

3

ഗുണനരീതികൾ

ഗുണനവ്യത്യാസം

സംഖ്യകൾ കൂട്ടാനും ഗുണിക്കാനുമൊക്കെ പഠിച്ചല്ലോ. ഒരു ചെറിയ ചോദ്യം:

15 + 8 എത്രയാണ്?

18 + 5 ആയാലോ?

ഇനി ഗുണനം നോക്കാം: 15 × 8 എത്രയാണ്?

18 × 5 ആയാലോ?

എന്തുകൊണ്ടാണ് കൂട്ടുമ്പോൾ ഒരേ ഉത്തരം കിട്ടിയത്?

ഇങ്ങനെ കൂട്ടിനോക്കാം.

$$15 + 8 = 10 + 5 + 8$$

$$18 + 5 = 10 + 8 + 5$$

അങ്ങിനോട് എട്ടു കൂട്ടിയാലും, എട്ടിനോട് അഞ്ചു കൂട്ടിയാലും പതിമൂന്നുതന്നെയല്ലേ ?

ഗുണിക്കുമ്പോഴോ ?

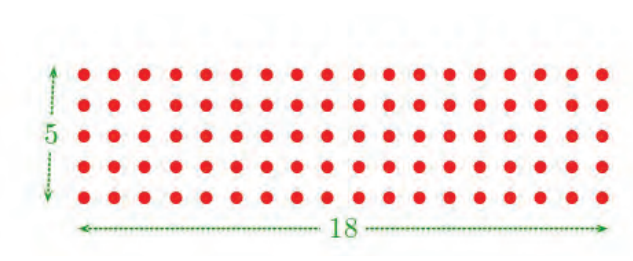
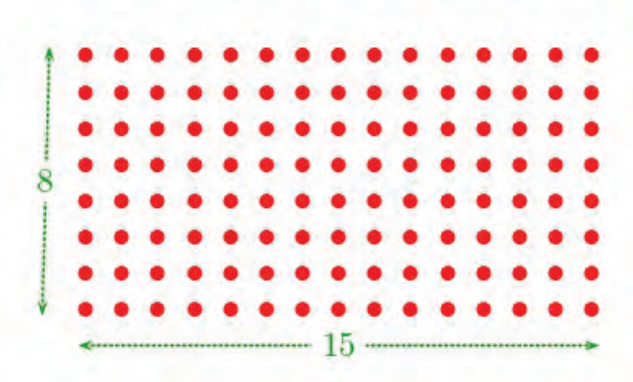
$$15 \times 8 = (10 + 5) \times 8 = (10 \times 8) + (5 \times 8)$$

$$18 \times 5 = (10 + 8) \times 5 = (10 \times 5) + (8 \times 5)$$

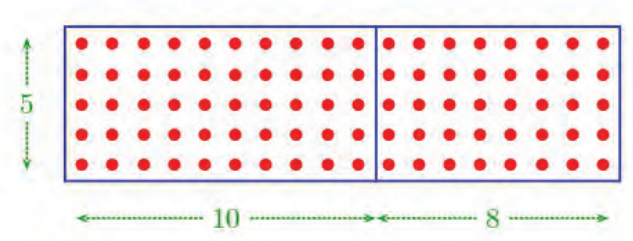
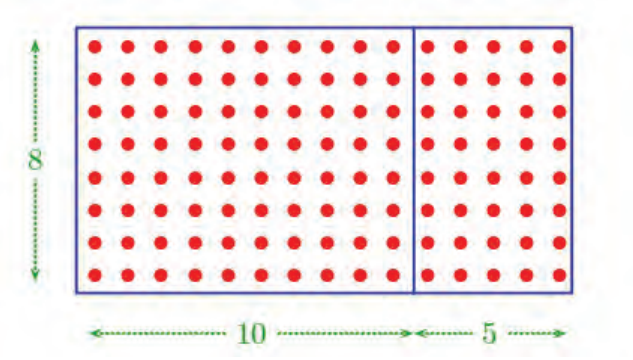
ഇവിടെയും, അങ്ങിന്റെ എട്ടു മടങ്ങും, എട്ടിന്റെ അഞ്ചു മടങ്ങും നാല്പതുതന്നെ; പക്ഷേ രണ്ടു ഗുണനഫലങ്ങളിലും ബാക്കിയുള്ളത് വേറെയാണല്ലോ.

ഗണിതം സ്റ്റാൻഡേർഡ് V

ചിത്രം വരച്ചും ഇതുകാണാം:



രണ്ടു ചിത്രങ്ങളും പത്തു പൊട്ടുകളുള്ള വരികളായി മുറിച്ചാലോ ?



രണ്ടു ചിത്രങ്ങളിലെയും വലതു കളത്തിൽ 40 പൊട്ടുകൾ തന്നെ.

ഇടതു കളങ്ങളിൽ 80 ഉം 50 ഉം അല്ലേ ?

ഇങ്ങനെ നോക്കിയതുകൊണ്ട് മറ്റുചില കാര്യങ്ങൾ കൂടി മനസ്സിലായി.

- 15×8 ആണ് 18×5 നേക്കാൾ വലുത്.
- $80 - 50 = 30$ കൂടുതൽ.

അപ്പോൾ 16×9 ആണോ, 19×6 ആണോ വലുത് എന്ന് ഗുണിച്ചു നോക്കാതെ തന്നെ പറയാമോ ? എങ്ങനെ ആലോചിക്കണം ?

$$16 \times 9 = (10 + 6) \times 9 = (10 \times 9) + (6 \times 9)$$

$$19 \times 6 = (10 + 9) \times 6 = (10 \times 6) + (9 \times 6)$$

ഏതാണ് വലുത് ? എത്ര കൂടുതൽ ?

