DISTRICT PANCHAYATH KASARAGOD

EQUIP 2024

(Educational Quality Improvement Programme for class ten)

Student Support Material for Class X

MATHEMATICS
MALAYALAM MEDIUM

DIET KASARAGOD

EQUIP 2024

Chief Co-ordinators

Sri. N. Nandikeshan
Deputy Director of Education
Kasaragod

Dr. Raghurama Bhat K.
Principal, DIET Kasaragod

Co-ordinator

Madhusoodanan V.
Lecturer, DIET Kasaragod

Resource Team

1. Jaya M.A., GHS Thayyeni
2. Dileep K.V., Durga HSS Kanhangad
3. Santhosh Kumar K., GVHSS Kayyur

DTP Layout & Cover design

Rubix Cyber Cafe, Iriyanni, Kasaragod

Prepared & Published by : District Panchayath Kasaragod

ആശംസ

വികേന്ദ്രീകൃത ആസൂത്രണത്തിലൂടെയും നിർവ്വഹണത്തിലൂടെയും കേരളത്തിലെ ആരോഗ്യ വിദ്യാഭ്യാസ മേഖലകളെ ദേശീയ തലത്തിൽ ഒന്നാമതെത്തിക്കാൻ നമുക്ക് കഴിഞ്ഞിട്ടുണ്ട്. ഈ നേട്ടങ്ങൾ കൈവരിക്കാൻ പ്രാദേശിക ഭരണകൂടങ്ങൾ സ്തുത്യർഹമായ പങ്കുവഹിച്ചു. ദേശീയ സംസ്ഥാനതല പഠനങ്ങൾ നമ്മുടെ കുട്ടികളുടെ പഠനനിലവാരം ഇനിയും ഉയരേണ്ടതുണ്ട് എന്ന സൂചനയാണ് നൽകുന്നത്. പഠനവിടവുകൾ പരിഹരിക്കുന്നതിനുവേണ്ടി കാസർകോട് ജില്ലാ പഞ്ചായത്തിന്റെ നേതൃത്വത്തിൽ പൊതുവിദ്യാഭ്യാസ വകുപ്പും കാസർകോട് ഡയറ്റും ഒത്തുചേർന്ന് നടപ്പാക്കുന്ന **'എക്വിപ്പ്' (EQUIP)** പഠനപരിപോഷണ പരിപാടിക്ക് എല്ലാ പിന്തുണയും ഉറപ്പുതരുന്നു. പന്ത്രണ്ടാം ക്ലാസിലെ കുട്ടികൾക്കുവേണ്ടി ആദ്യമായാണ് ഇത്തരത്തിലൊരുദ്യമം. പൊതുപരീക്ഷകളെ അഭിമുഖീകരിക്കുന്ന പത്തും പന്ത്രണ്ടും ക്ലാസിലെ കുട്ടികളുടെ പഠനപ്രവർത്തനങ്ങളുടെ മികവിന്റെ അടയാളമായി മാറുകയാണ് വാർഷിക പരീക്ഷകൾ. അറിവിന്റെ തെളിമയോടെ ഓരോ വിദ്യാർത്ഥിക്കും പരീക്ഷ എഴുതാൻ കഴിയണം. വിദ്യാർത്ഥികളുടെ ജീവിതത്തിലെ ഏറ്റവും പ്രധാനപ്പെട്ട പരീക്ഷകൾക്ക് വേണ്ടി തയ്യാറാക്കിയ പഠനപിന്തുണാസാമഗ്രിക്ക് എല്ലാവിധ ആശംസകളും നേരുന്നു. നന്നായി പഠിക്കുക. പരീക്ഷയെ സധൈര്യം നേരിടുക. തളരാതെ മുന്നോട്ട്. വിജയം നിങ്ങളോടൊപ്പമുണ്ട്. ആശംസകൾ.

ശ്രീമതി ബേബി ബാലകൃഷ്ണൻ
ജില്ലാ പഞ്ചായത്ത് പ്രസിഡന്റ്
കാസർകോട്

ആശംസ

കാസർകോട് ജില്ലാ പഞ്ചായത്തിന്റെ നേതൃത്വത്തിൽ ജില്ലയിലെ പൊതുവിദ്യാഭ്യാസ മേഖലയെ ശക്തിപ്പെടുത്തുന്നതിന് നിരവധി പ്രവർത്തനങ്ങളാണ് നടന്നുവരുന്നത്. പൊതുവിദ്യാഭ്യാസ മേഖലയെ പൂർവ്വാധികം കരുത്തോടെ നാം മുന്നോട്ട് നയിക്കുകയാണ്. ഈ ഘട്ടത്തിലാണ് കാസർകോട് ജില്ലാ പഞ്ചായത്തും, പൊതുവിദ്യാഭ്യാസ വകുപ്പും, വിദ്യാഭ്യാസ പരിശീലന കേന്ദ്രവും (DIET) പത്താം ക്ലാസ്, പ്ലസ്ടു വിദ്യാർത്ഥികളുടെ പഠനവിടവുകൾ പരിഹരിക്കുന്നതിനും ആത്മവിശ്വാസത്തോടെ പൊതുപരീക്ഷയെ നേരിടാൻ അവരെ പ്രാപ്തരാക്കുന്നതിനും വേണ്ടി പഠനപരിപോഷണ സാമഗ്രി തയ്യാറാക്കുന്നത്. നിരന്തരമായ ഇടപെടലിന്റെ തുടർച്ചയായി ഈ വർഷം ആദ്യമായിട്ടാണ് പ്ലസ്ടു വിദ്യാർത്ഥികൾക്കുവേണ്ടി ജില്ലാ പഞ്ചായത്ത് പിന്തുണാസാമഗ്രി തയ്യാറാക്കുന്നത്. പ്രധാനപ്പെട്ട ആറ് വിഷയങ്ങളിലാണ് ഈ വർഷം തയ്യാറാക്കുന്നതെങ്കിലും അടുത്തവർഷം മറ്റു വിഷയങ്ങളിലും കുട്ടികൾക്ക് പിന്തുണ നൽകാൻ കഴിയുമെന്ന് പ്രതീക്ഷിക്കുന്നു. കുട്ടികളുടെ അക്കാദമിക മികവ് ഉറപ്പുവരുത്തിക്കൊണ്ട് മികച്ച ഗ്രേഡുകൾ നേടാൻ അവരെ സജ്ജമാക്കാൻ **'എക്വിപ് 2024'** എന്ന പേരിൽ തയ്യാറാക്കിയ ഈ പദ്ധതിക്ക് കഴിയട്ടെയെന്ന് ആശംസിക്കുന്നു.

സ്നേഹപൂർവ്വം
അഡ്വ. സരിത എസ്.എൻ.
ആരോഗ്യ-വിദ്യാഭ്യാസ സ്ഥിരം സമിതി
അധ്യക്ഷ, ജില്ലാ പഞ്ചായത്ത്,
കാസർകോട്

ആശംസ

ജില്ലയിലെ അക്കാദമിക പ്രവർത്തനങ്ങളെ ഏകോപിപ്പിച്ച് മുന്നോട്ട് നയിക്കുന്ന ഉത്തരവാദിത്തമാണല്ലോ ജില്ലാ വിദ്യാഭ്യാസ പരിശീലന കേന്ദ്രങ്ങൾ (DIET) കാലങ്ങളായി ചെയ്തുവരുന്നത്. മനുഷ്യവിഭവശേഷിയിൽ പരിമിതികൾ ഉള്ളപ്പോൾ തന്നെ പ്രീ-പ്രൈമറി തലം മുതൽ ഹയർ സെക്കൻഡറി തലം വരെയുള്ള മേഖലകളിൽ വിവിധങ്ങളായ പദ്ധതികൾ ആസൂത്രണം ചെയ്യാനും നിർവഹിക്കാനും ഡയറ്റുകൾക്ക് ഇതുവരെ കഴിഞ്ഞിട്ടുണ്ട്. പത്താം തരത്തിലെ കുട്ടികളുടെ പഠനപ്രശ്നങ്ങൾ മറികടക്കാൻ കഴിഞ്ഞ കുറച്ച് വർഷങ്ങളായി വിദ്യാഭ്യാസ വകുപ്പ് നടപ്പിലാക്കുന്ന പദ്ധതിയാണ് **EQUIP (Educational Quality Improvement Programme).** അതതു വർഷത്തെ കുട്ടികളുടെ പഠനപ്രശ്നങ്ങൾ പരിഗണിച്ചുകൊണ്ടാണ് പ്രവർത്തനങ്ങൾ ചിട്ടപ്പെടുത്തുന്നത്. ഈ പദ്ധതിയുടെ ഭാഗമായി പത്താംതരത്തിലെയും പ്ലസ്ടുവിലെയും പരീക്ഷയെ അഭിമുഖീകരിക്കാൻ കുട്ടികളെ സഹായിക്കുന്ന വിവിധ വിഷയബന്ധിതമായ ചോദ്യമാതൃകകൾ യൂണിറ്റടിസ്ഥാനത്തിൽ പരിചയപ്പെടുത്താനാണ് ഉദ്ദേശിക്കുന്നത്. ജില്ലാ പഞ്ചായത്തിന്റെ സഹായത്തോടെ മലയാളത്തിലും ഇംഗ്ലീഷിലും കന്നഡയിലും പത്താംതരത്തിൽ ഐ.ടി. ഒഴിച്ചുള്ള എല്ലാ വിഷയങ്ങളിലും പ്ലസ്ടുവിൽ പ്രയാസകരമായ ആറ് വിഷയങ്ങളിലും പുസ്തകങ്ങൾ തയ്യാറാക്കി നൽകാനാണ് ഉദ്ദേശിക്കുന്നത്. ഈ അധ്യയന വർഷം പത്താംതരം/പ്ലസ്ടു പരീക്ഷ എഴുതുന്ന മുഴുവൻ കുട്ടികൾക്കും ഈ പദ്ധതിയുടെ പ്രയോജനം ലഭിക്കുമെന്ന് പ്രതീക്ഷിക്കുന്നു. വ്യത്യസ്ത പഠനവേഗതയും പഠനമികവുമുള്ള എല്ലാ വിഭാഗം കുട്ടികൾക്കും ഈ സാമഗ്രി പ്രയോജനപ്പെടട്ടെ എന്ന് ആശംസിക്കുന്നു. അധ്യാപകരുടെ ആത്മാർത്ഥമായ പിന്തുണയും പ്രോത്സാഹനവും അനിവാര്യമായ ഈ ഉദ്യമത്തിൽ എല്ലാവരുടെയും സഹായ സഹകരണങ്ങൾ പ്രതീക്ഷിച്ചുകൊണ്ട് ഏവർക്കും വിജയാശംസകൾ നേരുന്നു.

ആശംസകളോടെ,

ഡോ. രഘുരാമ ഭട്ട് കെ.

പ്രിൻസിപ്പാൾ

ഡയറ്റ് കാസർകോട്

ആമുഖം

കാസർകോട് ജില്ലാ പഞ്ചായത്തിന്റെ നേതൃത്വത്തിൽ ജില്ലയിലെ പൊതുവിദ്യാഭ്യാസം ശക്തിപ്പെടുത്തുന്നതിന് വ്യത്യസ്തങ്ങളായ നിരവധി പ്രവർത്തനങ്ങൾ നടന്നുവരികയാണ്. അതേസമയം ദേശീയ-സംസ്ഥാന പഠനങ്ങൾ നമ്മുടെ ജില്ലയിലെ കുട്ടികളുടെ പ്രകടനം ഇനിയും മെച്ചപ്പെടേണ്ടതുണ്ട് എന്ന സൂചനയാണ് നൽകുന്നത്. ഈ പശ്ചാത്തലത്തിലാണ് ജില്ലയിലെ പൊതുവിദ്യാലയങ്ങളിൽ നിന്ന് 2023-24 അധ്യയനവർഷം എസ്.എസ്.എൽ.സി., പ്ലസ്ടു പരീക്ഷകൾ അഭിമുഖീകരിക്കുന്ന കുട്ടികൾക്ക് പഠനപിന്തുണ നൽകുന്നതിന് ജില്ലാ പഞ്ചായത്തിന്റെയും പൊതുവിദ്യാഭ്യാസ വകുപ്പിന്റെയും സംയുക്താഭിമുഖ്യത്തിൽ വ്യത്യസ്ത വിഷയങ്ങളിൽ പഠനസാമഗ്രികൾ തയ്യാറാക്കേണ്ടതിന്റെ ആവശ്യകത ജില്ലാതല ഉന്നതാധികാര യോഗങ്ങളിൽ ചർച്ചചെയ്യപ്പെട്ടത്. ഇതിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ ഡയറ്റ് കാസർകോടിന്റെ അക്കാദമിക നേതൃത്വത്തിൽ ജില്ലയിലെ മികച്ച അധ്യാപകരെ ഉൾപ്പെടുത്തിക്കൊണ്ട് പത്താംതരത്തിൽ ഐ.ടി. ഒഴിച്ചുള്ള എല്ലാ വിഷയങ്ങളിലും പ്ലസ്ടുവിൽ ഏറ്റവും പ്രയാസമേറിയ ആറ് വിഷയങ്ങളിലും (ഗണിതം, ഫിസിക്സ്, കെമിസ്ട്രി, ഇംഗ്ലീഷ്, അക്കൗണ്ടൻസി, ഇക്കണോമിക്സ്) പഠനപിന്തുണാസാമഗ്രികൾ തയ്യാറാക്കിയിരിക്കുകയാണ്. സ്കൂൾ വിദ്യാഭ്യാസം പൂർത്തീകരിച്ച് ഉന്നത വിദ്യാഭ്യാസമേഖലയിലേക്ക് പ്രവേശിക്കുന്ന പ്ലസ്ടു വിദ്യാർത്ഥികൾക്ക് പഠനപിന്തുണ നൽകുന്ന സാമഗ്രി ജില്ലയിൽ ആദ്യമായാണ് തയ്യാറാക്കുന്നത്. ജില്ലയിൽ നിന്നും പൊതുപരീക്ഷയെ അഭിമുഖീകരിക്കുന്ന മുഴുവൻ എസ്.എസ്.എൽ.സി, പ്ലസ്ടു വിദ്യാർത്ഥികൾക്കും ആത്മവിശ്വാസം വളർത്തുന്നതിനും ഉന്നതവിജയം നേടുന്നതിനും ഈ ഉദ്യമം സഹായകമാകട്ടെയെന്ന് ആത്മാർത്ഥമായി ആഗ്രഹിക്കുന്നു. ഈ പദ്ധതിയെ നെഞ്ചേറ്റിയ പ്രിയപ്പെട്ട അധ്യാപക സുഹൃത്തുക്കൾക്ക് ഈ പുസ്തകത്തെ ഫലപ്രദമായി ഉപയോഗിക്കാൻ കഴിയട്ടെ. എല്ലാവർക്കും വിജയാശംസകൾ.

ശ്രീ. എൻ. നന്ദികേശൻ
ജില്ലാ വിദ്യാഭ്യാസ ഉപ ഡയറക്ടർ
കാസർകോട്

MATHEMATICS

ഗണിതം

Malayalam Medium

അധ്യായം 1

സമാന്തരശ്രേണി

- സമാന്തരശ്രേണി : ഒരു സംഖ്യയിൽ നിന്നും തുടങ്ങി ഒരേ സംഖ്യ തന്നെ വീണ്ടും വീണ്ടും കൂട്ടി കിട്ടുന്ന ശ്രേണി.
- പൊതുവ്യത്യാസം : സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ഏതൊരു പദത്തിൽ നിന്നും തൊട്ടുപുറകിലെ പദം കുറച്ചാൽ കിട്ടുന്ന സംഖ്യ.

1. 4, 7, 10, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിൽ

   a) പൊതുവ്യത്യാസം എത്രയാണ്?

   b) അടുത്ത 2 പദങ്ങൾ എഴുതുക.

- ആദ്യപദം 'f' ഉം പൊതുവ്യത്യാസം 'd' യും ആയ സമാന്തരശ്രേണിയുടെ

  n-ാം പദം $x_n = f + (n-1)d = dn+(f-d)$
- സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം x_n=an+b രൂപത്തിലാണ്.

2. 4, 10, 16, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ

   a) 25-ാം പദം എത്രയാണ്?

   b) ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക.

- പൊതുവ്യത്യാസം = $\frac{\text{പദവ്യത്യാസം}}{\text{സ്ഥാനവ്യത്യാസം}}$

3. ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ 6-ാം പദം 28, 13-ാം പദം 63 ആയാൽ,

   a) പൊതുവ്യത്യാസം എത്രയാണ്?

   b) ആദ്യപദം എത്രയാണ്?

   c) ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക.

- പദങ്ങളുടെ എണ്ണം (n) ഒറ്റ സംഖ്യ ആയാൽ,

  ആദ്യപദം + അവസാന പദം = 2 x മധ്യപദം

  പദങ്ങളുടെ തുക = n x മധ്യപദം

4. ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ 11 പദങ്ങളുടെ തുക 242 ആയാൽ,

   a) 6-ാം പദം എത്രയാണ്?

   b) ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ 7-ാം പദം 25 ആയാൽ ആദ്യത്തെ 13 പദങ്ങളുടെ തുക എത്രയാണ്?

- പദങ്ങളുടെ എണ്ണം (n) ഇരട്ടസംഖ്യ ആയാൽ,

  $n/2$ ജോടികളാക്കാം.

- സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ഏതെങ്കിലും രണ്ടുജോടി സ്ഥാനങ്ങളുടെ തുക തുല്യമാണെങ്കിൽ ആ സ്ഥാനങ്ങളിലെ പദങ്ങളുടെ തുകയും തുല്യമായിരിക്കും.

5. 1) ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ഒന്നാം പദത്തിന്റെയും 20-ാം പദത്തിന്റെയും തുക 100 ആയാൽ,

   a) 10-ാം പദത്തിന്റെയും 11-ാം പദത്തിന്റെയും തുക എത്രയാണ്?

   b) ഈ ശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ 20 പദങ്ങളുടെ തുക എത്രയായിരിക്കും?

   2) ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ 6 പദങ്ങളുടെ തുക 72 ആയാൽ,

   a) 3-ാം പദത്തിന്റെയും 4-ാം പദത്തിന്റെയും തുക എത്ര?

   b) ഇങ്ങനെയുള്ള 2 സമാന്തരശ്രേണികൾ എഴുതുക.

- ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ 'n' പദങ്ങളുടെ

  തുക $Sn = \frac{n}{2}(x_1 + x_n)$

- $x_n = an + b$ ആയ ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ

  ആദ്യത്തെ 'n' പദങ്ങളുടെ തുക $Sn = \frac{an(n+1}{2} + bn$

- സമാന്തരശ്രേണിയുടെ തുകയുടെ ബീജഗണിത രൂപം

$$S = pn^2 + qn$$

$$\left(p = \frac{a}{2},\ \ q = \frac{a}{2} + b\right)$$

6. 1) 2, 5, 8, 11, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ,

    a) ആദ്യത്തെ 25 പദങ്ങളുടെ തുക എത്രയാണ്?

   2) ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിത രൂപം $x_n = 3n+4$, ഈ ശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ 20 പദങ്ങളുടെ തുക കണ്ടെത്തുക?

   3) ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ 'n' പദങ്ങളുടെ തുക $3n^2-2n$

    a) ശ്രേണിയുടെ ആദ്യപദം എഴുതുക

    b) ശ്രേണിയുടെ പൊതുവ്യത്യാസം എത്രയാണ്?

    c) ശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ മൂന്ന് പദങ്ങൾ എഴുതുക?

- f_1, f_2 എന്നിവ ഒരേ പൊതുവ്യത്യാസമുള്ള രണ്ട് വ്യത്യസ്ത സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ആദ്യപദമെങ്കിൽ ഈ ശ്രേണികളുടെ ആദ്യത്തെ 'n' പദങ്ങളുടെ തുകയുടെ വ്യത്യാസം

$$= n(f_1 - f_2)$$

7. 4, 10, 16, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെയും 2, 8, 14, ... എന്ന സമാന്തര ശ്രേണിയുടെയും ആദ്യത്തെ 20 പദങ്ങളുടെ തുകയുടെ വ്യത്യാസം കണ്ടെത്തുക.

പരിശീലന ചോദ്യങ്ങൾ

1. 11, 15, 19, 23, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ 5-ാം പദം ഏതാണ്?

   (25, 26, 27, 28)

2. 18, 17, 16, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ 19-ാം പദം എത്ര?

   (1, −1, 0, 36)

3. ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിത രൂപം 4n-3 ആയാൽ, പൊതുവ്യത്യാസം എത്ര?

   (4, 4, 3, −3)

4. ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ 5-ാം പദം 16 ഉം 8-ാം പദം 25 ഉം ആയാൽ പൊതുവ്യത്യാസം എത്ര?

5. ആദ്യപദം 15 ഉം പൊതുവ്യത്യാസം −4 ഉം ആയ സമാന്തരശ്രേണിയിലെ അടുത്ത രണ്ട് പദങ്ങൾ എഴുതുക.

6. അഞ്ചാംപദം 10 ഉം ഏഴാംപദം 16 ഉം ആയ സമാന്തരശ്രേണിയിലെ 6-ാം പദം എത്രയാണ്?

7. ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ n-ാം പദം 3n-4 ആയാൽ,

   a) പൊതുവ്യത്യാസം കാണുക.

   b) 10-ാം പദം കാണുക.

8. a) 1, 6, 11, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിത രൂപം എഴുതുക?

   b) ഈ ശ്രേണിയുടെ 15-ാം പദം കാണുക.

9. 16, 24, 32, 40, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ കുറെ പദങ്ങളുടെ തുകയുടെ കൂടെ 9 കൂട്ടിയാൽ കിട്ടുന്ന സംഖ്യ ഒരു പൂർണവർഗ്ഗമാണെന്ന് തെളിയിക്കുക.

10. ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ n പദങ്ങളുടെ തുക $4n^2 - 3n$ ആയാൽ,

    a) ആദ്യപദം എത്രയാണ്?

    b) പൊതുവ്യത്യാസം എത്രയാണ്?

    c) n-ാം പദം എത്രയാണ്?

11. ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ 9 പദങ്ങളുടെ തുക 261, അടുത്ത 6 പദങ്ങളുടെ തുക 444.

    a) 5-ാം പദവും 8-ാം പദവും കാണുക.

b) ആദ്യപദവും പൊതുവ്യത്യാസവും കാണുക.

c) ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിത രൂപം എഴുതുക.

12. a) 5 കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം 2 വരുന്ന എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ ശ്രേണി എഴുതുക.

b) ഈ ശ്രേണി സമാന്തരശ്രേണിയാണോ?

c) 103 ഈ ശ്രേണിയിലെ പദമാണോ? എന്തുകൊണ്ട്?

d) ഈ ശ്രേണിയിലെ ഏതെങ്കിലും രണ്ട് പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം 102 ആകുമോ? എന്തുകൊണ്ട്?

13. 4, 10 16, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിൽ

a) പൊതുവ്യത്യാസം കണ്ടെത്തുക.

b) ശ്രേണിയുടെ 21-ാം പദം കണ്ടെത്തുക.

c) 21-ാം പദവും 11-ാം പദവും തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം എത്രയാണ്?

14. ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ 6-ാം പദം 28, 13-ാം പദം 63 ആണ്.

a) ശ്രേണിയുടെ പൊതുവ്യത്യാസം കണ്ടെത്തുക

b) ശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ അഞ്ച് പദങ്ങൾ എഴുതുക.

c) 10-ാം പദത്തിനോട് പൊതുവ്യത്യാസത്തിന്റെ എത്ര മടങ്ങ് കൂട്ടിയാലാണ് 23-ാംപദം കിട്ടുന്നത്?

d) ശ്രേണിയുടെ 23-ാം പദം കണ്ടെത്തുക.

15. a) 999 എന്ന സംഖ്യയെ 5 കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടം എത്രയാണ്?

b) 5 കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം 3 വരുന്ന ഏറ്റവും വലിയ മൂന്നക്ക സംഖ്യയും ഏറ്റവും ചെറിയ മൂന്നക്ക സംഖ്യയും എഴുതുക.

c) 5 കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം 3 വരുന്ന എത്ര മൂന്നക്ക സംഖ്യകൾ ഉണ്ട്?

16. a) 5, 8, 11, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക.

b) $\frac{5}{9}, \frac{8}{9}, \frac{11}{9}$, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിത രൂപം എഴുതുക.

c) $\frac{5}{9}, \frac{8}{9}, \frac{11}{9}$, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ എണ്ണൽസംഖ്യകൾ ഇല്ല എന്ന് തെളിയിക്കുക.

17. ഒന്നാം പദം 40 ഉം പൊതുവ്യത്യാസം –3 ഉം ആയ സമാന്തരശ്രേണിയിൽ,

a) ആദ്യത്തെ 5 പദങ്ങൾ എഴുതുക.

b) 0 ഒരു പദമാണോ? എന്തുകൊണ്ട്?

c) ആദ്യത്തെ ന്യൂനസംഖ്യയുടെ സ്ഥാനം എത്രയാണ്?

d) ഈ ശ്രേണിയിലെ ഏറ്റവും വലിയ ന്യൂന സംഖ്യ ഏതാണ്?

18. a) $\frac{1}{4}, \frac{6}{4}, \frac{11}{4}$, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ പൂർണ്ണസംഖ്യാപദം ഏതാണ്?

b) ഈ ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക.

c) ഈ ശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ 5 പൂർണ്ണ സംഖ്യാപദങ്ങൾ എഴുതുക.

19. ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഗണിതാശയം വായിച്ചു മനസ്സിലാക്കി അതിനു ചുവടെയുള്ള ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ഉത്തരം എഴുതുക.

1, 4, 9, 16, ... എന്ന പൂർണവർഗങ്ങളുടെ ശ്രേണി പരിഗണിക്കുക. ഈ ശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളെ എണ്ണൽ സംഖ്യകൾ കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടങ്ങൾക്ക് ഒരു ആവർത്തന സ്വഭാവമുണ്ട്. ഉദാഹരണമായി ഇവയെ 3 കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടങ്ങൾ ഏതൊക്കെയാണെന്ന് നോക്കാം.

സംഖ്യ	1	4	9	16	25	36	49	....
ശിഷ്ടം	1	1	0	1	1	0	1	....

a) 1, 4, 9, ... എന്ന ശ്രേണിയിലെ 8–ാം പദം ഏതാണ്?

b) 100 നെ 3 കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടമായി കിട്ടുന്ന സംഖ്യ ഏത്?

c) പൂർണ വർഗങ്ങളെ 3 കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടമായി കിട്ടുന്ന സംഖ്യ ഏതെല്ലാം?

d) 5^2, 8^2, 11^2, ... എന്ന ശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളെ 3 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ ശിഷ്ടം എന്തായിരിക്കും?

e) 4^2, 7^2, 10^2, ... എന്ന ശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളെ 3 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടം എന്തായിരിക്കും?

20. താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഗണിതാശയം വായിച്ചു മനസ്സിലാക്കിയ ശേഷം ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ഉത്തരമെഴുതുക.

1 = 1

1+2 = 3

1+2+3 = 6

1+2+3+4=10

....

1, 3, 6, 10, ...എന്ന ശ്രേണിയിലെ പദങ്ങൾ 1 മുതലുള്ള തുടർച്ചയായ എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ തുകയാണ്. ഈ സംഖ്യകൾ ത്രികോണ സംഖ്യകൾ എന്നറിയപ്പെടുന്നു.

