
A) 616 cm^2 B) 61.6 cm^2 C) 313 cm^2 D) 31.3 cm^2

12) ಸಿಲಿಂಡರ್‌ನ ಪೂರ್ಣ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಸೂತ್ರವು
A) $2\pi rh$ B) $2\pi r(h+r)$ C) $2\pi r^2 h$ D) $2\pi r(l+r)$

13) ಶಂಕುವಿನ ಘನಫಲ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಸೂತ್ರವು
A) $\frac{1}{3}\pi r^2 h$ B) $\frac{3}{2}\pi r^2 h$ C) $\pi r^2 h$ D) $\frac{4}{3}\pi r^2 h$

1 Mark Questions (VSA)

14) ಅರ್ಧ ಗೋಳದ ಘನಫಲ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವ ಸೂತ್ರ ಬರೆಯಿರಿ.

15) ಒಂದು ಶಂಕುವಿನ ಪಾದದ ವ್ಯಾಸ 8 cm ಮತ್ತು ಎತ್ತರ 3 cm ಆದರೆ, ಅದರ ಓರೆ ಎತ್ತರ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

16) ಒಂದು ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ಎತ್ತರ 5cm ಮತ್ತು ಅದರ ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಪಾದಗಳ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸ 12cm ಆದರೆ, ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ಓರೆ ಎತ್ತರ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

17) ಒಂದು ಪೆಟ್ರೋಲ್ ಟ್ಯಾಂಕರ್ ನಿರ್ಮಾಣದಲ್ಲಿ ಯಾವ ಘನಾಕೃತಿಗಳು ಜೋಡಿಸಲ್ಪಟ್ಟಿವೆ?

18) ಒಂದು ಸಿಲಿಂಡರ್‌ನ ವಕ್ರಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಸೂತ್ರವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

19) ಒಂದು ಚೌಕ ಘನದ ಪಾದದ ಉದ್ದ 5 cm ಆದರೆ, ಅದರ ಘನಫಲ ಎಷ್ಟು?

20) ಒಂದು ಅರ್ಧ ಗೋಳದ ತ್ರಿಜ್ಯ 7 cm ಆದರೆ, ಅದರ ವಕ್ರ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು?

ಉತ್ತರ	1) D	2)A	3)B	4)A	5)B	6)B	7)A	8)D	9)B
	10)B	11)A	12)B	13)A	14) $\frac{2}{3}\pi r^3$ ಘ.ಮಾನಗಳು			15) 5cm	16) 13cm
17) 1 ಸಿಲಿಂಡರ್ ಮತ್ತು 2 ಅರ್ಧಗೋಳ				18) $2\pi rh$ ಚ.ಮಾನಗಳು		19) 125cm^3		20) 308cm^2

2 Marks Questions (SA)

21) ಒಂದು ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ಓರೆ ಎತ್ತರವು 4cm ಮತ್ತು ಅದರ ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಪಾದದ ಸುತ್ತಳತೆ (ಪರಿಧಿ)ಗಳು 18cm ಮತ್ತು 6cm ಆದರೆ, ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ಪಾರ್ಶ್ವ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ: $l =$ 4 cm, $2\pi r$ = 6 cm, $2\pi R$ = 18 cm.

$2\pi r = 6$ ಅಂದರೆ $\pi r = \frac{6}{2} = 3$

$2\pi R = 18$ ಅಂದರೆ $\pi R = \frac{18}{2} = 9$

$\therefore \pi r + \pi R = 3 + 9$

$\therefore \pi(r + R) = 12$-----> (1)

ಪಾರ್ಶ್ವ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \pi(r + R)l$

$= 12 \times 4 = 48\ cm^2$ (ಸ.(1) ರಿಂದ ಮತ್ತು $l = 4$)

22) ಒಂದು ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ಓರೆ ಎತ್ತರವು 10.5cm ಮತ್ತು ಅದರ ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಪಾದದ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು 33cm ಮತ್ತು 27cm ಆದರೆ, ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ಪಾರ್ಶ್ವ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

23) ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ರೂಪದಲ್ಲಿರುವ ಒಂದು ಪಾತ್ರೆಯ ವೃತ್ತಪಾದಗಳ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ 28 ಸೆಂ.ಮೀ ಮತ್ತು 7ಸೆಂ.ಮೀ ಆಗಿದೆ. ಅದರ ಎತ್ತರ 45ಸೆಂ.ಮೀ ಆದರೆ, ಪಾತ್ರೆಯ ಘನಫಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ: $h = 45cm,\ r = 7cm,\ R = 28\ cm$

ಘನಫಲ(V)= $\frac{1}{3}\ \pi h(r^2 + R^2 + R.r)$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 45\ (7^2 + (28)^2 + 28 \times 7)$

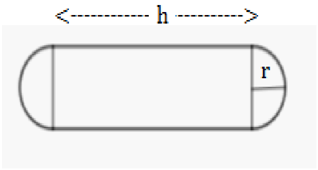
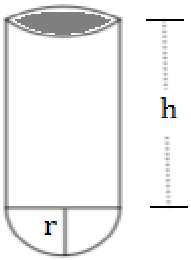
$= \frac{1}{3}\ X\ \frac{22}{7}\ X\ 45\ (49 + 784 + 196)$

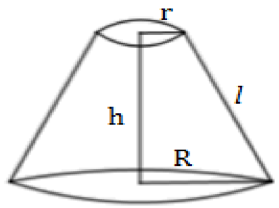
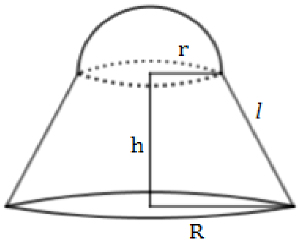
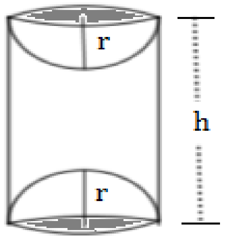
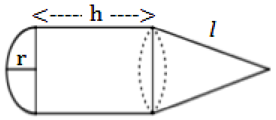
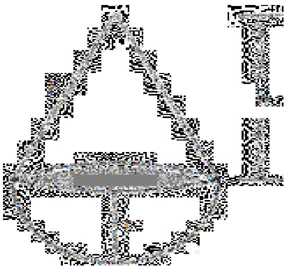
$= \frac{22}{7}\ X\ 15\ X\ 1029$

$= 48510 cm^3$

24) 14 cm ಎತ್ತರವಿರುವ ಒಂದು ಕುಡಿಯುವ ನೀರಿನ ಗಾಜಿನ ಲೋಟವು ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ರೂಪದಲ್ಲಿದೆ. ಗಾಜಿನ ಲೋಟದ ಎರಡು ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಪಾದಗಳ ವ್ಯಾಸಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ 4 cm ಮತ್ತು 2 cm ಆಗಿದೆ. ಗಾಜಿನ ಲೋಟದ ಸಾಮರ್ಥ್ಯವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

25) ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಿದ ಘನಾಕೃತಿಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟಿದೆ. ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಮಾದರಿಯಂತೆ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಮತ್ತು ಘನಫಲಗಳ ಸೂತ್ರಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ.

ಜೋಡಿಸಿದ ಘನಾಕೃತಿಗಳು	**ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ**	**ಘನಫಲ**
	($2 \times$ ಅರ್ಧಗೋಳಗಳ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ + ಸಿಲಿಂಡರಿನ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ) $= 2(2\pi r^2) + 2\pi rh$	($2 \times$ ಅರ್ಧಗೋಳಗಳ ಘನಫಲ+ ಸಿಲಿಂಡರಿನ ಘನಫಲ) $=2\left(\frac{2}{3}\pi r^3\right) + \pi r^2 h$
		

ಜೋಡಿಸಿದ ಘನಾಕೃತಿಗಳು	ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ	ಘನಫಲ
		
		
		
		
		

3/4 Marks Questions (LA-1/ LA-2)

26) ಜೇಡಿ ಮಣ್ಣಿನಿಂದ ತಯಾರಿಸಿದ ಒಂದು ಶಂಕುವಿನ ಎತ್ತರ 24cm ಮತ್ತು ಅದರ ಪಾದದ ತ್ರಿಜ್ಯವು 6cm ಇದೆ. ಒಬ್ಬ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ಇದನ್ನು ಗೋಳಾಕೃತಿಗೆ ಪರಿವರ್ತಿಸಿದರೆ, ಆ ಗೋಳದ ತ್ರಿಜ್ಯವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ: ಶಂಕುವಿನ ಎತ್ತರ $h = 24$ cm, ಪಾದದ ತ್ರಿಜ್ಯ $r = 6$ cm,

ಗೋಳದ ತ್ರಿಜ್ಯ R ಆಗಿರಲಿ

ದತ್ತ ಪ್ರಕಾರ, ಶಂಕುವಿನ ಘನಫಲ = ಗೋಳದ ಘನಫಲ

$\frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{4}{3}\pi R^3$

$\frac{1}{3}\pi(r^2h) = \frac{1}{3}\pi(4R^3)$ [∵ಎರಡೂ ಕಡೆ $\frac{1}{3}\pi$ ನ್ನು ರದ್ದುಗೊಳಿಸಿ]

$r^2h = 4R^3$

$6^2 \times 24 = 4R^3$

$6^2 \times 6 \times 4 = 4R^3$ [∵ಎರಡೂ ಕಡೆ 4 ನ್ನು ರದ್ದುಗೊಳಿಸಿ]

