SY-555

Reg. No. : ....

Name : ....

SECOND YEAR HIGHER SECONDARY EXAMINATION, MARCH – 2024

Part – III

MATHEMATICS (COMMERCE) Time : 2½ Hours

Maximum : 80 scores Cool-off time : 15 Minutes

General Instructions to Candidates :

- There is a ‘Cool-off time’ of 15 minutes in addition to the writing time.
- Use the ‘Cool-off time’ to get familiar with questions and to plan your answers.
- Read questions carefully before answering.
- Read the instructions carefully.
- Calculations, figures and graphs should be shown in the answer sheet itself.
- Malayalam version of the questions is also provided.
- Give equations wherever necessary.
- Electronic devices except non-programmable calculators are not allowed in the Examination Hall.

വിദ്യാർത്ഥികൾക്കുള്ള പൊതുനിർദ്ദേശങ്ങൾ :

- നിർദ്ദിഷ്ട സമയത്തിന് പുറമെ 15 മിനിറ്റ് ‘കൂൾ ഓഫ് ടൈം’ ഉണ്ടായിരിക്കും.
- ‘കൂൾ ഓഫ് ടൈം’ ചോദ്യങ്ങൾ പരിചയപ്പെടാനും ഉത്തരങ്ങൾ ആസൂത്രണം ചെയ്യാനും ഉപയോഗിക്കുക.
- ഉത്തരങ്ങൾ എഴുതുന്നതിന് മുമ്പ് ചോദ്യങ്ങൾ ശ്രദ്ധാപൂർവ്വം വായിക്കണം.
- നിർദ്ദേശങ്ങൾ മുഴുവനും ശ്രദ്ധാപൂർവ്വം വായിക്കണം.
- കണക്ക് കൂട്ടലുകൾ, ചിത്രങ്ങൾ, ഗ്രാഫുകൾ, എന്നിവ ഉത്തരപേപ്പറിൽ തന്നെ ഉണ്ടായിരിക്കണം.
- ചോദ്യങ്ങൾ മലയാളത്തിലും നല്കിയിട്ടുണ്ട്.
- ആവശ്യമുള്ള സ്ഥലത്ത് സമവാക്യങ്ങൾ കൊടുക്കണം.
- പ്രോഗ്രാമുകൾ ചെയ്യാനാകാത്ത കാൽക്കുലേറ്ററുകൾ ഒഴികെയുള്ള ഒരു ഇലക്ട്രോണിക് ഉപകരണവും പരീക്ഷാഹാളിൽ ഉപയോഗിക്കുവാൻ പാടില്ല.

Answer any 6 questions from 1 to 7. Each carries 3 scores. **($6 \times 3 = 18$)**

1. (a) A function $f : X \to Y$ is onto if range of $f =$ _______. **(1)**

   (b) State whether the function $f : R \to R$ defined by $f(x) = 3 - 4x$ is bijective. **(2)**

2. (a) If A is a matrix of order 3×4 and B is a matrix of order 4×2 then AB is a matrix of order _________. **(1)**

   (b) Construct a 2×2 matrix $A = [a_{ij}]$ whose elements are given by $a_{ij} = 2i + j$. **(2)**

3. (a) Evaluate $\begin{vmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{vmatrix}$. **(1)**

   (b) Find the area of the triangle whose vertices are (1, 0), (6, 0) and (4, 3). **(2)**

4. (a) $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x^3 - 8}{x - 2} =$ ________. **(1)**

   (b) Find $\dfrac{dy}{dx}$ if $x^2 + 6y = e^x$. **(2)**

5. (a) $\int e^x \sec x\,(1 + \tan x)\,dx =$ __________. **(1)**

   (b) Find $\int \dfrac{e^{\tan^{-1}(x)}}{1 + x^2}\,dx$ **(2)**

6. Let $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ and $\vec{b} = -\hat{j} + \hat{k}$

   Find

   (a) $\vec{a} + \vec{b}$ **(1)**

   (b) Find the unit vector along $\vec{a} + \vec{b}$ **(2)**

1 മുതൽ 7 വരെയുള്ള ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 6 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക.
3 സ്കോർ വീതം. **($6 \times 3 = 18$)**