1+3 = 4 ; 3+6 = 9, 6+10 = 16 ....

1, 4, 9, 16, ... ഈ സംഖ്യകൾ സമചതുര സംഖ്യകൾ എന്നറിയപ്പെടുന്നു. അടുത്തടുത്തുള്ള രണ്ട് ത്രികോണ സംഖ്യകളുടെ തുകയാണ് സമചതുരങ്ങൾ.

a) 1, 3, 6, 10, ... എന്ന ശ്രേണിയിലെ അടുത്ത പദം ഏതാണ്?

b) അഞ്ചാമത്തെ സമചതുര സംഖ്യ എത്ര?

c) ത്രികോണസംഖ്യാശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിത രൂപം എഴുതുക.

d) സമചതുര സംഖ്യാശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിത രൂപം എന്ത്?

e) ഇരുപതാമത്തെ ത്രികോണസംഖ്യ x ഉം 21-ാമത്തെ ത്രികോണസംഖ്യ y യും ആയാൽ y-x എന്ത്?

21.

1

3 5 7

9 11 13 15 17

....

....

....

മുകളിൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന സംഖ്യ പാറ്റേൺ നിരീക്ഷിച്ച്,

a) അടുത്ത രണ്ടു വരികളിലെ സംഖ്യകൾ എഴുതുക.

b) 10-ാം വരിയിലെ സംഖ്യകളുടെ എണ്ണം എത്ര?

c) 10-ാം വരിയിലെ സംഖ്യകളുടെ തുക എത്ര?

d) 1, 3, 5, 7, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിത രൂപം എഴുതുക.

22. ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന സംഖ്യാപാറ്റേൺ പരിഗണിക്കുക.

1

2 3 4

5 6 7 8 9

10 11 12 13 14 15 16

....

....

a) ഈ ശ്രേണിയിലെ അടുത്ത ഒരു വരി കൂടി എഴുതുക.

b) ഓരോ വരിയിലെയും സംഖ്യകളുടെ എണ്ണം ക്രമമായി എഴുതുക.

c) 1, 3, 5, 7, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക

d) ഇതിൽ 30-ാമത്തെ വരിയിൽ എത്ര സംഖ്യകളുണ്ടാകും?

e) 30-ാമത്തെ വരിയിലെ ആദ്യത്തെയും അവസാനത്തെയും സംഖ്യകൾ എഴുതുക.

സമാന്തരശ്രേണി - ഉത്തരസൂചിക

1. a) പൊതുവ്യത്യാസം = $x_2 - x_1 = 7-4 = 3$

   b) അടുത്ത രണ്ട് പദങ്ങൾ $x_4 = x_3 + d = 10+3 = 13$

   $x_5 = x_4 + d = 13+3 = 16$

2. a) $x_{25} = f + 24d$

   $= 4+24x6$

   $= 4+144$

   = 148

   b) $x_n = an+b$

   a = പൊതുവ്യത്യാസം = 6

   $b = f - d = 4 - 6 = -2$

   $x_n = 6n + -2 =$ **6n-2**

3. a) പൊതുവ്യത്യാസം = $\frac{\text{പദവ്യത്യാസം}}{\text{സ്ഥാനവ്യത്യാസം}} = \frac{63-28}{13-6} = \frac{35}{7} = 5$

   b) ആദ്യപദം $x_1 = x_6 - 5d = 28-5x5 = 28-25 = 3$

   c) ബീജഗണിതരൂപം $x_n = an+b$

   a = പൊതുവ്യത്യാസം = 5

   $b = f - d = 3-5 = -2$

   $x_n = 5n + -2$

   = 5n-2

4. a) $S_{11} = 242$

   $11 x x_6 = 242$

   $x_6 = \frac{242}{11} = 22$

b) $S_{13} = 13 x x_7 = 13 x 25 = 325$

5. I. $x_1 + x_{20} = 100$

a) $x_{10} + x_{11} = x_1 + x_2 = 100$

b) $S_{20} = 10(x_1 + x_{20})$ *or* $10(x_{10} + x_{11}) = 10 x 100 = 1000$

II. a) $S_6 = 72$

$3(x_3 + x_4) = 72$

$x_3 + x_4 = \frac{72}{3} = 24$

b) 9, 11, 13, 15

6, 10, 14, 18

6. I. 2, 5, 8, 11, ...

$S_n = \frac{an(n+1)}{2} + bn$

a = പൊതുവ്യത്യാസം = 5 - 2 = 3

b = f - d = 2 - 3 = -1

$S_{25} = \frac{3 x 25 x 26}{2} + -1 x 25$

= 975 - 25

= 950

II $x_n = 3n + 4$

a = 3

b = 4

$\therefore\ S_n = \frac{an(n+1)}{2} + bn$

$S_{20} = \frac{3 x 20 x 21}{2} + 4 x 20$

= 710

III a) $S_n = 3n^2 - 2n$

$S_1 = 3x1^2 - 2x1$

$= 3-2 = 1$

ആദ്യപദം = 1

b) $Sn = 3n2-2n$

$p = 3$

$\frac{d}{2} = 3$

$d = 6$

c) $x_1 = 1$

$x_2 = x_1 + d = 1+6 = 7$

$x_3 = x_2 + d = 7 + 6 = 13$

7. $f_1 = 4, \quad f_2 = 2$

ആദത്തെ 20 പദങ്ങളുടെ വ്യത്യാസം $= 20 (f_1 - f_2)$

$= 20 x (4-2)$

$= 20 x 2 = 40$

പരിശീലന ചോദ്യങ്ങളുടെ ഉത്തരങ്ങൾ

1. 27
2. 0
3. 4
4. a) d=3

   b) 30
5. $x_1 = 15, \quad d = -4$

   $x_2 = x_1 + d = 15 + -4 = 11$

   $x_3 = x_2 + d = 11 + -4 = 7$

6. $x_5 = 10$ $x_6 - d = 10$

$x_n = 16$ $x_6 + d = 16$

$2x_6 = 10 + 16$ (or $x_5 + x_7 = 2x_6$)

$2x_6 = 26$

$\mathbf{x_6 = 13}$

7. a) 3

b) 26, 3x10-4

= 30-4

= 26

8. a) $x_n = 5n-4$

b) $x_{15} = 5x15-4 = 71$

9. $Sn = 4n^2 + 12n$

$Sn+9 = 4n^2 + 12n + 9$

$= (2n+3)^2$

10. a) 5

b) 8

c) 8n-7

11. a) 5-ാം പദം = $\frac{261}{9} = 29$

8-ാം പദം = $\frac{261+444}{15}$

= $\frac{705}{15} = 47$

b) $= \frac{47-29}{3} = \frac{18}{3} = 6$

പൊതുവ്യത്യാസം = 6

ആദ്യപദം = 29-24

= 5

c) 6n-1

12. a) 2, 7, 12, 17, ...

b) പൊതുവ്യത്യാസം ഉള്ളതിനാൽ ഇതൊരു സമാന്തരശ്രേണിയാണ്.

$d = 5$

c) അല്ല. 103 നെ 5 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ ശിഷ്ടം 3 ലഭിക്കും.

d) ആകില്ല. രണ്ട് പദങ്ങളുടെ വ്യത്യാസം പൊതുവ്യത്യാസത്തിന്റെ ഗുണിതമാണ്. 102 എന്ന പദവ്യത്യാസം 5 ന്റെ ഗുണിതമല്ല.

13. a) പൊതുവ്യത്യാസം = $x_2 - x_1 = 10 - 4 = 6$

b) $x_{21} = f + 20d = 4+20x6 = 124$

c) $x_{21} = x_{11} = 10xd = 10x6 = 60$

14. a) പൊതുവ്യത്യാസം = $\frac{\text{പദവ്യത്യാസം}}{\text{സ്ഥാനവ്യത്യാസം}} = \frac{63-28}{13-6} = \frac{35}{7} = 5$

b) $x_5 = x_6\text{-}d = 28\text{-}5 = 23$

$x_4 = x_5\text{-}d = 23\text{-}5 = 18$

$x_3 = x_4\text{-}d = 18\text{-}5 = 13$

$x_2 = x_3\text{-}d = 13\text{-}5 = 8$

$x_1 = x_2\text{-}d = 8\text{-}5 = 3$

c) 13 മടങ്ങ്

d) $x_{23} = x_{13} + 10d = 63+10x5 = 63+50 = 113$

15. a) 4

b) 998, 103

c) $n\text{-}1 = \frac{998-103}{5}$

$n-1 = \frac{895}{5}$

$n - 1 = 179$

$n = 180$

16. a) $x_n = an+b$

$a = 8 - 5 = 3$

$b = f-d = 5-3 = 2$

$x_n = 3n+2$

b) $x_n = \frac{3n+2}{9}$

c) 3n+2 എന്നത് 9 ന്റെ ഗുണിതമല്ലാത്തതിനാൽ $\frac{3n+2}{2}$ എന്നത് എണ്ണൽസംഖ്യ വരില്ല.

17. a) 40, 37, 34, 31, 28

b) $x_n = 0$ എന്നെടുത്താൽ,

$$n-1 = \frac{0-40}{-3}$$

$$n-1 = \frac{40}{3}$$

$n-1 = 13\,^1\!/_3$

$n = 13\,^1\!/_3 + 1$

$n = 14\,^1\!/_3$

n ഒരു എണ്ണൽസംഖ്യ അല്ലാത്തതിനാൽ, 0 ഈ ശ്രേണിയിലെ പദമല്ല.

c) ഈ ശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ ന്യൂനസംഖ്യ = x_{15}

= f + 14d

= 40 + 14 x -3

= 40-42

= -2

18. a) $\frac{16}{4} = 4$

b) $x_n = \frac{5}{4}n - 1$

c) 4, 9, 14, 19, 24

19. a) 64

b) 1

c) 0, 1

d) 1

e) 1

20. a) 15

b) 25

c) $n\left(\frac{n+1}{2}\right)$

d) n^2

e) 21

21. a) 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31

33, 35, 37, 39, 41, 43, 45, 47, 49, 49

b) $x_n = 2n-1$

$x_{10} = 2x10-1 = 19$

c) $\frac{19}{2}(163+199) = 19x181 = 3439$

d) 2n-1

22. a) 17 18 19 20 21 22 23 24 25

b) 1, 3, 5, 7, ...

c) $x_n = 2n-1$

d) $x_{30} = 59$

e) $30^2 = 900$ (അവസാന സംഖ്യ)

842 ആദ്യസംഖ്യ

അധ്യായം 2

വൃത്തങ്ങൾ

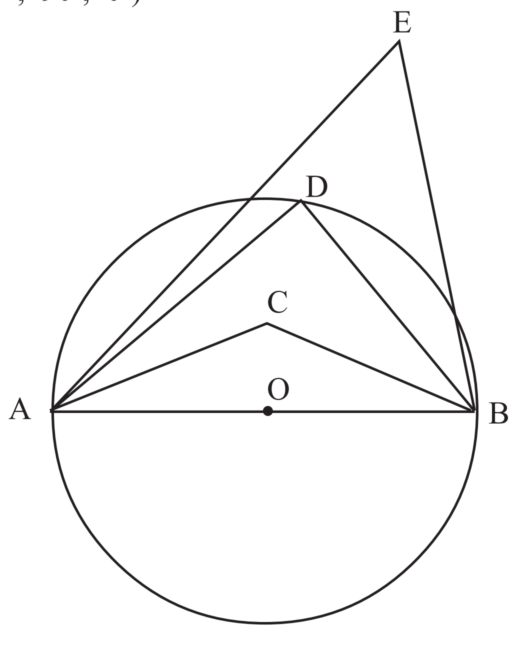
* വൃത്തത്തിലെ ഒരു വ്യാസത്തിന്റെ അറ്റങ്ങൾ വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുവുമായി യോജിപ്പിച്ചാൽ കിട്ടുന്നത് മട്ടകോണും, വൃത്തത്തിനു പുറത്തുള്ള ഒരു ബിന്ദുവുമായി യോജിപ്പിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന കോൺ 90^0 യേക്കാൾ കുറവും, വൃത്തത്തിനകത്തുള്ള ഒരു ബിന്ദുവുമായി യോജിപ്പിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന കോൺ 90^0 യേക്കാൾ കൂടുതലുമാണ്.

* അർധവൃത്തത്തിലെ കോൺ മട്ടകോണാണ്.

1. വൃത്തത്തിൽ AB വ്യാസവും C, D, E എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യഥാക്രമം വൃത്തത്തിനകത്തും, വൃത്തത്തിലും, വൃത്തത്തിനു പുറത്തും ആണ്. എങ്കിൽ ചുവടെയുള്ള കോണുകളുടെ അളവുകൾ തെരഞ്ഞെടുത്ത് എഴുതുക.

   i) $\angle AEB$ ii) $\angle ACB$ iii) $\angle ADB$

   (75^0, 145^0, 90^0, 0^0)



* വൃത്തത്തിലെ ഏതു ചാപവും കേന്ദ്രത്തിലുണ്ടാക്കുന്ന കോണിന്റെ പകുതിയാണ് മറുചാപത്തിലുണ്ടാക്കുന്ന കോൺ.

* വൃത്തത്തിലെ ഒരു ചാപം, മറുചാപത്തിലുണ്ടാക്കുന്ന കോണുകളെല്ലാം തുല്യമാണ്.

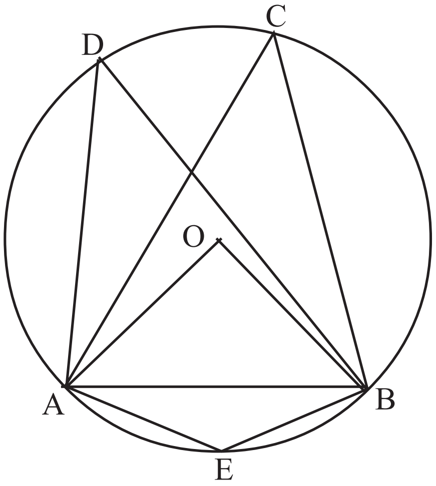
* വൃത്തത്തിൽ ഒരു ചാപത്തിലെയും അതിന്റെ മറുചാപത്തിലെയും ഒരു ജോടി കോണുകൾ അനുപൂരകമാണ്.

2. ചിത്രത്തിൽ $\angle ADB = 70^0$ ആയാൽ,

i) $\angle ACB$ എത്രയാണ്?

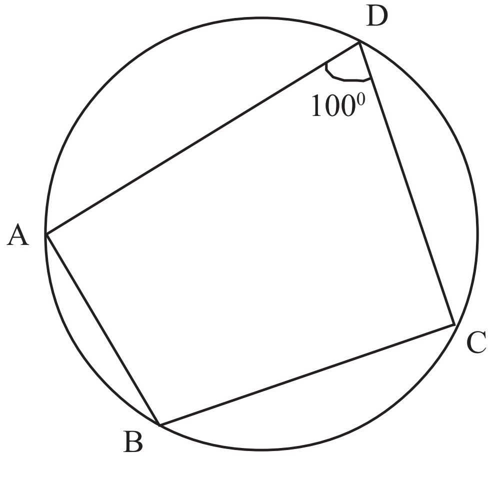
ii) $\angle AOB$ എത്രയാണ്?

iii) $\angle AEB$ എത്രയാണ്?



* ഒരു ചതുർഭുജത്തിന്റെ മൂലകൾ എല്ലാം ഒരു വൃത്തത്തിലാണെങ്കിൽ (ചക്രീയ ചതുർഭുജം) എതിർകോണുകൾ അനുപൂരകമാണ്.

3. ചിത്രത്തിൽ A, B, C, D എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ വൃത്തത്തിലാണ്. $\angle ADC = 100^0$ ആയാൽ $\angle ABC$ യുടെ അളവ് എത്രയാണ്?



നിർമ്മിതി

* പരിവൃത്ത ആരവും നിശ്ചിത കോണളവുമുള്ള ത്രികോണങ്ങളുടെ നിർമ്മിതി.

4. പരിവൃത്ത ആരം 3 സെ.മീ. ഉം, കോണുകൾ 40^0, 75^0 യുമായ ത്രികോണം വരയ്ക്കുക.

* ഒരു ചതുർഭുജത്തിന്റെ മൂന്നു മൂലകളിൽക്കൂടി വരയ്ക്കുന്ന വൃത്തത്തിനു പുറത്താണ് നാലാമത്തെ മൂലയെങ്കിൽ, ആ മൂലയിലേയും എതിർമൂലയിലേയും കോണുകളുടെ തുക 180^0 യേക്കാൾ കുറവാണ്. അകത്താണെങ്കിൽ തുക 180^0 യേക്കാൾ കൂടുതലും.

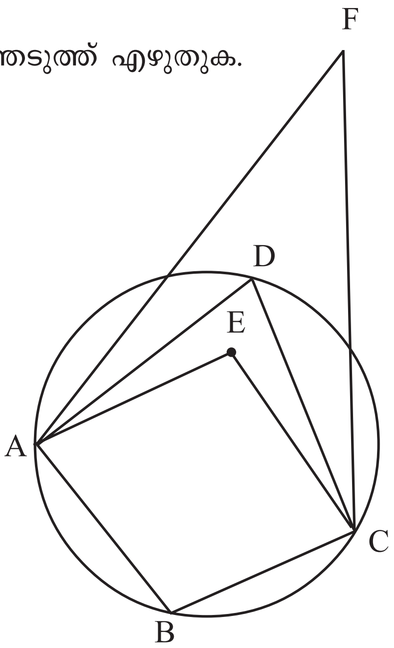
5. അനുയോജ്യമായ ഉത്തരം തെരഞ്ഞെടുത്ത് എഴുതുക.

a) $\angle ADC + \angle ABC$ =

b) $\angle AEC + \angle ABC$ =

c) $\angle AFC + \angle ABC$ =

(140^0, 180^0, 220^0)



* ഒരു വൃത്തത്തിലെ രണ്ടു ഞാണുകൾ വൃത്തത്തിനുള്ളിൽ മുറിച്ചു കടക്കുമ്പോൾ രണ്ടു ഞാണുകളുടെയും ഭാഗങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള ഗുണനഫലം തുല്യമാണ്.

* ഒരു വൃത്തത്തിലെ രണ്ടു ഞാണുകൾ വൃത്തത്തിനുള്ളിൽ മുറിച്ചു കടക്കുമ്പോൾ, ഓരോ ഞാണിന്റെയും ഭാഗങ്ങൾ വശങ്ങളായ ചതുരങ്ങൾക്ക് ഒരേ പരപ്പളവാണ്.

* നിർമ്മിതി

നിശ്ചിത നീളവും വീതിയുമുള്ള ചതുരം വരയ്ക്കുകയും, ചതുരത്തിന് തുല്യ പരപ്പളവുമുള്ള മറ്റൊരു ചതുരം വരയ്ക്കുന്നു.

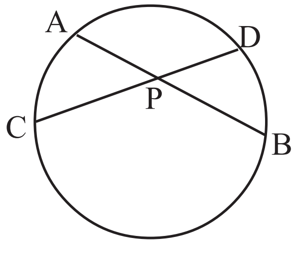
6. i) 5 സെ.മീ. നീളവും 4 സെ.മീ. വീതിയുമുള്ള ചതുരം വരയ്ക്കുക. ഇതേ പരപ്പളവും നീളം 7 സെ.മീറ്ററുമായ ചതുരം വരയ്ക്കുക.

ii) ചിത്രത്തിൽ AB, CD എന്നിവ വൃത്തത്തിലെ രണ്ടു ഞാണുകളാണ്.

PA = 4 cm, PB = 8 cm ആണ്.

a) PC x PD എത്രയാണ്?

b) PC യുടെ നീളം 2 സെ.മീ. ആയാൽ PD യുടെ നീളം എത്രയാണ്?



* ഒരു വൃത്തത്തിലെ ഒരു വ്യാസത്തിനെ അതിനു ലംബമായ ഒരു ഞാൺ മുറിയ്ക്കുന്ന ഭാഗങ്ങളുടെ ഗുണനഫലം, ഞാണിന്റെ പകുതിയുടെ വർഗ്ഗമാണ്.
* ഒരു വൃത്തത്തിലെ ഒരു വ്യാസത്തിനെ അതിനു ലംബമായ ഒരു ഞാൻ മുറിയ്ക്കുന്ന ഭാഗങ്ങൾ വശങ്ങളായ ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ്, ഞാണിന്റെ പകുതി വശമായ സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവിനു തുല്യമാണ്.

നിർമ്മിതി

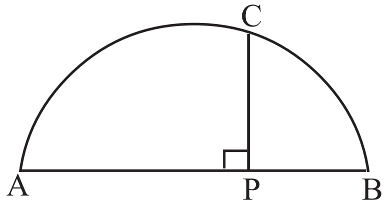
* നിശ്ചിത നീളവും വീതിയുമുള്ള ചതുരം വരയ്ക്കുന്നു. ഇതിന് തുല്യ പരപ്പളവുള്ള സമചതുരം വരയ്ക്കുന്നു.
* അളന്നെടുക്കുവാൻ സാധിക്കാത്ത വശങ്ങൾ ഉള്ള സമചതുരം വരയ്ക്കുക.

7. i) ചിത്രത്തിൽ AB വ്യാസവും C വൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവുമാണ്.

AB = 7cm, PB = 3 cm ആയാൽ,

a) PA യുടെ നീളം എത്രയാണ്?

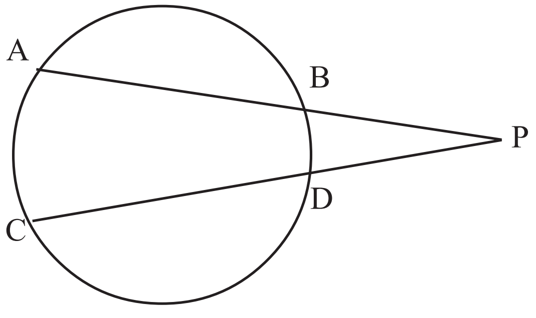
b) PC യുടെ നീളം കണ്ടെത്തുക.



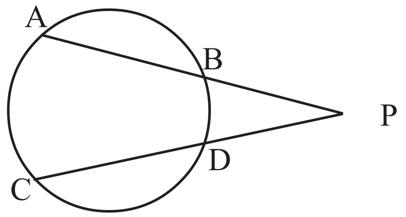
ii) 5 സെ.മീ. നീളവും 3 സെ.മീ. വീതിയുമുള്ള ചതുരം വരയ്ക്കുക. ഇതേ പരപ്പളവുള്ള സമചതുരം വരയ്ക്കുക.

* AB, CD എന്നീ രണ്ടു ഞാണുകൾ വൃത്തത്തിനു പുറത്തേക്കു നീട്ടി വരച്ച് P എന്ന ബിന്ദുവിൽ കൂട്ടിമുട്ടുകയാണെങ്കിൽ,

PA x PB = PC x PD



8. ചിത്രത്തിൽ AB, CD എന്നീ ഞാണുകൾ നീട്ടിവരച്ചപ്പോൾ P എന്ന ബിന്ദുവിൽ കൂട്ടിമുട്ടുന്നു.



AB = 3cm, PA = 8cm ആയാൽ

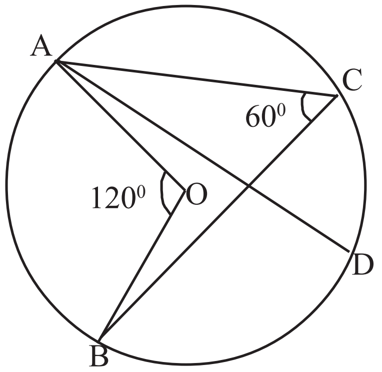
i) PB യുടെ നീളം എത്രയാണ്?

ii) PC x PD എത്രയാണ്?

ii) PC യുടെ നീളം PD യുടെ നീളത്തിന്റെ ഇരട്ടിയായാൽ PD യുടെ നീളം കണക്കാക്കുക

പരിശീലന ചോദ്യങ്ങൾ

1.



ചിത്രത്തിൽ $\angle AOB = 120^0$

$\angle ACB = 60^0$

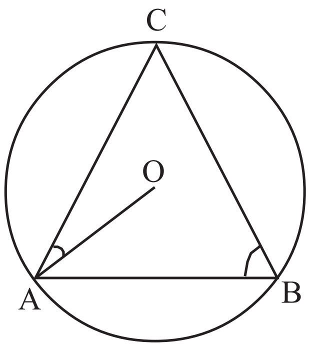
$\angle ADB$ എത്ര?

(30^0, 60^0, 120^0, 240^0)

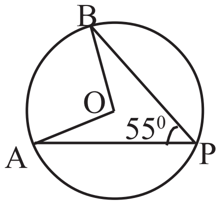
2. ചിത്രത്തിൽ 'O' വൃത്തകേന്ദ്രവും A, B, C എന്നിവ വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുക്കളുമാണ്.

$\angle OAC + \angle ABC$ = ...

(45^0, 60^0, 90^0, 180^0)



3.



ചിത്രത്തിൽ 'O' വൃത്തകേന്ദ്രമാണ്.

$\angle APB = 55^0$ ആയാൽ,

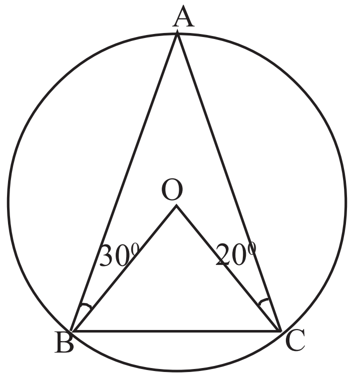
$\angle AOB$ എത്ര?

(55^0, 110^0, 125^0, $22\frac{1}{2}^0$)

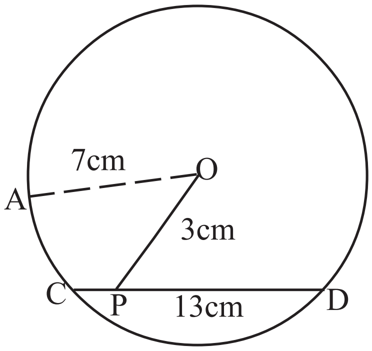
4. ചിത്രത്തിൽ O വൃത്തകേന്ദ്രവും A, B, C എന്നിവ വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുക്കളുമാണ്. എങ്കിൽ,

a) $\angle A$ യുടെ അളവെത്ര?

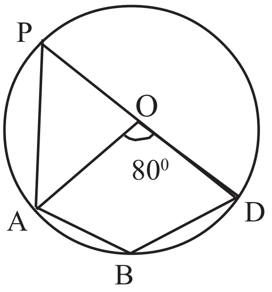
b) ΔBOC യിൽ $\angle OBC$ എത്ര?



5. ചിത്രത്തിൽ 'O' വൃത്തകേന്ദ്രം. വൃത്തകേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നുള്ള ഒരു വര, വൃത്തത്തിലെ ഒരു ഞാണുമായി കൂട്ടിമുട്ടുന്നു. ഞാണിന്റെ രണ്ട് ഭാഗങ്ങളുടെയും നീളമെത്ര?



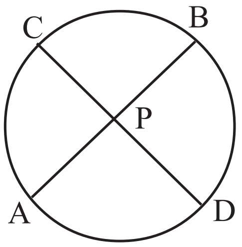
6. ചിത്രത്തിൽ O വൃത്തകേന്ദ്രമാണ്. $\angle AOD = 80^0$



a) $\angle APD$ എത്ര?

b) $\angle ABD$ എത്ര?

7. ചിത്രത്തിൽ PA = 4cm, PB = 6cm, PC = 2cm ആയാൽ PD എത്ര?