$6^3 = R^3$

$R = 6$ cm ∴ ಗೋಳದ ತ್ರಿಜ್ಯ $R = 6$ cm

27) 22 ಮೀ. ಉದ್ದ ಮತ್ತು 20 ಮೀ. ಅಗಲವಿರುವ ಒಂದು ಸಭಾಂಗಣದ ಮೇಲ್ಛಾವಣಿಯ ಮೇಲೆ ಬಿದ್ದ ಮಳೆಯ ನೀರನ್ನು 2ಮೀ ವ್ಯಾಸ ಮತ್ತು 3.5ಮೀ ಎತ್ತರದ ಸಿಲಿಂಡರ್ ಆಕಾರದ ಪಾತ್ರೆಗೆ ಪೂರ್ಣವಾಗಿ ತುಂಬಿಸಲಾಗಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಬಿದ್ದ ಮಳೆಯ ಪ್ರಮಾಣವನ್ನು ಸೆಂ.ಮೀ. ಗಳಲ್ಲಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ : ಬಿದ್ದ ಮಳೆಯ ಪ್ರಮಾಣ x cm $= \frac{x}{100}$ m ಆಗಿರಲಿ.
ಸಭಾಂಗಣದ ಮೇಲ್ಛಾವಣಿಯ ಉದ್ದ $l = 22$ ಮೀ. ಮತ್ತು ಅಗಲ $b = 20$ಮೀ. ಮತ್ತು $V = lbh$
∴ಮೇಲ್ಛಾವಣಿಯ ಮೇಲೆ ಮಳೆ ನೀರಿನ ಘನಫಲ $= 22 \times 20 \times \frac{x}{100} = \frac{22x}{5}\text{m}^3$ ---> (1)
ಸಿಲಿಂಡರ್‌ನಲ್ಲಿರುವ ನೀರಿನ ಘನಫಲ $= \pi r^2 h$ ಇಲ್ಲಿ $d = 2$ ಮೀ., $r = 1$ಮೀ. ಮತ್ತು $h = 3.5$ಮೀ.
ಸಿಲಿಂಡರ್‌ನಲ್ಲಿರುವ ನೀರಿನ ಘನಫಲ $= \frac{22}{7} \times 1^2 \times 3.5$
ಸಿಲಿಂಡರ್‌ನಲ್ಲಿರುವ ನೀರಿನ ಘನಫಲ $= 11\text{ m}^3$ ---> (2)
ಮೇಲ್ಛಾವಣಿಯ ಮೇಲೆ ಮಳೆ ನೀರಿನ ಘನಫಲ = ಸಿಲಿಂಡರ್‌ನಲ್ಲಿರುವ ನೀರಿನ ಘನಫಲ

$\Rightarrow \frac{22x}{5} = 11$ (∵ ಸ.(1) ಮತ್ತು ಸ.(2) ರಿಂದ)

$x = \frac{11 \times 5}{22}$

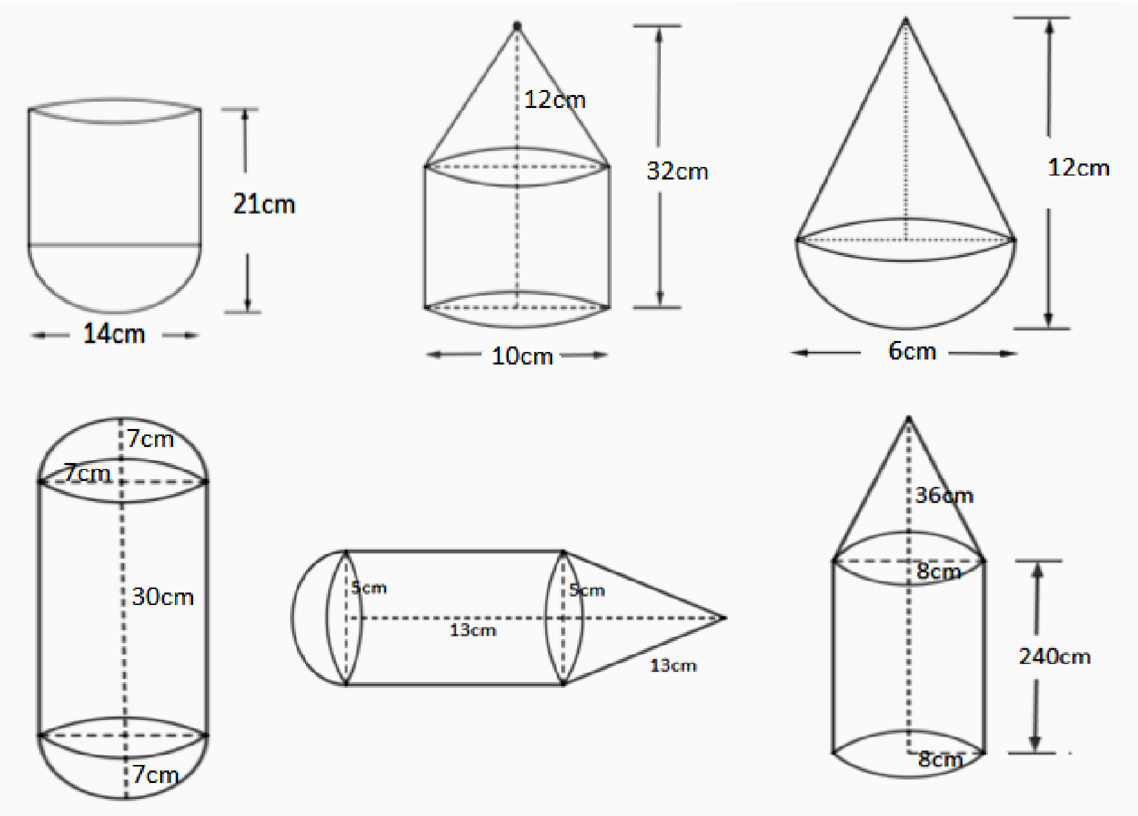
$x = \frac{5}{2}$

$x = 2.5$

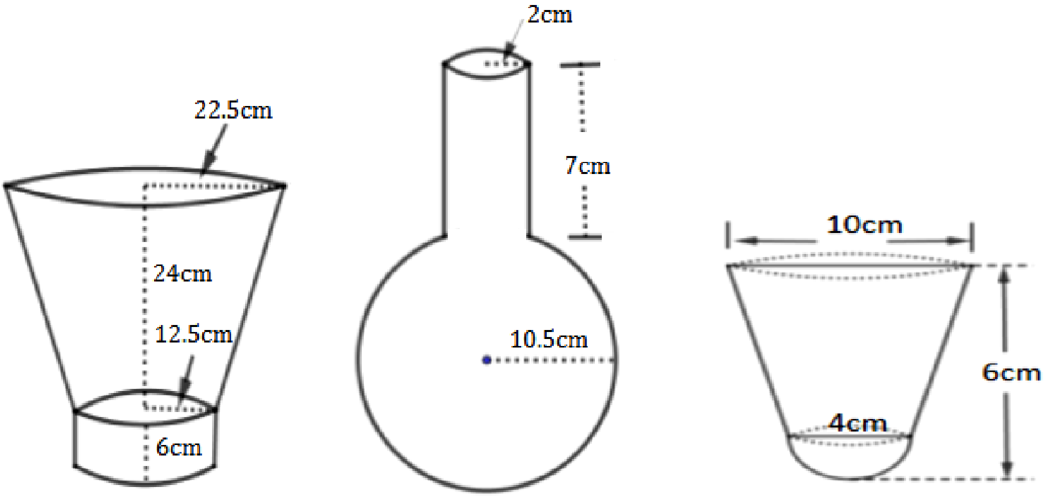
ಬಿದ್ದ ಮಳೆಯ ಪ್ರಮಾಣ = 2.5 cm

28) 64 cm^3 ಘನಫಲವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಎರಡು ವರ್ಗ(ಚೌಕ) ಘನಗಳ ಮುಖಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ ಒಂದು ಆಯತ ಘನಾಕೃತಿ ಮಾಡಿದೆ. ಈ ಆಯತ ಘನಾಕೃತಿಯ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

29) ಈ ಕೆಳಕಂಡ ಜೋಡಿಸಿದ ಘನಾಕೃತಿಗಳ ಒಟ್ಟು ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಹಾಗೂ ಘನಫಲಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



30) ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಜೋಡಿಸಿದ ಘನಾಕೃತಿಗಳ ಘನಫಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



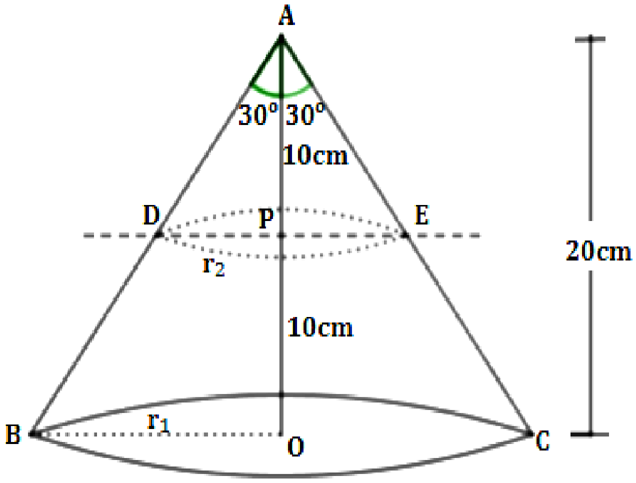
5 Marks Questions (LA-3)

31) ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿರುವಂತೆ ಒಂದು ಲೋಹದಿಂದ ಮಾಡಿದ ವೃತ್ತಪಾದ ಶಂಕುವಿನ ಎತ್ತರ 20 cm ಮತ್ತು ಶೃಂಗ ಕೋನವು 60°. ಈ ಶಂಕುವನ್ನು ಅದರ ಎತ್ತರದ ಮಧ್ಯಭಾಗದಲ್ಲಿ, ಪಾದಕ್ಕೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿ ಒಂದು ಸಮತಲದ ಮೂಲಕ ಕತ್ತರಿಸಿದೆ. ಈ ರೀತಿಯಾಗಿ ಪಡೆದ ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕವನ್ನು ತಂತಿಯ ವ್ಯಾಸ $\frac{1}{15}$ cm ಇರುವಂತೆ ತಂತಿಯಾಗಿ ಎಳೆದರೆ ತಂತಿಯ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ : ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿರುವಂತೆ ಶೃಂಗಕೋನ

$\angle BAC = 60°$

$\therefore \angle OAB = 30°$



ಶಂಕುವಿನ ಎತ್ತರ $OA = 20cm$

DE ಯು ಶಂಕುವನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿದೆ.

ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ಎತ್ತರ

$OP = h_1 = 10cm$

ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು

$DP = r_1 = ?, \ OB = r_2 = ?$

ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ APD ಯಲ್ಲಿ

$$\tan 30^o = \frac{opp}{adj} = \frac{DP}{AP}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{r_2}{10}$$

$$r_2 = \frac{10}{\sqrt{3}} \text{ ----->(1)}$$

ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ AOB ಯಲ್ಲಿ

$$\tan 30^o = \frac{opp}{adj} = \frac{OB}{OA}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{r_1}{20}$$

$$r_1 = \frac{20}{\sqrt{3}} \text{ ----->(2)}$$

ತಂತಿಯು ಸಿಲಿಂಡರ್ ಆಕಾರದಲ್ಲಿದೆ.

ತಂತಿಯ ಉದ್ದ $l = ?$ (**ಇದು ಸಿಲಿಂಡರ್‌ನ ಎತ್ತರ h ಗೆ ಸಮನಾಗಿದೆ)

ತಂತಿಯ ತ್ರಿಜ್ಯ $r = \frac{1}{2} \times \frac{1}{15}$ cm $= \frac{1}{30}$ cm (∵ವ್ಯಾಸದ ಅರ್ಧದಷ್ಟು)

ತಂತಿಯ ಘನಫಲ = ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ಘನಫಲ

$$\pi \times r^2 \times h = \frac{1}{3} \pi h_1 (r_1{}^2 + r_2{}^2 + r_1 . r_2)$$

$$\pi \times \left(\frac{1}{30}\right)^2 \times l = \frac{1}{3} \pi \times 10 \left(\left(\frac{20}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{10}{\sqrt{3}}\right)^2 + \frac{20}{\sqrt{3}} \times \frac{10}{\sqrt{3}}\right)$$

$$\frac{1}{900} \times l = \frac{1}{3} \times 10 \left(\frac{400}{3} + \frac{100}{3} + \frac{200}{3}\right)$$

$$\frac{1}{900} \times l = \frac{1}{3} \times 10 \left(\frac{700}{3}\right)$$

$$l = \frac{7000}{9} \times 900cm$$

$$l = 7000 \times 100cm$$

$$l = 7000 \text{ m}$$

ಹೆಚ್ಚಿನ ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ

1) ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ p ನೇ ಪದ $\frac{1}{q}$ ಮತ್ತು q ನೇ ಪದ $\frac{1}{p}$ ಆಗಿದ್ದರೆ, ಶ್ರೇಢಿಯ pq ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವು $\frac{1}{2}(pq+1)$ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ : p ನೇ ಪದ $a_p = \frac{1}{q}$, q ನೇ ಪದ $a_q = \frac{1}{p}$

ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ $d = \frac{a_p - a_q}{p - q}$

$$d = \frac{\frac{1}{q} - \frac{1}{p}}{p - q}$$

$$d = \frac{\frac{p-q}{pq}}{p - q}$$

$$d = \frac{(p-q)}{pq(p-q)}$$

$$d = \frac{1}{pq} \quad ----\!>(1)$$

$$a_p = \frac{1}{q}$$

$a + (p-1)d = \frac{1}{q}$ $[\because a_n = a + (n-1)d]$

$a + (p-1)\frac{1}{pq} = \frac{1}{q}$ [∵ಸ.(1)ರಿಂದ]

$$a + \frac{p}{pq} - \frac{1}{pq} = \frac{1}{q}$$

$$a + \frac{1}{q} - \frac{1}{pq} = \frac{1}{q}$$

$a = \frac{1}{pq}$ ------>(2) (∵ $\frac{1}{q}$ ಎರಡೂ ಕಡೆ ರದ್ದಾಗಿದೆ)

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$$

$n = pq$ ಆದಾಗ,

$S_{pq} = \frac{pq}{2}\left[2 \times \frac{1}{pq} + (pq-1)\frac{1}{pq}\right]$ (∵ ಸ.(1) ಮತ್ತು ಸ.(2)ರಿಂದ)

$$S_{pq} = \frac{pq}{2} \times \frac{1}{pq}(2 + pq - 1)$$

$S_{pq} = \frac{1}{2}(pq+1)$ ∴ ಸಾಧಿಸಿದೆ.

2) ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ p ನೇ ಪದ q ಮತ್ತು q ನೇ ಪದ p ಆಗಿದ್ದರೆ, ಶ್ರೇಢಿಯ p+q ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವು $\frac{1}{2}(p+q)(p+q-1)$ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

3) ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಮೊದಲನೇ, ಎರಡನೇ ಮತ್ತು ಕೊನೆಯ ಪದಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ a, b ಮತ್ತು 2a ಆಗಿದ್ದರೆ, ಶ್ರೇಢಿಯಲ್ಲಿನ ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವು $\frac{3ab}{2(b-a)}$ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ : $a_1 = a,\ a_2 = b,\quad a_n = 2a$

ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ $d = a_2 - a_1$

$d = b - a$ ---->(1)

$a + (n-1)d = a_n$

$(n-1)d = a_n - a$

$(n-1) = \frac{2a-a}{d}$ $(\because a_n = 2a)$

$n - 1 = \frac{a}{d}$

$n - 1 = \frac{a}{b-a}$ [∵ ಸ.(1)ರಿಂದ] ---->(2)

$n = \frac{a}{b-a} + 1$

$n = \frac{a+b-a}{b-a}$

$n = \frac{b}{b-a}$ ---->(3)

$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$

$S_n = \frac{1}{2} \times \frac{b}{b-a}\left[2a + \left(\frac{a}{b-a}\right)(b-a)\right]$ [∵ ಸ.(1), ಸ.(2) ಮತ್ತು ಸ.(3)ರಿಂದ]

$S_n = \frac{b}{2(b-a)}(2a + a)$

$S_n = \frac{b}{2(b-a)}(3a)$

$S_n = \frac{3ab}{2(b-a)}$ ∴ ಸಾಧಿಸಿದೆ.

4) ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯಲ್ಲಿ ಮೊದಲ 20 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ 400 ಮತ್ತು ಮೊದಲ 40 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ 1600 ಆದರೆ, ಮೊದಲ 10 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

5) ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯಲ್ಲಿ ಮೊದಲ ಮೂರು ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ 21 ಮತ್ತು ಕೊನೆಯ ಮೂರು ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ 276 ಆಗಿದ್ದರೆ, ಆ ಶ್ರೇಢಿಯ ಮೊದಲ 20 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

6) ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯಲ್ಲಿ 25 ಪದಗಳಿವೆ. ಮಧ್ಯದ ಪದ 49 ಆದರೆ ಶ್ರೇಢಿಯ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

7) ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯಲ್ಲಿ ಒಟ್ಟು 37 ಪದಗಳಿವೆ, ಅದರ ಮಧ್ಯದ ಮೂರು ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ 225 ಮತ್ತು ಕೊನೆಯ 3 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ 429 ಆದರೆ, ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

8) ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜದ ಕೋನಗಳು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯಲ್ಲಿವೆ. ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಅತ್ಯಂತ ಚಿಕ್ಕ ಕೋನ 27° ಆದರೆ, ಉಳಿದ ಕೋನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

9) ನಾಲ್ಕು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯಲ್ಲಿವೆ. ಆ ನಾಲ್ಕು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ 58 ಹಾಗೂ ಅಂತ್ಯಪದಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸ 9 ಆದರೆ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

10) ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಮೊದಲ 6 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ 42 ಹಾಗೂ 10ನೇ ಪದ ಮತ್ತು 30ನೇ ಪದಗಳಿಗಿರುವ ಅನುಪಾತ $1:3$ ಆದರೆ ಶ್ರೇಢಿಯ ಮೊದಲ ಪದ ಮತ್ತು 13ನೇ ಪದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

11) $\sqrt{\frac{1+\sin\theta}{1-\sin\theta}} + \sqrt{\frac{1-\sin\theta}{1+\sin\theta}} = 2\sec\theta$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