1. (a) ഒരു ഫംഗ്ഷൻ $f : X \to Y$ ഓൺറ്റു ആകണമെങ്കിൽ f ന്റെ റേഞ്ച് = ________. **(1)**

   (b) $f : R \to R$ ൽ നിർവ്വചിച്ചിട്ടുള്ള ഫംഗ്ഷൻ $f(x) = 3 - 4x$ ബൈജക്ടീവ് ആണോ എന്ന് പ്രസ്താവിക്കുക. **(2)**

2. (a) A എന്ന മെട്രിക്സിന്റെ ഓർഡർ 3×4 ഉം B എന്ന മെട്രിക്സിന്റെ ഓർഡർ 4×2 ഉം ആണെങ്കിൽ AB എന്ന മെട്രിക്സിന്റെ ഓർഡർ _________ ആയിരിക്കും. **(1)**

   (b) മെട്രിക്സിലെ അംഗങ്ങൾ $a_{ij} = 2i + j$ എന്ന രീതിയിലായ ഒരു 2×2 മെട്രിക്സ് $A = [a_{ij}]$ രൂപീകരിക്കുക. **(2)**

3. (a) വില കാണുക $\begin{vmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{vmatrix}$. **(1)**

   (b) (1, 0), (6, 0), (4, 3) എന്നീ ശീർഷങ്ങളുള്ള ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണ്ടുപിടിക്കുക. **(2)**

4. (a) $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x^3 - 8}{x - 2}$ = ________. **(1)**

   (b) $x^2 + 6y = e^x$ ആണെങ്കിൽ $\dfrac{dy}{dx}$ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(2)**

5. (a) $\int e^x \sec x\,(1 + \tan x)\,dx$ = __________. **(1)**

   (b) $\int \dfrac{e^{\tan^{-1}(x)}}{1 + x^2}\,dx$ കംണ്ടുപിടിക്കുക. **(2)**

6. $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ ഉം $\vec{b} = -\hat{j} + \hat{k}$ ഉം ആയാൽ

   (a) $\vec{a} + \vec{b}$ കംണ്ടുപിടിക്കുക. **(1)**

   (b) $\vec{a} + \vec{b}$ ലേക്കുള്ള യൂണിറ്റ് വെക്ടർ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(2)**

7. (a) If l, m, n are the direction cosines of a line, then $l^2 + m^2 + n^2 =$ _______. **(1)**

(b) If a line has direction ratios 2, –1, –2, determine its direction cosines. **(2)**

Answer any 8 questions from 8 to 17. Each carries 4 scores. (8 × 4 = 32)

8. (a) If $f(x) = 8x^3$ and $g(x) = x^{\frac{1}{3}}$. Find gof. **(1)**

(b) Show that the relation R in the set Z of integers given by R = {(a, b) : 2 divides a – b} is an equivalence relation. **(3)**

9. (a) Find the principal value of $\cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$. **(1)**

(b) Show that $\tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{1}{5}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{1}{8}\right)$. **(3)**

10. (a) A square matrix A is said to be Skew-symmetric if A′ = ________. **(1)**

(b) Express the matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & -1 \\ 2 & 5 & 4 \\ -1 & -6 & 3 \end{bmatrix}$ as the sum of a symmetric and a Skew-symmetric matrix. **(3)**

11. (a) $\int_0^a f(x)\,dx =$ _______. **(1)**

(A) 0

(B) $\int_0^a f(a-x)\,dx$

(C) f(a)

(D) $\int_0^{2a} f(x)\,dx$

(b) Using the above property of definite integrals evaluate $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^6 x\,dx}{\sin^6 x + \cos^6 x}$ **(3)**