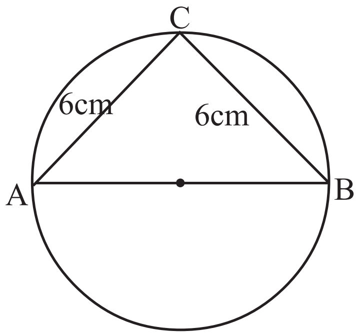


8. ചിത്രത്തിൽ AB വ്യാസവും AC, BC എന്നീ വശങ്ങളുടെ നീളം 6 സെ.മീ. ആണ്.

i) $\angle ACB$ യുടെ അളവ് എത്രയാണ്?

ii) ΔABC യിലെ കോണളവുകൾ എഴുതുക.

iii) വൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണ്ടെത്തുക.

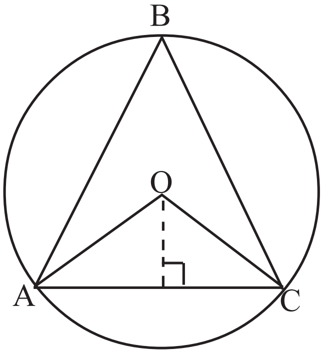


9. സമഭുജത്രികോണമായ ABC യുടെ മൂലകളെല്ലാം O കേന്ദ്രമായ വൃത്തത്തിലാണ്.

a) Δ AOC യിലെ കോണുകൾ കണ്ടെത്തുക.

b) വൃത്തത്തിന്റെ ആരം 6 സെ.മീ. എങ്കിൽ, കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും AC എന്ന വശത്തിലേക്കുള്ള ലംബദൂരം കണ്ടെത്തുക.

c) Δ ABC യുടെ വശങ്ങളുടെ നീളം കണ്ടെത്തുക.



10. ചിത്രത്തിൽ A, B, C, D എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ വൃത്തത്തിലാണ്.

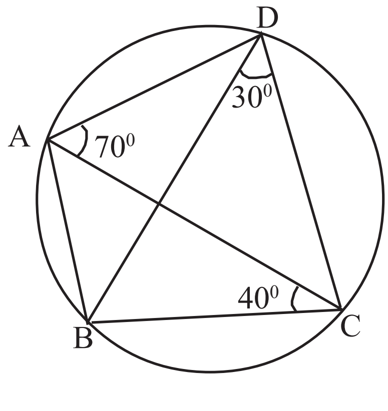
$\angle BDC = 30^0$, $\angle ACB = 40^0$, $\angle DAC = 70^0$ ആയാൽ

a) $\angle BAC$ യുടെ അളവ് എത്രയാണ്?

b) $\angle BCD$ യുടെ അളവ് എത്രയാണ്?

c) $\angle ABD$ യുടെ അളവ് എത്രയാണ്?

d) ചതുർഭുജം ABCD യുടെ എല്ലാ കോണുകളും കണ്ടെത്തുക.



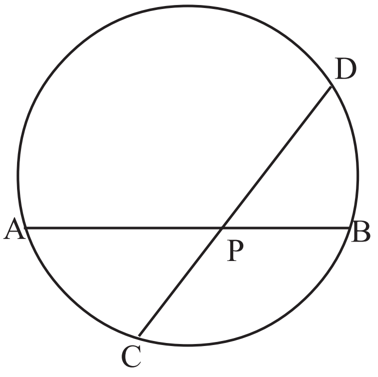
11. വൃത്തത്തിൽ AB, CD എന്നീ ഞാണുകൾ P എന്ന ബിന്ദുവിൽ കൂട്ടിമുട്ടുന്നു.

AB = 21 cm, PA = 9cm

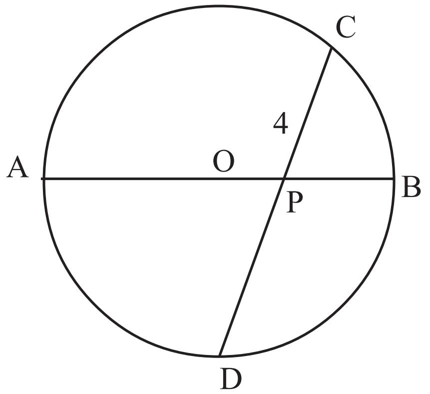
a) PB യുടെ നീളം എത്രയാണ്?

b) PC x PD എത്രയാണ്?

c) PC : PD = 1:3 ആയാൽ PC യുടെ നീളം കണ്ടെത്തുക.



12. ചിത്രത്തിൽ വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസമാണ് AB. CD എന്ന ഞാൺ AB യെ P യിൽ മുറിക്കുന്നു.
AB = 16cm. CD = 19cm, PC = 4cm.



a) PA = x ആയാൽ PB എത്ര?

b) PD യുടെ നീളമെത്ര?

c) PA യുടെ നീളം കണക്കാക്കുക.

13 4 സെ.മീ. നീളവും 3 സെ.മീ. വീതിയുമുള്ള ചതുരം വരയ്ക്കുക. തുല്യ പരപ്പളവുള്ള സമചതുരം വരയ്ക്കുക.

14. വശങ്ങൾ 5 സെ.മീ. ആയ സമഭുജത്രികോണം വരച്ച് തുല്യ പരപ്പളവുള്ള സമചതുരം വരക്കുക.

15. 6cm നീളവും 4cm വീതിയുമുള്ള ചതുരം വരയ്ക്കുക. നീളം 7cm ആദ്യത്തെ ചതുരത്തിന് തുല്യ പരപ്പളവുള്ള മറ്റൊരു ചതുരം വരയ്ക്കുക.

16. പരപ്പളവ് $24cm^2$ ആയ സമചതുരം വരയ്ക്കുക.

17. നീളം 5 സെ.മീ. ഉം വീതി 3 സെ.മീ. ആയ ചതുരം വരയ്ക്കുക. ഇതേ പരപ്പളവുള്ള സമഭുജത്രികോണം വരയ്ക്കുക.

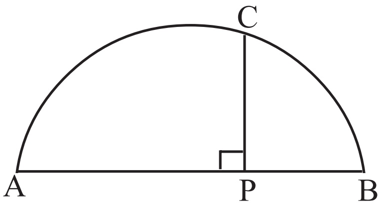
18. ചിത്രത്തിൽ AB വ്യാസവും PC അതിന് ലംബവുമാണ്. PA-യുടെ നീളം PC യുടെ നീളത്തിനേക്കാൾ 3 സെ.മീ. കൂടുതലും PB യുടെ നീളം PC യുടെ നീളത്തിനേക്കാൾ 2 സെ.മീ. കുറവുമാണ്.

a) PC യുടെ നീളം x ആയാൽ,

PA യുടെയും PB യുടെയും നീളം എത്രയാണ്?

b) PC യുടെ നീളം കണ്ടെത്തുക.

c) AB യുടെ നീളം കണ്ടെത്തുക.



വൃത്തങ്ങൾ - ഉത്തരസൂചിക

1. i) E വൃത്തത്തിനു പുറത്തായതിനാൽ, $\angle AEB = 75^0$

   ii) C വൃത്തത്തിനു അകലത്തായതിനാൽ, $\angle ACB = 145^0$

   iii) D വൃത്തത്തിലായതിനാൽ, $\angle ADB = 90^0$

2. i) $\angle ACB = \angle ADB = 70^0$

   ii) $\angle AOB = 2\angle ACB = 2x70^0 = 140^0$

   iii) $\angle AEB = 180 - \angle ACB = 180 - 70^0 = 110^0$

3. $\angle ABC = 180^0 - \angle ADC = 180 - 100^0 - 80^0$

4. നിർമ്മിതി

5. a) $\angle ADC + \angle ABC = 180^0$

   b) $\angle AEC + \angle ABC = 220^0$

   c) $\angle AFC + \angle ABC = 140^0$

6. i) നിർമ്മിതി

   ii) a) PC x PD = PA x PB = 4x 8 = 32

   b) PC x PD = 32

   2 x PD = 32

   PD = $\frac{32}{2}$ = 16cm

7. a) PA = AB - PB = 7-3 = 4cm

   b) PC2 = PAxPB

   = 4x3

   = 12

   PC = $\sqrt{2} = 2\sqrt{3}$

8. i) PB = PA - AB

= 8-3

= 5cm

ii) PC x PD = PA x PB

= 8x5

= 40cm

iii) PC x PD = 40

$PD^2 = 20$

PD = $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ cm

പരിശീലന ചോദ്യങ്ങളുടെ ഉത്തരങ്ങൾ

1. 60^0

2. 90^0

3. 110^0

4. a) 50^0

b) 40^0

5. PC = 5cm

PD = 8cm

6. a) 40^0

b) 140^0

7. PD = 12

8. i) 90^0

ii) $45^0, 45^0, 90^0$

iii) 18π ച.സെ.മീ.

9. a) $\angle AOC = 2\angle ABC = 2x60^0 = 120^0$

$\angle OAC = \angle OCA = 30^0$

b) 3cm

c) $2x3\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$

10. a) $\angle BAC = \angle BDC = 30^0$

b) $\angle BCD = 180 - \angle BAD = 180 - 100 = 80^0$

c) $\angle ABD = \angle ACD = \angle BCD - \angle BCA = 80^0 - 40^0 = 40^0$

d) $\angle BAD = 100^0,\ \angle ADC = 70^0,\ \angle BCD = 80^0,\ \angle ABC = 110^0$

11. a) PB = AB - PA = 21 - 9 = 12cm

b) PC x PD = PA x PB = 9x12 = 108

c) PC = 1x, PD =3x

PC x PD = 108

$x \times 3x = 108$

$3x^2 = 108$

$x^2 = 36$

x = 6

PC = 6cm, PD = 3x6 = 18cm

12. a) 16 - x

b) 15cm

c) 10cm

13. നിർമ്മിതി

14. നിർമ്മിതി

15. നിർമ്മിതി

16. നിർമ്മിതി

17. നിർമ്മിതി

18. a) PA = x + 3

PB = x - 2

b) PC = 6cm

c) AB = 9+4 = 13cm

അധ്യായം 3

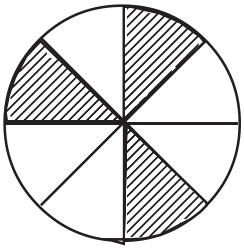
സാധ്യതകളുടെ ഗണിതം

* സാധ്യത = $\dfrac{\text{അനുകൂല ഫലങ്ങളുടെ എണ്ണം}}{\text{ആകെ ഫലങ്ങളുടെ എണ്ണം}}$

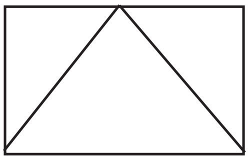
1. ഒരു പെട്ടിയിൽ നീല നിറത്തിലുള്ള 5 പന്തുകളും വെള്ള നിറത്തിലുള്ള 3 പന്തുകളും ഉണ്ട്. ഈ പെട്ടിയിൽ നിന്നും ഒരു പന്തെടുത്താൽ അത് നീലയാകാനുള്ള സാധ്യത എത്രയാണ്?

* ജ്യാമിതീയ സാധ്യത = $\dfrac{\text{അനുകൂല ഭാഗങ്ങളുടെ എണ്ണം/പരപ്പളവ്}}{\text{ആകെ ഭാഗങ്ങളുടെ എണ്ണം/പരപ്പളവ്}}$

2. തന്നിരിക്കുന്ന വൃത്തത്തിൽ കണ്ണടച്ച് ഒരു കുത്തിട്ടാൽ അത് നിറം നൽകിയ ഭാഗത്ത് ആകാനുള്ള സാധ്യത എത്രയാണ്?



3. ചതുരത്തിൽ കണ്ണടച്ച് ഒരു കുത്തിട്ടാൽ അത് ത്രികോണത്തിലാകാനുള്ള സാധ്യത എത്രയാണ്?



* ജോടികളിലെ സാധ്യത = $\dfrac{\text{അനുകൂല ജോടികളുടെ എണ്ണം}}{\text{ആകെ ജോടികളുടെ എണ്ണം}}$

4. 10A ക്ലാസിലെ ആൺകുട്ടികളുടെ എണ്ണം 30, പെൺകുട്ടികളുടെ എണ്ണം 20. 10B ക്ലാസിൽ ആൺകുട്ടികളുടെ എണ്ണം 15, പെൺകുട്ടികളുടെ എണ്ണം 25. ഒരു ക്ലാസിൽ നിന്നും ഒരു കുട്ടിയെ തെരഞ്ഞെടുക്കുന്നു. തെരഞ്ഞെടുത്ത കുട്ടികൾ രണ്ടും ആൺകുട്ടികളാകാനുള്ള സാധ്യത എത്രയാണ്?

പരിശീലന ചോദ്യങ്ങൾ

1. 1 മുതൽ 25 വരെയുള്ള എണ്ണൽ സംഖ്യകൾ ഓരോന്നും ഓരോ കടലാസു കഷണത്തിലെഴുതി, ഒരു പെട്ടിയിലിട്ടു. ഇതിൽ നിന്നൊരു കടലാസെടുത്താൽ അത് ഇരട്ടസംഖ്യ ആകാനുള്ള സാധ്യത എന്താണ്?

$$\left(\frac{13}{25}, \frac{12}{25}, \frac{9}{25}, \frac{11}{25}\right)$$

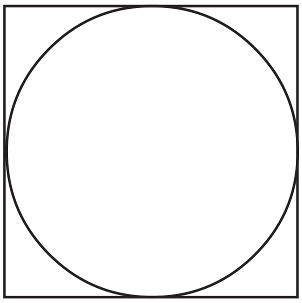
2. EXAMINATION എന്ന വാക്കിലെ ഓരോ അക്ഷരവും ഓരോ കടലാസു കഷണങ്ങളിൽ എഴുതി ഒരു പെട്ടിയിൽ ഇട്ടിരിക്കുന്നു. ഒരു കുട്ടി പെട്ടിയിൽ നോക്കാതെ ഒരു കടലാസു കഷണം എടുത്താൻ അത് 'A' എന്ന അക്ഷരമാകാനുള്ള സാധ്യത എന്താണ്?

$$\left(\frac{1}{11}, \frac{1}{10}, \frac{2}{11}, \frac{2}{10}\right)$$

3. പത്ത് കടലാസുകഷണങ്ങളിൽ 1 മുതൽ 10 വരെയുള്ള എണ്ണൽ സംഖ്യകൾ എഴുതിയിരിക്കുന്നു. ഇതിൽ നിന്ന് ഒരു കടലാസുകഷണമെടുത്താൽ അത് ഒരു അഭാജ്യസംഖ്യ ആവാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?

$$\left(\tfrac{5}{10}, \tfrac{4}{10}, \tfrac{3}{10}, \tfrac{6}{10}\right)$$

4. ചിത്രത്തിൽ ഒരു സമചതുരത്തിനകത്ത് കൃത്യമായി ചേർന്നിരിക്കുന്ന വൃത്തം കാണുക. ചിത്രത്തിൽ കണ്ണടച്ചൊരു കുത്തിട്ടാൽ, അത് വൃത്തഭാഗത്തിലാകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?



5. a) 1 മുതൽ 6 വരെയുള്ള സംഖ്യകൾ എഴുതിയിട്ടുള്ള രണ്ട് പകിടകൾ ഒന്നിച്ചുരുട്ടുന്നു. ഇങ്ങനെ കിട്ടുന്ന സംഖ്യകളുടെ തുക ഏതൊക്കെ സംഖ്യകളാകാം?

b) ഏറ്റവും കൂടുതൽ സാധ്യതയുള്ള തുക ഏതാണ്?

6. 10 A ക്ലാസിൽ 30 ആൺകുട്ടികളും 20 പെൺകുട്ടികളും ഉണ്ട്. 10B യിൽ 20 ആൺകുട്ടികളും 15 പെൺകുട്ടികളും ഉണ്ട്. പഞ്ചായത്തിൽ നടക്കുന്ന ഗണിതസെമിനാറിൽ ഓരോ ക്ലാസിൽ നിന്നും ഓരോ കുട്ടിയെ പങ്കെടുപ്പിക്കണം.

a) വ്യത്യസ്തമായ എത്ര മാർഗ്ഗങ്ങളിൽ കുട്ടികളെ തെരഞ്ഞെടുക്കാം?

b) തെരഞ്ഞെടുക്കുന്ന രണ്ട് കുട്ടികളും ആൺകുട്ടിയാവാനുള്ള സാധ്യത എന്ത്?

c) രണ്ടുപേരും പെൺകുട്ടിയാവാനുള്ള സാധ്യത എന്ത്?

d) ഒരു ആൺകുട്ടിയും ഒരു പെൺകുട്ടിയുമാവാനുള്ള സാധ്യത എന്ത്?

7. ഒരു പെട്ടിയിൽ 3 കറുത്ത പന്തുകളും 7 വെളുത്ത പന്തുകളും ഉണ്ട്. മറ്റൊരു പെട്ടിയിൽ 4 കറുത്ത പന്തുകളും 6 വെളുത്ത പന്തുകളും ഉണ്ട്. പെട്ടിയിൽ നോക്കാതെ രണ്ട് പെട്ടിയിൽ നിന്നും ഓരോ പന്തുവീതം എടുത്താൽ,

a) രണ്ടും കറുത്ത പന്തുകൾ ആകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?

b) രണ്ടും വെളുത്ത പന്തുകൾ ആകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?

c) കുറഞ്ഞത് ഒരു പന്തെങ്കിലും കറുത്തത് ആകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?

8. ഒരു പെട്ടിയിൽ 5 നീല മുത്തുകളും 7 ചുവന്ന മുത്തുകളും ഉണ്ട്. മറ്റൊരു പെട്ടിയിൽ 9 നീല മുത്തുകളും 12 ചുവന്ന മുത്തുകളും ഉണ്ട്. ഓരോ പെട്ടിയിൽ നിന്നും ഒരു മുത്ത് വീതം എടുത്താൽ,

a) ഒന്നാമത്തെ പെട്ടിയിൽ നിന്നും ചുവന്ന മുത്ത് കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത എത്രയാണ്?

b) രണ്ടാമത്തെ പെട്ടിയിൽ നിന്നും നീല മുത്ത് കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത എത്രയാണ്?

c) ഏത് പെട്ടിയിൽ നിന്നാണ് നീല മുത്ത് ലഭിക്കാൻ കൂടുതൽ സാധ്യത? എന്തുകൊണ്ട്?

9. ഒരു പെട്ടിയിൽ 1 മുതൽ 20 വരെയുള്ള എണ്ണൽ സംഖ്യകൾ എഴുതിയ കടലാസ് കഷ്ണങ്ങൾ ഉണ്ട്. ഈ പെട്ടിയിൽ നിന്നും നോക്കാതെ ഒരു കടലാസ് കഷ്ണമെടുത്താൽ,

a) അഭാജ്യ സംഖ്യ ആകാനുള്ള സാധ്യത എത്രയാണ്?

b) പൂർണ്ണ വർഗ്ഗ സംഖ്യയാകാനുള്ള സാധ്യത എത്രയാണ്?

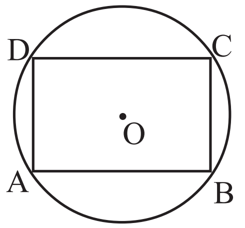
c) 2 ന്റെയും 3 ന്റെയും ഗുണിതമാകാനുള്ള സാധ്യത എത്രയാണ്?

10. ചിത്രത്തിൽ സമചതുരം ABCD യുടെ മൂലകൾ O കേന്ദ്രമായ വൃത്തത്തിലാണ്.

a) വൃത്തത്തിന്റെ ആരം x ആയാൽ സമചതുരത്തിന്റെ വികർണ്ണം എത്രയാണ്?

b) സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എത്രയാണ്?

c) വൃത്തത്തിൽ കണ്ണടച്ചൊരു കുത്തിട്ടാൽ അത് സമചതുരത്തിനകത്താകാനുള്ള സാധ്യത കണ്ടെത്തുക.



11. ഒരു പെട്ടിയിൽ നീലയും മഞ്ഞയും നിറത്തിലുള്ള 20 പന്തുകളുണ്ട്. ഈ പെട്ടിയിൽ നിന്നും നോക്കാതെ ഒരു പന്തെടുത്താൽ അത് നീലനിറത്തിലാകാനുള്ള സാധ്യത $\frac{3}{5}$ ആണ്.

a) ഈ പെട്ടിയിൽ എത്ര നീല പന്തുകളുണ്ട്?

b) മഞ്ഞ നിറത്തിലുള്ള എത്ര പന്തുകൾ കൂടി പെട്ടിയിൽ ചേർത്താലാണ് മഞ്ഞ കിട്ടാനുള്ള സാധ്യത $\frac{1}{2}$ ആകുന്നത്.

12. ഒരാളോട് ഒരു രണ്ടക്ക സംഖ്യ പറയാനാവശ്യപ്പെടുന്നു.

a) പറയുന്ന സംഖ്യയിലെ അക്കങ്ങൾ തുല്യമാകാനുള്ള സാധ്യത എത്രയാണ്?

b) രണ്ട് അക്കങ്ങളും അഭാജ്യസംഖ്യ ആകാനുള്ള സാധ്യത എത്രയാണ്?

c) രണ്ട് അക്കങ്ങളും ഇരട്ടസംഖ്യയാകാനുള്ള സാധ്യത എത്രയാണ്?

സാധ്യതകളുടെ ഗണിതം - ഉത്തരസൂചിക

1. ആകെ ഫലങ്ങളുടെ എണ്ണം = പെട്ടിയിലുള്ള ആകെ പന്തുകളുടെ എണ്ണം

= 5+3 = 8

അനുകൂല ഫലങ്ങളുടെ എണ്ണം = നീലനിറത്തിലുള്ള പന്തുകളുടെ എണ്ണം

= 5

നീലനിറത്തിലുള്ള പന്ത് ആകാനുള്ള സാധ്യത = $\frac{5}{8}$

2. ആകെ ഭാഗങ്ങളുടെ എണ്ണം = 8

അനുകൂല ഭാഗങ്ങളുടെ എണ്ണം = നിറം നൽകിയ ഭാഗങ്ങളുടെ എണ്ണം = 3

$\therefore$ നിറം നൽകിയ ഭാഗത്ത് ആകാനുള്ള സാധ്യത = $\frac{3}{8}$.

3. ചതുരത്തിന്റെ നീളം = x എന്നും

വീതി = y എന്നും എടുത്താൽ

ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് xy

ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = $\frac{1}{2}xy$ (പാദം = x, ഉയരം = y)

$\therefore$ ത്രികോണത്തിനകത്ത് ആകാനുള്ള സാധ്യത = $\frac{\frac{1}{2}xy}{xy} = \frac{1}{2}$

4.

	10A	10B
ആൺകുട്ടികൾ	30	15
പെൺകുട്ടികൾ	20	25
ആകെ	50	40

ആകെ ജോടികളുടെ എണ്ണം = 50x40

= 2000

രണ്ടും ആൺകുട്ടികളാകുന്ന ജോടികളുടെ എണ്ണം = 30 x 15

= 450

രണ്ടും ആൺകുട്ടികളാകാനുള്ള സാധ്യത = $\frac{450}{2000} = \frac{9}{40}$

പരിശീലന ചോദ്യങ്ങളുടെ ഉത്തരങ്ങൾ

1. $\frac{9}{25}$

2. $\frac{2}{11}$

3. $4/10$

4. $\frac{\pi}{4}$

5. a) 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12

   b) 7

6. a) 1750

   b) $\frac{600}{1750}$

   c) $\frac{300}{1750}$

   d) $\frac{850}{1750}$

7. a) $\frac{12}{100}$

   b) $\frac{42}{100}$

   c) $\frac{88}{100}$

8. a) $\frac{7}{12}$

b) $\frac{9}{21}=\frac{3}{7}$

c) $\frac{5}{12} \quad \frac{3}{7}$

$35 < 36$

$\therefore \frac{5}{12}<\frac{3}{7}$

രണ്ടാമത്തെ പെട്ടിയിൽ നിന്നും.

9. a) $\frac{8}{20}=\frac{2}{5}$

b) $\frac{4}{20}=\frac{1}{5}$

c) $\frac{3}{20}$

10. a) 2x

b) $2x^2$

c) $\frac{2}{\pi}$

11. a) 12

b) 4

12. a) $\frac{9}{90}=\frac{1}{10}$

b) $\frac{16}{90}=\frac{8}{45}$

c) $\frac{16}{90}=\frac{8}{45}$

അധ്യായം 4

രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യങ്ങൾ

സർവ്വസമവാക്യങ്ങൾ

$(x+y) \times (x-y) = x^2 - y^2$

$(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$

$(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$

$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

സമവാക്യ പരിഹാരങ്ങൾ

$x^2=k,\ x = \pm\sqrt{k}$

$$(x-a)^2 = k \Rightarrow x-a=\pm\sqrt{k},\ x=a\pm\sqrt{k}$$

$$(x+a)^2 = k \Rightarrow x+a=\pm\sqrt{k},\ x=-a\pm\sqrt{k}$$

$$ax+b=0 \Rightarrow ax=-b,\quad x=\frac{-b}{a}$$

$$ax^2+bx+c=0 \Rightarrow x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

ഉദാ:

$$x^2=25 \Rightarrow x=\sqrt{25}=\pm 5$$

$$x^2=7 \Rightarrow x=\pm\sqrt{7}$$

$$(x-2)^2=81 \Rightarrow x-2=\sqrt{81}=\pm 9$$

$$x=2\pm 9$$

$$x=2+9,\quad 2-9$$

$$x=11,\quad -7$$

$$(x+3)^2=36 \Rightarrow x+3=\sqrt{36}=\pm 6$$

$\therefore\ x = -3 \pm 6$

$x = -3 + 6, \quad -3 - 6$

$x = 3, \quad -9$

പരിശീലന ചോദ്യങ്ങൾ

1. x^2+4x നോട് ഏത് സംഖ്യ ചേർത്താൽ ഒരു പൂർണ്ണ വർഗ്ഗമാകും?

2. പരിഹാരം കാണുക.

   $x^2-6x=40$

3. ഒരു സമചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങൾ എല്ലാം 8 സെ.മീ. വീതം വർദ്ധിപ്പിച്ചപ്പോൾ പരപ്പളവ് 1225 ച.സെ.മീ. ആയി. ചെറിയ സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം x ആയാൽ,

   a) വലിയ സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം എത്ര?

   b) വലിയ സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവുമായി ബന്ധപ്പെട്ട സമവാക്യം രൂപീകരിക്കുക.

   c) ചെറിയ സമചതുരത്തിന്റെ വശത്തിന്റെ നീളം എത്ര?

4. ഒരു ചതുരത്തിന്റെ നീളം, വീതിയേക്കാൾ 5 സെ.മീ. കൂടുതലാണ്. പരപ്പളവ് 204 ച.സെ.മീ. ആണ്.

   a) വീതം x ആയാൽ നീളം എത്ര?

   b) ചതുരത്തിന്റെ നീളവും വീതിയും കണ്ടെത്തുക

5. ഒരു സമചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങളെല്ലാം 3 സെ.മീ. വീതം കുറച്ചാൽ പരപ്പളവ് 81 ച.സെ.മീ. ആകും. ആദ്യത്തെ സമചതുരത്തിന്റെ വശത്തിന്റെ നീളം x ആയാൽ,

   a) ചെറിയ സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം എത്ര?

   b) പരപ്പളവിനെ കുറിക്കുന്ന സമവാക്യം എഴുതുക.

   c) വലിയ സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം എത്ര?