12) ನೆಲದ ಮೇಲಿನಿಂದ 4000m ಎತ್ತರದಲ್ಲಿ ವಿಮಾನವೊಂದು ಹಾರುವಾಗ, ಅದೇ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ನೇರವಾಗಿ ಮತ್ತೊಂದು ವಿಮಾನದ ಮೇಲೆ ಅದು ಹಾರಿ ಹೋಗುತ್ತದೆ. ಆ ಕ್ಷಣಕ್ಕೆ ನೆಲದ ಮೇಲಿನ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಆ ಎರಡು ವಿಮಾನಗಳ ಉನ್ನತ ಕೋನಗಳು 60° ಮತ್ತು 45° ಆಗಿದೆ. ಎರಡೂ ವಿಮಾನಗಳ ನಡುವಿನ ಲಂಬ ದೂರಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

13) ಬೆಟ್ಟದ ಮೇಲೆ ನಿಂತ ಒಬ್ಬ ವ್ಯಕ್ತಿಯು ತನ್ನ ಕೆಳಗಿರುವ ದಡದ ಕಡೆಗೆ ಏಕರೂಪ ಜವದಲ್ಲಿ ಸಾಗಿ ಬರುತ್ತಿರುವ ದೋಣಿಯನ್ನು ಗಮನಿಸಿದಾಗ ಉಂಟಾದ ಅವನತ ಕೋನವು 30° ಆಗಿದೆ. ಆರು ನಿಮಿಷಗಳ ನಂತರ, ಅವನತ ಕೋನವು 60° ಆಗುತ್ತದೆ. ದೋಣಿಯು ದಡವನ್ನು ಸೇರಲು ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಸಮಯವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

14) ಕೊಳದ ಮೇಲಿನ h ಮೀಟರ್‌ಗಳ ಎತ್ತರದ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಸ್ಥಿರವಾಗಿರುವ ಮೋಡವನ್ನು ನೋಡಿದಾಗ ಉಂಟಾದ ಉನ್ನತ ಕೋನವು α ಮತ್ತು ಅದರ ಪ್ರತಿಬಿಂಬವನ್ನು ಕೊಳದಲ್ಲಿ ನೋಡಿದಾಗ ಉಂಟಾದ ಅವನತ ಕೋನವು β ಆಗಿದೆ. ಮೋಡದ ಎತ್ತರವು ಆಗಿದೆ $\frac{h(\tan\beta+\tan\alpha)}{\tan\beta-\tan\alpha}$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

15) ಕೊಳದ ಮೇಲಿನ 60 m ಎತ್ತರದ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಸ್ಥಿರವಾಗಿರುವ ಮೋಡವನ್ನು ನೋಡಿದಾಗ ಉಂಟಾದ ಉನ್ನತ ಕೋನವು 30° ಮತ್ತು ಅದರ ಪ್ರತಿಬಿಂಬವನ್ನು ಕೊಳದಲ್ಲಿ ನೋಡಿದಾಗ ಉಂಟಾದ ಅವನತ ಕೋನವು 60° ಆಗಿದೆ. ಮೋಡದ ಎತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

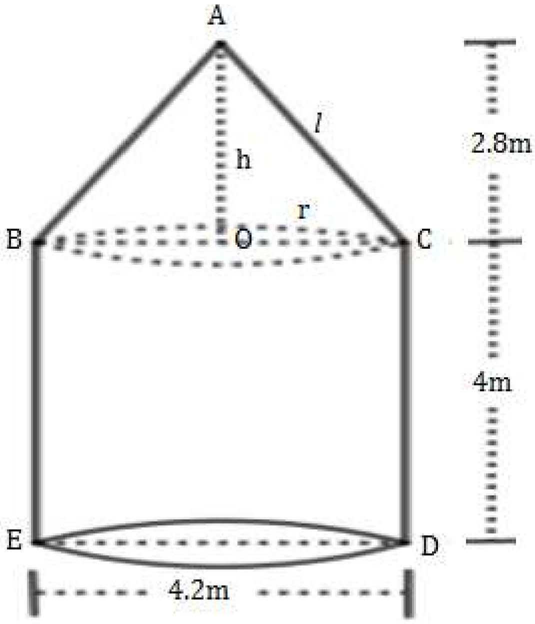
16) ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ಮೇಲೆ ಶಂಕುವನ್ನು ಇರಿಸಿರುವ ರೀತಿ ಒಂದು ಟೆಂಟನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಿದೆ. ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ಕೆಳಗಿನ ಮತ್ತು ಮೇಲಿನ ವೃತ್ತಪಾದಗಳ ವ್ಯಾಸಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ 20m ಮತ್ತು 6m ಹಾಗೂ ಎತ್ತರ 24m. ಟಂಟಿನ ಒಟ್ಟು ಎತ್ತರ 28m ಆದರೆ, ಬೇಕಾಗುವ ಕ್ಯಾನ್ವಾಸ್ ಬಟ್ಟೆಯ ಅಳತೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

17) **ರಾಜ್ಯದಲ್ಲಿ ಉಂಟಾದ ದಿಢೀರ್ ಪ್ರವಾಹದಿಂದ, ಕೆಲವು ಸಂಘ ಸಂಸ್ಥೆಗಳು ಸ್ವ ಇಚ್ಛೆಯಿಂದ ತಕ್ಷಣವೇ 100 ಟೆಂಟುಗಳನ್ನು ಪ್ರವಾಹ ಸಂತ್ರಸ್ತರಿಗಾಗಿ ನಿರ್ಮಿಸಲು ಸರ್ಕಾರಕ್ಕೆ ಮನವಿ ಸಲ್ಲಿಸಿ, ಇದಕ್ಕಾಗಿ ತಗಲುವ ಖರ್ಚಿನ 50% ಹಣವನ್ನು ನೀಡುವುದಾಗಿ ತಿಳಿಸಿದರು. ಪ್ರತಿ ಟೆಂಟಿನ ಕೆಳಭಾಗವು ಸಿಲಿಂಡರಿನ ಆಕಾರದಲ್ಲಿದ್ದು ಪಾದದ ವ್ಯಾಸ 4.2m ಮತ್ತು ಎತ್ತರ 4m ಹಾಗೂ ಮೇಲ್ಭಾಗವು ಶಂಕುವಿನಾಕೃತಿಯಲ್ಲಿದ್ದು ಸಿಲಿಂಡರಿನ ಪಾದದಷ್ಟೆ ವ್ಯಾಸವನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ ಆದರೆ ಎತ್ತರ 2.8m ಆಗಿದೆ. ಟೆಂಟುಗಳನ್ನು ತಯಾರಿಸಲು ಬಳಸುವ ಕ್ಯಾನ್ವಾಸ್ ಬಟ್ಟೆಯು ಚದರ ಮೀಟರ್‌ಗೆ ರೂ100 ಆದರೆ, ಸಂಘ ಸಂಸ್ಥೆಗಳು ಟೆಂಟುಗಳನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಲು ನೀಡಿದ ಹಣವೆಷ್ಟೆಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಈ ಸಂಸ್ಥೆಗಳಿಂದ ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಬಹುದಾದ ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ತಿಳಿಸಿ. ($\pi = \frac{22}{7}$ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ)**

ಪರಿಹಾರ: ಟೆಂಟ್‌ನ ಆಕಾರವು ಸಿಲಿಂಡರ್ ಮತ್ತು ಶಂಕುಗಳಿಂದ ಜೋಡಿಸಿದ ಘನಾಕೃತಿ ಆಗಿದೆ.

ಸಿಲಿಂಡರ್‌ನ ಪಾದದ ವ್ಯಾಸ = ಶಂಕುವಿನ ಪಾದದ ವ್ಯಾಸ

∴ ಸಿಲಿಂಡರ್‌ನ ಪಾದದ ತ್ರಿಜ್ಯ = ಶಂಕುವಿನ ಪಾದದ ತ್ರಿಜ್ಯ



$r = \frac{4.2}{2} = 2.1m$

ಸಿಲಿಂಡರ್ ಎತ್ತರ $H = 4m$

ಶಂಕುವಿನ ಎತ್ತರ $h = 2.8m$

ಶಂಕುವಿನ ಎತ್ತರ $l = ?$

$l^2 = r^2 + h^2$

$l^2 = (2.1)^2 + (2.8)^2$

$l^2 = 4.41 + 7.84$

$l = \sqrt{12.25}$

$l = 3.5m$

ಟೆಂಟ್‌ನ ಒಟ್ಟು ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = [ಸಿಲಿಂಡರ್‌ನ ಪಾರ್ಶ್ವ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ + ಶಂಕುವಿನ ಪಾರ್ಶ್ವ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ]

ಟೆಂಟ್‌ನ ಒಟ್ಟು ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $2\pi rH + \pi rl$

$= \pi r(2H + l)$

$= \frac{22}{7} \times 2.1(2 \times 4 + 3.5)$

$= 22 \times 0.3 \times 11.5$

ಟೆಂಟ್‌ನ ಒಟ್ಟು ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $75.90m^2$

ಇಂತಹ 100 ಟೆಂಟ್‌ಗಳ ಒಟ್ಟು ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $75.90 \times 100 = 7590m^2$

$1m^2$ ಕ್ಯಾನ್ವಾಸ್ ಬಟ್ಟೆಗೆ ರೂ.100 ಆದರೆ,

$7590m^2$ ಕ್ಯಾನ್ವಾಸ್ ಬಟ್ಟೆಗೆ ತಗಲುವ ಖರ್ಚು = ರೂ. $7590 \times 100 =$ ರೂ. 7,59,000

ಸಂಘ ಸಂಸ್ಥೆಗಳು ನೀಡಿದ ಹಣ (50%) = ರೂ. $7,59,000 \times \frac{50}{100}$

ಸಂಘ ಸಂಸ್ಥೆಗಳು ನೀಡಿದ ಹಣ = ರೂ. 3,79,500

ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಬಹುದಾದ ಮೌಲ್ಯ: * ಇದು ಮಾನವೀಯತೆಯ ಪ್ರತೀಕವಾಗಿದೆ.

