T

முதல் இடைப்பருவத் தேர்வு - 2021

பன்னிரெண்டாம் வகுப்பு

பதிவு எண் : | | | | | | |

நேரம்: 3.00 மணி

கணிதம்

மதிப்பெண்கள்: 90

பகுதி - I

I. சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுத்து எழுதுக: $20 \times 1 = 20$

1. $|adj(adj\, A)| = |A|^9$ எனில், சதுர அணி A ன் வரிசையானது
   a) 3 b) 4 c) 2 d) 5

2. $A = \begin{bmatrix} 7 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ எனில் $9I_2 - A =$
   a) A^{-1} b) $\frac{A^{-1}}{2}$ c) $3A^{-1}$ d) $2A^{-1}$

3. A^TA^{-1} ஆனது சமச்சீர் எனில் $A^2 =$
   a) A^{-1} b) $(A^T)^2$ c) A^T d) $(A^{-1})^2$

4. $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}$ மற்றும் $\lambda A^{-1} - A$ எனில் λ ன் மதிப்பு
   a) 17 b) 14 c) 19 d) 21

5. $i + i^{n+1} + i^{n+2} + i^{n+3}$ ன் மதிப்பு
   a) 0 b) 1 c) -1 d) i

6. ஒரு கலப்பெண்ணின் இணை கலப்பெண் $\frac{1}{i-2}$ எனில் அந்த கலப்பெண்
   a) $\frac{1}{i+2}$ b) $\frac{-1}{i+2}$ c) $\frac{-1}{i-2}$ d) $\frac{1}{i-2}$

7. $|z| = 1$ எனில், $\frac{1+z}{1+\bar{z}}$ ன் மதிப்பு
   a) z b) $\bar{z}$ c) $\frac{1}{z}$ d) 1

8. $z = x + iy$ என்ற கலப்பெண்ணிற்கு $|z+2| = |z-2|$ எனில் , z ன் நியமப்பாதை
   a) மெய் அச்சு b) கற்பனை அச்சு c) நீள்வட்டம் d) வட்டம்

9. $3x^2 + by^2 + 4bx - 6by + b^2 = 0$ என்ற வட்டத்தின் ஆரம்
   a) 1 b) 3 c) $\sqrt{10}$ d) $\sqrt{11}$

10. $x + y = k$ என்ற நேர்க்கோடு பரவளையம் $y^2 = 12x$ ன் செங்கோட்டுச் சமன்பாடாக உள்ளது எனில் k ன் மதிப்பு
    a) 3 b) -1 c) 1 d) 9

11. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ என்ற நீள்வட்டத்தினுள் வரையப்படும் மிகப்பெரிய செவ்வகத்தின் பரப்பு
    a) 2ab b) ab c) $\sqrt{ab}$ d) a/b

12. $x^2 + y^2 - 8x - 4y + c = 0$ என்ற வட்டத்தின் விட்டத்தின் ஒரு முனை (11,2) எனில் அதன் மறுமுனை
    a) $(-5,2)$ b) $(2,-5)$ c) $(5,-2)$ d) $(-2,5)$

13. $\vec{a}$ மற்றும் $\vec{b}$ என்பன இணை வெக்டர்கள் எனில், $[\vec{a}, \vec{c}, \vec{b}]$ ன் மதிப்பு

a) 2 b) −1 c) 1 d) 0

14. $\hat{i}+\hat{j}, \hat{i}+2\hat{j}, \hat{i}+\hat{j}+\pi\hat{k}$ என்ற வெக்டர்களை ஒரு புள்ளியில் சந்திக்கும் விளிம்புகளாகக் கொண்ட இணைகரத் திண்மத்தின் கனஅளவு

a) $\pi/2$ b) $\pi/3$ c) π d) $\pi/4$

15. $\vec{a}=\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}$, $\vec{b}=\hat{i}+\hat{j}$, $\vec{c}=\hat{i}$ மற்றும் $(\vec{a}\times\vec{b})\times\vec{c}=\lambda\vec{a}+\mu\vec{b}$ எனில் $\lambda+\mu$ ன் மதிப்பு