6. വിട്ടഭാഗം പൂരിപ്പിക്കുക.

a) $x^2+8x+16=(x+........)^2$

b) $x^2+24x+144=(x+........)^2$

c) $x^2-10x+25=(..........)^2$

d) $x^2+10x+..............=(x+5)^2$

e) $x^2-20x+..............=(x-10)^2$

f) x^2+6x നോട് ഏത് സംഖ്യ കൂട്ടിയാൽ പൂർണ്ണ വർഗ്ഗമാകും?

7. ചുറ്റളവ് 100 മീറ്ററും പരപ്പളവ് 600 ച.മീറ്ററുമായ ചതുരത്തിന്റെ,

a) നീളം + വീതി = ...

b) നീളം 25+x ആയാൽ വീതി എത്ര?

c) ചതുരത്തിന്റെ നീളവും വീതിയും കാണുക.

8. ഒരു ചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് 100 സെ.മീറ്ററും പരപ്പളവ് 525 ച.സെ.മീറ്ററുമാണ്.

a) നീളം + വീതി = ...

b) നീളം x ആയാൽ നീളവും വീതി എത്ര?

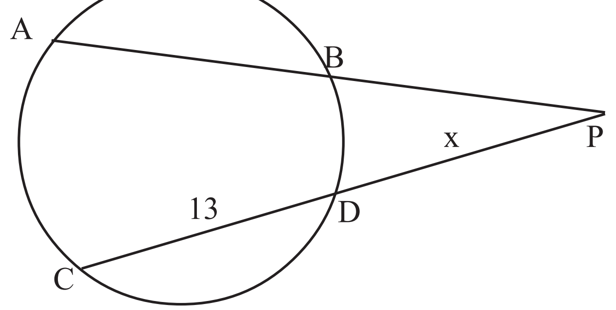
c) ചതുരത്തിന്റെ നീളവും വീതിയും കാണുക.

9. ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ ലംബവശങ്ങളിലൊന്ന് മറ്റൊന്നിനെക്കാൾ 3 സെ.മീ. കൂടുതലാണ്. അതിന്റെ പരപ്പളവ് 54 ച.സെ.മീ. ആണ്.

a) ചെറിയ ലംബവശം 'x' ആയാൽ വലിയ ലംബവശം എത്ര?

b) മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്ന് വശങ്ങളുടെയും നീളം എത്ര?

10. ചിത്രത്തിൽ AB, CD എന്നീ ഞാണുകൾ നീട്ടിവരച്ച് P എന്ന ബിന്ദുവിൽ ഖണ്ഡിക്കുന്നു.



PA = 12 സെ.മീ., PB = 4 സെ.മീ., CD= 13 സെ.മീ.

a) PD = x ആയാൽ PC എത്ര?

b) PD യുടെ നീളം എത്ര?

11. ഒരു സംഖ്യയുടെയും അതിന്റെ വ്യുൽക്രമത്തിന്റെയും തുക $\frac{5}{2}$ ആണ്.

a) സംഖ്യ 'x' ആയാൽ അതിന്റെ വ്യുൽക്രമം എത്ര?

b) ഒരു രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യം രൂപീകരിച്ച് സംഖ്യ കണ്ടെത്തുക.

12. തുടർച്ചയായ രണ്ട് ഇരട്ടസംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലം 360^0 ആണ്.

a) ഈ രണ്ട് സംഖ്യകൾക്കിടയിലുള്ള ഒറ്റസംഖ്യ 'x' ആയാൽ ഇരട്ട സംഖ്യകൾ എഴുതുക?

b) തന്നിരിക്കുന്ന പ്രശ്നത്തെ സംബന്ധിച്ച് സമവാക്യം എഴുതുക.

c) സംഖ്യകൾ കണ്ടെത്തുക.

13. 1 മുതലുള്ള തുടർച്ചയായ എണ്ണൽ സംഖ്യകൾ എത്ര വരെ കൂട്ടിയാലാണ് 465 കിട്ടുക.

14. ചിത്രത്തിൽ AB അർദ്ധവൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസമാണ്. AB എന്നത് PC ക്ക് ലംബമാണ്.

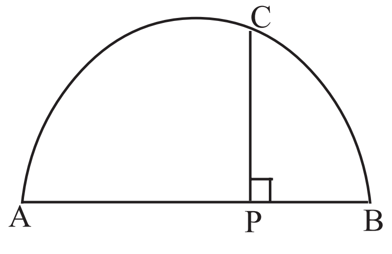
PA = PB+12 ; PC = 8 സെ.മീ.

a) PA, PB, PC എന്നിവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം എഴുതുക.

b) PB = x ആയാൽ സമവാക്യം രൂപീകരിക്കുക.

c) PB യുടെ നീളം എത്ര?

d) വൃത്തത്തിന്റെ ആരം കണക്കാക്കുക.



15. $x^2 - 2x - 1 = 0$ എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരങ്ങൾ ഏതാണ്?

$$\left(1 \pm \sqrt{2};\ 2 \pm \sqrt{2};\ 3 \pm \sqrt{3};\ 4 \pm \sqrt{3}\right)$$

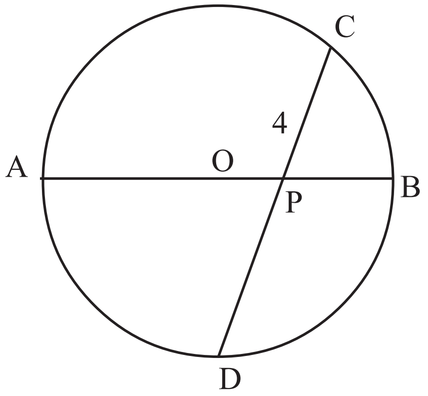
16. $3x^2 - x - 10 = 0$ എന്ന രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരങ്ങൾ,

$$\left(\left(2, \frac{5}{3}\right), \left(-2, \frac{-5}{3}\right), \left(2, \frac{-5}{3}\right), \left(-1, \frac{5}{3}\right)\right)$$

17. $x^2 + 1 = 0$ എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരം എന്ത്?

(1, -1, 0, പരിഹാരമില്ല)

18. ചിത്രത്തിൽ വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസമാണ് AB. CD എന്ന ഞാൺ AB യെ P യിൽ മുറിക്കുന്നു. AB = 16cm. CD = 19cm, PC = 4cm.



19. 40 മീറ്റർ നീളമുള്ള ഒരു കയർ മുറിച്ച് രണ്ട് കഷണങ്ങളാക്കി ഓരോന്നും വളച്ച് തറയിൽ രണ്ട് സമചതുരങ്ങൾ നിർമ്മിച്ചു. അവയുടെ പരപ്പളവുകളുടെ തുക 58 ചതുരശ്രമീറ്റർ ആണ്.

a) ഒരു കഷണത്തിന്റെ നീളം x എന്നെടുത്താൽ മറ്റേ കഷണത്തിന്റെ നീളം എന്താണ്?

b) സമചതുരങ്ങളുടെ വശങ്ങളുടെ നീളം എന്തൊക്കെയാണ്?

c) പരപ്പളവിനെക്കുറിച്ച് പറഞ്ഞിരിക്കുന്നത് ബീജഗണിത സമവാക്യമായി എഴുതുക.

d) ഓരോ കഷണത്തിന്റെയും നീളം കണക്കാക്കുക.

20. a) $x^2 + 10x = 24$ എന്ന സമവാക്യം പൂർണ്ണവർഗ്ഗമാക്കുവാൻ സമവാക്യത്തിന്റെ രണ്ടുവശത്തും കൂട്ടേണ്ട സംഖ്യ എത്ര?

b) x - ന്റെ വിലകൾ കാണുക?

21. ഒരു ചതുരത്തിന്റെ വലിയ വശത്തിന് ചെറിയ വശത്തേക്കാൾ 2 മീ. നീളം കൂടുതലാണ്. അതിന്റെ പരപ്പളവ് 224 ച.മീ.

a) ചെറിയ വശം x ആയാൽ വലിയ വശം എത്ര?

b) ചതുരപ്രശ്നത്തെ സംബന്ധിച്ച രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യം രൂപീകരിക്കുക.

c) ചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവെത്ര?

22. ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ ഏറ്റവും ചെറിയ വശത്തിന്റെ 2 മടങ്ങിൽ നിന്ന് ഒരു സെന്റീമീറ്റർ കുറച്ചതാണ് അതിന് ലംബമായ വശം. 2 മടങ്ങിനോട് 1 സെ.മീ. കൂട്ടിയതാണ് കർണം.

a) ചെറിയ വശം x ആയാൽ മറ്റു രണ്ട് വശങ്ങൾ കാണുക.

b) ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾ കാണുക

c) ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കാണുക.

23. ഒരു ചതുരത്തിന്റെ നീളം വീതിയേക്കാൾ 4 സെ.മീ. കൂടുതൽ ആണ്. ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് $96cm^2$ ആയാൽ,

a) വീതി 'x' ആയാൽ നീളമെത്ര?

b) ചതുരത്തിന്റെ നീളവും വീതിയും കാണുക?

പരിശീലന ചോദ്യങ്ങളുടെ ഉത്തരങ്ങൾ

1. x^2+4x+ .... $= (x+?)^2$

$\left(\frac{4}{2}\right)^2 = 2^2 = 4$ കൂട്ടിയാൽ മതി.

(x ന്റെ ഗുണകത്തിന്റെ പകുതിയുടെ വർഗ്ഗം കൂട്ടുക)

$x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2$

2. x ന്റെ ഗുണകം = -6, പകുതി = -3

വർഗ്ഗം = 9, ഇരുവശത്തും 9 കൂട്ടുക.

$$x^2 - 6x + 9 = 40 + 9$$
$$(x - 3)^2 = 49$$
$$x - 3 = \sqrt{49} = \pm 7$$
$$x - 3 = \pm 7$$
$$x = 3 \pm 7$$
$$x = 3 + 7, \quad 3 - 7 = 10, -4)$$

3. a) (x+8)

b) $(x+8)^2 = 1225$

c) x+8 = 35

x = 35-8 = 27 ച.സെ.മീ.

4. a) നീളം = x+5

b) x. (x+5) = 204

$x^2 + 5x = 204$

$$x^2+5x+\left(\frac{5}{2}\right)^2=204+\left(\frac{5}{2}\right)^2$$

$$\left(x+\frac{5}{2}\right)^2=204+\frac{25}{4}$$

$$=\frac{816+25}{4}$$

$$\left(x+\frac{5}{2}\right)^2=\frac{841}{4}$$

$$\therefore x+\frac{5}{2}=\sqrt{\frac{841}{4}}=\frac{29}{2}$$

$$x+\frac{5}{2}=\frac{29}{2}$$

$$x=\frac{29}{2}-\frac{5}{2}=\frac{24}{2}=12$$

വീതി = 12 സെ.മീ., നീളം = 12+5 = 17 സെ.മീ.

5. a) x - 3

b) $(x-3)^2 = 81$

c) $(x-3)^2 = 81$

$x-3=\sqrt{81}=9$

x - 3 = 9, x= 12 സെ.മീ.

6. a) 4

b) 12

c) $(x-5)^2$

d) 25

e) 100

f) 9

7. a) 50

b) (25-x)

c) പരപ്പളവ് = 600

$$(25+x)\ (25-x)=600$$

$$25^2-x^2=600$$
$$625-x^2=600$$

$$\Rightarrow x^2=625-600$$
$$x^2=25$$
$$x=5$$

$\therefore$ വശങ്ങൾ 25+5 = 30 മീറ്റർ

25-5 = 20 മീറ്റർ

8. a) 50

b) 50-x

c) $x(50-x)=525$

$$50x-x^2=525$$
$$x^2-50x=-525$$
$$x^2-50x+(25)^2=-525+252$$
$$(x-25)^2=-525+625$$

$$(x-25)^2=100$$
$$x-25=\sqrt{100}$$
$$x-25=10$$
$$x=35$$

നീളം = 35 സെ.മീ., വീതി = 50-35=15 സെ.മീ.

9. a) (x+3)

b) $\frac{1}{2}.\ x.(x+3) = 54$

$x^2 + 3x = 108$

$x^2 + 3x - 108 = 0$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

a = 1, b = 3, c = -108

$= \frac{-3 \pm \sqrt{32 - 4x1x - 108}}{2x1}$

$= \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 432}}{2}$

$x = \frac{-3 \pm \sqrt{441}}{2}$

$x = \frac{-3 \pm 21}{2}$

$x = \frac{-3 + 21}{2}$

$= \frac{+18}{2} = 9$

∴ വശങ്ങൾ 9, 12, 15.

10. a) $13 + x$

b) PA x PB = PC x PD

$12x4 = (13 + x)x$

$48 = 13x + x^2$

$\Rightarrow x^2+13x - 48=0$

$$x = \frac{-13 \pm \sqrt{13^2 + 4x48}}{2}$$

$$= \frac{-13 \pm \sqrt{361}}{2}$$

$$x = \frac{-13 \pm 19}{2}$$

$$x = \frac{-13 + 19}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$\therefore$ PD = 3 cm

11. a) $\left(\frac{1}{x}\right)$

b) $x + \frac{1}{x} = \frac{5}{2}$

$$\frac{x^2 + 1}{x} = \frac{5}{2} \quad \Rightarrow \quad 2x^2 + 2 = 5x$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4x2x2}}{2x2}$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{4}$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{9}}{4}$$

$$x = \frac{5 \pm 3}{4}$$

$$x = \frac{5+3}{4} = \frac{8}{4} = 2$$

$$x = \frac{5-3}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$x = 2 \quad or \quad \frac{1}{2}$$

12. a) x-1, x+1

b) $(x+1) . (x-1) = 360$

c) $(x+1) . (x-1) = 360$

$x^2 - 1 = 360$

$x^2 = 361$

$x = \sqrt{361}$

$x = \pm 19$

$\therefore$ സംഖ്യകൾ 18 and 20

-18 and -20

13. $1+2+3+\text{...........}+n = \frac{n(n+1)}{2}$

$\therefore \frac{n(n+1)}{2} = 465$

$n(n+1) = 930$

$n^2 + n - 930 = 0$

$n = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 + 4x930}}{2}$

$= \frac{-1 \pm \sqrt{1+3720}}{2}$

$= \frac{-1 \pm \sqrt{3721}}{2}$

$n = \frac{-1 \pm 61}{2}$

$\therefore n = \frac{-1+61}{2} = \frac{60}{2} = 30$

14. a) $PA \times PB = PC^2$

b) $(x+12) \,.\, x = 64$

$x^2 + 12x = 64$

$x^2 + 12x - 64 = 0$

c) $x = \dfrac{-12 \pm \sqrt{12^2 + 4x64}}{2}$

$= \dfrac{-12 \pm \sqrt{144 + 256}}{2}$

$= \dfrac{-12 \pm \sqrt{400}}{2}$

$x = \dfrac{-12 \pm 20}{2}$

$x = \dfrac{-12 + 20}{2} = \dfrac{8}{2} = 4cm$

$\therefore$ PB = 4 cm

d) AB = 20cm

$\therefore$ ആരം = 10 cm

15. $1 \pm \sqrt{2}$

16. $\left(2, \frac{-5}{3}\right)$

17. പരിഹാരമില്ല

18. a) 16 - x

b) PD = 15

c) PA = 10

19. a) 40 - x

b) $\frac{x}{4}, \frac{40-x}{4}$

c) $\left(\frac{x}{4}\right)^2 + \left(\frac{40-x}{4}\right)^2 = 58$

d) 28, 12 cm

20. a) $5^2=25$

b) $x^2+10x+25 = 24+25 = 49$

ie $(x+5)^2 = 7^2$

x+5 = 7	x+5= -7
x=7-5 = 2	x=-7-2 = -9

21. a) x+2

b) $x^2+2x=224$

c) നീളം = 16, വീതി = 14

ചുറ്റളവ് = 60

22. a) $2x-1, \quad 2x+1$

b) $x^2+(2x-1)^2 = (2x+1)^2$

$x^2+4x^2-4x+1 = 4x^2+4x+1$

$x^2-8x = 0$

$x(x-8) = 0 \qquad x=8$

വശങ്ങൾ 8cm, 15cm, 17cm

23. a) $x+4$

b) $x(x+4) = 96$

$x^2 + 4x = 96$

$x^2 + 4x + 2^2 = 22+96$

$(x+2)^2 = 100 = 10^2$

$x+2 = 10$ വീതി = 8cm

$x=10-2=8$ നീളം = 12cm

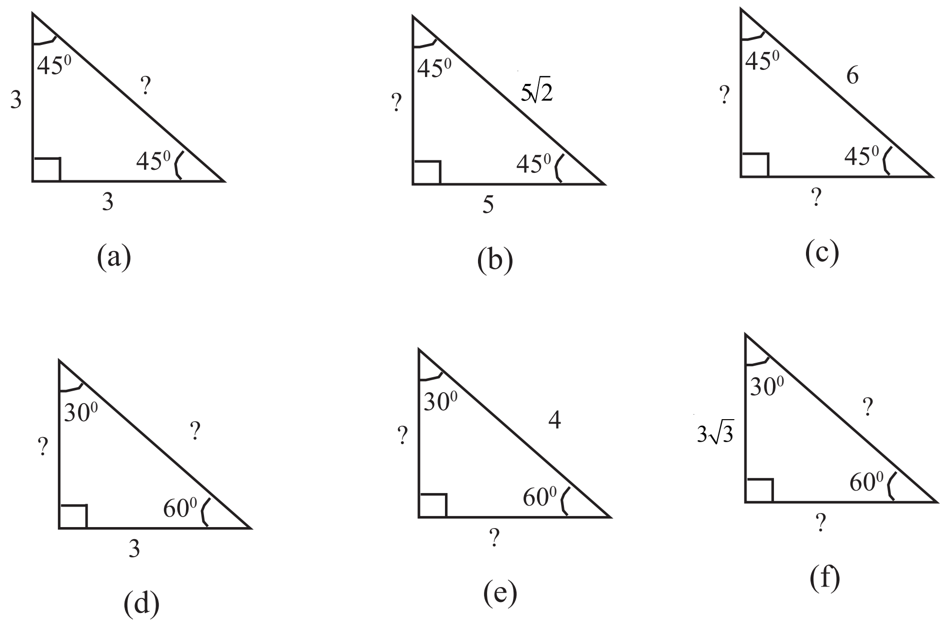
അധ്യായം 5

ത്രികോണമിതി

* $45^0, 45^0, 90^0$ കോണുകളുള്ള ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ അംശബന്ധം - $1:1:\sqrt{2}$ ആയിരിക്കും.

* $30^0, 60^0, 90^0$ കോണുകളുള്ള ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ അംശബന്ധം $1:\sqrt{3}:2$ ആയിരിക്കും.

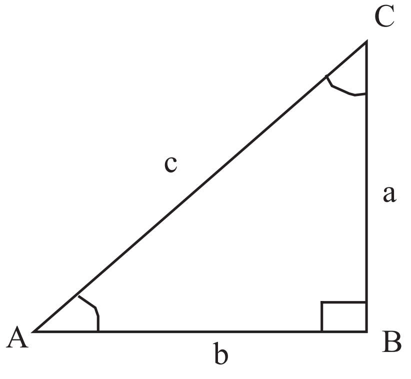
1. ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ത്രികോണങ്ങളിൽ വിട്ടുപോയ വശങ്ങളുടെ നീളം കാണുക.



പുതിയ അളവുകൾ

$$\text{SinA} = \frac{\text{എതിർവശം}}{\text{കർണ്ണം}} = \frac{a}{c}$$

$$\text{CosA} = \frac{\text{സമീപവശം}}{\text{കർണ്ണം}} = \frac{b}{c}$$

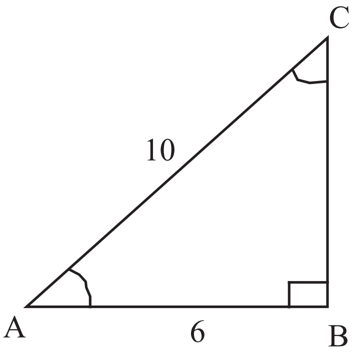


$$\text{TanA} = \frac{\text{എതിർവശം}}{\text{സമീപവശം}} = \frac{a}{b}$$

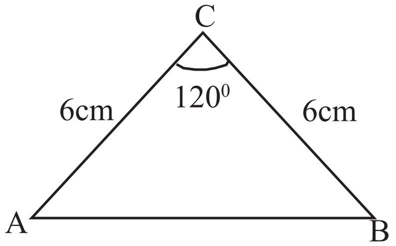
2. മട്ടത്രികോണം ABC യിൽ $\angle B=90^0$, AB = 6cm, AC=10cm

a) BC എത്ര?

b) SinA, CosA, TanA എന്നിവ കാണുക



3. ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ത്രികോണത്തിൽ, മുകളിലെ മൂലയിൽ നിന്ന് താഴത്തെ വശത്തേക്കുള്ള ലംബദൂരം എത്രയാണ്? ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എത്ര?



4. ത്രികോണം ABC യിൽ AB = 12cm, AC = 6cm, $\angle A=50^0$.

a) C യിൽ നിന്ന് AB യിലേക്കുള്ള ലംബദൂരം എത്ര?

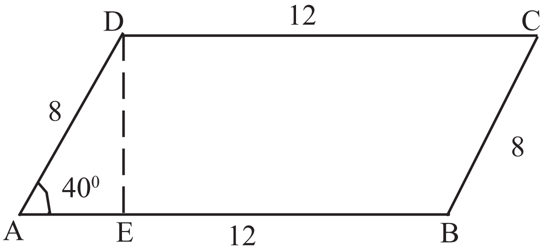
b) ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കാണുക.

($\text{Sin}50^0 = 0.766$)

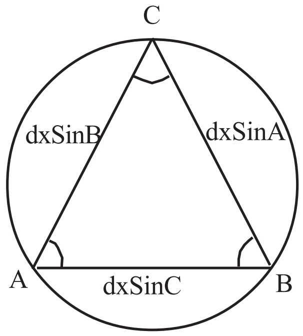
5. ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന സാമാന്തരികത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കാണുക?

($\text{Sin}40^0=0.6428$)

DE വരയ്ക്കുക

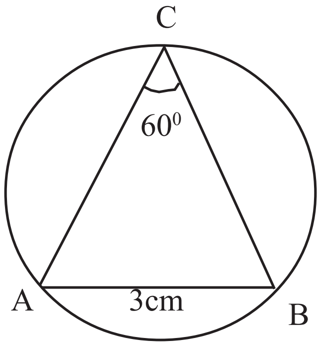


ത്രികോണത്തിന്റെ പരിവൃത്ത വ്യാസം



d = പരിവൃത്ത വ്യാസം

6. ഒരു ത്രികോണവും അതിന്റെ പരിവൃത്തവുമാണ് ചിത്രത്തിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നത്. വൃത്തത്തിന്റെ ആരം എത്രയാണ്?

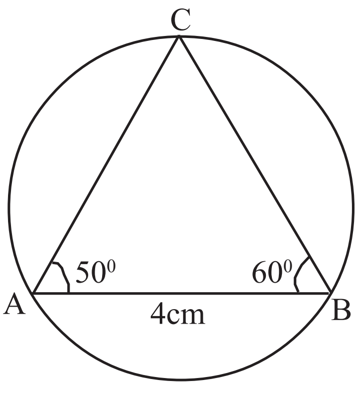


7. ചിത്രത്തിൽ ഒരു ത്രികോണവും അതിന്റെ പരിവൃത്തവും കാണിച്ചിരിക്കുന്നു.

a) വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസം കണക്കാക്കുക.

b) ത്രികോണത്തിന്റെ മറ്റു വശങ്ങളുടെ നീളം കണക്കാക്കുക.

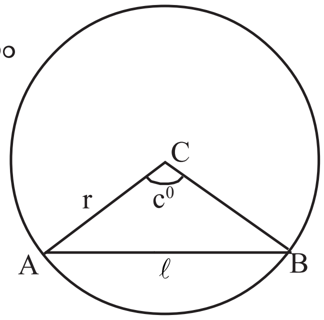
$\text{Sin}70^0 = 0.9397$, $\text{Sin } 50^0 = 0.7660$, $\text{Sin } 60^0 = 0.8660$



വൃത്തത്തിലെ ഞാണിന്റെ നീളം

ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസവും ഞാണിന്റെ കേന്ദ്രകോണും അറിയാമെങ്കിൽ അതിന്റെ നീളം എന്നത് വ്യാസത്തിനെ കേന്ദ്രകോണിന്റെ പകുതിയുടെ സൈൻ കൊണ്ട് ഗുണിച്ചതാണ്.

$\ell = d x \text{Sin}\frac{C^0}{2}$, d വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസം

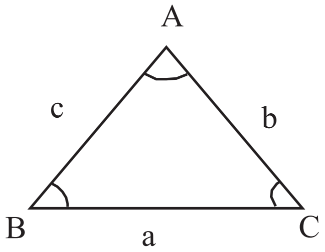


8. 4 cm ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ 120^0 കേന്ദ്ര കോണുള്ള ഒരു ഞാൺ വരച്ചാൽ അതിന്റെ നീളമെന്ത്രയായിരിക്കും?

* ത്രികോണം ABC യിൽ $\angle A$യുടെ എതിർവശം 'a' യും, $\angle B$ യുടെ എതിർവശം 'b' യും $\angle C$ യുടെ എതിർവശം 'c' യും ആയാൽ,

ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് =

$\frac{1}{2}ab \ \text{Sin}\,C \ = \ \frac{1}{2}bc \ \text{Sin}\,A = \frac{1}{2}ac \ \text{Sin}\,B$



9. ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ രണ്ട് വശങ്ങൾ 10 സെ.മീ., 15 സെ.മീ. ആണ്. അവയുടെ ഉൾക്കോൺ 50^0 ആയാൽ ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക.

മേൽക്കോൺ, കീഴ്ക്കോൺ

സാധാരണയായി നമ്മുടെ നോട്ടത്തിന്റെ പാത നിലത്തിനു സമാന്തരമാണ്. ഉയരത്തിലുള്ളവയെ നോക്കുമ്പോൾ, ഇത് മേൽപോട്ടുയരും. ഈ രണ്ട് വരകൾ തമ്മിലുള്ള കോണിനെ മേൽക്കോൺ എന്നാണ് പറയുന്നത്. അതേ സമയം താഴെയുള്ള വസ്തുവിനെ കാണാനായി തല താഴ്ത്തുമ്പോൾ ഉണ്ടാവുന്ന കോണാണ് കീഴ്കോൺ.

10. ഒരു മരത്തിന്റെ ചുവട്ടിൽ നിന്ന് 10 മീറ്റർ മാറി നിൽക്കുന്ന ഒരു കുട്ടി അതിന്റെ മുകളറ്റം 300 മേൽക്കോണിൽ കാണുന്നു. കുട്ടിക്ക് 1.75 മീ. ഉയരമുണ്ടെങ്കിൽ മരത്തിന്റെ ഉയരമെന്ത്?

11. 20 മീറ്റർ ഉയരമുള്ള ഒരു കെട്ടിടത്തിന്റെ മുകളിൽ നിന്ന് നോക്കുന്ന ഒരു കുട്ടി, താഴെ തറയിലുള്ള ഒരു കാർ 60^0 കീഴ്കോണിൽ കാണുന്നു. കാർ കെട്ടിടത്തിൽ നിന്ന് എത്ര അകലെയാണ്?

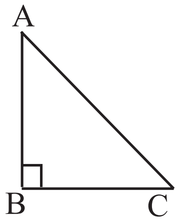
പരിശീലന ചോദ്യങ്ങൾ

1. മട്ടത്രികോണം ABC യിൽ $\angle B = 90^0$, $\text{SinA} = \frac{7}{25}$ ആയാൽ, Cos C യുടെ വിലയെത്ര?