7. (a) ഒരു വരയുടെ ഡയറക്ഷൻ കൊസൈൻസ് l, m, n ആയാൽ $l^2 + m^2 + n^2 =$ _______. **(1)**

(b) ഒരു വരയുടെ ഡയറക്ഷൻ റേഷ്യോസ് 2, –1, –2 ആയാൽ അതിന്റെ ഡയറയ്ഷൻ കൊസൈൻസ് കണ്ടുപിടിക്കുക. **(2)**

8 മുതൽ 17 വരെയുള്ള ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 8 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക. 4 സ്കോർ വീതം. (8 × 4 = 32)

8. (a) $f(x) = 8x^3$, $g(x) = x^{\frac{1}{3}}$ ഉം ആയാൽ gof കണ്ടുപിടിക്കുക. **(1)**

(b) R = {(a, b) : 2 divides a – b} എന്ന പൂർണ്ണസംഖ്യാഗണത്തിലെ Z റിലേഷൻ ഇക്യൂവാലൻസ് റിലേഷൻ ആണെന്ന് തെളിയിക്കുക. **(3)**

9. (a) $\cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ന്റെ പ്രിൻസിപ്പൽ വില കാണുക. **(1)**

(b) $\tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{1}{5}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{1}{8}\right)$ എന്ന് തെളിയിക്കുക. **(3)**

10. (a) ഒരു സ്ക്വയർ മെട്രിക്സ് സ്ക്യൂ-സിമ്മട്രിക് ആകണമെങ്കിൽ $A' =$ ________. **(1)**

(b) $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & -1 \\ 2 & 5 & 4 \\ -1 & -6 & 3 \end{bmatrix}$ എന്ന മെട്രിക്സിനെ ഒരു സിമ്മട്രിക് മെട്രിക്സിന്റേയും ഒരു സ്ക്യൂ-സിമ്മട്രിക് മെട്രിക്സിന്റെ യും തുക ആയി എഴുതുക. **(3)**

11. (a) $\int_0^a f(x)\,dx =$ _______. **(1)**

(A) 0 (B) $\int_0^a f(a-x)\,dx$

(C) f(a) (D) $\int_0^{2a} f(x)\,dx$

(b) ഡെഫിനിറ്റ് ഇന്റഗ്രലിന്റെ മുകളിൽപ്പറഞ്ഞ പ്രോപ്പർട്ടി ഉപയോഗിച്ച് $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^6 x\,dx}{\sin^6 x + \cos^6 x}$ ന്റെ വില കാണുക. **(3)**

12. (a) Draw a rough sketch of the curve $x^2 + y^2 = 9$. **(1)**

(b) Find the area bounded by the above curve using integration. **(3)**

13. Consider the differential equation $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = x^2$.

(a) What is its integrating factor ? **(1)**

(b) Find its general solution. **(3)**

14. Consider the vectors $\vec{a} = \hat{i} - 7\hat{j} + 7\hat{k}$, $\vec{b} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$.

(a) Find $\vec{a} \cdot \vec{b}$ **(1)**

(b) Find the area of parallelogram with adjacent sides $\vec{a}$ and $\vec{b}$. **(3)**

15. (a) Let A be a square matrix of order 3×3, then $|kA|$ is equal to **(1)**

(A) $k|A|$ (B) $k^2|A|$

(C) $k^3|A|$ (D) $3k|A|$

(b) Using properties of determinants prove that $\begin{vmatrix} y+k & y & y \\ y & y+k & y \\ y & y & y+k \end{vmatrix} = k^2(3y+k)$ **(3)**

16. Find the shortest distance between the lines

$\vec{r} = (\hat{i} + \hat{j}) + \lambda(2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$ and $\vec{r} = (2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}) + \mu(3\hat{i} - 5\hat{j} + 2\hat{k})$.