a) 0 b) 1 c) 6 d) 3

16. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ என்பன $[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}]=3$ எனுமாறுள்ள ஒரு தளம் அமையா மூன்று பூச்சியமற்ற வெக்டர்கள் எனில், $\left\{[\vec{a}\times\vec{b}, \vec{b}\times\vec{c}, \vec{c}\times\vec{a}]\right\}^2$ ன் மதிப்பு

a) 81 b) 9 c) 27 d) 18

17. ஓர் ஈருறுப்புச் செயலி S என்ற ஒரு கணத்தின் மீது ஒரு சார்பாக பின்வருவனவற்றிலிருந்து பெறப்படுவது

a) $S\to S$ b) $(SxS)\to S$ c) $S\to(SxS)$ d) $(SxS)\to(SxS)$

18. பின்வருபவைகளில் எது N ன் மீதுள்ள ஓர் ஈருறுப்புச் செயலி ஆகும்?

a) கழித்தல் b) பெருக்கல் c) வகுத்தல் d) அனைத்தும்

19. ஒரு கூட்டுக்கூற்றில் 3 தனிக்கூற்றுகள் உட்படுத்தப்பட்டிருந்தால் அம்மெய்மை அட்டவணையின் நிரைகளின் எண்ணிக்கை

a) 9 b) 8 c) 6 d) 3

20. $\neg(p\vee\neg q)$ ன் மெய்மை அட்டவணையில் கடைசி நிரலில் வரும் மெய் மதிப்பு 'F' விளைவுகளின் எண்ணிக்கை

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4

பகுதி - II

II. எவையேனும் 7 வினாக்களுக்கு விடையளி: *(வினா எண். 30 கட்டாய வினா)* 7 x 2 = 14

21. $\begin{bmatrix}-2 & 4\\ 1 & -3\end{bmatrix}$ என்ற அணியின் நேர்மாறு காண்க.

22. $\begin{bmatrix}\cos\theta & -\sin\theta\\ \sin\theta & \cos\theta\end{bmatrix}$ என்பது செங்குத்து அணி என நிறுவுக.

23. சுருக்குக : $i\, i^2\, i^3 \ldots\ldots i^{2000}$

24. $6-8i$ ன் வர்க்கமூலம் காண்க.

25. குவியங்கள் $(0,\pm4)$ மற்றும் நெட்டச்சின் முனைகள் $(0,\pm5)$ என்ற நீள்வட்டத்தின் சமன்பாடு காண்க.

26. $(2,5,-3)$ என்ற புள்ளியிலிருந்து $\vec{r}\cdot(6\hat{i}-3\hat{j}+2\hat{k})=5$ என்ற தளத்திற்குள்ள தொலைவு காண்க.

27. $\vec{r}\cdot(\hat{i}+\hat{j}-2\hat{k})=3$ மற்றும் $2x-2y+z=2$ என்ற தளங்களுக்கு இடைப்பட்ட கோணம் காண்க.

28. R இன் மீது $a * b = a.|b|$ என்ற கணத்தின் மீது வரையறுக்கப்பட்டிருக்கும் * ஓர் ஈருறுப்புச் செயலியா என தீர்மானிக்க.

29. $A=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 1 & 1\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}1 & 1\\ 0 & 1\end{bmatrix}$ ஆகிய இரண்டும் ஒரே வகையான பூலியன் அணிகள் எனில் $A\vee B$ மற்றும் $A\wedge B$ ஆகியவற்றைக் காண்க.

30. $x^2 + y^2 = 25$ என்ற வட்டத்திற்கு $P(-3,4)$ ல் தொடுகோடு மற்றும் செங்கோட்டுச் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

பகுதி - III

III. ஏவையேனும் 7 வினாக்களுக்கு விடையளி: *(வினா எண். 40 கட்டாய வினா)* 7 x 3 = 21

31. $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 3 & 4 \\ 5 & -1 & 7 & 11 \end{bmatrix}$ என்ற அணிக்கு ஏறுபடி வடிவத்தை பயன்படுத்தி அணித்தரம் காண்க.