* ಇದು ಉತ್ತಮ ನಾಗರಿಕ ಸಮಾಜದ ಲಕ್ಷಣವಾಗಿದೆ.

18) ರಾಜ್ಯದಲ್ಲಿ ಉಂಟಾದ ದಿಢೀರ್ ಪ್ರವಾಹದಿಂದ, ಸಾವಿರಾರು ಜನ ಮನೆ ಕಳೆದುಕೊಂಡಿದ್ದರು. 50ಶಾಲೆಗಳು ಒಟ್ಟಾಗಿ 1500 ಟೆಂಟುಗಳಿಗೆ ಸ್ಥಳ ಮತ್ತು ಕ್ಯಾನ್ವಾಸ್ ಬಟ್ಟೆಯನ್ನು ಒದಗಿಸಲು ರಾಜ್ಯ ಸರ್ಕಾರಕ್ಕೆ ಪ್ರಸ್ತಾಪಿಸಿ ಮತ್ತು ಇಡೀ ವೆಚ್ಚವನ್ನು ಸಮಾನವಾಗಿ ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳಲು ನಿರ್ಧರಿಸಿದರು. ಪ್ರತಿ ಟೆಂಟಿನ ಕೆಳಭಾಗವು ಸಿಲಿಂಡರಿನ ಆಕಾರದಲ್ಲಿದ್ದು ಪಾದದ ತ್ರಿಜ್ಯ 2.8m ಮತ್ತು ಎತ್ತರ 3.5m ಹಾಗೂ ಮೇಲ್ಭಾಗವು ಶಂಕುವಿನಾಕೃತಿಯಲ್ಲಿದ್ದು ಸಿಲಿಂಡರಿನ ಪಾದದಷ್ಟೆ ತ್ರಿಜ್ಯವನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ ಆದರೆ ಎತ್ತರ 2.1m ಆಗಿದೆ. ಟೆಂಟುಗಳನ್ನು ತಯಾರಿಸಲು ಬಳಸುವ ಕ್ಯಾನ್ವಾಸ್ ಬಟ್ಟೆಯು ಚದರ ಮೀಟರ್‌ಗೆ ರೂ120 ಆದರೆ, ಪ್ರತಿ ಶಾಲೆಯವರು ಟೆಂಟುಗಳನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಲು ನೀಡಿದ ಹಣವೆಷ್ಟೆಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಈ ಸಮಸ್ಯೆಯಿಂದ ಕಂಡುಕೊಂಡ ಮೌಲ್ಯವೇನು?

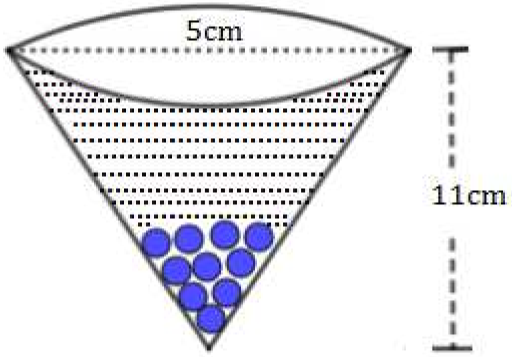
($\pi = \frac{22}{7}$ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ)

19) ಒಂದು ನೇರ ಶಂಕುವು, ಪಾದಕ್ಕೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುವ ಸಮತಲದಿಂದ ಸಮ ಘನಫಲವುಳ್ಳ ಎರಡು ಘನಗಳಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಸಮತಲವು ಶಂಕುವಿನ ಅಕ್ಷವನ್ನು ಯಾವ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸಿದೆ?

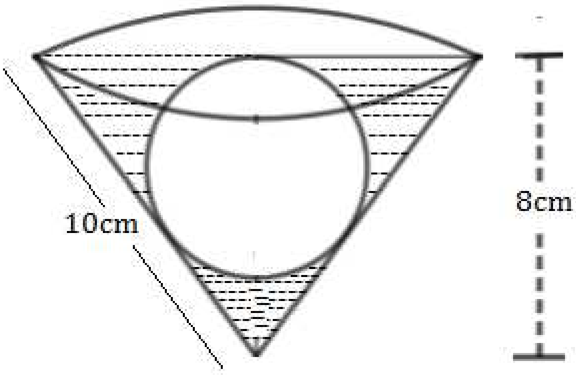
20) ಒಂದು ನೇರ ಶಂಕುವಿನ ಎತ್ತರವು, ಪಾದಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳಿಂದ ತ್ರಿಭಾಗಿಸಿದೆ. ಮೇಲಿನಿಂದ ಈ ಮೂರು ಭಾಗಗಳ ಘನಫಲಗಳ ಅನುಪಾತವು ಎಂದು $1:7:19$ ತೋರಿಸಿ.

21) ಲಂಬಕೋನವನ್ನು ಒಳಗೊಂಡ ಬಾಹುಗಳು 15cm ಮತ್ತು 20cm ಇರುವ ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಅದರ ವಿಕರ್ಣದ ಮೇಲೆ ತಿರುಗಿಸಿದೆ. ಉಂಟಾದ ದ್ವಿಶಂಕುವಿನ ಘನಫಲ ಮತ್ತು ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

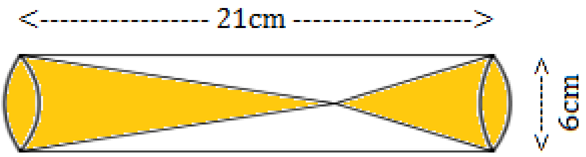
22) ಪಕ್ಕದ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿರುವಂತೆ ಎತ್ತರ 11cm ಇರುವ ಶಂಕುವಿನಾಕಾರದ ಪಾತ್ರೆಯ ಮೇಲ್ಭಾಗದ ವ್ಯಾಸ 5cm ಆಗಿದೆ. ಇದರಲ್ಲಿ ಪೂರ್ಣವಾಗಿ ನೀರನ್ನು ತುಂಬಲಾಗಿದೆ. $\frac{1}{4}$ cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ಸೀಸದ ಗೋಲಿಗಳನ್ನು ಈ ಪಾತ್ರೆಯಲ್ಲಿ ಹಾಕಿದಾಗ, ಪಾತ್ರೆಯಲ್ಲಿದ್ದ $\frac{2}{5}$ ರಷ್ಟು ನೀರು ಹೊರ ಚೆಲ್ಲುತ್ತದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಪಾತ್ರೆಯಲ್ಲಿ ಹಾಕಿದ ಸೀಸದ ಗೋಲಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



23) ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿರುವಂತೆ ಎತ್ತರ 8 cm ಇರುವ ಶಂಕುವಿನಾಕಾರದ ಪಾತ್ರೆಯ ಓರೆ ಎತ್ತರವು 10cm ಆಗಿದೆ. ಅದರಲ್ಲಿ ಪೂರ್ಣವಾಗಿ ನೀರನ್ನು ತುಂಬಲಾಗಿದೆ. ಈ ಪಾತ್ರೆಯ ಮೇಲ್ಭಾಗದ ತ್ರಿಜ್ಯದ ಅರ್ಧದಷ್ಟು ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ಒಂದು ಕಬ್ಬಿಣದ ಗೋಳವನ್ನು ಪಾತ್ರೆಯಲ್ಲಿ ಮುಳುಗಿಸಿದಾಗ ಗೋಳದ ಮೇಲ್ಭಾಗವು ನೀರಿನ ಮೇಲ್ಮೈಗೆ ಸ್ಪರ್ಶಿಸಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಪಾತ್ರೆಯಿಂದ ಹೊರ ಚೆಲ್ಲಿದ ನೀರಿನ ಪ್ರಮಾಣ ಮತ್ತು ಪಾತ್ರೆಯಲ್ಲಿ ಉಳಿದ ನೀರಿನ ಪ್ರಮಾಣವು $3:5$ ಆಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

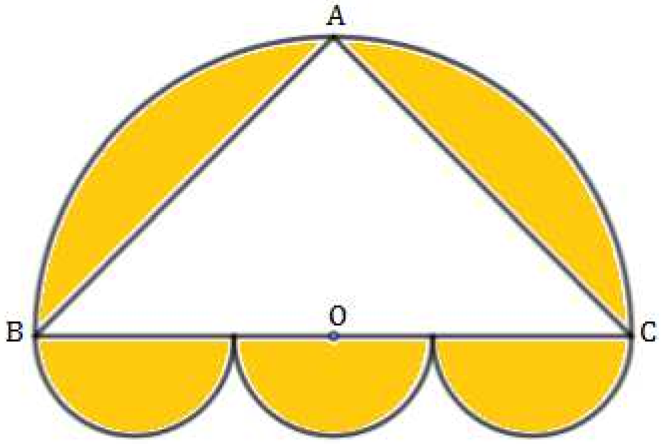


24) ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿರುವಂತೆ ಎರಡು ಘನ ಶಂಕುಗಳನ್ನು ಸಿಲಿಂಡರ್ ಆಕಾರದ ಕೊಳವೆಯಲ್ಲಿ ಇಡಲಾಗಿದೆ. ಶಂಕುಗಳ ಗಾತ್ರಗಳ ಅನುಪಾತ $2:1$ ಆದರೆ, ಸಿಲಿಂಡರ್‌ನ ಉಳಿದ ಭಾಗದ ಘನಫಲ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