12. (a) $x^2 + y^2 = 9$ എന്ന കർവിന്റെ റഫ് സ്കെച്ച് വരയ്ക്കുക. **(1)**

(b) ഇന്റഗ്രേഷൻ ഉപയോഗിച്ച് മുകളിൽപ്പറഞ്ഞ കർവിന്റെ പരപ്പളവ് കണ്ടുപിടിക്കുക. **(3)**

13. $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = x^2$ എന്ന ഡിഫറൻഷ്യൽ ഇക്വേഷൻ പരിഗണിക്കുക.

(a) ഇതിന്റെ ഇന്റഗ്രേറ്റിംങ് ഫാക്ടർ കണ്ടുപിടിക്കുക ? **(1)**

(b) ഇതിന്റെ ജനറൽ സൊല്യൂഷൻ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(3)**

14. $\vec{a} = \hat{i} - 7\hat{j} + 7\hat{k}$, $\vec{b} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$ എന്നീ വെക്ടറുകൾ പരിഗണിക്കുക.

(a) $\vec{a} \cdot \vec{b}$ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(1)**

(b) $\vec{a}$ യും $\vec{b}$ യും സമീപവശങ്ങളായ പാരലലോഗ്രാമിന്റെ പരപ്പളവ് കണ്ടുപിടിക്കുക. **(3)**

15. (a) A ഒരു 3×3 സ്ക്വയർ മെട്രിക്സ് ആയാൽ $|kA|$ യ്ക്ക് തുല്യമായത് ഏതാണ്. **(1)**

(A) $k|A|$ (B) $k^2|A|$

(C) $k^3|A|$ (D) $3k|A|$

(b) ഡിറ്റർമിനന്റിന്റെ പ്രോപ്പർട്ടി ഉപയോഗിച്ച് $\begin{vmatrix} y+k & y & y \\ y & y+k & y \\ y & y & y+k \end{vmatrix} = k^2 (3y + k)$ തെളിയിക്കുക. **(3)**

16. $\vec{r} = (\hat{i} + \hat{j}) + \lambda(2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$ ഉം $\vec{r} = (2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}) + \mu(3\hat{i} - 5\hat{j} + 2\hat{k})$ എന്നീ വരകൾ തമ്മിലുള്ള ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ അകലം കണ്ടുപിടിക്കുക.

17. (a) If $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = 0$, then $P(A/B)$ is _______. **(1)**

(A) 0 (B) $\frac{1}{2}$

(C) not defined (D) 1

(b) Evaluate $P(A \cup B)$, if $2P(A) = P(B) = \frac{5}{13}$ and $P(A/B) = \frac{2}{5}$. **(3)**

Answer any 5 questions from 18 to 24. Each carries 6 scores. (5 × 6 = 30)

18. Solve by matrix method :

$x + y + z = 2$

$x - 2y - z = 1$

$2x - y + z = 5$

19. (a) Using elementary operation, find the inverse of $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ if it exists. **(3)**

(b) If $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$ and $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$. Find k so that $A^2 = kA - 2I$. **(3)**

20. (a) Find $\frac{dy}{dx}$ if $x = \sin t$, $y = \cos t$. **(3)**

(b) Verify Rolle's theorem for the function $y = x^2$ in the closed interval $[-2, 2]$. **(3)**

21. (a) Use differential to approximate $\sqrt{36.6}$. **(3)**

(b) Find two positive numbers such that their sum is 8 and the sum of their squares is minimum. **(3)**

17. (a) $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = 0$ യും ആയാൽ $P(A/B) =$ _______. **(1)**

(A) 0 (B) $\frac{1}{2}$

(C) not defined (D) 1

(b) $2P(A) = P(B) = \frac{5}{13}$, $P(A/B) = \frac{2}{5}$ ആയാൽ $P(A \cup B)$ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(3)**

18 മുതൽ 24 വരെയുള്ള ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 5 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക. 6 സ്കോർ വീതം. **(5 × 6 = 30)**

18. $x + y + z = 2$

$x - 2y - z = 1$

$2x - y + z = 5$

മെട്രിക്സ് മെത്തേഡ് ഉപയോഗിച്ച് പരിഹരിക്കുക.