32. $2x + 5y = -2,\ x + 2y = -3$ என்ற நேரிய சமன்பாட்டு தொகுப்பை நேர்மாறு அணிகாணல் முறையில் தீர்க்க.

33. கலப்பெண்கள் u, v மற்றும் w ஆகியவை $\frac{1}{u} = \frac{1}{v} + \frac{1}{w}$. என்றவாறு தொடர்புபடுத்தப்பட்டுள்ளது. $v = 3 - 4i$ மற்றும் $w = 4 + 3i$ எனில் u ஐ செவ்வக வடிவில் எழுதுக.

34. $|z + i| = |z - 1|$ என்ற சமன்பாட்டில் $z = x + iy$ ன் நியமப்பாதையை கார்டீசியன் வடிவில் காண்க.

35. இரு அச்சுக்களையும் தொட்டுச் செல்வதும், $(-4,-2)$ என்ற புள்ளி வழிச் செல்வதுமான வட்டத்தின் சமன்பாடு காண்க.

36. $y^2 = 4ax$ என்ற பரவளையத்திற்கு 't_1' மற்றும் 't_2' ஆகிய புள்ளிகளில் அமையும் தொடுகோடுகள் $[at_1t_2,\ a(t_1+t_2)]$ என்ற புள்ளியில் சந்திக்கின்றன என நிறுவுக.

37. ஏதேனும் ஒரு வெக்டர் $\vec{a}$ க்கு $\hat{i} \times (\vec{a} \times \hat{i}) + \hat{j} \times (\vec{a} \times \hat{j}) + \hat{k} \times (\vec{a} \times \hat{k}) = 2\vec{a}$ என நிறுவுக.

38. $\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$ என நிறுவுக.

39. $p \rightarrow q$ மற்றும் $q \rightarrow p$ ஆகியவைகள் சமானமற்றவை எனக்காட்டுக.

40. ஆதிப்புள்ளியில் இருந்து 7 அலகுகள் தொலைவில் உள்ளதும், செங்குத்தின் திசைவிகிதங்கள் 3,−4,5 கொண்டதுமான தளத்தின் வெக்டர் சமன்பாடு காண்க.

பகுதி - IV

IV. அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளி: 7 x 5 = 35

41. a) $A = \frac{1}{9}\begin{bmatrix} -8 & 1 & 4 \\ 4 & 4 & 7 \\ 1 & -8 & 4 \end{bmatrix}$ எனில் $A^{-1} = A^T$ என நிறுவுக.

(அல்லது)

b) ஒரு மீன் தொட்டியை பம்பு A மற்றும் பம்பு B என்பன ஒன்றாக சேர்ந்து 10 நிமிடங்களில் நீரை நிரப்பும். பம்பு B ஆனது நீரை உள்ளே அல்லது வெளியே ஒரே வேகத்தில் அனுப்ப இயலும். எதிர்பாராத விதமாக பம்பு B ஆனது நீரை வெளியே அனுப்பினால் தொட்டி நிரம்ப 30 நிமிடங்கள் ஆகும் எனில் ஒவ்வொரு பம்பும் தொட்டியை தனித்தனியாக நிரப்ப எவ்வளவு காலம் எடுத்துக் கொள்ளும்? (கிராமரின் விதியைப் பயன்படுத்தி தீர்க்க)

42. a) $1, -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ மற்றும் $-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$ என்ற புள்ளிகள் ஒரு சமபக்க முக்கோணத்தின் முனைப்புள்ளிகளாக அமையும் என நிறுவுக.

(அல்லது)

b) z_1 மற்றும் z_2 என்ற ஏதேனும் இரு கலப்பெண்களுக்கு $|z_1| = |z_2| = 1$ மற்றும் $z_1z_2 \neq -1$ எனில், $\frac{z_1+z_2}{1+z_1z_2}$ ஓர் மெய் எண் எனக்காட்டுக.

