



सामान्य निर्देश:

निम्नलिखित निर्देशों को बहुत सावधानी से पढ़िए और उनका सख्ती से पालन कीजिए :

- (i) इस प्रश्न-पत्र के तीन खण्ड हैं – खण्ड क, ख तथा ग ।
- (ii) प्रत्येक खण्ड अनिवार्य है ।
- (iii) खण्ड क में 6 लघु उत्तर I प्रकार के प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक के 2 अंक हैं ।
- (iv) खण्ड ख में 4 लघु उत्तर II प्रकार के प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक के 3 अंक हैं ।
- (v) खण्ड ग में 4 दीर्घ-उत्तरीय प्रकार के प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक के 4 अंक हैं ।
- (vi) कुछ प्रश्नों में आंतरिक विकल्प दिया गया है ।
- (vii) प्रश्न सं. 14 एक प्रकरण-अध्ययन आधारित प्रश्न है जिसमें दो भाग हैं । प्रत्येक भाग के 2 अंक हैं ।

खण्ड क

प्रश्न संख्या 1 से 6 तक प्रत्येक प्रश्न के 2 अंक हैं ।

1. मान ज्ञात कीजिए :

2

$$\int_0^{\pi/2} \frac{1}{1 + \cot^{5/2} x} dx$$

2. यदि $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$, $\vec{b} = -\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$ और $\vec{c} = -\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ तीन सदिश हैं, तो सदिशों $(\vec{a} + \vec{b})$ और $(\vec{b} - \vec{c})$ दोनों के लम्बवत् एक सदिश ज्ञात कीजिए ।

2

3. एक थैले में 1 से 25 तक संख्यांकित कार्ड हैं । एक के बाद एक, बिना प्रतिस्थापना के, यादृच्छया दो कार्ड निकाले जाते हैं । प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि प्रत्येक कार्ड पर संख्या 7 का गुणज हो ।

2

4. एक थैले में 4 सफेद और 5 काली गेंदें हैं । दूसरे थैले में 6 सफेद और 7 काली गेंदें हैं । पहले थैले से एक गेंद यादृच्छया निकाल कर दूसरे थैले में डाली जाती है और फिर दूसरे थैले से एक गेंद यादृच्छया निकाली जाती है । प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि निकाली गई गेंद सफेद है ।

2

5. यदि \vec{a} , \vec{b} तथा \vec{c} ऐसे मात्रक सदिश हैं कि $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ है, तो $\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}$ का मान ज्ञात कीजिए ।

2



General Instructions :

Read the following instructions very carefully and strictly follow them :

- (i) This question paper contains **three** sections – **Section A, B and C.**
- (ii) Each section is **compulsory.**
- (iii) **Section A** has **6** short answer type I questions of **2** marks each.
- (iv) **Section B** has **4** short answer type II questions of **3** marks each.
- (v) **Section C** has **4** long answer type questions of **4** marks each.
- (vi) There is an internal choice in some questions.
- (vii) Question no. **14** is a case-study based question with 2 sub-parts of **2** marks each.

SECTION A

Question numbers **1 to 6** carry **2** marks each.

- 1. Evaluate : 2
$$\int_0^{\pi/2} \frac{1}{1 + \cot^{5/2} x} dx$$
- 2. If $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$, $\vec{b} = -\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$ and $\vec{c} = -\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ are three vectors, then find a vector perpendicular to both the vectors $(\vec{a} + \vec{b})$ and $(\vec{b} - \vec{c})$. 2
- 3. A bag contains cards numbered 1 to 25. Two cards are drawn at random, one after the other, without replacement. Find the probability that the number on each card is a multiple of 7. 2
- 4. One bag contains 4 white and 5 black balls. Another bag contains 6 white and 7 black balls. A ball, drawn at random, is transferred from the first bag to the second bag and then a ball is drawn at random from the second bag. Find the probability that the ball drawn is white. 2
- 5. If \vec{a} , \vec{b} and \vec{c} are unit vectors such that $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$, then find the value of $\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}$. 2



6. (क) अवकल समीकरण

$$x \cos y \, dy = (x \log x + 1) e^x \, dx$$

का व्यापक हल ज्ञात कीजिए ।

2

अथवा

- (ख) यदि a और b क्रमशः अवकल समीकरण

$$x \left[y \left(\frac{d^2 y}{dx^2} \right)^3 + x \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 - \frac{y \, dy}{x \, dx} \right] = 0$$

की कोटि व घात को दर्शाते हों, तो $(2a - 3b)$ का मान ज्ञात कीजिए ।

2

खण्ड ख

प्रश्न संख्या 7 से 10 तक प्रत्येक प्रश्न के 3 अंक हैं ।

7. (क) क्षेत्र $\{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 9, x + y \geq 3\}$ का समाकलन विधि से क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।

3

अथवा

- (ख) समाकलन विधि से, परवलय $y^2 = 4x$, रेखाओं $x = 0$ और $x = 3$ तथा x -अक्ष के बीच घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।

3

8. ज्ञात कीजिए :

3

$$\int \frac{\sin x}{\sin(x - 2a)} \, dx$$

9. तीन बिन्दुओं, जिनके स्थिति सदिश $-\hat{j}$, $3\hat{i} + 3\hat{j}$ और $\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ हैं, से गुज़रने वाले समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए ।

3

10. (क) निम्नलिखित समांतर रेखाओं के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए :

3

$$\vec{r} = (2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}) + \lambda(\hat{i} + \hat{j} - \hat{k})$$

$$\vec{r} = (\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}) + \mu(\hat{i} + \hat{j} - \hat{k})$$

अथवा

- (ख) बिन्दुओं $(-1, 1, -8)$ और $(5, -2, 10)$ से गुज़रने वाली रेखा ZX-समतल को जिस बिन्दु पर काटती है, उसके निर्देशांक ज्ञात कीजिए ।

3



6. (a) Find the general solution of the differential equation
 $x \cos y \, dy = (x \log x + 1) e^x \, dx.$ 2

OR

- (b) Find the value of $(2a - 3b)$, if a and b represent respectively the order and the degree of the differential equation

$$x \left[y \left(\frac{d^2y}{dx^2} \right)^3 + x \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 - \frac{y}{x} \frac{dy}{dx} \right] = 0. \quad 2$$

SECTION B

Question numbers 7 to 10 carry 3 marks each.

7. (a) Find the area of the region $\{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 9, x + y \geq 3\}$, using integration. 3

OR

- (b) Using integration, find the area of the region bounded by the parabola $y^2 = 4x$, the lines $x = 0$ and $x = 3$ and the x -axis. 3

8. Find : 3

$$\int \frac{\sin x}{\sin(x - 2a)} \, dx$$

9. Find the equation of the plane passing through three points whose position vectors are $-\hat{j}$, $3\hat{i} + 3\hat{j}$ and $\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$. 3

10. (a) Find the distance between the following parallel lines : 3

$$\vec{r} = (2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}) + \lambda (\hat{i} + \hat{j} - \hat{k})$$

$$\vec{r} = (\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}) + \mu (\hat{i} + \hat{j} - \hat{k})$$

OR

- (b) Find the coordinates of the point where the line through the points $(-1, 1, -8)$ and $(5, -2, 10)$ crosses the ZX -plane. 3



खण्ड ग

प्रश्न संख्या 11 से 14 तक प्रत्येक प्रश्न के 4 अंक हैं।

11. समतलों $\vec{r} \cdot (2\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}) = 7$ और $\vec{r} \cdot (2\hat{i} + 5\hat{j} + 3\hat{k}) = 9$ की प्रतिच्छेदन रेखा को अंतर्विष्ट करने वाले और बिन्दु (2, 1, 3) से गुजरने वाले समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए।

4

12. (क) ज्ञात कीजिए :

4

$$\int \cos x \cdot \tan^{-1}(\sin x) dx$$

अथवा

(ख) ज्ञात कीजिए :

4

$$\int \frac{e^x}{(e^x + 1)(e^x + 3)} dx$$

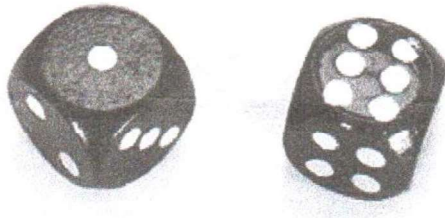
13. अवकल समीकरण $x \frac{dy}{dx} + 2y = x^2 \log x$, दिया गया है कि $y(1) = 1$, का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए।

4

प्रकरण-अध्ययन आधारित प्रश्न

14. एक पक्षपाती (biased) पासा उछाला जाता है और उसके फलकों पर विभिन्न संख्याओं के प्रकट होने की प्रायिकताएँ निम्न हैं :

| फलक | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|-----------|-----|------|------|------|------|---|
| प्रायिकता | 0.1 | 0.24 | 0.19 | 0.18 | 0.15 | K |



उपर्युक्त सूचना के आधार पर, निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(क) K का मान क्या है ?

2

(ख) यदि पासे का फलक सम संख्या दर्शाता है, तो इसके फलक पर 2 या 4 के होने की प्रायिकता क्या है ?

2



SECTION C

Question numbers 11 to 14 carry 4 marks each.

11. Find the equation of the plane passing through the intersection of the planes $\vec{r} \cdot (2\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}) = 7$ and $\vec{r} \cdot (2\hat{i} + 5\hat{j} + 3\hat{k}) = 9$ and through the point (2, 1, 3). 4

12. (a) Find : 4

$$\int \cos x \cdot \tan^{-1}(\sin x) dx$$

OR

- (b) Find : 4

$$\int \frac{e^x}{(e^x + 1)(e^x + 3)} dx$$

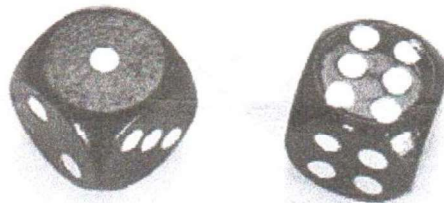
13. Find the particular solution of the differential equation

$$x \frac{dy}{dx} + 2y = x^2 \log x, \text{ given } y(1) = 1. \quad 4$$

Case-Study Based Question

14. A biased die is tossed and respective probabilities for various faces to turn up are the following :

| | | | | | | |
|-------------|-----|------|------|------|------|---|
| Face | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Probability | 0.1 | 0.24 | 0.19 | 0.18 | 0.15 | K |



Based on the above information, answer the following questions :

- (a) What is the value of K ? 2

- (b) If a face showing an even number has turned up, then what is the probability that it is the face with 2 or 4 ? 2