SY-554

Reg. No. : ....

Name : ....

SECOND YEAR HIGHER SECONDARY EXAMINATION, MARCH – 2024

Part – III

Time : 2½ Hours

MATHEMATICS (SCIENCE)

Cool-off time : 15 Minutes

Maximum : 80 scores

General Instructions to Candidates :

- There is a ‘Cool-off time’ of 15 minutes in addition to the writing time.
- Use the ‘Cool-off time’ to get familiar with questions and to plan your answers.
- Read questions carefully before answering.
- Read the instructions carefully.
- Calculations, figures and graphs should be shown in the answer sheet itself.
- Malayalam version of the questions is also provided.
- Give equations wherever necessary.
- Electronic devices except non-programmable calculators are not allowed in the Examination Hall.

വിദ്യാർത്ഥികൾക്കുള്ള പൊതുനിർദ്ദേശങ്ങൾ :

- നിർദ്ദിഷ്ട സമയത്തിന് പുറമെ 15 മിനിറ്റ് ‘കൂൾ ഓഫ് ടൈം’ ഉണ്ടായിരിക്കും.
- ‘കൂൾ ഓഫ് ടൈം’ ചോദ്യങ്ങൾ പരിചയപ്പെടാനും ഉത്തരങ്ങൾ ആസൂത്രണം ചെയ്യാനും ഉപയോഗിക്കുക.
- ഉത്തരങ്ങൾ എഴുതുന്നതിന് മുമ്പ് ചോദ്യങ്ങൾ ശ്രദ്ധാപൂർവ്വം വായിക്കണം.
- നിർദ്ദേശങ്ങൾ മുഴുവനും ശ്രദ്ധാപൂർവ്വം വായിക്കണം.
- കണക്ക് കൂട്ടലുകൾ, ചിത്രങ്ങൾ, ഗ്രാഫുകൾ, എന്നിവ ഉത്തരപേപ്പറിൽ തന്നെ ഉണ്ടായിരിക്കണം.
- ചോദ്യങ്ങൾ മലയാളത്തിലും നല്കിയിട്ടുണ്ട്.
- ആവശ്യമുള്ള സ്ഥലത്ത് സമവാക്യങ്ങൾ കൊടുക്കണം.
- പ്രോഗ്രാമുകൾ ചെയ്യാനാകാത്ത കാൽക്കുലേറ്ററുകൾ ഒഴികെയുള്ള ഒരു ഇലക്ട്രോണിക് ഉപകരണവും പരീക്ഷാഹാളിൽ ഉപയോഗിക്കുവാൻ പാടില്ല.

Answer any 6 questions from 1 to 8. Each carries 3 scores. **($6 \times 3 = 18$)**

1. If f : R $\rightarrow$ R given by f(x) = cos x and g : R $\rightarrow$ R given by g(x) = $3x^2$ then find gof and fog.

2. Construct a 2×3 matrix whose elements are given by $a_{ij} = 2i + j$.

3. (i) Let A be a square matrix of order 3×3, then $|kA|$ = _______.

   (A) $k|A|$ (B) $k^2|A|$

   (C) $k^3|A|$ (D) $3k|A|$ **(1)**

   (ii) Find the value of x for which $\begin{vmatrix} 3 & x \\ x & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{vmatrix}$ **(2)**

4. Find the value of k so that the function $f(x) = \begin{cases} kx+1, & \text{if } x \le 5 \\ 3x-5, & \text{if } x > 5 \end{cases}$

   is continuous.

5. (i) $\dfrac{d}{dx}\sqrt{\sin x}$ = _______.

   (A) $\sqrt{\cos x}$ (B) $2\sqrt{\sin x}$

   (C) $\dfrac{\cos x}{2\sqrt{\sin x}}$ (D) $\dfrac{\sin x}{2\sqrt{\cos x}}$ **(1)**

   (ii) Find $\dfrac{dy}{dx}$ if $y + \sin y = \cos x$ **(2)**

1 മുതൽ 8 വരെ ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 6 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക.