43. a) $18x^2 + 12y^2 - 144x + 48y + 120 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் கூம்பு வளைவின் வகையைக் கண்டறிந்து அவற்றின் மையம், குவியங்கள், முனைகள் மற்றும் இயக்குவரைகளைக் காண்க.

(அல்லது)

b) ஒரு பாலம் பரவளைய வளைவில் உள்ளது. மையத்தில் 10 மீ உயரமும், அடிப்பகுதியில் 30 மீ அகலமும் உள்ளது. மையத்திலிருந்து இருபுறமும் 6 மீ தூரத்தில் பாலத்தின் உயரத்தைக் காண்க.

44. a) வெக்டர் முறையில் $\cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha \cos\beta + \sin\alpha \sin\beta$ என நிறுவுக.

(அல்லது)

b) (2,2,1), (9,3,6) ஆகிய புள்ளிகள் வழிச் செல்லக்கூடியதும், $2x + 6y + 6z = 9$ என்ற தளத்திற்குச் செங்குத்தாக அமைவதுமான தளத்தின் துணையலகு அல்லாத வெக்டர் சமன்பாடு மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

45. a) i) * என்ற ஓர் ஈருறுப்புச் செயலி Q ன் மீது பின்வருமாறு வரையறுக்கப்படுகிறது. இந்த * ஆனது பரிமாற்றுப் பண்பு, சேர்ப்புப் பண்பு ஆகியவற்றை நிறைவு செய்கிறதா எனச் சோதிக்க.

$a * b = \left(\frac{a+b}{2}\right)$; $\forall a,b \in Q$

ii) * ஆனது சமனிப்பண்பு மற்றும் எதிர்மறைப் பண்பு ஆகியவை Q ன் மீது உண்மையாகுமா எனக் சோதிக்க. $a * b = \left(\frac{a+b}{2}\right)$; $\forall a,b \in Q$

(அல்லது)

b) மட்டு 11 ஐப் பொருத்து எச்சத் தொகுதிகளின் கணம் {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10} இன் உட்கணம் A = {1,3,4,5,9} ன் மீது X_{11} என்ற செயலிக்கு,

i) அடைவுப் பண்பு ii) பரிமாற்றுப் பண்பு iii) சேர்ப்புப் பண்பு iv) சமனிப்பண்பு v) எதிர்மறைப் பண்பு ஆகியவைகளை சரிபார்க்க.

46. a) ஒரு சிறுவன் $y = ax^2 + bx + c$ என்ற பாதையில் (–6,8), (–2,–12) மற்றும் (3,8) எனும் புள்ளிகள் வழியாக செல்கிறான். P(7,60) என்ற புள்ளியில் உள்ள அவனுடைய நண்பனை சந்திக்க விரும்புகிறான். அவன் அவனுடைய நண்பனை சந்திப்பான? (காஸ் நீக்கல் முறையை பயன்படுத்துக)

(அல்லது)

b) $z = x + iy$ என்ற ஏதேனும் ஒரு கலப்பெண் $\text{Im} = \left(\frac{2z+1}{iz+1}\right) = 0$ எனுமாறு அமைந்தால் zன் நியமப்பாதை $2x^2 + 2y^2 + x - 2y = 0$ எனக்காட்டுக.

47. a) ஒரு நீரூற்றில், ஆதியிலிருந்து 0.5 மீ கிடைமட்டத் தூரத்தில் நீரின் அதிகபட்ச உயரம் 4 மீ. நீரின் பாதை ஒரு பரவளையம் எனில் ஆதியிலிருந்து 0.75 மீ கிடைமட்டத் தூரத்தில் நீரின் உயரத்தைக் காண்க.

(அல்லது)

b) $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$, $\vec{b} = 3\hat{i} + 5\hat{j} + 2\hat{k}$, $\vec{c} = -\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$ எனில் $(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c} = (\vec{a}.\vec{c})\vec{b} - (\vec{b}.\vec{c})\vec{a}$ என்பதை சரிபார்க்க.

******