$\left(\frac{7}{25}, \frac{16}{25}, \frac{9}{25}, \frac{25}{7}\right)$

2. 14. Δ ABC യിൽ $\text{SinC} = \frac{AB}{BC}$ ആയാൽ CosC = ...

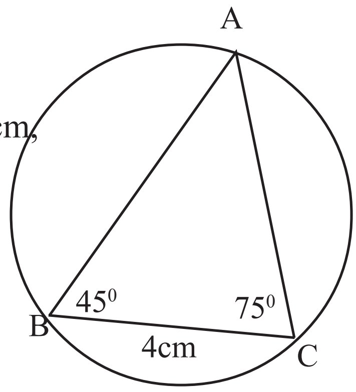
$\left(\frac{AB}{AC}, \frac{BC}{AB}, \frac{AC}{BC}, \frac{BC}{AC}\right)$

3. 

ത്രികോണം $\angle$ABC യിൽ $B=90^0$ Sin C = ...?

$({}^{AB}/_{BC},\ {}^{BC}/_{AC},\ {}^{AB}/_{AC},\ {}^{BC}/_{AB})$

4. ചിത്രത്തിലെ $\angle$ABC യിൽ BC = 4 cm,
$\angle B=45^0$, $\angle C = 75^0$ ആകുന്നു.
പരിവൃത്ത വ്യാസം എത്ര?



5. ΔABC ൽ $\tan A = \frac{3}{4}$ ആയാൽ SinA, CosA ഇവ കാണുക

6. ΔPQR ൽ $\angle Q = 90^0$, $\text{Sin } P = \frac{7}{25}$ ആയാൽ Tan P = ...

7. ഒരു തൂൺ തറയിൽ കുത്തനെ നിർത്തുന്നതിനായി അതിന്റെ മുകളറ്റത്ത് നിന്നും ഇരുവശങ്ങളിലേക്കും തറയിൽ ഉറപ്പിച്ച കുറ്റികളിലേക്ക് കയർ വലിച്ചുകെട്ടിയിരിക്കുന്നു. ഇതിൽ ഒരു കയർ തറയുമായി 45^0 കോൺ ഉണ്ടാക്കുന്നു. അതിന്റെ ചുവട്ടിൽ നിന്ന് കയർ കെട്ടിയ കുറ്റിയിലേക്ക് 24 മീ. നീളമുണ്ട്. രണ്ടാമത്തെ കയർ തറയുമായി 30^0 കോൺ ഉണ്ടാക്കുന്നു.

a) ഏകദേശ ചിത്രം വരയ്ക്കുക

b) തൂണിന്റെ ഉയരമെന്ത്?

c) കയറുകളുടെ ആകെ നീളം ഏകദേശം എത്ര?

$$\begin{pmatrix} \sqrt{2} = 1.414 \\ \sqrt{3} = 1.732 \end{pmatrix}$$

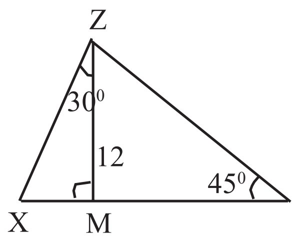
8. നിരപ്പായ തറയിൽ കുത്തനെ നിൽക്കുന്ന രണ്ട് കെട്ടിടങ്ങൾക്കിടയിൽ 24 മീറ്റർ അകലം ഉണ്ട്. ചെറിയ കെട്ടിടത്തിന്റെ മുകളിൽ നിന്നും വലിയ കെട്ടിടത്തിന്റെ ചുവട് 60^0 കീഴ്കോണിലും, വലിയ കെട്ടിടത്തിന്റെ മുകളറ്റം 30^0 മേൽകോണിലും കാണുന്നു.

a) ഒരു ഏകദേശ ചിത്രം വരച്ച് അളവുകൾ രേഖപ്പെടുത്തുക.

b) ചെറിയ കെട്ടിടത്തിന്റെ ഉയരം എത്ര?

c) വലിയ കെട്ടിടത്തിന്റെ ഉയരം എത്ര?

9.



ചിത്രത്തിൽ നിന്ന്, MZ=12cm, $\angle Y = 45^0$,

$\angle MZX = 30^0$, $\angle ZMX = 90^0$

a) MX, XY ഇവയുടെ നീളങ്ങൾ കാണുക.

b) ത്രികോണത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് കാണുക.

c) XZ : YZ : XY കാണുക.

ത്രികോണമിതി - ഉത്തരസൂചിക

1. a) $3\sqrt{2}$ b) 5, 5 c) $\frac{6}{\sqrt{2}}$ *or* $3\sqrt{2}$

   d) $3\sqrt{3}$, 6 e) 2, $2\sqrt{3}$ f) 3, 6

2. a) $BC^2 = AC^2 - AB^2$

   $= 10^2 - 6^2$

   $= 100 - 36$

   $BC^2 = 64$

   BC = 8cm

   b) $\text{Sin}\, A = \frac{8}{10}$

   $\text{Cos}\, A = \frac{6}{10}$

   $\text{Tan}\, A = \frac{8}{6}$

   ചില കോണുകളുടെ Sin, Cos, Tan അളവുകൾ.

	30^0	45^0	60^0
Sin	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
Cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$
Tan	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$

3. CD - $\perp AB$ വരയ്ക്കുക.

മട്ടത്രികോണം ADC യിൽ,

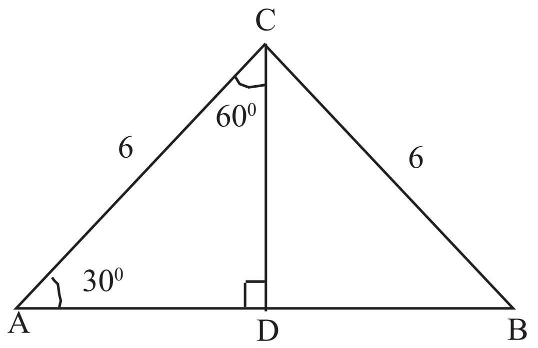
വശങ്ങളുടെ അംശബന്ധം = $1:\sqrt{3}:2$

$1:\sqrt{3}:2$

.... : .... : 6

$3:3\sqrt{3}:6$ $\therefore CD = 3$

$\therefore$ ലംബദൂരം = 3 cm



പരപ്പളവ് കാണാൻ,

$AD = 3\sqrt{3}$ $\therefore AB = 6\sqrt{3}$

$\therefore$ പരപ്പളവ് = ½ x $6\sqrt{3}$ x 3

= $3\sqrt{3}$ x 3

= $9\sqrt{3}$ ച.സെ.മീ.

4. a) CD എന്ന ലംബം വരയ്ക്കുക

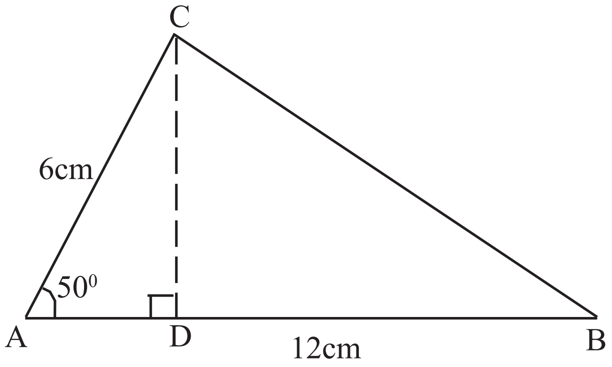
മട്ടത്രികോണം ADC യിൽ.

$\text{Sin A} = \frac{CD}{AC}$

$\therefore CD = AC \times \text{Sin } A$

= 6 x Sin50

= 6 x 0.766 = 4.59cm



b) പരപ്പളവ് = $\frac{1}{2} x AB x CD$

$= \frac{1}{2} x 12 x 4.59$

$= 6 \times 4.59$

$= 27.54$ ച.സെ.മീ.

5. $\text{Sin } 40 = \frac{DE}{AD}$

$DE = AD \times \text{Sin } 40^0$

$= 8 \times 0.6428$

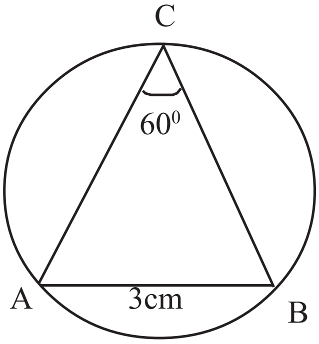
$= 5.1424 cm$

പരപ്പളവ് = പാദം x ലംബം

$= 12 \times 5.1424$

$= 61.7088$ ച.സെ.മീ.

6. $AB = 2r \times \text{Sin}60^0$



$3 = 2r \times \frac{\sqrt{3}}{2}$

$6 = 2r \times \sqrt{3}$

$2r = \frac{6}{\sqrt{3}}$

$r = \frac{6}{2\sqrt{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$ cm

7. a) $\angle C = 70^0$

$4 = d \times \text{Sin } 70^0$

$\therefore d = \frac{4}{\text{Sin } 70^0} = \frac{4}{0.9397}$

$d = 4.257$ cm

b) $AC = d \times \text{Sin } 60^0$

$= 4.257 \times 0.8660$ **= 3.687cm**

$BC = d \times \sin 50^0$

$= 4.257 \times 0.7660$

$= 3.261$ cm

8. ഞാണിന്റെ നീളം = $2r \times \sin\frac{120}{2}$

$= 2 \times 4 \times \sin 60^0$

$= 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$

$= 4\sqrt{3}$ cm

9. പരപ്പളവ് = $\frac{1}{2} \times ab \sin C$

$= \frac{1}{2} \times 10 \times 15 \times \sin 50^0$

$= 5 \times 15 \times \sin 50^0$

$= 5 \times 15 \times 0.7660$

$= 57.45$ ച.സെ.മീ.

10. $\tan 30^0 = \frac{BC}{10}$

$BC = 10 \times \tan 30$

$= 10 \times 0.5774$

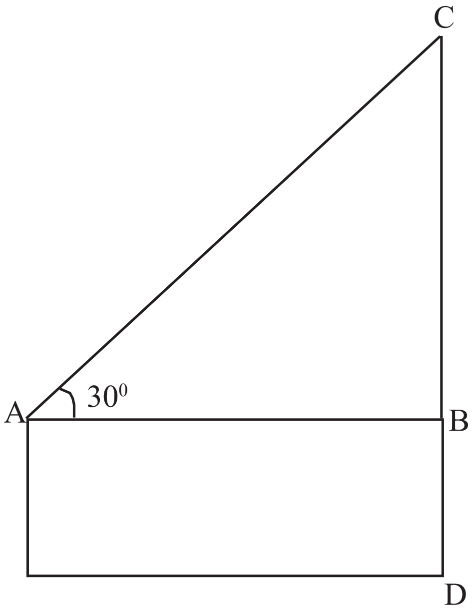
BC = 5.774 മീറ്റർ.

മരത്തിന്റെ ഉയരം

CD = CB + BD

= 5.774 + 1.75

= 7.524 മീറ്റർ



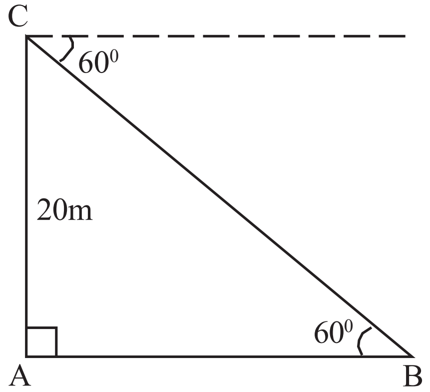
11. $\angle ABC = 60^0$ (മറുകോൺ)

$$\tan 60^0 = \frac{20}{AB}$$

$$AB x \tan 60^0 = 20$$

$$AB = \frac{20}{\tan 60} = \frac{20}{1.73}$$

AB = 11.56 മീറ്റർ



പരിശീലന ചോദ്യങ്ങളുടെ ഉത്തരങ്ങൾ

1. $\frac{7}{25}$

2. $\frac{AC}{BC}$

3. $\frac{AB}{AC}$

4. $\frac{a}{\text{Sin } A} = 2R \Rightarrow A = 60$

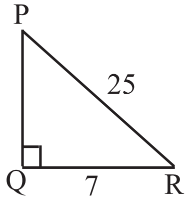
5. $\text{SinA} = \frac{3}{5}$

$\text{CosA} = \frac{4}{5}$

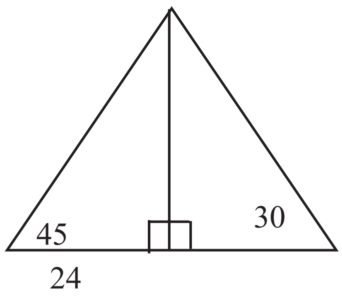
6. $PQ = \sqrt{25^2 - 7^2} = \sqrt{625 - 49}$

$= \sqrt{576} = 24cm$

$\tan P = \frac{7}{24}$



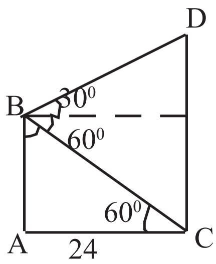
7. a)



b) 24 മീ.

c) $48+24\sqrt{2}$

8.



ചെറിയ കെട്ടിടത്തിന്റെ ഉയരം = $24\sqrt{3}$

വലിയ കെട്ടിടത്തിന്റെ ഉയരം

$= \frac{24}{\sqrt{3}}+24\sqrt{3}$

$= 8\sqrt{3}+24\sqrt{3}$

$= 32\sqrt{3}$

9. a) $MX=\frac{12}{\sqrt{3}},\ XY=\frac{12}{\sqrt{3}}+12$

b) ചുറ്റളവ് = $XY+YZ+ZX$

$= \frac{24}{\sqrt{3}}+12\sqrt{2}+\frac{12}{\sqrt{3}}+12$

$\frac{36}{\sqrt{3}}+12\sqrt{2}+12$

c) $2:\sqrt{6}\ :\ \sqrt{3}+1$

അധ്യായം 6

സൂചകസംഖ്യകൾ

- സൂചകാക്ഷങ്ങൾ വരച്ച് ബിന്ദുക്കൾ സംഖ്യാജോടികളായി നിശ്ചിത സ്ഥാനത്ത് അടയാളപ്പെടുത്തുന്നു.

1. X, Y അക്ഷങ്ങൾ വരച്ച് ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക.

   (5, 5) (2,-1) (1, -2), (2,2) (0,0)

X-അക്ഷത്തിലെ ഏതൊരു ബിന്ദുവിന്റെയും Y-സൂചകസംഖ്യ പൂജ്യം ആയിരിക്കും. അതുപോലെ Y-അക്ഷത്തിലെ ഏതൊരു ബിന്ദുവിന്റെയും X-സൂചകസംഖ്യ പൂജ്യം ആയിരിക്കും.

2. X, Y അക്ഷങ്ങൾ വരച്ച് ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക.

   (0, 5) (5,0) (0,4) (-2,0)

അക്ഷങ്ങൾക്ക് സമാന്തരമായ വരകളിലെ ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകളുടെ പ്രത്യേകതകൾ കണ്ടെത്തുന്നു.

3. ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളിൽ X-അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ വരയിലെയും, Y-അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ വരയിലെയും ബിന്ദുക്കൾ വേർതിരിച്ചെഴുതുക.

   (2,5) (5,6) (6,5) (-2,1) (2,-2)
   (2,1) (-1,5) (-2,6) (-5,-2)

4. X, Y അക്ഷങ്ങൾ വരച്ച് (3,0), (8,0), (11,4), (6,4) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തി അവ പരസ്പരം യോജിപ്പിച്ച് കിട്ടുന്ന ചതുർഭുജത്തിന് അനുയോജ്യമായ പേര് നൽകുക.

5. ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്ന ചതുരത്തിന്റെ മറ്റ് രണ്ട് മൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക.

6. അക്ഷങ്ങൾ വരയ്ക്കാതെ (3,5), (7,8) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ ചതുരത്തിന്റെ രണ്ട് എതിർമൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യളായി ഇടത്-വലത്, മേൽ-കീഴ് സ്ഥാനങ്ങൾ ശരിയായി അടയാളപ്പെടുത്തി മറ്റ് രണ്ട് മൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക.

X-അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ വരയിലെ രണ്ട് ബിന്ദുക്കൾ (x_1, y), (x_2, y) എന്നിവ തമ്മിലുള്ള അകലം = $|x_2 - x_1|$.

7. (-5, 2), (5, 2) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം എത്ര?

Y-അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ വരയിലെ രണ്ട് ബിന്ദുക്കൾ (x,y_1), (x, y_2) ആയാൽ ഇവ തമ്മിലുള്ള അകലം = $|y_2 - y_1|$

8. (7, 2), (7, 8) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം എത്ര?

സൂചകസംഖ്യകൾ (x_1,y_1), (x_2, y_2) ആയ രണ്ട് ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം

$$= \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

9. (5, 2), (4, 8) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലമെന്ത്?

ആധാരബിന്ദുവും സൂചകസംഖ്യ (x,y) ആയ ബിന്ദുവും തമ്മിലുള്ള അകലം

$$= \sqrt{x^2 + y^2}$$

10. സൂചകസംഖ്യകൾ (-2, 1) എന്ന ബിന്ദുവും ആധാരബിന്ദുവുമായുള്ള അകലം കണക്കാക്കുക.

11. (2,1), (3,4), (-3,6) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിച്ചാൽ ഒരു മട്ടത്രികോണം കിട്ടുമെന്ന് തെളിയിക്കുക.

(പാദം^{2} + ലംബം^{2} = കർണ്ണം^{2} എന്ന് തെളിയിക്കുക)

പരിശീലന ചോദ്യങ്ങൾ

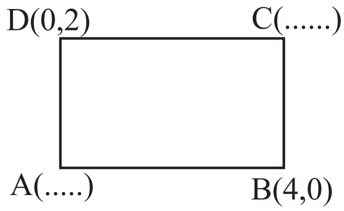
1. വശങ്ങൾ അക്ഷങ്ങൾക്ക് സമാന്തരമായ ഒരു ചതുരത്തിന്റെ ഒരു ജോടി എതിർ മൂലകളാണ് (-2,3), (5,6). ഈ ചതുരത്തിന്റെ മറ്റ് മൂലകളുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ എഴുതുക?

2. a) x, y അക്ഷങ്ങൾ വരച്ച് താഴെ പറയുന്ന ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക.

   A (0,5); B(0,-2); C(4,0); D(-3,0), E(4,5)

   b) ഇതിൽ x, y അക്ഷങ്ങളിലെ ബിന്ദുവല്ലാത്തത് ഏത്?

3. ചുവടെ കൊടുത്ത ചതുരത്തിന്റെ മറ്റു രണ്ടു മൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക.



4. a) (7,10), (-2,5), (3,-4) എന്നിവ ഒരു സമപാർശ്വ മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ മൂലകളാണെന്ന് തെളിയിക്കുക

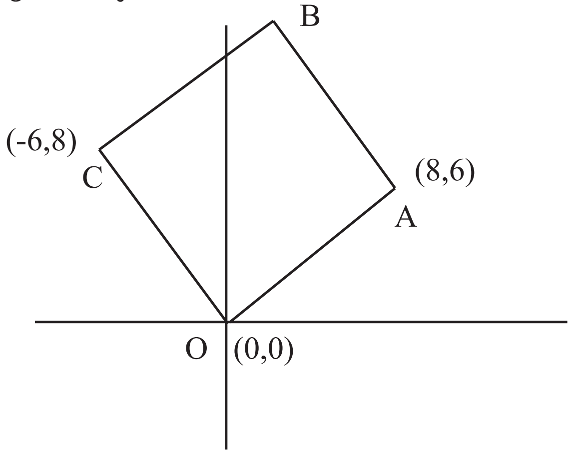
   b) X, Y അക്ഷങ്ങൾ വരച്ച് A(1,1), B(4,1), C(4,4), D(1,4) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക. ഈ ബിന്ദുക്കൾ ക്രമമായി യോജിപ്പിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന രൂപത്തിന് ഏറ്റവും അനുയോജ്യമായ പേരെഴുതുക.

5. ഒരു സമചതുരത്തിന്റെ മൂന്ന് മൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ തന്നിരിക്കുന്നു.

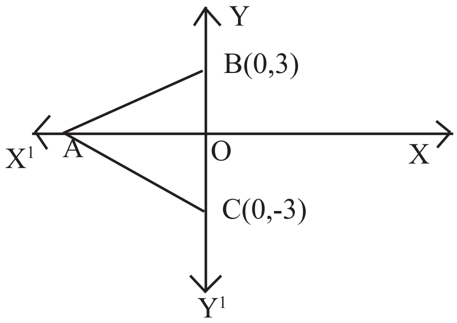
   a) നാലാമത്തെ മൂലയുടെ സൂചകസംഖ്യ കാണുക.

   b) വശത്തിന്റെ നീളം കാണുക.

   c) പരപ്പളവ് കാണുക



6. ചിത്രത്തിൽ ΔABC ഒരു സമഭുജത്രികോണമാണ്.



a) ΔABC യുടെ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളമെത്ര?

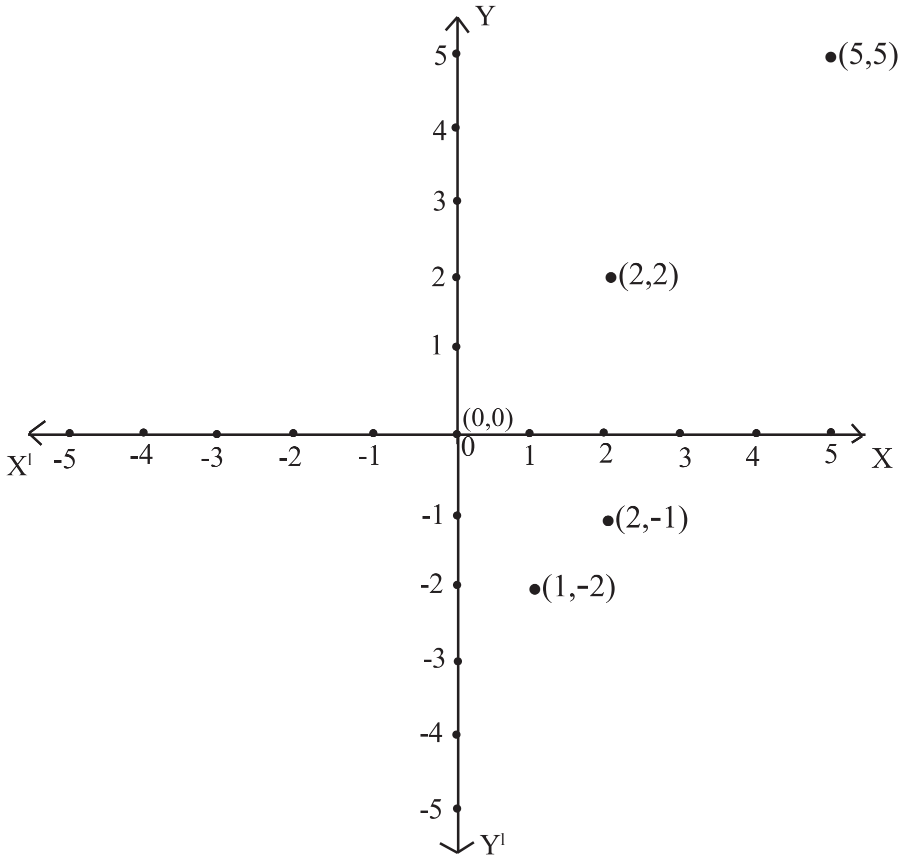
b) ΔABC യുടെ ചുറ്റളവ് എത്ര?

c) A യുടെ സൂചകസംഖ്യ കാണുക.

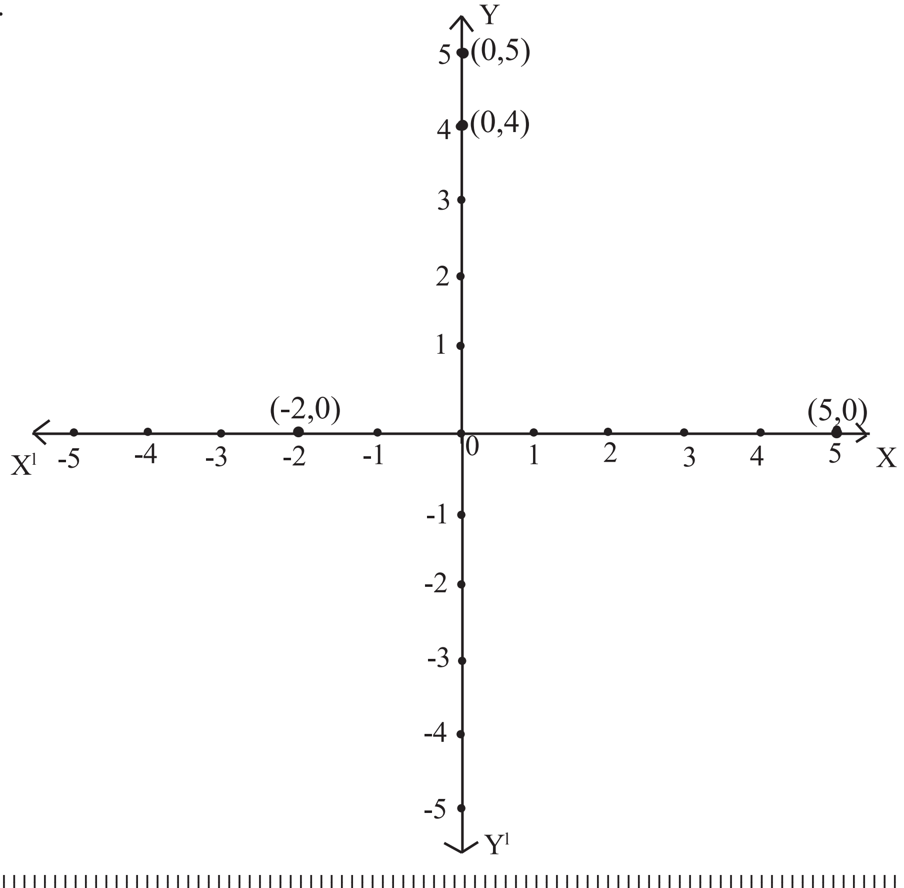
സൂചകസംഖ്യകൾ

ഉത്തരസൂചിക

1.



2.