25) 6.5m ಉದ್ದದ ಒಂದು ಏಣಿಯನ್ನು ಗೋಡೆಗೆ ಒರಗಿಸಿದಾಗ ಅದರ ತುದಿಯು ನೆಲದಿಂದ 6m ಎತ್ತರದಲ್ಲಿರುವ ಕಿಟಕಿಯ ಕಟ್ಟೆಯನ್ನು ಮುಟ್ಟುತ್ತದೆ. ಏಣಿಯ ಪಾದವು 3.5m ನಷ್ಟು ಗೋಡೆಯಿಂದ ದೂರ ಜಾರಿದಾಗ, ಏಣಿಯ ತುದಿಯು ನೆಲದಿಂದ ಎಷ್ಟು ಎತ್ತರದಲ್ಲಿ ಗೋಡೆಯನ್ನು ಮುಟ್ಟುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

26) ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿರುವಂತೆ BC ಯು O ಕೇಂದ್ರವಿರುವ ಅರ್ಧವೃತ್ತದ ವ್ಯಾಸವಾಗಿದೆ. ಮೂರು ಸಮನಾದ ಅರ್ಧವೃತ್ತಗಳ ಕೇಂದ್ರಗಳು BC ಯ ಮೇಲಿವೆ. $AB = AC$ ಆಗುವಂತೆ ΔABC ಯು ಒಂದು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜವಾಗಿದೆ. $BC = 84cm$ ಆದರೆ ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ವಲಯದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



ಗಮನಿಸಿ : ಆತ್ಮೀಯ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳೇ, ಕಲಿಕಾ ಖಾತ್ರಿಗಾಗಿ ಪುಟ 119 ರಿಂದ ಪುಟ 126 ರವರೆಗೆ ಕೆಲವು ಮಾದರಿ ಅಭ್ಯಾಸ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಕನಿಷ್ಠ ಕಲಿಕಾಂಶಗಳ ಆಧಾರದ ಮೇಲೆ ನೀಡಲಾಗಿದೆ. ಈ ಮಾದರಿ ಅಭ್ಯಾಸ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸುವ ಮೂಲಕ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ತಮ್ಮ ಕನಿಷ್ಠ ಕಲಿಕೆಯನ್ನು ದೃಢೀಕರಿಸಿಕೊಳ್ಳಬಹುದು.

ಅಭ್ಯಾಸ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು : ಸೆಟ್ - 1

$2 \times 8 = 16$

1) $2, \ 5, \ 8, 11, \ldots\ldots\ldots\ldots$ ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಮೊದಲ 20 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
2) ವರ್ಜಿಸುವ ವಿಧಾನದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ.

   $x + 2y = 8$

   $2x + \ y = 7$
3) $(-3, 4)$ ಮತ್ತು $(5, -2)$ ಈ ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
4) $2\sqrt{3} - 4$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.
5) $2x^2 - 5x + 3$ ಈ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ ಮತ್ತು ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
6) $x^2 = 8x + 1$ ಈ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳನ್ನು ವರ್ಗ ಸೂತ್ರದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
7) $x^2 + 3x - 1 = 0$ ಈ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವವನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸಿ.
8) $15 \cot A = 8$ ಆದರೆ $\sin A$ ಮತ್ತು $\sec A$ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
9) ಈ ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಕ್ಕೆ ಬಹುಲಕ (ರೂಢಿಬೆಲೆ) ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. $3 \times 5 = 15$

CI	10 - 20	20 - 30	30 – 40	40 - 50	50 - 60
f	7	4	8	2	4

10) 4cm ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತವನ್ನು ರಚಿಸಿ, ವೃತ್ತ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ 10cm ದೂರದಲ್ಲಿರುವ ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಉದ್ದವನ್ನು ಅಳೆದು ಬರೆಯಿರಿ.
11) AB = 5cm, BC = 6cm ಮತ್ತು CA= 7cm ಇರುವಂತೆ ತ್ರಿಭುಜ ABC ರಚಿಸಿ. ನಂತರ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಅದರ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬಾಹುವು ಮೊದಲು ರಚಿಸಿದ ತ್ರಿಭುಜ ABC ಯ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ $\frac{5}{4}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.
12) "ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಉದ್ದಗಳು ಸಮನಾಗಿರುತ್ತವೆ" ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.
13) ಈ ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಕ್ಕೆ ' ಕಡಿಮೆ ವಿಧಾನದ ' ಓಜೀವ್ ರಚಿಸಿ.

ತೂಕ (ಕೆ.ಜಿ. ಗಳಲ್ಲಿ)	ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ
28 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	0
30 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	3
32 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	7
34 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	12
36 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	20
38 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	32
40 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	40

14) ನಕ್ಷೆಯಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ : $x + 2y = 11$ $4 \times 1 = 4$

    $x + \ y = 8$
15) ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ನಿರೂಪಿಸಿ ಮತ್ತು ಸಾಧಿಸಿ. $5 \times 1 = 5$

ಅಭ್ಯಾಸ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು : ಸೆಟ್ - 2

$2 \times 8 = 16$

1) 3, 7, 11, 15, ... ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಮೊದಲ 15 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
2) ವರ್ಜಿಸುವ ವಿಧಾನದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ.
   $x + 2y = 8$
   $2x - 3y = 2$
3) $(7, -5)$ ಮತ್ತು $(-2, -3)$ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡದ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
4) $2 + \sqrt{5}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.
5) $3x^2 - 5x + 2$ ಈ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ ಮತ್ತು ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
6) $x^2 - 5x - 2 = 0$ ಈ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳನ್ನು ವರ್ಗ ಸೂತ್ರದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
7) $3x^2 + 4x - 2 = 0$ ಈ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವವನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸಿ.
8) $\sqrt{2}\sin\theta = 1$ ಆದರೆ $\cos\theta$ ಮತ್ತು $\cot\theta$ ಗಳ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
9) ಈ ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಕ್ಕೆ ಮಧ್ಯಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. $3 \times 5 = 15$

CI	30 - 35	35 - 40	40 – 45	45 - 50	50 - 55	55 - 60
f	4	7	5	5	10	9

10) 4cm ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತವನ್ನು ರಚಿಸಿ, ಎರಡು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ 70° ಇರುವಂತೆ, ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಒಂದು ಜೊತೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಉದ್ದವನ್ನು ಅಳೆದು ಬರೆಯಿರಿ.
11) AB = 7cm, $\angle B = 60^\circ$ ಮತ್ತು BC = 5cm ಇರುವಂತೆ ತ್ರಿಭುಜ ABC ರಚಿಸಿ. ನಂತರ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಅದರ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬಾಹುವು ಮೊದಲು ರಚಿಸಿದ ತ್ರಿಭುಜ ABC ಯ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ $\frac{5}{3}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.
12) $(-3, 2)$, $(2, -4)$, $(1, 3)$ ಈ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ರೇಖಾಖಂಡಗಳಿಂದ ಸೇರಿಸಿದಾಗ ಉಂಟಾದ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
13) ಈ ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಕ್ಕೆ ಅಧಿಕ ವಿಧಾನದ ಓಜೀವ್ ರಚಿಸಿ.

ಪಾಲಿಸಿಯ ಮೊತ್ತ (ಲಕ್ಷ ರೂ.ಗಳಲ್ಲಿ)	ವಿಮಾದಾರರ ಸಂಖ್ಯೆ
5 ಅಥವಾ 5 ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು	50
10 ಅಥವಾ 10 ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು	42
15 ಅಥವಾ 15 ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು	30
20 ಅಥವಾ 20 ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು	25
25 ಅಥವಾ 25 ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು	11
30 ಅಥವಾ 30 ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು	6

14) ನಕ್ಷೆಯಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ : $2x + y = 8$ $4 \times 1 = 4$
    $x - 1 = y$
15) ಪೈಥಾಗೊರಸ್‌ನ ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ನಿರೂಪಿಸಿ ಮತ್ತು ಸಾಧಿಸಿ. $5 \times 1 = 5$

ಅಭ್ಯಾಸ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು : ಸೆಟ್ - 3 $2 \times 8 = 16$

1) 21, 18, 15, 12, ... ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ 35 ನೇ ಪದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

2) ವರ್ಜಿಸುವ ವಿಧಾನದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ.

$3x + y = 10$

$2x - y = 5$

3) $(6, 4)$ ಮತ್ತು $(3, 1)$ ಈ ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

4) ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ ಹಾಗೂ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ -3 ಮತ್ತು 2 ಆಗಿರುವ ಒಂದು ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

5) $3x^2 - 4\sqrt{3}x + 4 = 0$ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣವು ಎರಡು ಸಮನಾದ ವಾಸ್ತವ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

6) $x^2 - 4 = 3x$ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಸೂತ್ರದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

7) $2\cos\theta = 1$ ಆದರೆ $\sin\theta$ ಮತ್ತು $\cot\theta$ ಗಳ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

8) $2 - \sqrt{5}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

9) ಈ ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಕ್ಕೆ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. $3 \times 5 = 15$

CI	15 - 25	25 - 35	35 – 45	45 - 55	55 - 65	65 - 75
f	5	10	7	4	3	1

10) 3.5cm ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತವನ್ನು ರಚಿಸಿ, ಎರಡು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ 50° ಇರುವಂತೆ, ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಒಂದು ಜೊತೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಉದ್ದವನ್ನು ಅಳೆದು ಬರೆಯಿರಿ.