3 സ്കോർ വീതം. **($6 \times 3 = 18$)**

1. $f : R \to R$, $f(x) = \cos x$ $g : R \to R$, $g(x) = 3x^2$ ആയാൽ gof, fog എന്നിവ കണ്ടുപിടിക്കുക.

2. അംഗങ്ങൾ $a_{ij} = 2i + j$ ആകത്തക്ക വിധത്തിൽ ഒരു 2×3 മെട്രിക്സ് നിർമ്മിക്കുക.

3. (i) A ഓർഡർ 3×3 ആയ ഒരു സ്ക്വയർ മെട്രിക്സ് ആണെങ്കിൽ $|kA|$ = _______.

   (A) $k|A|$ (B) $k^2|A|$

   (C) $k^3|A|$ (D) $3k|A|$ **(1)**

   (ii) $\begin{vmatrix} 3 & x \\ x & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{vmatrix}$ ആണെങ്കിൽ x ന്റെ വില കണ്ടുപിടിക്കുക. **(2)**

4. $f(x) = \begin{cases} kx+1, & \text{if } x \le 5 \\ 3x-5, & \text{if } x > 5 \end{cases}$ എന്ന ഫംഗ്ഷൻ കണ്ടിന്യുവസ് ആണെങ്കിൽ k യുടെ വില കണ്ടുപിടിക്കുക.

5. (i) $\frac{d}{dx}\sqrt{\sin x}$ = _______.

   (A) $\sqrt{\cos x}$ (B) $2\sqrt{\sin x}$

   (C) $\frac{\cos x}{2\sqrt{\sin x}}$ (D) $\frac{\sin x}{2\sqrt{\cos x}}$ **(1)**

   (ii) $y + \sin y = \cos x$ ആയാൽ $\frac{dy}{dx}$ കാണുക. **(2)**

6. Let $f(x) = x^2 - 4x + 6$

(i) Find $f'(x)$ **(1)**

(ii) Find the interval in which f is increasing **(2)**

7. (i) Order of the differential equation

$$\frac{d^2y}{dx^2} + x\left(\frac{dy}{dx}\right)^3 - y = 0 \text{ is}$$

(A) 1 (B) 2

(C) 3 (D) 4 **(1)**

(ii) Find the general solution of the differential equation

$$\frac{dy}{dx} = (1 + x^2)(1 + y^2)$$ **(2)**

8. Find the vector equation for the line passing through the points (–1, 0, 2) and (3, 4, 6)

Answer any 8 questions from 9 to 18. Each carries 4 scores. (8 × 4 = 32)

9. Let $f : R \rightarrow R$ defined by $f(x) = 2x + 3$.

(i) Show that f is one-one. **(2)**

(ii) Is f invertible ? Then find the inverse of f. **(2)**

6. $f(x) = x^2 - 4x + 6$ ആയാൽ

(i) $f'(x)$ കണ്ടുപിടിക്കുക **(1)**

(ii) f ഇൻക്രീസിങ്ങ് ആകുന്ന ഇന്റർവെൽ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(2)**

7. (i) $\frac{d^2y}{dx^2} + x\left(\frac{dy}{dx}\right)^3 - y = 0$ എന്ന ഡിഫറൻഷ്യൽ സമവാക്യത്തിന്റെ ഓർഡർ

(A) 1 (B) 2

(C) 3 (D) 4 **(1)**

(ii) $\frac{dy}{dx} = (1 + x^2)(1 + y^2)$ എന്ന ഡിഫറൻഷ്യൽ സമവാക്യത്തിന്റെ പൊതുപരിഹാരം കാണുക. **(2)**

8. (–1, 0, 2), (3, 4, 6) എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽകൂടി കടന്നുപോകുന്ന വരയുടെ വെക്ടർ സമവാക്യം കണ്ടുപിടിക്കുക.