3. X - അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ വരയിലെ ബിന്ദുക്കൾ

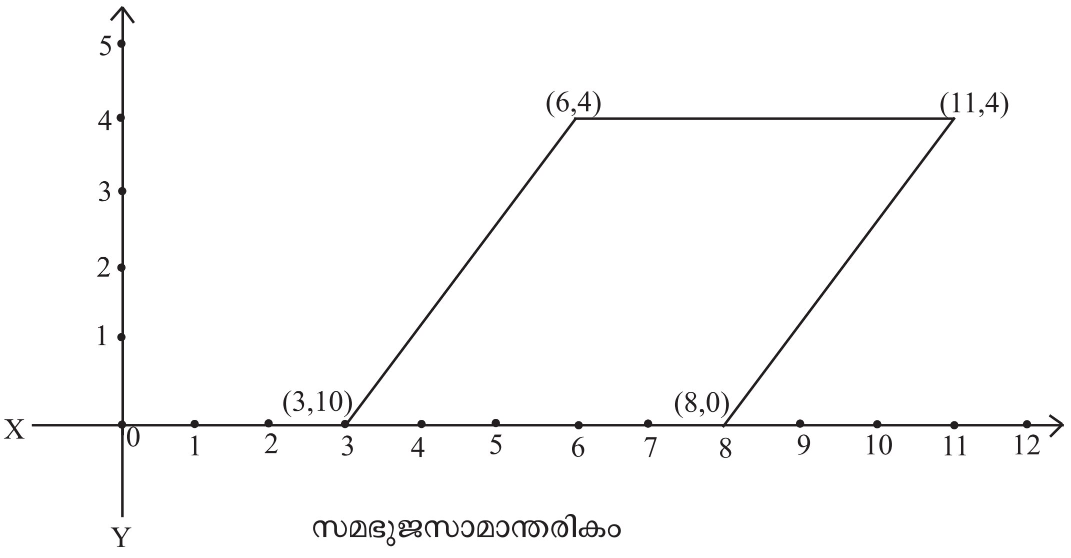
(2,5) (6,5) (-1,5) (5,6) (-2,6)

(2,-2) (-5,-2) (-2,1) (2,1)

Y - അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ വരയിലെ ബിന്ദുക്കൾ

(2,5) (2,4) (2,-2), (2,1) (-2,1) (-2,6)

4.

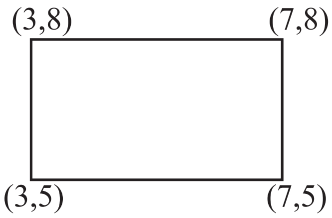


സമഭുജസാമാന്തരികം

5. B (2,3)

D (-2,4)

6.



7. 10

8. 6

9. $\sqrt{37}$

10. $\sqrt{5}$

11. പാദം^{2} + ലംബം^{2} = കർണ്ണം^{2} എന്ന് തെളിയിക്കുക

പരിശീലന ചോദ്യങ്ങളുടെ ഉത്തരങ്ങൾ

1. (-2,6), (5,3)

2. a) x, y അക്ഷങ്ങൾ കൃത്യമായി വരച്ച് സംഖ്യകൾ മാർക്ക് ചെയ്യുന്നതിന്

   b) E or (4,5)

3. A (0,0) C(4,2)

4. a) $AB = \sqrt{212}$

   $BC = \sqrt{106}$

   $AC = \sqrt{106}$

   $AB^2 = BC^2 + AC^2$

   b) സമചതുരം

5. a) (2, 14)

   b) $\sqrt{8^2 + 6^6} =$ 10 യൂണിറ്റ്

   c) 10 x 10 = 100 ചതുരശ്ര യൂണിറ്റ്

6. a) 6cm

   b) 18cm

   c) A is $\left(-3\sqrt{3}, 0\right)$

അധ്യായം 7

തൊടുവരകൾ

തൊടുവര

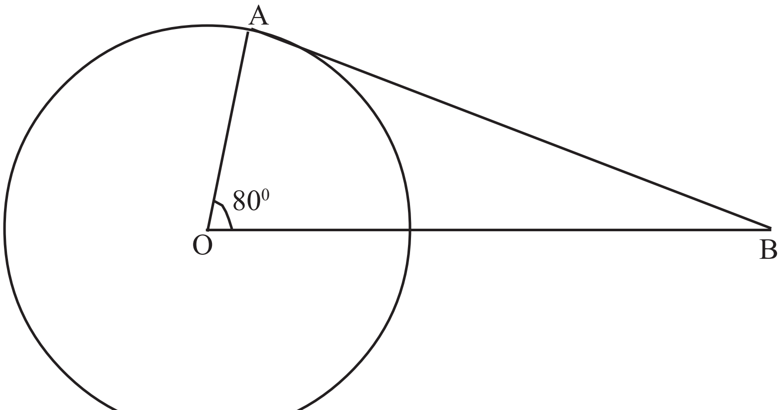
ഒരു വര വൃത്തത്തെ ഒരു ബിന്ദുവിൽ മാത്രം തൊടുമ്പോൾ അത് വൃത്തത്തിന്റെ തൊടുവരയാകുന്നു.

- വൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവിൽക്കൂടിയുള്ള തൊടുവര ആ ബിന്ദുവിലൂടെയുള്ള ആരത്തിന് ലംബമാണ്.
- നിർമ്മിതി : വൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവിലൂടെ തൊടുവര വരയ്ക്കുന്ന വിധം.

1. 'O' കേന്ദ്രമായ വൃത്തത്തിലെ തൊടുവരയാണ് AB. എങ്കിൽ,

   a) $\angle OAB$ എത്ര ഡിഗ്രിയാണ്?

   b) $\angle B$ എത്രയാണ്?



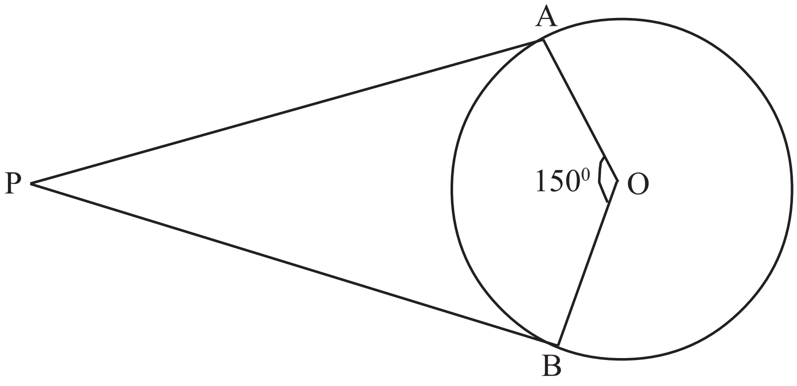
നിർമ്മിതി : 3cm ആരമുള്ള വൃത്തം വരയ്ക്കുക. വൃത്തത്തിൽ A എന്ന ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുക. A യിലൂടെ വൃത്തത്തിന് തൊടുവര വരയ്ക്കുക.

- ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രവും അതിലെ രണ്ടു ബിന്ദുക്കളും ഈ ബിന്ദുക്കളിലൂടെയുള്ള തൊടുവരകൾ കൂട്ടിമുട്ടുന്ന ബിന്ദുവും മൂലകളായ ചതുർഭുജം ചക്രീയമാണ്.

2. O കേന്ദ്രമായ A, B എന്നീ ബിന്ദുക്കളിലൂടെയുള്ള തൊടുവരകൾ P യിൽ കൂട്ടിമുട്ടുന്നു. എങ്കിൽ,

a) $\angle A$, $\angle B$ ഇവ കണക്കാക്കുക.

b) $\angle P$ യുടെ അളവ് എത്ര ഡിഗ്രിയായിരിക്കും.



നിർമ്മിതി : അന്തർവൃത്ത ആരം 3 സെ.മീ., രണ്ടു കോണുകൾ 80^0, 60^0 ആയ ത്രികോണം വരയ്ക്കുക.

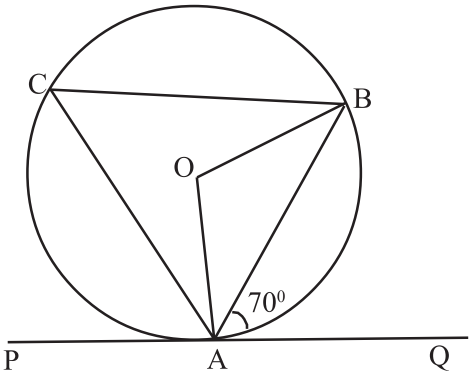
ഞാണും തൊടുവരയും

ഒരു വൃത്തത്തിലെ ഒരു ഞാണിന്റെ രണ്ടറ്റങ്ങളിലൂടെയുള്ള തൊടുവരകൾ ഞാണുമായി ഉണ്ടാക്കുന്ന കോൺ ഞാണിന്റെ കേന്ദ്രകോണിന്റെ പകുതിയാണ്.

3. O കേന്ദ്രമായ വൃത്തത്തിൽ AB എന്ന ഞാണും 'A' യിലൂടെയുള്ള തൊടുവരയും ചേർന്നുണ്ടാക്കുന്ന കോൺ $\angle BAQ = 70^0$ ആയാൽ,

a) $\angle AOB$ എത്രയാണ്?

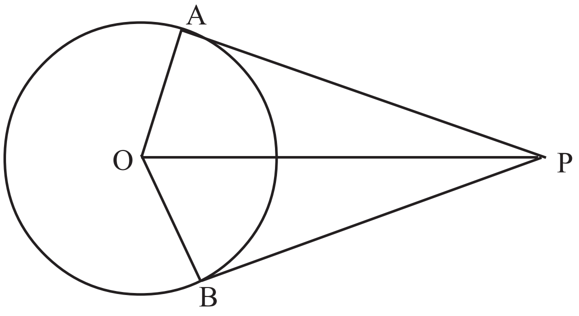
b) $\angle ACB$ യുടെ അളവ് എത്രയാണ്?



- വൃത്തത്തിന് പുറത്തുള്ള ഒരു ബിന്ദുവിൽ നിന്ന് വൃത്തത്തിലേക്ക് രണ്ട് തൊടുവരകൾ വരയ്ക്കാം. ഈ തൊടുവരകൾക്ക് ഒരേ നീളമാണ്.

നിർമ്മിതി : വൃത്തത്തിനു പുറത്തുള്ള ഒരു ബിന്ദുവിൽ നിന്നും തൊടുവര വരയ്ക്കുന്ന വിധം.

4.

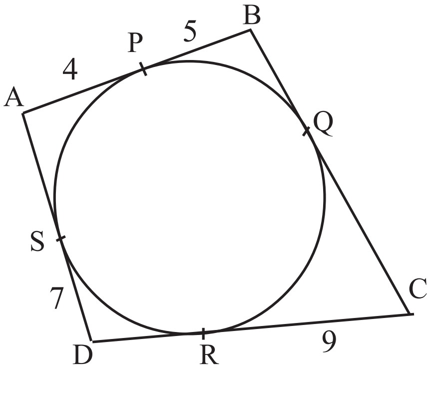


5 cm ആരമുള്ള വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും 13cm അകലെയുള്ള ഞാണുകളാണ് PA, PB. ഇവയുടെ നീളം കണക്കാക്കുക.

നിർമ്മിതി : 2cm ആരമുള്ള വൃത്തം വരയ്ക്കുക. കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും 5cm അകലെ P അടയാളപ്പെടുത്തുക. P യിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിലേക്കുള്ള തൊടുവരകൾ വരയ്ക്കുക.

- ഒരു വൃത്തത്തിലെ നാലു ബിന്ദുക്കളിലൂടെയുള്ള തൊടുവരകൾ ചേർന്നുണ്ടാകുന്ന ചതുർഭുജത്തിന്റെ എതിർവശങ്ങളുടെ തുക തുല്യമാണ്.

5.

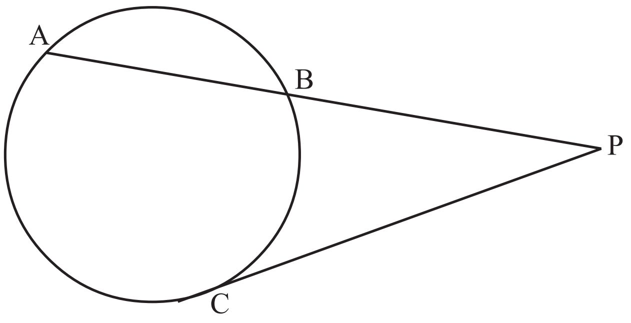


ചിത്രത്തിൽ, ചതുർഭുജം ABCD യുടെ AB, BC, CD, AD എന്നീ വശങ്ങൾ P, Q, R, S എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ തൊടുന്നു. എങ്കിൽ

a) AB + CD = 16 ആയാൽ BC + AD എത്രയാണ്?

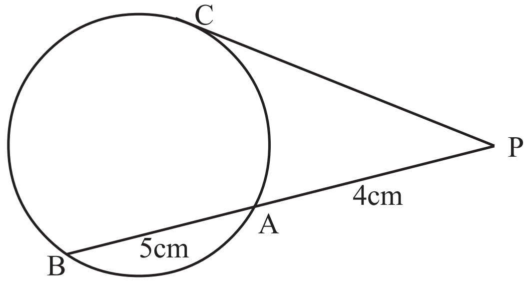
b) AP = 4cm, PB = 5cm, DS = 7cm, CR=9cm ആയാൽ ചതുർഭുജം ABCD യുടെ ചുറ്റളവ് കണ്ടുപിടിക്കുക.

- ഒരു വൃത്തത്തെ മുറിക്കുന്ന വരയുടെയും വൃത്തത്തിനുപുറത്തുള്ള ഭാഗത്തിന്റെയും ഗുണനഫലം തൊടുവരയുടെ വർഗത്തിനു തുല്യമാണ്.



വൃത്തത്തിലെ AB എന്ന ഞാണും C യിൽക്കൂടിയുള്ള തൊടുവരയും P യിൽ ഖണ്ഡിച്ചാൽ $PA \times PB = PC^2$ ആയിരിക്കും.

6. ചിത്രത്തിൽ PA = 4cm, AB = 5cm ആയാൽ തൊടുവരയുടെ നീളം കണക്കാക്കുക.



- ഏതു ത്രികോണത്തിലും കോണുകളുടെ സമഭാജികളെല്ലാം ഒരു ബിന്ദുവിൽ കൂട്ടിമുട്ടുന്നു.

നിർമ്മിതി : ത്രികോണത്തിന്റെ അന്തർവൃത്തം വരയ്ക്കുന്ന വിധം.

AB = 5cm, $\angle A = 50^0$, $\angle B = 70^0$ എന്നീ അളവിൽ $\angle ABC$ വരച്ച് അന്തർവൃത്തം വരയ്ക്കുക. അന്തർവൃത്ത ആരം അളന്നെഴുതുക.

- 5cm, 6cm, 7cm അളവിൽ ത്രികോണം വരച്ച് ത്രികോണത്തിന്റെ അന്തർവൃത്തം നിർമ്മിക്കുക. ആരം അളന്നെഴുതുക.
- ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ അന്തർവൃത്ത ആരം ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവിനെ ചുറ്റളവിന്റെ പകുതി കൊണ്ട് ഹരിച്ചതിന് തുല്യമാണ്.

അന്തർവൃത്ത ആരം = $r = \frac{A}{S}$

7. ലംബവശങ്ങൾ 6cm, 8cm ആയ മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ

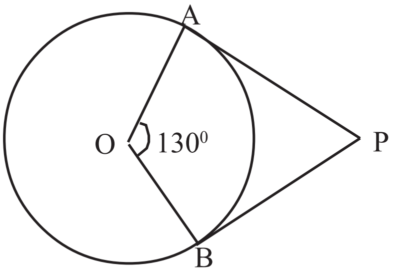
a) പരപ്പളവ് എത്രയാണ്?

b) അന്തർവൃത്ത ആരം കണ്ടുപിടിക്കുക.

8. വശങ്ങൾ 13cm, 14cm, 15cm ആയ ത്രികോണത്തിന്റെ അന്തർവൃത്ത ആരം 4cm ആയാൽ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക

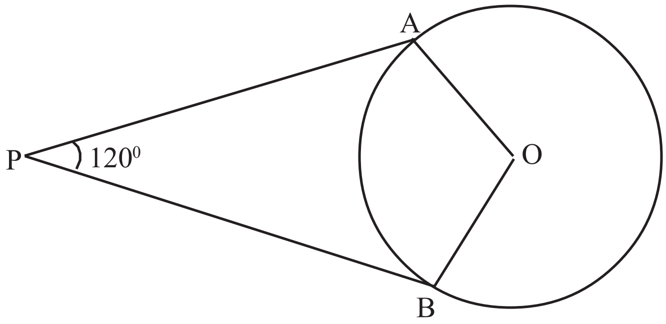
കൂടുതൽ പരിശീലന ചോദ്യങ്ങൾ

1. a) വൃത്തത്തിലെ A, B എന്നീ ബിന്ദുക്കളിലൂടെയുള്ള തൊടുവരകളും ആരങ്ങളും ചേർന്ന ചതുർഭുജങ്ങളാണ് ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നത്. ചതുർഭുജങ്ങളുടെ മറ്റു കോണുകളുടെ അളവുകൾ കണ്ടെത്തുക.



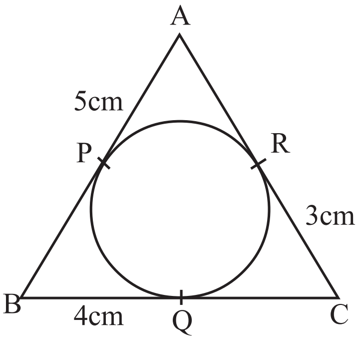
$\angle A$, $\angle B$, $\angle P$ ഇവ കണക്കാക്കുക

b) $\angle A$, $\angle B$, $\angle AOB$ ഇവ കണക്കാക്കു



2. ആരം 2 സെ.മീ. വൃത്തം വരയ്ക്കുക. വശങ്ങളെല്ലാം വൃത്തത്തെ തൊടുന്നതും കോണുകൾ 50^0, 60^0, 70^0 ആയ ത്രികോണം വരയ്ക്കുക.

3.



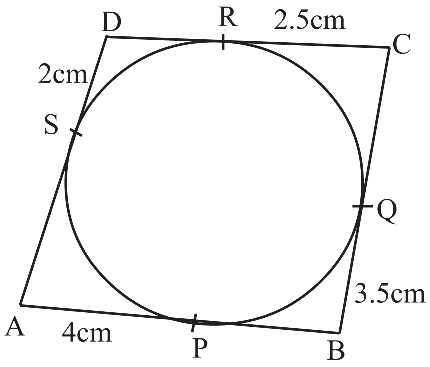
ചിത്രത്തിൽ വൃത്തം ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളെ P, Q, R എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ തൊടുന്നു. AP = 5cm, BQ = 4cm, CR = 3cm ആയാൽ,

a) AR ന്റെ നീളമെന്ത്?

b) BC യുടെ നീളം കണക്കാക്കുക.

c) Δ ABC യുടെ ചുറ്റളവ് എത്രയാണ്?

4.



ചതുർഭുജം ABCD യുടെ വശങ്ങൾ വൃത്തത്തെ PQRS എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ തൊടുന്നു.

a) ചതുർഭുജം ABCD യുടെ വശങ്ങളുടെ നീളം കണക്കാക്കുക.

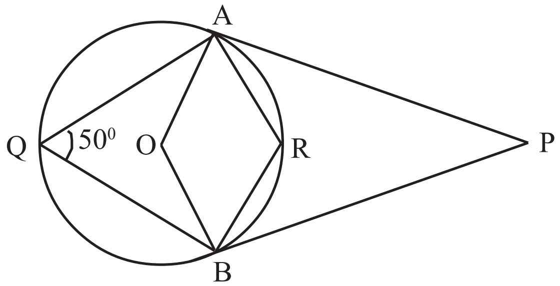
b) ചതുർഭുജം ABCD യുടെ ചുറ്റളവ് കാണുക.

5. വശങ്ങൾ 5cm, 6cm, 7cm ആയ ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ അന്തർവൃത്ത ആരം 2.5cm.

a) ത്രികോണത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് എത്രയാണ്

b) ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എത്രയായിരിക്കും?

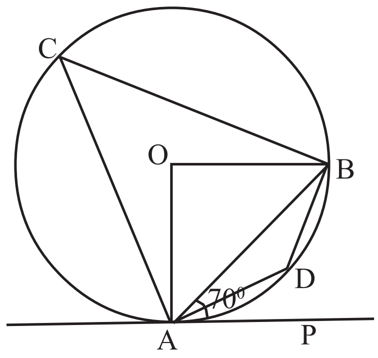
6.



a) $\angle$ AOB എത്ര?

b) $\angle$ ARB, $\angle$ APB എന്നിവ എത്രവീതമാണ്?

7.



O കേന്ദ്രമായ വൃത്തത്തിൽ AB എന്ന ഞാണും A യിലെ തൊടുവരയും ചേർന്നുണ്ടാക്കുന്ന $\angle BAP = 70^0$ ആയാൽ,

ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന കോണുകൾ കണ്ടെത്തുക.

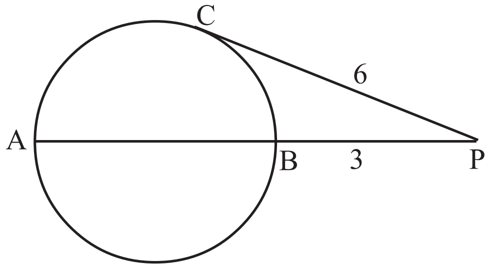
a) $\angle ACB$

b) $\angle AOB$

c) $\angle ADB$

8. O കേന്ദ്രമായ 3 സെ.മീ. ആരമുള്ള വൃത്തം വരച്ച് കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും 6.5 സെ.മീ. അകലെയുള്ള ബിന്ദു P അടയാളപ്പെടുത്തുക. P യിൽ നിന്നു വൃത്തത്തിലേക്ക് തൊടുവരകൾ വരയ്ക്കുക. തൊടുവരയുടെ നീളം അളന്നെഴുതുക.

9.



ചിത്രത്തിൽ AB വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസം. AB നീട്ടിയത് C യിലൂടെയുള്ള തൊടുവരയുമായി P യിൽ കൂട്ടിമുട്ടുന്നു.

PC = 6cm, PB = 3cm ആയാൽ

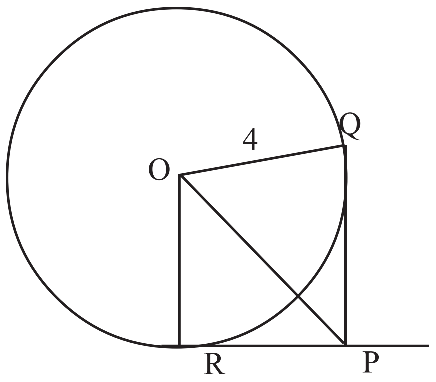
a) PA യുടെ നീളം എത്രയായിരിക്കും?

b) വൃത്തത്തിന്റെ ആരം കണക്കാക്കുക

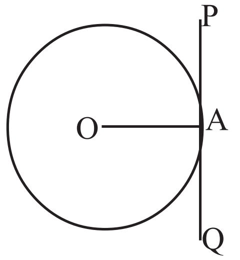
10. AB = 7cm, $\angle A = 60^0$, $\angle B = 50^0$ ത്രികോണം വരച്ച് അന്തർവൃത്തം വരയ്ക്കുക. അന്തർവൃത്ത ആരം അളന്നെഴുതുക.

11. ചിത്രത്തിൽ 'O' കേന്ദ്രമായ വൃത്തത്തിന് പുറത്തുള്ള ബിന്ദുവായ P യിൽ നിന്നും വരച്ച തൊടുവരകളാണ് PQ, PR എന്നിവ. വൃത്തത്തിന്റെ ആരം 4 സെ.മീ, $\angle QPR = 90^0$ ആയാൽ PQ വിന്റെ നീളമെന്ത്?

(3, 4, 5, 6)



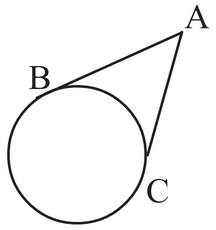
12.



ചിത്രത്തിൽ 'O' വൃത്തകേന്ദ്രവും P തൊടുവരയുമായാൽ $\angle OPA$ ആകാവുന്നത്,

(60^0, 100^0, 90^0, 120^0)

13.



ചിത്രത്തിൽ AB, AC ഇവ തൊടുവരകളാണ്.

AB = 5cm ആയാൽ AC = ... എത്ര?

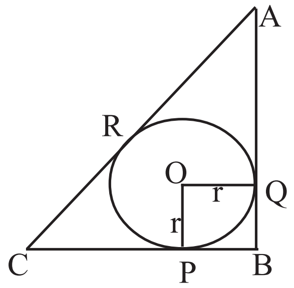
$\left(5\sqrt{2}cm;\ 5\sqrt{3}cm;\ 5cm;\ \frac{5}{2}cm\right)$

14. വശം 10 സെ.മീ. ആയ ഒരു സമഭുജ ത്രികോണത്തിന്റെ അന്തർവൃത്ത ആരം കാണുക.

15. ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് 20 സെ.മീ. ഈ ത്രികോണത്തിന്റെ അന്തർവൃത്ത ആരം 3 സെ.മീ. ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കാണുക.

16. 3.5cm ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കുക. വൃത്ത കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും 7cm അകലെ ഒരു ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുക. ഈ ബിന്ദുവിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിലേക്ക് തൊടുവരകൾ വരയ്ക്കുക. തൊടുവരയുടെ നീളം അളന്നെഴുതുക.

17. മട്ടത്രികോണം ABC യിൽ $\angle B = 90^0$, BC = 12cm, AB = 5cm മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളെ തൊടുന്ന വൃത്തമാണ് ചിത്രത്തിൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്നത്. വൃത്തത്തിന്റെ ആരം കണക്കാക്കുക.



തൊടുവരകൾ - ഉത്തരസൂചിക

1. a) $\angle OAB = 90^0$

   b) $\angle B = 180 - (90+80)$

   $= 180-170 = 10^0$

2. a) $\angle A = \angle B = 90^0$ b) $\angle P = 180 - 150^0 = 30^0$

   (ചതുർഭുജം OAPB ചക്രീയചതുർഭുജം)

3. a) $\angle AOB = 70x2 = 140^0$

   b) $\angle ACB = 70^0$

   (ഞാണും തൊടുവരയും ചേർന്നുണ്ടാകുന്ന കോൺ, ഞാണിന്റെ മറുവശത്തുള്ള വൃത്തഭാഗത്ത് ഉണ്ടാക്കുന്ന കോണിന് തുല്യമാണ്)

4. $\angle A = \angle B = 90^0$

   ΔOAP, ΔOBP ഇവ മട്ടത്രികോണങ്ങൾ.

   OA = 5cm

   OP = 13cm

   പൈതാഗറസ് സിദ്ധാന്തം പ്രയോഗിച്ചാൽ.

   $PA^2 = 13^2-5^2$

   $= 169-25$

   $= 144$

   $\therefore PA = \sqrt{144} = 12$

   തൊടുവരകളുടെ നീളം = 12cm

5. a) AB + CD = BC + AD

$\therefore$ BC + AD = 16cm

b) AP = 4 cm   AS = 4cm   AB = 4+5 = 9cm

PB = 5cm   BQ = 5cm   BC = 5+9 = 14cm

DS = 7cm   DR = 7cm   CD = 9+9=18cm

CR = 9cm   CQ = 9cm   AD = 4+5=90

$\therefore$ ചതുർഭുജം ABCD യുടെ ചുറ്റളവ്

= 9 + 14 + 18 + 9 = 50cm

6. PA x PB = PC^2

PA = 4cm

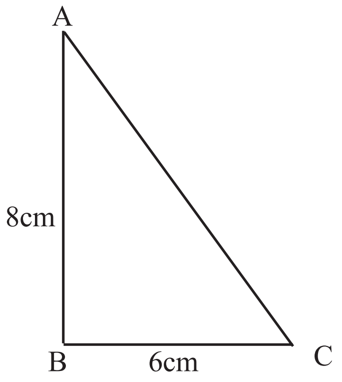
PB = 4+5 = 9cm

4x9 = PC^2

$PC^2 = 36$ $\therefore PC\sqrt{36} = 6cm$

തൊടുവരയുടെ നീളം = 6cm

7.