11) ಪಾದ 8 cm ಮತ್ತು ಎತ್ತರ 4 cm ಇರುವ ಒಂದು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ನಂತರ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು, ಅದರ ಬಾಹುಗಳು ಮೊದಲು ರಚಿಸಿದ ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ $1\frac{1}{2}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.

12) "ವೃತ್ತದ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕವು, ಸ್ಪರ್ಶ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ತ್ರಿಜ್ಯಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿರುತ್ತದೆ." ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

13) ಕೆಳಗಿನ ವಿತರಣೆಯನ್ನು "ಕಡಿಮೆ ಇರುವ ವಿಧಾನದ" ವಿತರಣೆಯಾಗಿ ಬದಲಾಯಿಸಿ, ಇದರ ಓಜೀವ್ ಎಳೆಯಿರಿ.

CI	0 - 3	3 - 6	6 – 9	9 - 12	12 - 15
f	9	3	5	3	1

14) ನಕ್ಷೆಯಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ : $2x + y = 9$ $4 \times 1 = 4$

$x + y = 6$

15) ಕೋ.ಕೋ.ಕೋ. ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ನಿರೂಪಿಸಿ ಮತ್ತು ಸಾಧಿಸಿ. $5 \times 1 = 5$

ಅಭ್ಯಾಸ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು : ಸೆಟ್ - 4

$2 \times 8 = 16$

1) 3, 10, 17, 24, ………… ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಮೊದಲ 20 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

2) ವರ್ಜಿಸುವ ವಿಧಾನದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ.

$3x + 2y = 19$

$5x - 2y = 21$

3) $(2,3)$ ಮತ್ತು $(-2,-3)$ ಈ ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

4) 2 ಮತ್ತು -5 ನ್ನು ಶೂನ್ಯತೆಗಳನ್ನಾಗಿ ಹೊಂದಿರುವ ಒಂದು ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

5) $5x + 1 = x^2$ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಸೂಕ್ತವಾದ ಸೂತ್ರದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

6) $2x^2 - 4x + 3 = 0$ ಈ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣವು ಯಾವುದೇ ವಾಸ್ತವ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿಲ್ಲ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

7) $12\sin^2 30^\circ + 7\tan^2 45^\circ - 8\cos^2 60^\circ$ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

8) $5 - \sqrt{3}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

9) ಈ ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಕ್ಕೆ ಮಧ್ಯಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. $3 \times 5 = 15$

CI	0 - 10	10 - 20	20 – 30	30 - 40	40 - 50	50 - 60
f	5	4	11	10	7	3

10) 4cm ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತವನ್ನು ರಚಿಸಿ, ಎರಡು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ 80° ಇರುವಂತೆ, ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಒಂದು ಜೊತೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಉದ್ದವನ್ನು ಅಳೆದು ಬರೆಯಿರಿ.

11) AB = 6cm, BC = 8cm ಮತ್ತು CA= 10cm ಇರುವಂತೆ ತ್ರಿಭುಜ ABC ರಚಿಸಿ. ನಂತರ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಅದರ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬಾಹುವು ಮೊದಲು ರಚಿಸಿದ ತ್ರಿಭುಜ ABC ಯ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ $\frac{3}{4}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.

12) $(2, 3), (4, k), (6, -3)$ ಈ ಬಿಂದುಗಳು ಸರಳರೇಖಾಗತವಾಗಿದ್ದರೆ k ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

13) ಈ ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಕ್ಕೆ ಕಡಿಮೆ ವಿಧಾನದ ಓಜೀವ್ ರಚಿಸಿ.

ದೈನಂದಿನ ವೇತನ (₹.ಗಳಲ್ಲಿ)	ಕೆಲಸಗಾರರ ಸಂಖ್ಯೆ
450 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	2
500 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	8
550 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	20
600 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	38
650 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	62
700 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	75
750 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	80

14) ನಕ್ಷೆಯಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ : $x + y = 8$ $4 \times 1 = 4$

$2x - y = 7$

15) ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯದ ವಿಲೋಮವನ್ನು ನಿರೂಪಿಸಿ ಮತ್ತು ಸಾಧಿಸಿ. $5 \times 1 = 5$

ಅಭ್ಯಾಸ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು : ಸೆಟ್ - 5

$2 \times 8 = 16$

1) 2, 11, 20, 29, ………… ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ 15ನೇ ಪದವನ್ನು ಸೂಕ್ತವಾದ ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

2) ವರ್ಜಿಸುವ ವಿಧಾನದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ : $5x + y = 26$

$5x - 8y = 17$

3) $(-2, -4)$ ಮತ್ತು $(2, 4)$ ಈ ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

4) -2 ಮತ್ತು 3 ನ್ನು ಶೂನ್ಯತೆಗಳನ್ನಾಗಿ ಹೊಂದಿರುವ ಒಂದು ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

5) $x^2 + x = 6$ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಸೂಕ್ತವಾದ ಸೂತ್ರದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

6) 100 ಬಲ್ಬ್‌ಗಳ ಒಂದು ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿ 7 ಬಲ್ಬ್‌ಗಳು ದೋಷಪೂರಿತವಾಗಿವೆ. ಗುಂಪಿನಿಂದ ಒಂದು ಬಲ್ಬನ್ನು ಯಾದೃಚ್ಛಿಕವಾಗಿ ಹೊರತೆಗೆಯಲಾಗಿದೆ. ಅದು ದೋಷಪೂರಿತವಾಗಿರದ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಎಷ್ಟು?

7) ΔABC ಯಲ್ಲಿ $\angle B = 90^\circ$, $AB = 8cm$, $BC = 6cm$ ಆದರೆ sinA ಮತ್ತು cosA ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

8) $3 + \sqrt{5}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

9) ಈ ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಕ್ಕೆ ಬಹುಲಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. $3 \times 5 = 15$

CI	0 - 10	10 - 20	20 – 30	30 - 40	40 - 50	50 - 60
f	8	9	10	16	12	6

10) 3.5cm ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರದಿಂದ 7cm ದೂರದಲ್ಲಿರುವ ಒಂದು ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಒಂದು ಜೊತೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಉದ್ದವನ್ನು ಅಳೆದು ಬರೆಯಿರಿ.

11) AB = 7cm, BC = 5cm ಮತ್ತು CA= 6cm ಇರುವಂತೆ ತ್ರಿಭುಜ ABC ರಚಿಸಿ. ನಂತರ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಅದರ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬಾಹುವು ಮೊದಲು ರಚಿಸಿದ ತ್ರಿಭುಜ ABC ಯ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ $\frac{7}{5}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.

12) "ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಉದ್ದಗಳು ಸಮನಾಗಿರುತ್ತವೆ" ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

13) ಈ ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಕ್ಕೆ ಅಧಿಕ ವಿಧಾನದ ಓಜೀವ್ ರಚಿಸಿ.

ಗೋಧಿಯ ಉತ್ಪಾದನಾ ಇಳುವರಿ (Kg/ha ಗಳಲ್ಲಿ)	ಹೊಲಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ
40 ಅಥವಾ 40 ಕ್ಕಿಂತ ಅಧಿಕ	100
45 ಅಥವಾ 45 ಕ್ಕಿಂತ ಅಧಿಕ	96
50 ಅಥವಾ 50 ಕ್ಕಿಂತ ಅಧಿಕ	90
55 ಅಥವಾ 55 ಕ್ಕಿಂತ ಅಧಿಕ	74
60 ಅಥವಾ 60 ಕ್ಕಿಂತ ಅಧಿಕ	54
65 ಅಥವಾ 65 ಕ್ಕಿಂತ ಅಧಿಕ	24

14) ನಕ್ಷೆಯಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ : $2x + y = 6$ $4 \times 1 = 4$

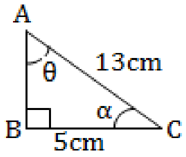
$x + 2y = 9$

15) ಎರಡು ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಅನುಪಾತವು ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಅನುಪಾತಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ. $5 \times 1 = 5$

ಅಭ್ಯಾಸ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು : ಸೆಟ್ - 6

$2 \times 8 = 16$

1) $5 + 10 + 15 + \dots\dots\dots$ ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೊದಲ 20 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಸೂಕ್ತವಾದ ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
2) ವರ್ಜಿಸುವ ವಿಧಾನದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ : $2x + 3y = 11$
   $2x - 4y = -24$
3) $(2, 3)$ ಮತ್ತು $(4, 7)$ ಈ ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
4) $5 - 2\sqrt{3}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.
5) $p(x) = 2x^2 - 6x + k$ ಈ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತವು ಅವುಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧದ ಅರ್ಧದಷ್ಟಕ್ಕೆ ಸಮನಾದರೆ k ಯ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
6) $2x^2 - 5x - 1 = 0$ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಶೋಧಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ಮತ್ತು ಇದರಿಂದ ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವವನ್ನು ವಿವೇಚಿಸಿ.
7) ವರ್ಗ ಸೂತ್ರದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ : $x^2 - 3x + 1 = 0$
8) ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $\sin\theta$ ಮತ್ತು $\cos\alpha$ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



9) ಈ ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಕ್ಕೆ ಬಹುಲಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. $3 \times 5 = 15$

CI	0 - 5	5 - 10	10 – 15	15 - 20	20 - 25
f	8	9	5	3	1

10) 3.5cm ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತವನ್ನು ರಚಿಸಿ, ಎರಡು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ 60° ಇರುವಂತೆ, ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಒಂದು ಜೊತೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಉದ್ದವನ್ನು ಅಳೆದು ಬರೆಯಿರಿ.
11) 6cm, 7cm ಮತ್ತು 8cm ಬಾಹುಗಳಿರುವ ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜ ರಚಿಸಿ. ನಂತರ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಅದರ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬಾಹುವು ಮೊದಲು ರಚಿಸಿದ ತ್ರಿಭುಜದ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ $\frac{3}{4}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.
12) ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಶೃಂಗಗಳು $A(0, 6)$, $B(8, 0)$ ಮತ್ತು $C(5, 8)$ ಆದರೆ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
13) ಈ ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಕ್ಕೆ ಕಡಿಮೆ ವಿಧಾನದ ಓಜೀವ್ ರಚಿಸಿ.