9 മുതൽ 18 വരെ ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 8 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക. 4 സ്കോർ വീതം. (8 × 4 = 32)

9. $f : R \rightarrow R, f(x) = 2x + 3$ ആയാൽ

(i) f വൺ-വൺ ആണെന്ന് തെളിയിക്കുക. **(2)**

(ii) f ഇൻവേർട്ടിബിൾ ആണോ ? ആണെങ്കിൽ f ന്റെ ഇൻവേഴ്സ് കണ്ടുപിടിക്കുക. **(2)**

10. (i) The principal value of $\cos^{-1}\frac{1}{2}$ = __________.

(A) $\frac{\pi}{3}$ (B) $\frac{\pi}{6}$

(C) $\frac{\pi}{4}$ (D) $\frac{2\pi}{3}$ **(1)**

(ii) Show that $\tan^{-1}\frac{1}{2} + \tan^{-1}\frac{2}{11} = \tan^{-1}\frac{3}{4}$ **(3)**

11. (i) Find $\frac{dy}{dx}$ if $x = \log t$; $y = \sin t$ **(2)**

(ii) If $y = 3 \sin x + 2 \cos x$, then prove that $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$ **(2)**

12. (i) $\int_0^a f(x)\, dx =$ _______.

(A) $\int_a^0 f(x)\, dx$ (B) $\int_0^a f(x-a)\, dx$

(C) $\int_0^{2a} f(x)\, dx$ (D) $\int_0^a f(a-x)\, dx$ **(1)**

(ii) Show that $\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x}+\sqrt{\cos x}}\, dx = \frac{\pi}{4}$ **(3)**

13. Find the area of the region bounded by the two parabolas $y = x^2$ and $y^2 = x$.

10. (i) $\cos^{-1}\frac{1}{2}$ ന്റെ പ്രിൻസിപ്പൽ വില = __________.

(A) $\frac{\pi}{3}$ (B) $\frac{\pi}{6}$

(C) $\frac{\pi}{4}$ (D) $\frac{2\pi}{3}$ **(1)**

(ii) $\tan^{-1}\frac{1}{2} + \tan^{-1}\frac{2}{11} = \tan^{-1}\frac{3}{4}$ എന്ന് തെളിയിക്കുക. **(3)**

11. (i) $x = \log t$; $y = \sin t$ ആയാൽ $\frac{dy}{dx}$ കാണുക. **(2)**

(ii) $y = 3 \sin x + 2 \cos x$ ആണെങ്കിൽ $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$ എന്ന് തെളിയിക്കുക. **(2)**

12. (i) $\int_0^a f(x)\, dx =$ _______.

(A) $\int_a^0 f(x)\, dx$ (B) $\int_0^a f(x-a)\, dx$

(C) $\int_0^{2a} f(x)\, dx$ (D) $\int_0^a f(a-x)\, dx$ **(1)**

(ii) $\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x}+\sqrt{\cos x}}\, dx = \frac{\pi}{4}$ എന്ന് തെളിയിക്കുക. **(3)**

13. $y = x^2$, $y^2 = x$ എന്നീ പരാബോളുകൾക്ക് ഇടയിലുള്ള പരപ്പളവ് (Area) കണ്ടുപിടിക്കുക.

14. Consider the differential equation : $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = x^2$

(i) Find the integrating factor. **(1)**

(ii) Find the general solution of the differential equation. **(3)**

15. Find the shortest distance between the lines :

$\bar{r} = \hat{i} + \hat{j} + \lambda (2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$

$\bar{r} = 2i + j - k + \mu (3i - 5j + 2k)$

16. Let $\bar{a} = \hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$, $\bar{b} = 2\hat{i} - 7\hat{j} + \hat{k}$

(i) Find $\bar{a} \times \bar{b}$ **(2)**

(ii) Find the area of the parallelogram with adjacent sides $\bar{a}$ and $\bar{b}$. **(2)**

17. (i) Find the Cartesian equation of the plane $\bar{r} \cdot (\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}) = 2$. **(2)**

(ii) Find the distance of a point (2, 5, –3) from the plane $6x - 3y + 2z - 4 = 0$. **(2)**

18. Given two independent events A and B such that P(A) = 0.3, P(B) = 0.6.

(i) Find P (A and B) **(1)**

(ii) Find P (A or B) **(2)**

(iii) Find P (neither A nor B) **(1)**

14. $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = x^2$ എന്ന ഡിഫറൻഷ്യൽ സമവാക്യം പരിഗണിക്കുക.