$AC^2 = 8^2 + 6^2$

= 64 + 36 = 100

$AC = \sqrt{100} = 10cm$

a) മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = ½bh

$= \frac{1}{4} x 6 x 8 = 6 x 4 = 24$ ച.സെ.മീ.

b) ത്രികോണത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് = 6+8+10 = 24

$\therefore S = \frac{24}{2} = 12$

അന്തർവൃത്ത ആരം = $r = \frac{A}{S} = \frac{24}{12} = 2cm$

8. $S = \frac{13+14+15}{2} = \frac{42}{2} = 21$

ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് A = r x s

= 4x21 = 84 ച.സെ.മീ.

കൂടുതൽ പരിശീലന ചോദ്യങ്ങളുടെ ഉത്തരങ്ങൾ

1. a) $\angle A = 90^0$, $\angle B = 90^0$, $\angle P = 50^0$

   b) $\angle A = 90^0$, $\angle B = 90^0$, $\angle AOB = 60^0$

2. നിർമ്മിതി

3. a) AR = 5cm

   b) BC = 7cm

   c) 24 cm

4. a) AB = 7.5cm, BC = 6cm

   CD = 4.5cm, AD = 6cm

   b) 24 cm

5. a) 18cm

   b) $22.5cm^2$

6. a) 100^0

   b) $\angle ARB = 130^0$, $\angle APB = 80^0$

7. a) 70^0

   b) 140^0

   c) 110^0

8. നിമ്മിതി

9. a) PA = 12cm

   b) 4.5cm

10. നിർമ്മിതി

11. 4

12. 60^0

13. AC = 5cm

14. $r = \frac{A}{S}$

$$A = \frac{\sqrt{3}}{4} x10x10$$

$$S = 15$$

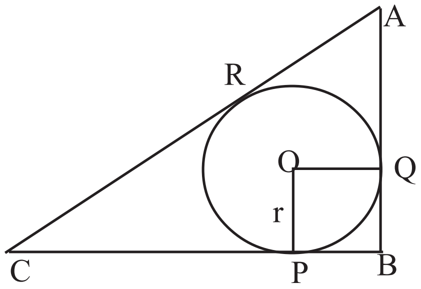
$$r = \frac{\sqrt{3}x10x10}{4x15}$$

$$= = \frac{5}{\sqrt{3}}$$

15. പരപ്പളവ് = $rs = 3x\frac{20}{2} = 10cm^2$

16. നിർമ്മിതി

17.



$AC^2 = 12^2+5^2 = 13^2$

AC = 13

CP = 12 - r, CR = 12 - r

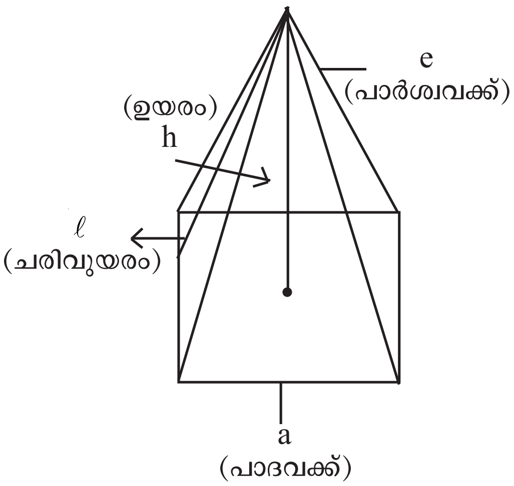
AR = AQ = 5-r

12-r + 5-r = 13 17-2r = 13

$$r = \frac{17-13}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

അധ്യായം 8

ഘനരൂപങ്ങൾ

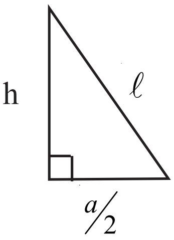


പാദമുഖം സമചതുരവും പാർശ്വമുഖങ്ങൾ 4 സമപാർശ്വത്രികോണങ്ങളും ചേർന്നുണ്ടാക്കുന്ന സ്തൂപിക.

പാദവക്ക് - a, പാർശ്വവക്ക് - e

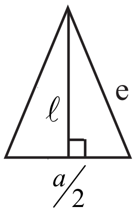
ചരിവുയരം- ℓ , ഉയരം - h

- സമചതുരസ്തൂപികയുടെ പാദവക്ക്, ചരിവുയരം, പാർശ്വക്ക്, ഉയരം, പാദവികർണം എന്നിവ തമ്മിലുള്ള പരസ്പര ബന്ധം.



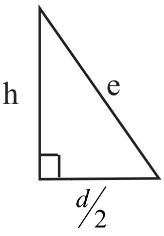
പാദവക്ക് 'a', ഉയരം 'h', ചരിവുയരം ℓ

$$\ell^2 = h^2 + \left(a/2\right)^2$$



ചരിവുയരം ' ℓ ', പാദവക്ക് 'a', പാർശ്വക്ക് 'e'

$$e^2 = \ell^2 + \left(a/2\right)^2$$



ഉയരം 'h', പാദവികർണം 'd', പാർശ്വവക്ക് 'e'

$$e^2 = h^2 + \left(d/2\right)^2$$

- സമചതുരസ്തൂപികയുടെ ഉപരിതല പരപ്പളവ്, പാദവക്ക് 'a', ചരിവുയരം 'ℓ' ആയാൽ

  പാദപരപ്പളവ് = a^2

  പാർശ്വതലപരപ്പളവ് = $2a\ell$

  ഉപരിതല പരപ്പളവ് = $a^2 + 2a\ell$

- സമചതുരസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം

  പാദവക്ക് 'a', ഉയരം 'h' ആയ സമചതുര സ്തൂപികയുടെ

  വ്യാപ്തം = $\frac{1}{3}a^2h$

1. പാദചുറ്റളവ് 64 സെ.മീ. ഉം 15 സെ.മീ. ഉയരവുമുള്ള ഒരു സമചതുരസ്തംഭത്തിൽനിന്നും ചെത്തിയെടുക്കാവുന്ന പരമാവധി വലുപ്പമുള്ള ഒരു സമചതുരസ്തൂപികയുടെ,

   a) ചരിവുയരം എത്ര?

   b) പാർശ്വമുഖ പരപ്പളവ് കാണുക?

   c) ഉപരിതല പരപ്പളവ് കാണുക?

   d) സ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം കാണുക.

- ഒരു സമചതുരസ്തൂപികയുടെ ഉപരിതല പരപ്പളവ് 624 ച.സെ.മീറ്ററും പാദവക്ക് 12 സെ.മീ. ഉം ആയാൽ,

  a) ചരിവുയരം കണക്കാക്കുക.

  b) ഉയരം കണക്കാക്കുക

  c) സമചതുര സ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം കണക്കാക്കുക.

- ഒരു സമചതുരക്കട്ടയുടെ വശം 24 സെ.മീ. ആണ്. ഇതിൽ നിന്നും ചെത്തിയെടുക്കാവുന്ന ഏറ്റവും വലിയ സമചതുര സ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തവും ഉപരിതല പരപ്പളവും കണക്കാക്കുക.

വൃത്തസ്തൂപിക

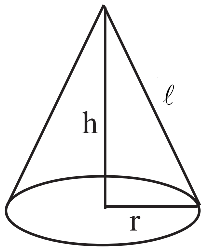
- വൃത്താംശം വളച്ച് വൃത്തസ്തൂപിക ഉണ്ടാക്കുന്നു.
- വൃത്താംശത്തിന്റെ ആരം (R) = വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരം (ℓ)

$$\frac{x}{360} = \frac{r}{\ell}$$

x - വൃത്താംശത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ

r - വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ആരം

ℓ - വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരം

- 

വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ആരം 'r' ഉയരം 'h'

ചരിവുയരം 'ℓ'

$\ell^2 = h^2 + r^2$

- വൃത്തസ്തൂപികയുടെ പാദപരപ്പളവ് = πr^2

  വക്രമുഖപരപ്പളവ് = $\pi r \ell$

  വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം = $\frac{1}{3}\pi r^2 h$

2. 12cm ആരവും 90^0 കേന്ദ്രകോണുമുള്ള ഒരു വൃത്താംശം വളച്ച് വൃത്തസ്തൂപിക ഉണ്ടാക്കുന്നു.

   a) വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരം എത്ര?

   b) സ്തൂപികയുടെ ആരം എത്രയാണ്?

   c) വക്രതല പരപ്പളവ്, ഉപരിതല പരപ്പളവ് ഇവ കണക്കാക്കുക.

   d) വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം എത്രയായിരിക്കും?

Eg : -

- ഒരു വൃത്തത്തകിടിൽ നിന്നും വൃത്താംശം മുറിച്ചെടുത്ത് മടക്കി വൃത്തസ്തൂപിക യുണ്ടാക്കുന്നു. ഉണ്ടാക്കുന്ന വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ആരം 10 സെ.മീ., ചരിവുയരം 25 സ.മീ. ആണ്.

  a) വൃത്തത്തകിടിന്റെ ആരം എത്ര?

  b) മുറിച്ചെടുക്കുന്ന വൃത്താംശത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ എത്ര?

  c) ബാക്കിവരുന്ന വൃത്താംശത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ എത്ര?

  d) ബാക്കിവരുന്ന ഭാഗം മടക്കിയുണ്ടാക്കുന്ന വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ആരം എത്രയാണ്?

- ചരിവുയരം 17 സെ.മീ., പാദത്തിന്റെ ആരം 8 സെ.മീ. ആയ ലോഹം കൊണ്ടുള്ള ഒരു വലിയ വൃത്തസ്തൂപിക ഉരുക്കി ഉയരം 3 സെ.മീ., പാദ ആരം 2 സെ.മീ. ആയ ചെറിയ വൃത്തസ്തൂപികകളാക്കുന്നു.

  a) വലിയ വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ഉയരം കാണുക.

  b) വലിയ വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം കാണുക.

  c) വലിയ വൃത്തസ്തൂപികയിൽ നിന്നും എത്ര ചെറിയ വൃത്തസ്തൂപികകൾ ഉണ്ടാക്കാം.

- 4 സെ.മീ. ആരവും 8 സെ.മീ. ഉയരമുള്ള ഒരു വൃത്തസ്തംഭം ഉരുക്കി 2 സെ.മീ. ആരവും 4 സെ.മീ. ഉയരവുമുള്ള എത്ര വൃത്തസ്തൂപിക ഉണ്ടാക്കാം?

- പാദചുറ്റളവ് 16π സെ.മീ., ചരിവുയരം 17 സെ.മീ. ഉം ആയ വൃത്തസ്തൂപികയുടെ,

  a) ഉയരം എത്ര?

  b) വക്രതല പരപ്പളവ് എത്രയാണ്?

  c) വ്യാപ്തം കണക്കാക്കുക.

ഗോളം

- ഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതല പരപ്പളവ് = $4\pi r^2$

  വ്യാപ്തം = $\frac{4}{3}\pi r^3$

അർധഗോളം

- അർധഗോളത്തിന്റെ വക്രതല പരപ്പളവ് = $2\pi r^2$

  ഉപരിതല പരപ്പളവ് = $3\pi r^2$

  വ്യാപ്തം = $\frac{2}{3}\pi r^3$

3. രണ്ട് അർധഗോളങ്ങൾ ചേർത്ത് ഒട്ടിച്ച് ഒരു ഗോളം ഉണ്ടാക്കുന്നു. ഓരോ അർധഗോളത്തിന്റെയും ഉപരിതല പരപ്പളവ് 60 സെ.മീറ്ററാണ്. ഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതല പരപ്പളവ് എത്ര?

4. ഒരു ക്യൂബിൽ നിന്നും പരമാവധി വലുപ്പമുള്ള ഒരു ഗോളം ചെത്തിയെടുക്കുന്നു. ഗോളത്തിന്റെ വ്യാപ്തം 288π ഘ.സെ.മീ. എങ്കിൽ ക്യൂബിന്റെ വ്യാപ്തം കാണുക?

കൂടുതൽ പരിശീലന ചോദ്യങ്ങൾ

1. ഒരു വൃത്തസ്തൂപികയുടെ പാർശ്വമുഖ പരപ്പളവ് 4070 cm^2 ആണ്. വ്യാസം 70 cm ആയാൽ,

   a) സ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരം കണക്കാക്കുക.

   b) സ്തൂപികയുടെ ഉന്നതിയെത്ര?

   c) സ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം കണക്കാക്കുക

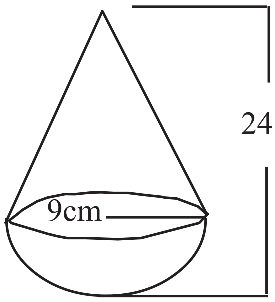
2. ഒരേ ആരമുള്ള വൃത്തസ്തൂപികയും അർദ്ധഗോളവും യോജിപ്പിച്ച ഘനരൂപമാണ് ചുവടെ ചിത്രത്തിൽ. അർധഗോളത്തിന്റെ ആരം 9 സെ.മീ. ഉം ഘനരൂപത്തിന്റെ ആകെ നീളം 24 സെ.മീ. ഉം ആകുന്നു.

   a) വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ഉയരം എത്രയാണ്?

   b) വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം എത്രയാണ്?

   c) അർധഗോളത്തിന്റെ വ്യാപ്തം എത്രയാണ്?

   d) ഘനരൂപത്തിന്റെ വ്യാപ്തം എത്രയാണ്?



3. രണ്ട് ഗോളങ്ങളുടെ ആരങ്ങളുടെ അംശബന്ധം 3:4 ആകുന്നു.

   a) ഉപരിതല പരപ്പളവുകളുടെ അംശബന്ധം കാണുക.

   b) ആദ്യത്തെ ഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതല പരപ്പളവ് 450π ച.സെ.മീ. ആയാൽ രണ്ടാമത്തെ ഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതല പരപ്പളവ് എത്രയാണ്?

4. ഒരു സമചതുരസ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരം 10 സെ.മീ. ഉം ഉയരം 6 സെ.മീ. ആയാൽ പാദവക്കിന്റെ നീളം എത്ര?

   (16 സെ.മീ, 8 സെ.മീ, 4 സെ.മീ, 2 സെ.മീ.)

5. ഒരു സമചതുര സ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരം 10 സെ.മീ., ഉയരം 8 സെ.മീ. പാദവക്കിന്റെ നീളമെത്ര?

   $(6,\ 12,\ 10,\ 10\sqrt{2}\ )$

6. ആരം 16 സെന്റിമീറ്ററും കേന്ദ്രകോൺ 120^0 യുമായ ഒരു വൃത്താംശം വളച്ച് വൃത്തസ്തൂപിക നിർമ്മിച്ചാൽ വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരം എത്ര?

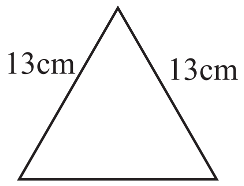
(8, 10, 16, $16\sqrt{3}$)

7. ഒരു സമചതുര സ്തൂപികയുടെ പാദ ചുറ്റളവ് 48 സെ.മീ. ഉം ചരിവുയരം 10 സെ.മീ. ആയാൽ,

a) ഉയരം കാണുക

b) വ്യാപ്തം കാണുക.

8. ഒരു സമചതുര സ്തൂപികയുടെ ഒരു പാർശ്വമുഖത്തിന്റെ അളവുകൾ ചുവടെ കൊടുക്കുന്നു.



a) സമചതുര സ്തൂപികയുടെ ആകെ വക്കുകളുടെ നീളമെത്ര?

b) സമചതുര സ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരം എത്ര?

9. a) കടലാസ് മുറിച്ച് ഒരു സമചതുര സ്തൂപിക ഉണ്ടാക്കണം. പാദവക്ക് 10cm ഉം ഉയരം12cm ഉം വേണം. ത്രികോണങ്ങളുടെ അളവുകൾ എത്രയായിരിക്കണം?

b) വക്കുകളെല്ലാം തുല്യനീളമായ ഒരു സമചതുര സ്തൂപികയുടെ ഉയരം 12cm ആണ്. അതിന്റെ വ്യാപ്തം എന്താണ്?

10. a) 18cm ആരമുള്ള ഒരു വൃത്താംശം വളച്ച് ഒരു വൃത്തസ്തൂപിക ഉണ്ടാക്കുന്നു. വൃത്താംശത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ 240^0 ആയാൽ,

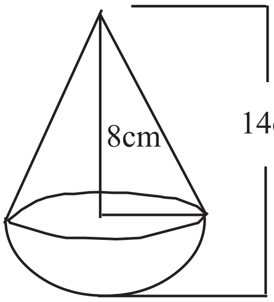
i) വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരം എത്ര?

ii) വൃത്തസ്തൂപികയുടെ പാദ ആരം എത്ര?

iii) വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വക്രതല പരപ്പളവെത്ര?

b) ആരവും ഉയരവും തുല്ല്യമായ ഒരു വൃത്തസ്തൂപിക, ഒരു അർദ്ധഗോളം, ആരവും ഉയരവും തുല്ല്യമായ ഒരു വൃത്തസ്തംഭം, ഒരു ഗോളം ഇവയുടെയെല്ലാം ആരം 'r' യൂണിറ്റാണ്. ഇവയുടെ വ്യാപ്തങ്ങൾ സമാന്തര ശ്രേണിയിലാണെന്ന് തെളിയിക്കുക.

11.



കളിപ്പാട്ടത്തിന്റെ ആകെ നീളം 14 സെ.മീ. വൃത്തസ്തൂപികയുടെ മാത്രം ഉയരം 8 സെ.മീ.

a) അർദ്ധഗോളത്തിന്റെ ആരമെത്ര?

b) കളിപ്പാട്ടത്തിന്റെ ആകെ ഉപരിതല പരപ്പളവ് എത്ര?

c) ഇത്തരത്തിലുള്ള 500 കളിപ്പാട്ടങ്ങൾ പെയിന്റ് ചെയ്യുന്നതിന് ചതുരശ്ര സെന്റീമീറ്ററിൽ 2 രൂപ നിരക്കിൽ ആകെ എത്ര രൂപ ചെലവാകും?

സമചതുരസ്തൂപിക - ഉത്തരസൂചിക

1. പാദചുറ്റളവ്

$4a = 64$

$\therefore a = \frac{64}{4} = 16cm$

പാദവക്ക് = 16cm

a) $\ell^2 = h^2 + \left(a/_2\right)^2$

= $= 15^2 + \left(\frac{16}{2}\right)^2$

= 225 + 64

= 289

$\ell = \sqrt{289} = 17cm$

b) പാർശ്വമുഖ പരപ്പളവ് = $2a\ell$

2x16x17

= 544 ച.സെ.മീ.

c) സമചതുരസ്തൂപികയുടെ ഉപരിതല പരപ്പളവ്

= $a^2 + 2a\ell$

= 16^2+54

= 256+544 = 800 ച.സെ.മീ.

d) സമചതുരസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം $= 1/_3\, a^2h$

$= 1/_3\, x16^2\, x15$

= 256 x 5 = 1280 ഘ.സെ.മീ.

2. a) $R = 12$

വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരം = വൃത്താംശത്തിന്റെ ആരം

= 12 cm

b) $\frac{x}{360} = \frac{r}{\ell}$

$\frac{90}{360} = \frac{r}{12}$

$\frac{r}{12} = \frac{1}{4}$

$r = \frac{12}{4} = 3cm$

ആരം = 3 സെ.മീ.

c) വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വക്രതല പരപ്പളവ് = $\pi r \ell$

$\pi \times 3 \times 12 = 36\pi$ ച.സെ.മീ.

ഉപരിതല പരപ്പളവ് = $\pi r^2 + \pi r \ell$

$= \pi \times 3^2 + \pi \times 3 \times 12$

$= 9\pi + 36\pi = 45\pi$ ച.സെ.മീ.

d) വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം = $\frac{1}{3}\pi r^2 h$

$h^2 = \ell^2 - r^2 = 12^2 - 3^2$

$= 144 - 9$

$= 135$

$h = \sqrt{135}$

വ്യാപ്തം = $\frac{1}{3} \pi \times 3 \times 3 \times \sqrt{135}$

= $3\sqrt{135}\,\pi$ ഘ.സെ.മീ.

3. അർധഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതല പരപ്പളവ് = $3\pi r^2 = 60$

$3\pi r^2 = 60$

$\pi r^2 = \frac{60}{3} = 20$

ഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതല പരപ്പളവ് = $4\pi r^2$

= 4 x 20 = 80 സെ.മീ.

4. $\frac{4}{3}\pi r^3 = 288\pi$

$r^3 = \frac{288x3}{4} = 72x3 = 216$

$r = 3\sqrt{216} = (6x6x6 = 216)$ = (6 x 6 x 6 = 16)

6cm

∴ ക്യൂബിന്റെ ഒരു വശം = 12cm

ക്യൂബിന്റെ വ്യാപ്തം = 12^3 = **1728 സെ.മീ.**

കൂടുതൽ പരിശീലന ചോദ്യങ്ങളുടെ ഉത്തരങ്ങൾ

1. a) 37
   b) 12
   c) 4900π cm^3
2. a) 15
   b) 405π cm^3
   c) 486π cm^3
   d) 891π cm^3
3. a) 9 : 16
   b) 800π cm^3
4. 16cm
5. 12cm
6. 16cm
7. പാദവക്ക് = $\frac{48}{4}$

   = 12

a) ഉയരം = 8

b) വ്യാപ്തം = $\frac{1}{3}$x12x12x8

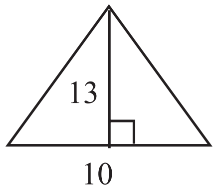
= 384cm^3

8. a) 4x13+4x10

= 52 + 40 = 92cm

b) $\sqrt{13^2-5^2}=\sqrt{169-25}=\sqrt{144}=12cm$

9. a)



or വശങ്ങൾ $\sqrt{194}$, $\sqrt{194}$, 10

b) $V=\frac{1}{3}a^2h$

$a=\sqrt{288},\ h=12$

$\therefore V=1152cm^3$

10. a) (i) 18cm   ii) r = 12 cm   iii) 216π ച.സെ.മി.

b) $\frac{1}{3}\pi r^3,\ \ \frac{2}{3}\pi r^3,\ \ \pi r^3,\ \ \frac{4}{3}\pi r^3$

$d=\frac{1}{3}\pi r^3$

11. a) 6cm

b) 132x3.14cm^2

= $2x\pi x6^2+\pi x6x10$

= $\pi+60\pi=132\pi cm^2$ = 132x3.14cm^2

= 414.48 cm^2

c) 414.48 x 2x500   = 828.96 x 500 രൂപ

= 414,480 രൂപ

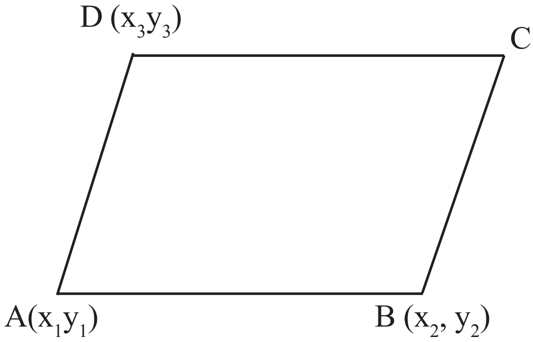
അധ്യായം 9

ജ്യാമിതിയും ബീജഗണിതവും

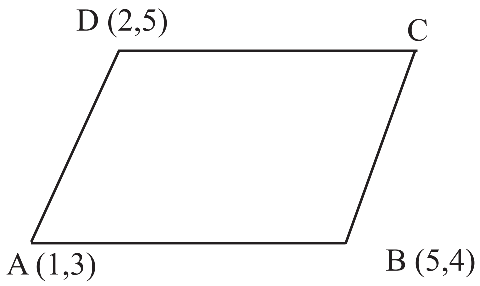
സാമാന്തരികത്തിന്റെ നാലാമത്തെ മൂലയുടെ സൂചകസംഖ്യ കണ്ടെത്തൽ.

ചിത്രത്തിലെ സാമാന്തരികത്തിന്റെ C എന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യ,

$C = (x_2+x_3-x_1,\ y_2+y_3-y_1)$ ആയിരിക്കും.



1. ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന സാമാന്തരികത്തിന്റെ നാലാം മൂലയുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ എന്താണ്?



മധ്യബിന്ദു

(x_1, y_1) (x_2, y_2) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയുടെ മധ്യബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ

$\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$ ആയിരിക്കും.

2. (4,3), (4,-3) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ വ്യാസമായി വരയ്ക്കുന്ന വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രത്തിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ എന്താണ്?

3. ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രം (2, 1) ഉം അതിലെ ഒരു ബിന്ദു (–1,0) ഉം ആണ്. ഈ ബിന്ദുവിലൂടെയുള്ള വ്യാസത്തിന്റെ മറ്റേ അറ്റം കണ്ടുപിടിക്കുക.

നിശ്ചിത അംശബന്ധത്തിൽ ഒരു വരയെ ഭാഗിക്കുന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കൽ

$(x_1, y_1), (x_2 y_2)$ എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയെ p : q എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ ഭാഗിക്കുന്ന വരയുടെ,

x സൂചകം = $x_1 + \frac{p}{p+q}(x_2 - x_1)$

y സൂചകം = $y_1 + \frac{p}{p+q}(y_2 - y_1)$

4. (2, 3), (8, 6) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയെ 1:2 എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ ഭാഗിക്കുന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക.

5. (1, 6), (5, 2) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയെ മൂന്നു സമഭാഗങ്ങളാക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണക്കാക്കുക.

വരയുടെ ചരിവ്

ഒരു വരയിലെ സൂചകസംഖ്യകളുടെ മാറ്റത്തിന്റെ ആനുപാതിക സ്ഥിരം, വരയുടെ ചരിവിന്റെ ഒരളവാണ്. ഈ സംഖ്യയെ വരയുടെ ചരിവ് (slope) എന്നാണ് പറയുന്നത്.

(x_1, y_1), (x_2, y_2) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയുടെ ചരിവ്

$$= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

6. (2, 4), (5, 6) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയുടെ ചരിവ് എത്ര?

വരയുടെ സമവാക്യം

7. (1, 2), (2, 4) ഇവ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയുടെ സമവാക്യം കണ്ടുപിടിക്കുക.

വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം

ആരം 'r' ഉം കേന്ദ്രം ആധാരബിന്ദുവായ ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം

$$x^2 + y^2 = r^2$$

8. കേന്ദ്രം ആധാരബിന്ദുവും, ആരം 3 ഉം ആയ വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം എന്താണ്?

- കേന്ദ്രത്തിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ (h, k) ഉം ആരം 'r' ഉം ആയ വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം-

  $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$

9. ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രം (5, 2). ഇത് (9, 5) എന്ന ബിന്ദുവിലൂടെ കടന്നുപോകുന്നു. വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം എഴുതുക.

   (7, 4), (8, 7) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ വൃത്തത്തിനകത്തോ, പുറത്തോ, വൃത്തത്തിലോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക.

10. (-3, 2), (4, 5) എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ നിന്നും തുല്യ അകലത്തിൽ X അക്ഷത്തിലുള്ള ബിന്ദു ഏത്?

കൂടുതൽ പരിശീലന ചോദ്യങ്ങൾ

1. (3, 2) (8, k) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയുടെ ചരിവ് 1 ആയാൽ k യുടെ വിലയെത്ര?

   (5, 6, 7, 8)

2. ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ മൂലകൾ (1,2), (2,3), (3,1) എന്നീ ബിന്ദുക്കളാണ്. ഇതിന്റെ മധ്യമ കേന്ദ്രം ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നവയിൽ ഏതാണ്?