ವಯಸ್ಸು (ವರ್ಷಗಳಲ್ಲಿ)	ಪಾಲಿಸಿದಾರರ ಸಂಖ್ಯೆ
20 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	2
25 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	6
30 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	12
35 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	16
40 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	20
45 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	25
50 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	35

14) ನಕ್ಷೆಯಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ : $2x + y = 10$ ಮತ್ತು $x + y = 6$ $4 \times 1 = 4$
15) ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳಲ್ಲಿ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮವಾದರೆ ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ಅನುಪಾತಗಳು ಸಮ. ಆದ್ದರಿಂದ ಆ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸಮರೂಪವಾಗಿರುತ್ತವೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ. $5 \times 1 = 5$

ಅಭ್ಯಾಸ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು : ಸೆಟ್ - 7 $2 \times 7 = 14$

1) $-3, -1, 1, 3$........ ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ 11ನೇ ಪದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
2) ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ nನೇ ಪದ $a_n = 3n - 2$ ಆದರೆ, ಶ್ರೇಢಿಯ ಮೊದಲ 9 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
3) ಯಾವುದಾದರೂ ಸೂಕ್ತ ವಿಧಾನದ ಮೂಲಕ ಈ ಕೆಳಗಿನ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ.
$x + y = 5$
$2x - 3y = 5$

ಅಥವಾ

ಕೊಟ್ಟಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣ ಜೋಡಿಗಳು ಅಸ್ಥಿರವಾಗಿದೆ. k ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
$2x - 3y = 8$
$2(k - 4)x - ky = k + 3$

4) $'O'$ ವೃತ್ತ ಕೇಂದ್ರವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಎರಡು ಏಕಕೇಂದ್ರೀಯ ವೃತ್ತಗಳ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು 5cm ಮತ್ತು 3 cm ಆಗಿದೆ. ಚಿಕ್ಕ ವೃತ್ತವನ್ನು ಸ್ಪರ್ಶಿಸುವಂತೆ ಎಳೆದ ದೊಡ್ಡ ವೃತ್ತದ ಜ್ಯಾದ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
5) $2x^2 - 4x + 3 = 0$ ಈ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಶೋಧಕದ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
6) $(\sin 30° + \cos 60° - \tan 45°)$ ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
7) A (8,– 4), B (9,5) ಮತ್ತು C (0,4) ಬಿಂದುಗಳು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದ ಶೃಂಗಗಳಾಗಿವೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.
8) ಈ ಕೆಳಗಿನ ವರ್ಗೀಕೃತ ದತ್ತಾಂಶಕ್ಕೆ ಮಧ್ಯಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. $3 \times 6 = 18$

ತೂಕ (kg ಗಳಲ್ಲಿ)	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40
ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	2	3	6	4	5

9) ಒಂದು ಗ್ರಾಮದ 100 ಹೊಲಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ ಹೆಕ್ಟೇರ್‌ಗೆ ಉತ್ಪಾದಿಸುವ ಗೋಧಿಯ ಇಳುವರಿಯನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕವು ನೀಡುತ್ತದೆ. ಈ ವಿತರಣೆಯನ್ನು 'ಅಧಿಕ ಇರುವ ವಿಧಾನದ ವಿತರಣೆಯಾಗಿ' ಬದಲಾಯಿಸಿ ಇದರ ಓಜೀವ್ ಎಳೆಯಿರಿ.

ಉತ್ಪಾದನಾ ಇಳುವರಿ (Kg/ha ಗಳಲ್ಲಿ)	50-55	55-60	60-65	65-70	70-75	75-80
ಹೊಲಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	2	8	12	24	38	16

11) 3.5cm ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತವನ್ನು ರಚಿಸಿ, ಎರಡು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ 80° ಇರುವಂತೆ, ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಒಂದು ಜೊತೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಉದ್ದವನ್ನು ಅಳೆದು ಬರೆಯಿರಿ.
12) BC = 3 cm, AB = 6 cm ಮತ್ತು AC = 4.5 cm ಬಾಹುಗಳಿರುವ ABC ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ನಂತರ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಅದರ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬಾಹುವು ಮೊದಲು ರಚಿಸಿದ ತ್ರಿಭುಜದ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ $\frac{4}{3}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.
13) (1,6) ಮತ್ತು (4,3) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು $1 : 2$ ರ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
14) $\sqrt{5}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.
15) ಕೊಟ್ಟಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗೆ ನಕ್ಷೆಯ ವಿಧಾನದಿಂದ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
$2x + y = 6$ $4 \times 2 = 8$
$2x - y = 2$

16) ಪೈಥಾಗೊರಸ್‌ನ ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ನಿರೂಪಿಸಿ ಮತ್ತು ಸಾಧಿಸಿ.

ಅಭ್ಯಾಸ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು : ಸೆಟ್ – 8 $2 \times 8 = 16$

1) 3, 8, 13, 18, ………… ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ 15ನೇ ಪದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

2) ವರ್ಜಿಸುವ ವಿಧಾನದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ.

$3x + 2y = 11$

$5x - 2y = 13$

3) (8, 3) ಮತ್ತು (2, 11) ಈ ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

4) $2x^2 + x - 4 = 0$ ಈ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಸೂತ್ರದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

5) k ನ ಯಾವ ಬೆಲೆಗೆ $kx^2 + 6x + 1 = 0$ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಎರಡು ವಾಸ್ತವ ಮೂಲಗಳು ಸಮನಾಗಿರುತ್ತವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

6) $\tan A = \frac{4}{3}$ ಆದರೆ $\cos A$ ಮತ್ತು $\operatorname{cosec} A$ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

7) 8cm ಉದ್ದವಿರುವ ಒಂದು ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ ಮತ್ತು ಅದನ್ನು ಜ್ಯಾಮಿತಿಯ ರಚನೆಯಿಂದ 2 : 3 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸಿ.

8) 3cm ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತವನ್ನು ರಚಿಸಿ, ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ 70° ಇರುವಂತೆ, ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಒಂದು ಜೊತೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ.

9) ಈ ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಕ್ಕೆ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. $3 \times 5 = 15$

CI	0 - 10	10 - 20	20 – 30	30 - 40	40 - 50
f	12	16	6	7	9

10) 4cm, 6cm ಮತ್ತು 8cm ಬಾಹುಗಳು ಇರುವಂತೆ ತ್ರಿಭುಜ ರಚಿಸಿ. ನಂತರ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಅದರ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬಾಹುವು ಮೊದಲು ರಚಿಸಿದ ತ್ರಿಭುಜದ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ $\frac{3}{4}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.

11) (4, −3) ಮತ್ತು (8, 5) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು 3 : 1 ರ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

12) $p(x) = 3x^3 + x^2 + 2x + 5$ ನ್ನು ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ $g(x)$ ನಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ದೊರಕುವ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಮತ್ತು ಶೇಷಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ $(3x - 5)$ ಮತ್ತು $(9x + 10)$ ಆದರೆ $g(x)$ ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

13) ಒಂದು ಗ್ರಾಮದ 100 ಹೊಲಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ ಹೆಕ್ಟೇರ್‌ಗೆ ಉತ್ಪಾದಿಸುವ ಗೋಧಿಯ ಇಳುವರಿಯನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕವು ನೀಡುತ್ತದೆ. ಈ ದತ್ತಾಂಶವನ್ನು 'ಕಡಿಮೆ ಇರುವ ವಿಧಾನದ ವಿತರಣೆಯಾಗಿ' ಬದಲಾಯಿಸಿ ಇದರ ಓಜೀವ್ ಎಳೆಯಿರಿ.

ಉತ್ಪಾದನಾ ಇಳುವರಿ (Kg/ha ಗಳಲ್ಲಿ)	40-45	45-50	50-55	55-60	60-65	65-70
ಹೊಲಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	4	6	16	20	30	24

14) ಕೊಟ್ಟಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗೆ ನಕ್ಷೆಯ ವಿಧಾನದಿಂದ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$x - 2y = 0$ $4 \times 1 = 4$

$3x + 4y = 20$

15) ಎರಡು ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಅನುಪಾತವು ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಅನುಪಾತಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ. $5 \times 1 = 5$