(i) ഇന്റഗ്രേറ്റിങ്ങ് ഫാക്റ്റർ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(1)**

(ii) ഡിഫറൻഷ്യൽ സമവാക്യത്തിന്റെ പൊതു പരിഹാരം കണ്ടുപിടിക്കുക. **(3)**

15. $\bar{r} = \hat{i} + \hat{j} + \lambda (2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$

$\bar{r} = 2i + j - k + \mu (3i - 5j + 2k)$

എന്നീ വരകൾക്ക് ഇടയിലുള്ള ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ അകലം കണ്ടുപിടിക്കുക.

16. $\bar{a} = \hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k},\ \bar{b} = 2\hat{i} - 7\hat{j} + \hat{k}$ ആയാൽ

(i) $\bar{a} \times \bar{b}$ കണ്ടുപിടിക്കുക **(2)**

(ii) $\bar{a}, \bar{b}$ സമീപവശങ്ങളായി വരുന്ന സാമാന്തരികത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണ്ടുപിടിക്കുക. **(2)**

17. (i) $\bar{r} \cdot (\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}) = 2$ എന്ന തലത്തിന്റെ (Plane) കാർട്ടീഷ്യൻ സമവാക്യം കണ്ടുപിടിക്കുക. **(2)**

(ii) $6x - 3y + 2z - 4 = 0$ എന്ന തലത്തിൽ നിന്നും (2, 5, –3) എന്ന ബിന്ദുവിലേക്കുള്ള അകലം കാണുക. **(2)**

18. A, B എന്നിവ രണ്ട് ഇന്റിപെൻഡന്റ് ഇവന്റുകൾ ആണ്. P(A) = 0.3, P(B) = 0.6 ആയാൽ

(i) P (A and B) കണ്ടുപിടിക്കുക **(1)**

(ii) P (A or B) കണ്ടുപിടിക്കുക **(2)**

(iii) P (neither A nor B) കണ്ടുപിടിക്കുക. **(1)**

Answer any 5 questions from 19 to 25. Each carries 6 scores. **(5 × 6 = 30)**

19. (i) If $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ show that $A^2 - 5A + 7I = 0$. **(3)**

(ii) Express the matrix $\begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$ as the sum of a symmetric and skew-symmetric matrices. **(3)**

20. Consider the system of equations

$3x - 2y + 3z = 8$

$2x + y - z = 1$

$4x - 3y + 2z = 4$

(i) Write the system of equations in the form AX = B **(1)**

(ii) Find Adj. A. **(2)**

(iii) Solve the system of equations. **(3)**

21. (i) Consider the curve $y = x^3 - x$

(a) Find the slope of the tangent at $x = 2$ **(2)**

(b) Find the equation of tangent at $x = 2$ **(2)**

(ii) Use differential to approximate $\sqrt{36.6}$ **(2)**

19 മുതൽ 25 വരെ ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 5 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക. 6 സ്കോർ വീതം. **$(5 \times 6 = 30)$**

19. (i) $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ ആയാൽ $A^2 - 5A + 7I = 0$ എന്ന് തെളിയിക്കുക. **(3)**

(ii) $\begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$ എന്ന മെട്രിക്സിനെ ഒരു സിമട്രിക് മെട്രിക്സിന്റെയും സ്ക്യൂ-സിമട്രിക് മെട്രിക്സിന്റെയും തുക ആയി എഴുതുക. **(3)**

20. $3x - 2y + 3z = 8$

$2x + y - z = 1$

$4x - 3y + 2z = 4$ എന്നീ സമവാക്യങ്ങൾ പരിഗണിക്കുക.