   (1,2), (2,2), (3,1), (1,3)

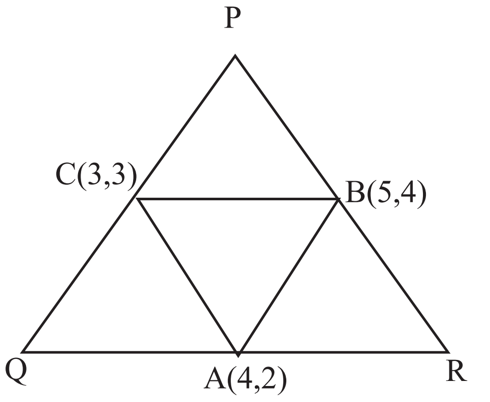
4. $x^2+y^2 = 25$ ആയ വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രം

   [(5,5), (5,-5), (0,0), (-5,0)]

5. (1, 2), (3, 4) എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ കൂടി കടന്നുപോകുന്ന വരയുടെ ചരിവ് എന്ത്?

   (1, -1, 0, 2)

6. ചിത്രത്തിൽ A, B, C എന്നിവ യഥാക്രമം QR, PR, PQ എന്നിവയുടെ മധ്യബിന്ദുക്കളാണ്. A = (4,2), B(5,4), C(3,3). Δ PQR ന്റെ മൂലകളുടെയെല്ലാം സൂചകസംഖ്യകൾ കണക്കാക്കുക.



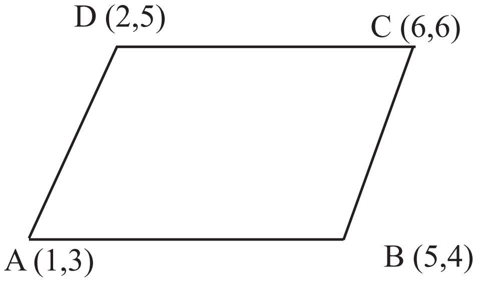
7. (4,5) ; (7,9) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയുടെ,
   a) ചരിവ് കാണുക
   b) ഈ വരയിലെ മറ്റു രണ്ട് ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ കാണുക.
   c) (2,2) ഈ വരയിലെ ബിന്ദു ആണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക.
   d) ഈ വര x അക്ഷത്തെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യ എഴുതുക.

ജ്യാമിതിയും ബീജഗണിതവും - ഉത്തരസൂചിക

1. C = (5+2-1, 4+5-3)

   = (7-1, 9-3)

   C = (6, 6)



2. വൃത്തകേന്ദ്രം = വ്യാസത്തിന്റെ മധ്യബിന്ദു

$$=\left(\frac{4+4}{2}, \ \frac{3+(-3)}{2}\right)$$

$$=\left(\frac{8}{2}, \ 0\right)=(4,0)$$

3. വ്യാസത്തിന്റെ മറ്റേ അറ്റം = (x, y)

$$\therefore \frac{x+-1}{2}=2, \quad \frac{y+0}{2}=1$$

$\therefore$ x = 4+1,   y=2

x = 5

$\therefore$ മറ്റേ അറ്റം = (5,2)

4. $(x_1\ y_1) = (2, 3), (x_2, y_2) = (8, 6)$

p = 1, q = 2

$\therefore$ x സൂചകം $= x_1 + \frac{p}{p+q}(x_2 - x_1)$

$= 2 + \frac{1}{3} x (x_2 - x_1)$

$= 2 + \frac{6}{3} = 2 + 2 = 4$

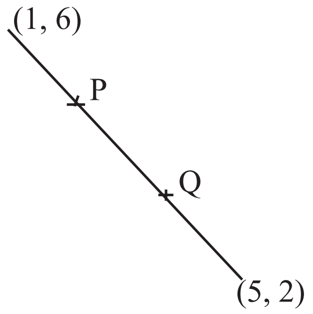
y സൂചകം $= y_1 + \frac{p}{p+q}(y_2 - y_1)$

$= 3 + \frac{1}{3} x (6-3)$

$= 3 + \frac{1}{3} x 3 = 3 + 1 = 4$

ഭാഗിക്കുന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യ = (4, 4)

5. ചിത്രത്തിൽ P എന്ന ബിന്ദു (1, 6), (5, 2) എന്നിവ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയെ 1:2 എന്ന അംശബന്ധത്തിലും Q എന്ന ബിന്ദു 2:1 എന്ന അംശബന്ധത്തിലും ഭാഗിക്കുന്നു.



P യുടെ x സൂചകം, $x = 1 + \frac{1}{3} x (5-1) = 1 + \frac{4}{3} = 2\frac{1}{3} = \frac{7}{3}$

$y = 6 + \frac{1}{3} x (2-6) = 6 + \frac{1}{3} x - 4$

$= 6 - \frac{4}{3} = \frac{14}{3}$

Q യുടെ x സൂചകം = $1 + \frac{2}{3} x (5-1)$

$$= 1 + \frac{2}{3} x 4$$

$$= 1 + \frac{8}{3} = \frac{11}{3}$$

Q യുടെ y സൂചകം = $6 + \frac{2}{3} x (2-6)$

$$= 6 + \frac{2}{3} x - 4$$

$$= 6 - \frac{8}{3} = \frac{10}{3}$$

$$\therefore \; P = \left(\frac{7}{3}, \frac{14}{3}\right)$$

$$Q = \left(\frac{11}{3}, \frac{10}{3}\right)$$

അക്ഷങ്ങളൊന്നിനും സമാന്തരമല്ലാത്ത ഏതു വരയിലും y ലെ മാറ്റം, x ലെ മാറ്റത്തിന് ആനുപാതികമാണ്.

(1,4), (5,12) ഇവ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയിലൂടെ സഞ്ചരിക്കുമ്പോൾ, ഓരോ ഘട്ടത്തിലും y-ലെ മാറ്റം, x-ലെ മാറ്റത്തിന്റെ രണ്ടു മടങ്ങാണ്.

ഈ വരയിലെ മറ്റ് രണ്ട് ബിന്ദുക്കളാണ്

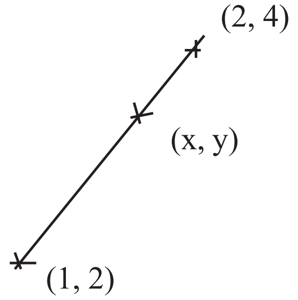
(5+4, 12+8) = (9, 20)

(9+4, 20+8) = (13, 28)

6. ചരിവ് = $\frac{6-4}{5-2} = \frac{2}{3}$

7. വരയുടെ ചെരിവ് = $\frac{4-2}{2-1} = 2$

വരയിലെ ഒരു ബിന്ദുവാണ് (x, y)



$$\frac{y-2}{x-1} = 2$$

y-2 = 2.(x-1)

$y-2 = 2x - 2$

$y - 2x - 2 + 2 = 0$

$\therefore\ y-2x = 0$

8. $x^2 + y^2 = 3^2$

is, $x^2 + y^2 = 9$

9. വൃത്തത്തിന്റെ ആരം

$r = \sqrt{(9-5)^2 + (5-2)^2}$

$= \sqrt{4^2+3^2}$

$= \sqrt{16+9}$

$= \sqrt{25} = 5$

$\therefore$ വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യം:

$(x-5)^2 + (y-2)^2 = 5^2$

$(x-5)^2 + (y-2)^2 = 25$

$x^2 - 10x + 25 + y^2 - 4y + 4 = 25$

$x^2 + y^2 - 10x - 4y + 4 = 0$

(7, 4) വൃത്തത്തിനകത്ത്. (8, 7) വൃത്തത്തിന് വെളിയിൽ

10. X - അക്ഷത്തിലുള്ള ബിന്ദു (x, 0) എന്നെടുക്കാം.

$\therefore$ (-3, 2), (x, 0) ഇവ തമ്മിലുള്ള അകലവും (4, 5), (x, 0) ഇവ തമ്മിലുള്ള അകലവും തുല്യമായിരിക്കും.

$\therefore\ \sqrt{(x+3)^2 + (0-2)^2} = \sqrt{(x-4)^2 + (0-5)^2}$

$\therefore (x+3)^2 + 4 = (x-4)^2 + 25$

$x^2 + 6x + 9 + 4 = x_2 - 8x + 16 + 25$

$\therefore 6x + 13 = -8x + 41$

$14x = 41 - 13$

$14x = 28$

$\therefore x = \frac{28}{14} = 2$ $\therefore$ ബിന്ദു = (2, 0)

പരിശീലന ചോദ്യങ്ങളുടെ ഉത്തരങ്ങൾ

1. 7

2. (2, 2)

3. (6, 1)

4. (0, 0)

5. 1

6. QABC, ARBC, ABPC എന്നീ സാമാന്തരികങ്ങൾ പരിഗണിച്ചാൽ

   P = (4,5) Q = (2,1) R=(6,3)

7. a) ചരിവ് = $\frac{4}{3}$

   b) (10, 13), (13, 17)

   c) $\frac{2-9}{2-7} = \frac{-7}{-5} = \frac{7}{5}$

   ചരിവ് തുല്യമല്ല.... ഈ വരയിലെ ബിന്ദു അല്ല

   ബിന്ദു $= \left(\frac{1}{4}, 0\right)$

അധ്യായം 10

ബഹുപദങ്ങൾ

- രണ്ടാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളെ ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുന്ന പ്രവർത്തനം.

1. $p(x) = x^2 + x - 6$ എന്ന രണ്ടാംകൃതി ബഹുപദത്തെ ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക.

- $p(x)$ എന്ന ബഹുപദം $q(x)$, $r(x)$ എന്നീ ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതിയാൽ $q(x)$, $r(x)$ എന്നിവ $P(x)$ ന്റെ ഘടകങ്ങളാണ്.
- $(x-a)$ എന്ന ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദം $p(x)$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമായാൽ $p(a) = 0$ ആയിരിക്കും. കൂടാതെ $p(x) = 0$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ പരിഹാരം 'a'ആയിരിക്കും.
- $p(x)$ എന്ന ബഹുപദത്തിൽ $p(a)= 0$ ആയാൽ $p(x)$ ന്റെ ഘടകമാണ് $(x-a)$

2. $x^2 + kx + 12$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമാണ് $x-1$

   എങ്കിൽ k യുടെ വില എന്ത്?

   $p(x) = x^2 + kx + 12$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമാണ് $x-1$ എങ്കിൽ $p(1) = 0$ ആയിരിക്കും.

3. a) $p(x) = x^3 + 4x^2 + x - 7$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമാണോ $(x-1)$ എന്നു പരിശോധിക്കുക.

   b) ഘടകമല്ലെങ്കിൽ ഏതു സംഖ്യ കുറച്ചാൽ $x-1$ ഘടകമാകും.

- $p(x)$ എന്ന ബഹുപദത്തിനെ $x-a$ കൊണ്ട് ഹരിച്ചാലുള്ള ശിഷ്ടമാണ് $p(a)$.

  $p(x) - p(a)$ യുടെ ഘടകമാണ് $(x-a)$

4. $p(x) = x^2 - 4x + 2$

   a) $p(5)$ എത്രയാണ്?

   b) $p(x) - p(5)$ നെ രണ്ട് ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക.

കൂടുതൽ പരിശീലന ചോദ്യങ്ങൾ

1. $p(x) = x^2 + 7x + 12$

   a) p(x) നെ രണ്ട് ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക.

   b) $p(x) = 0$ ആയാൽ 'x' ആയി വരാവുന്ന സംഖ്യകൾ ഏതെല്ലാം?

2. $p(x) = x^2-7x+11$ എന്ന ബഹുപദത്തിൽ

   a) p(2) എത്ര?

   b) p(x) ൽ നിന്നും ഏതുസംഖ്യ കുറച്ചാൽ (x-2) ഘടകമായ ബഹുപദം കിട്ടും?

3. $p(x) = x^2 + x - 6$ എന്ന ബഹുപദത്തെ രണ്ട് ഒന്നാംകൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക.

ബഹുപദങ്ങൾ - ഉത്തരസൂചിക

1. $p(x) = x^2 + x - 6 = (x-a)(x-b)$

$= x^2 - (a+b)x + ab$

$a + b = -1 \qquad ab = -6$

$(a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab$

$= (-1)^2 - 4 \times -6 = 1 + 24 = 25$

$a - b = \sqrt{25} = 5$

$a + b = -1$ ___ (1)

$a - b = 5$ ____ (2)

$(1) + (2) = 4$

$a = 4/2 = 2$

$a - b = 5$

$2 - b = 5$

$b = 2 - 5 = -3$

$\therefore\ x^2 + x - 6 = (x-2)(x+3)$

2. $p(1) = 1^2 + k \times 1 + 12 = 0$

$1 + k + 12 = 0$

$13 + k = 0$

$k = -13$

3. a) $p(1) = 1^3 + 4 \times 1^2 + 1 - 7$

$= 1 + 4 + 1 - 7 = 6 - 7 = -1$

b) $p(1) = -1$ ആയതിനാൽ $p(x)$ ൽ നിന്നും -1 കുറച്ചാൽ $(x-1)$ ഘടകമായ ബഹുപദം കിട്ടും.

4. a) $p(x) = x^2 - 4x + 2$

$p(5) = 5^2 - 4x5+2$

$= 25 - 20 + 2 = 27 - 20 = 7$

b) $p(x) - p(5) = x^2 - 4x + 2 - 7$

$= x^2 - 4x - 5$

$x^2 - 4x - 5 = (x-a) \times (x-b)$

$= x^2 - (a+b) x+ab$

$a+b = 4 \qquad ab = -5$

$(a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab$

$= 4^2 - 4x-5$

$= 16+20 = 36$

$a-b = \sqrt{36} = 6$

$a + b = 4$ ....(1) $\qquad a+b=4$

$a - b = 6$ ....(2) $\qquad b = 4-5 = -1$

(1) + (2) $2a = 10$

$a = \frac{10}{2} = 5 \qquad p(x) - p(5) = (x-5)(x+1)$

കൂടുതൽ പരിശീലന ചോദ്യങ്ങളുടെ ഉത്തരങ്ങൾ

1. a) (x+3).(x+4)

   b) -3, -4

2. a) 1

   b) 1

3. (x+3) x (x-2)

അധ്യായം 11

സ്ഥിതിവിവരകണക്ക്

- $$\text{സംഖ്യകളുടെ മാധ്യം} = \frac{\text{സംഖ്യകളുടെ തുക}}{\text{സംഖ്യകളുടെ എണ്ണം}}$$

- സംഖ്യകളുടെ മധ്യമം:

  തന്നിരിക്കുന്ന സംഖ്യകളെ ആരോഹണ/അവരോഹണ ക്രമത്തിൽ എഴുതി,

  സംഖ്യകളുടെ എണ്ണം (n) - ഒറ്റസംഖ്യ ആയാൽ,

  $$\text{മധ്യമം} = \left(\frac{n+1}{2}\right)^{th} \text{ സ്ഥാനത്ത് വരുന്ന സംഖ്യ}$$

  ഇരട്ടസംഖ്യ ആയാൽ,

  $$\text{മധ്യമം} = \left(n/2\right)^{th}, \left(\frac{n}{2}+1\right)^{th} \text{ എന്നീ സ്ഥാനങ്ങളിലെ സംഖ്യകളുടെ ശരാശരി.}$$

1. 4, 7, 3, 8, 2 5, 9, 6, 2, 4 എന്നീ സംഖ്യകളുടെ മാധ്യം കാണുക.

- ആവൃത്തി പട്ടികയിലെ മധ്യമം:

  ഓരോ സംഖ്യ വരെയുള്ള സ്ഥാനം രേഖപ്പെടുത്തി (സഞ്ചിതാവൃത്തി) മുകളിലെ രീതിയിൽ മധ്യമസ്ഥാനത്തുള്ള സംഖ്യ കണ്ടെത്തുന്നു.

2. ഒരു ക്ലാസ്സിലെ കുട്ടികളുടെ ഭാരം തരംതിരിച്ച് തയ്യാറാക്കിയ പട്ടിക ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്നു. പട്ടികയിൽ നിന്നും മധ്യമഭാരം കണ്ടെത്തുക.

ഭാരം (kg)	കുട്ടികളുടെ എണ്ണം
35	6
37	3
38	2
39	4
40	7
42	3

വിഭാഗങ്ങളിൽ നിന്നും മധ്യമം:

* തന്നിരിക്കുന്ന ആവൃത്തി പട്ടികയിൽ നിന്നും ഓരോ വിഭാഗത്തിന്റെയും ഉയർന്ന പരിധിവരെയുള്ള സ്ഥാനം രേഖപ്പെടുത്തുന്നു.
* മധ്യമമായി വരുന്ന സംഖ്യയുടെ സ്ഥാനം കണ്ടെത്തുന്നു.
* ഈ സ്ഥാനത്ത് വരുന്ന വിഭാഗത്തെ (മധ്യമ വിഭാഗത്തെ) ആവൃത്തിയിലുള്ള സംഖ്യയുടെ അത്രയും ഉപവിഭാഗങ്ങളാക്കി സങ്കൽപ്പരീതിയിൽ മധ്യമസ്ഥാനത്ത് വരുന്ന സംഖ്യ കണ്ടെത്തുക.

3. ഒരു ക്ലാസിലെ കുട്ടികളെ കണക്കു പരീക്ഷയ്ക്ക് ലഭിച്ച മാർക്ക് അനുസരിച്ച് എണ്ണം തിരിച്ച പട്ടികയാണ് ചുവടെയുള്ളത്. ക്ലാസിലെ മധ്യമ മാർക്ക് കണ്ടെത്തുക.

മാർക്ക്	കുട്ടികളുടെ എണ്ണം
0-10	4
10-20	8
20-30	10
30-40	9
40-50	6

കൂടുതൽ പരിശീലന ചോദ്യങ്ങൾ

1. കണക്ക് പരീക്ഷയ്ക്ക് ഒരു ക്ലാസിലെ 11 കുട്ടികൾക്ക് ലഭിച്ച സ്കോർ ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു.

   15, 35, 20, 18, 40, 32, 28, 50, 45, 27, 31

   a) സ്കോറുകളുടെ മാധ്യം കാണുക.

   b) സ്കോറുകളുടെ മധ്യമം കാണുക?

2, ഒരു പരീക്ഷയിൽ ഏതാനും കുട്ടികൾക്ക് കിട്ടിയ മാർക്കാണ് താഴെകൊടുത്തിരിക്കുന്നത്. മധ്യമം കണക്കാക്കുക.

   66, 30, 56, 20, 13, 56, 53, 70, 50, 30, 56, 45, 56

3. 25 കുട്ടികളുടെ ഭാരം ചുവടെ കൊടുക്കുന്നു. ഭാരത്തിന്റെ മധ്യമം കാണുക.

ഭാരം (കി.ഗ്രാം)	കുട്ടികളുടെ എണ്ണം
35kg	4
40kg	5
50kg	6
55kg	6
60kg	2
65kg	2

4. 2, 5, 7, 10, 12, x, 17, 19, 21, 24 എന്നീ സംഖ്യകളുടെ മധ്യമം 13 ആയാൽ x ന്റെ വില കണ്ടെത്തുക.

5. ആദ്യത്തെ 10 എണ്ണൽസംഖ്യകളുടെ മാധ്യവും മധ്യമവും കണ്ടെത്തുക.

6. 100 പേരുടെ വയസ്സിനെ അടിസ്ഥാനപ്പെടുത്തി തയ്യാറാക്കിയ പട്ടികയാണ് ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നത്. പട്ടികയെ അടിസ്ഥാനപ്പെടുത്തി വയസ്സിന്റെ മധ്യമം കണക്കാക്കുക.

വയസ്സ്	ആളുകളുടെ എണ്ണം
0-10	5
10-20	15
20-30	20
30-40	25
40-50	15
50-60	11
60-70	9
ആകെ	**100**

a) ഏത്രാമത്തെ ആളുകളുടെ വയസ്സാണ് മധ്യമം കണക്കാക്കാൻ പരിഗണിക്കേണ്ടത്?

b) 41-ാമത്തെ ആളിന്റെ വയസ്സെത്ര?

c) മധ്യമ വയസ്സ് കണക്കാക്കുക?

7. ഒരു പ്രദേശത്തെ കുറെ വീടുകളെ വൈദ്യുതി ഉപയോഗത്തിനനുസരിച്ച് തരംതിരിച്ച പട്ടിക ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു.

a)

വൈദ്യുതി ഉപയോഗം (യൂണിറ്റ്)	വീടുകളുടെ എണ്ണം
0-60	4
60-120	10
120-180	12
180-240	15
240-300	14
300-360	4

a) ആകെ എത്ര വീടുകളുണ്ട്?

b) ഉപയോഗത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ വീടുകളെ ക്രമീകരിച്ചാൽ 27-ാമത്തെ വീടിന്റെ ഉപയോഗം എത്രയാണെന്നാണ് സങ്കൽപം?

c) മധ്യമ ഉപയോഗം എത്ര?

8. ഒരു സ്കൂളിലെ അധ്യാപകർ അടച്ച വരുമാന നികുതിയുടെ വിവരങ്ങൾ ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു.

വരുമാന നികുതി	അധ്യാപകരുടെ എണ്ണം
30,000–40,000	4
40,000–50,000	6
50,000–60,000	5
60,000–70,000	4
70,000 – 80,000	4

a) എത്രാമത്തെ ടീച്ചറുടെ നികുതിയാണ് മധ്യമ നികുതി?

b) സങ്കൽപപ്രകാരം 11–ാമത്തെ ടീച്ചറുടെ നികുതി എത്ര?

c) മധ്യമ നികുതി എത്ര?

9. a) ആദ്യത്തെ 10 ഒറ്റസംഖ്യകളുടെ മാധ്യമം എത്രയാണ്?

b) ആദ്യത്തെ 10 ഇരട്ട സംഖ്യകളുടെ മാധ്യവും മധ്യമവും കണ്ടെത്തുക.

10. ഒരു ക്ലാസിലെ കുട്ടികളെ ഉയരത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ എണ്ണം തിരിച്ച പട്ടികയാണ് ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നത്.

ഉയരം (cm)	കുട്ടികളുടെ എണ്ണം
145-150	6
150-155	12
155-160	2
160-165	5
165-170	11
170-175	9

കുട്ടികളെ ഉയരത്തിനനുസരിച്ച് ക്രമത്തിൽ നിർത്തിയാൽ

a) എത്രാമത്തെ കുട്ടിയുടെ ഉയരമാണ് മധ്യമ ഉയരം?

b) 21-ാമത്തെ കുട്ടിയുടെ ഉയരം സങ്കൽപ്പപ്രകാരം എത്രയാണ്?

c) മധ്യമ ഉയരം കണക്കാക്കുക.

സ്ഥിതിവിവരകണക്ക് - ഉത്തരസൂചിക

1. മാധ്യം = $\frac{4+7+3+8+2+5+9+6+2+4}{10} = \frac{50}{10} = 5$

2, 2, 3, 4, 4, 5, 6, 7, 8, 9

n = 10 (ഇരട്ടസംഖ്യ)

$\therefore$ മധ്യമം = $\left(\frac{10}{2}\right)^{th}, \left(\frac{10}{2}+1\right)^{th} = 5^{th}, 6^{th}$ സ്ഥാനങ്ങളിലെ സംഖ്യകളുടെ ശരാശരി

= $\frac{4+5}{2} = 4.5$

2.

ഭാരം (kg)	കുട്ടികളുടെ എണ്ണം
35 വരെ	6
37 വരെ	9
38 വരെ	11
39 വരെ	15
40 വരെ	22
42 വരെ	25

n = 25 (ഒറ്റസംഖ്യ)

മധ്യമം = $\left(\frac{25+1}{2}\right)^{th} = \frac{26}{2} = 13^{th}$ സ്ഥാനത്ത് വരുന്ന കുട്ടിയുടെ ഭാരം = 39kg

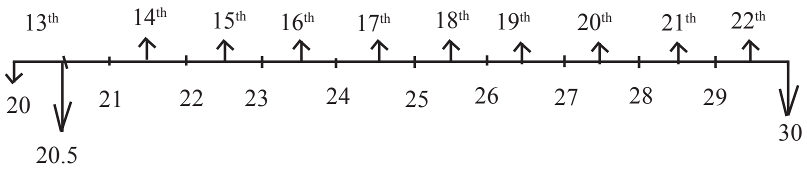
3.

മാർക്ക്		കുട്ടികളുടെ എണ്ണം
0-10	10 വരെ	4
10-20	20 വരെ	12
20-30	30 വരെ	22
30-40	40 വരെ	31
40-50	50 വരെ	37

n = 37 (ഒറ്റസംഖ്യ)

മധ്യമം = $\left(\frac{37+1}{2}\right)^{th} = \left(\frac{38}{2}\right) = 19^{th}$ സ്ഥാനത്ത് വരുന്ന കുട്ടിയുടെ മാർക്ക്.

മധ്യമം = 20-30



$d = \frac{30-20}{10} = \frac{10}{10} = 1$

മധ്യമവിഭാഗത്തിലെ ആദ്യത്തെ കുട്ടിയുടെ സ്ഥാനം = 13

13-ാം സ്ഥാനത്ത് വരുന്ന കുട്ടിയുടെ മാർക്ക് (x,3) = $20 + \frac{d}{2}$

$= 20 + \frac{1}{2} = 20.5$

19-ാം സ്ഥാനത്ത് വരുന്ന കുട്ടിയുടെ മാർക്ക് = x, 3 + 6d

= 20.5+6

= 26.5

കൂടുതൽ പരിശീലന ചോദ്യങ്ങൾക്കുള്ള ഉത്തരങ്ങൾ

1. a) മാധ്യം = 31

   b) മധ്യമം = 31

2. 13, 20, 30, 30, 45, 50, 53, 56, 56, 56, 56, 66, 70

   മധ്യമം = 53

3. മധ്യമ ഭാരം = $\frac{25+1}{2}$ = 13-ാം കുട്ടിയുടെ ഭാരം = 50kg

4. 14

5. മാധ്യം = 5.5, മധ്യമം = 5.5

6.

	വയസ്സ്	ആളുകളുടെ എണ്ണം	
	10 ൽ താഴെ	5	
	20 ൽ താഴെ	20	
10	30 ൽ താഴെ	40	25
	40 ൽ താഴെ	65	
	50 ൽ താഴെ	80	
	60 ൽ താഴെ	91	
	70 ൽ താഴെ	100	

a) 50, 51

b) $30+\frac{5}{25}=30.2$

മധ്യമം $=\frac{50^{th}+51^{st}}{2}$

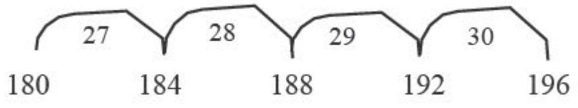
$=30\frac{100}{25}$

$=30+4=34$

7.

	60	4	
	120	14	
60	180	26	15
	240	41	
	300	55	
	360	59	

മധ്യമം = 30–ാമത്തെ $\frac{60}{15} = 4$



a) 59

b) 182

c) 194

8. a) $\frac{23+1}{2}$ = 12–ാമത്തെ ടീച്ചറുടെ നികുതി

b) 11–ാമത്തെ ടീച്ചറുടെ നികുതി സങ്കൽപ്പപ്രകാരം

$$d = \frac{10000}{5} = 2000$$

$$= 50000 + d/2$$

$$= 50000 + 1000$$
$$= 51000$$

c) മധ്യമ നികുതി = 51000+2000

= 53,000

9. a) 10

b) മാധ്യം = മധ്യമം = 11

10. a) 23

b) 160.5

c) 162.5