19. (a) എലിമെന്ററി ഓപ്പറേഷൻ ഉപയോഗിച്ച് $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ എന്ന മെട്രിക്സിന് ഇൻവേഴ്സ് ഉണ്ടെങ്കിൽ അത് കണ്ടുപിടിക്കുക. **(3)**

(b) $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$, $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ യും $A^2 = kA - 2I$ ഉം ആയാൽ k യുടെ വില കാണുക. **(3)**

20. (a) $x = \sin t$, $y = \cos t$ ആയാൽ $\frac{dy}{dx}$ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(3)**

(b) $y = x^2$ in $[-2, 2]$ എന്ന ഫംഗ്ഷൻ റോൾസ് സിദ്ധാന്തം ഉപയോഗിച്ച് വെരിഫൈ ചെയ്യുക. **(3)**

21. (a) $\sqrt{36.6}$ ന്റെ ഏകദേശവില ഡിഫറൻഷ്യൽ ഉപയോഗിച്ച് കാണുക. **(3)**

(b) തുക 8 ഉം അവയുടെ വർഗ്ഗങ്ങളടെ തുക മിനിമവും ആകുന്ന വിധത്തിലുള്ള രണ്ട് പോസിറ്റീവ് നമ്പറുകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(3)**

22. (a) Show that the points A(1, 2, 7), B(2, 6, 3) and C(3, 10, –1) are collinear. **(3)**

(b) If $\vec{a} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$, $\vec{b} = -\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ and $\vec{c} = 3\hat{i} + \hat{j}$ are such that $\vec{a} + \lambda\vec{b}$ is perpendicular to $\vec{c}$, then find the value of λ. **(3)**

23. Solve the linear programming problem graphically :

Maximise $Z = 250x + 75y$

Subject to

$5x + y \leq 100$

$x + y \leq 60$

$x \geq 0, y \geq 0$

24. A random variable X has the following probability distribution :

X	0	1	2	3	4
P(X)	0	k	2k	3k	4k

(a) Find the value of k. **(2)**

(b) Using the value of k, find mean and variance of the random variable X. **(4)**

22. (a) A(1, 2, 7), B(2, 6, 3), C(3, 10, –1) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ കൊളിനീയർ ആണെന്ന് തെളിയിക്കുക. **(3)**

(b) $\vec{a} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$, $\vec{b} = -\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$, $\vec{c} = 3\hat{i} + \hat{j}$ ഉം $\vec{a} + \lambda\vec{b}$ എന്ന വെക്ടർ $\vec{c}$ യ്ക്ക് ലംബവുമാണെങ്കിൽ λ യുടെ വില കാണുക. **(3)**

23. ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്ന ലീനിയർ പ്രോഗ്രാമിംഗ് പ്രോബ്ലം ഗ്രാഫ് ഉപയോഗിച്ച് പരിഹാരം കാണുക.

Maximise $Z = 250x + 75y$

Subject to

$5x + y \leq 100$

$x + y \leq 60$

$x \geq 0, y \geq 0$

24. X എന്ന റാൻഡം വേരിയബിളിന്റെ പ്രോബബിലിറ്റി ഡിസ്ട്രിബ്യൂഷൻ ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്നു.

X	0	1	2	3	4
P(X)	0	k	2k	3k	4k

(a) k യുടെ വില കാണുക. **(2)**

(b) k യുടെ വില ഉപയോഗിച്ച് X എന്ന റാൻഡം വേരിയബിളിന്റെ ശരാശരിയും വേരിയൻസും കണ്ടുപിടിക്കുക. **(4)**