(i) സമവാക്യങ്ങളെ $AX = B$ എന്ന രൂപത്തിൽ എഴുതുക. **(1)**

(ii) Adj. A കണ്ടുപിടിക്കുക. **(2)**

(iii) സമവാക്യങ്ങൾ പരിഹരിക്കുക. **(3)**

21. (i) $y = x^3 - x$ എന്ന വക്രം (curve) പരിഗണിക്കുക.

(a) തൊടുവരയുടെ ചരിവ് $x = 2$ ൽ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(2)**

(b) $x = 2$ ൽ തൊടുവരയുടെ സമവാക്യം കണ്ടുപിടിക്കുക. **(2)**

(ii) ഡിഫറൻഷ്യൽ ഉപയോഗിച്ച് $\sqrt{36.6}$ ന്റെ ഏകദേശ വില കാണുക. **(2)**

22. (i) Integrate $\frac{e^{\tan^{-1}x}}{1+x^2}$ with respect to x. **(2)**

(ii) Find $\int \frac{1}{x^2 - 6x + 13}\, dx$ **(2)**

(iii) Find $\int x \log x \; dx$ **(2)**

23. Consider the vectors

$\bar{a} = \hat{i} + \hat{j} - \hat{k}, \bar{b} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$

(i) Find $\bar{a} \cdot \bar{b}$ **(2)**

(ii) Find the angle between $\bar{a}$ and $\bar{b}$. **(2)**

(iii) Find the projection of $\bar{a}$ on $\bar{b}$. **(2)**

24. Solve the following Linear Programming Problem (LPP) graphically :

Maximize $Z = 4x + y$

subject to

$x + y \leq 50$

$3x + y \leq 90$

$x \geq 0, y \geq 0$

22. (i) $\frac{e^{\tan^{-1}x}}{1+x^2}$ നെ x ആധാരമാക്കി ഇന്റഗ്രേറ്റ് ചെയ്യുക. **(2)**

(ii) $\int \frac{1}{x^2 - 6x + 13}\, dx$ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(2)**

(iii) $\int x \log x \; dx$ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(2)**

23. $\bar{a} = \hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$, $\bar{b} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ എന്നീ വെക്ടറുകൾ പരിഗണിക്കുക.

(i) $\bar{a} \cdot \bar{b}$ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(2)**

(ii) $\bar{a}$, $\bar{b}$ എന്നിവക്ക് ഇടയിലുള്ള കോൺ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(2)**

(iii) $\bar{a}$ ൽ നിന്നും $\bar{b}$ യിലേക്കുള്ള പ്രൊജക്ഷൻ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(2)**

24. ഗ്രാഫ് ഉപയോഗിച്ച് ലീനിയർ പ്രോഗ്രാമിങ്ങ് പ്രോബ്ലം (LPP) പരിഹരിക്കുക.

Maximize $Z = 4x + y$

subject to

$x + y \leq 50$

$3x + y \leq 90$

$x \geq 0, y \geq 0$

25. Consider the random experiment of tossing 3 coins simultaneously, let X denotes the number of heads obtained

(i) Find the probability distribution of X **(2)**

(ii) Find the mean and variance of X. **(4)**

---

25. 3 നാണയങ്ങൾ ഒരേ സമയം എറിയുന്ന റാൻഡം എക്സ്പെരിമെന്റ് പരിഗണിക്കുക.

X എന്നത് കിട്ടുന്ന ഹെഡ് കളുടെ എണ്ണം ആയാൽ.

(i) X ന്റെ പ്രോബബിലിറ്റി ഡിസ്ട്രിബ്യൂഷൻ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(2)**

(ii) X ന്റെ മീൻ, വേരിയൻസ് എന്നിവ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(4)**