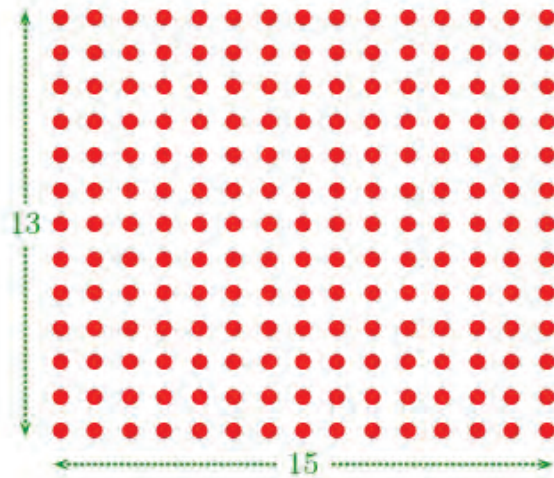
ഇനി ചുവടെയുള്ള ഗുണനഫലങ്ങളിൽ ഏതാണ് വലുത് എന്നും, എത്ര കൂടുതലാണെന്നും മനക്കണക്കായി പറയാമോ ?

(1) 12×8 ; 18×2 (2) 17×6 ; 16×7

(3) 13×9 ; 19×3 (4) 25×6 ; 26×5

ചതുരഗുണനം

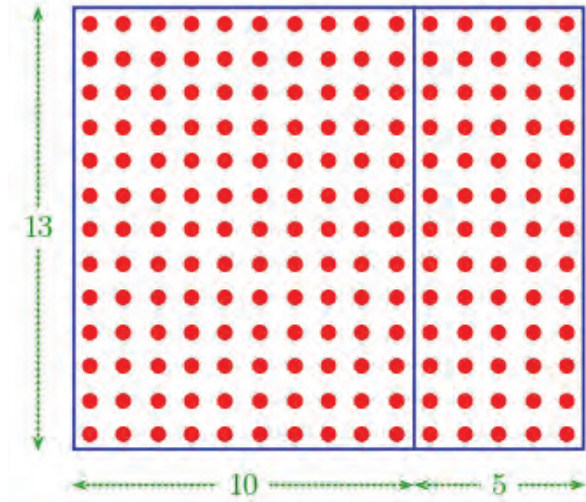
ഈ ചിത്രത്തിൽ എത്ര പൊട്ടുകളുണ്ട് ?



ഗണിതം സ്റ്റാൻഡേർഡ് V

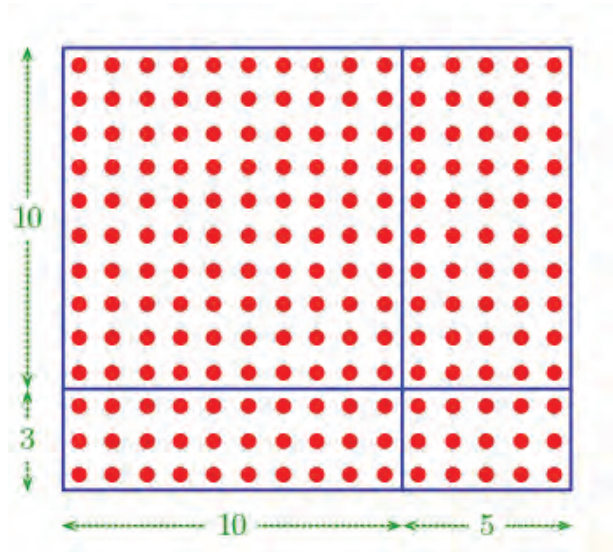
15 പൊട്ടുകൾ വീതമുള്ള 13 വരികൾ. ആകെ പൊട്ടുകളുടെ എണ്ണം 15×13 .

ഇതു കണക്കാക്കാൻ, ആദ്യം ഓരോ വരിയെയും 10 ഉം 5 ഉം ആയി തിരിക്കാം:

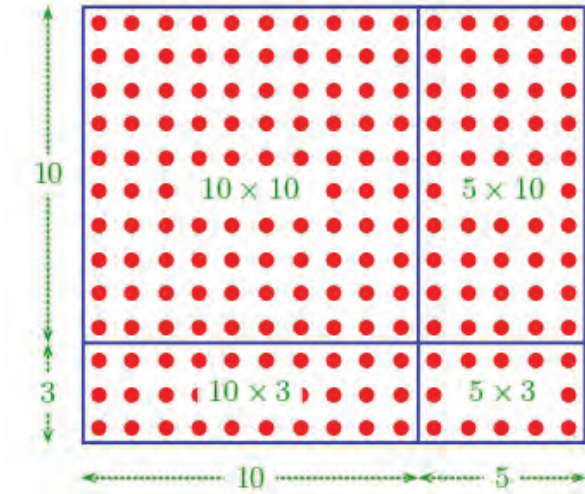


ഇപ്പോൾ ഇടതു ചതുരത്തിൽ 10×13 പൊട്ടുകൾ, വലതു ചതുരത്തിൽ 5×13 പൊട്ടുകൾ.

ഈ കണക്കുകൂട്ടലുകൾ കുറേക്കൂടി എളുപ്പമാക്കാൻ, ഓരോ നിരയെയും 10 ഉം 3 ഉം ആയി തിരിക്കാം:



ഇനി നാലു ചതുരത്തിലെയും പൊട്ടുകളുടെ എണ്ണം വെവ്വേറെ കണക്കാക്കാമല്ലോ.



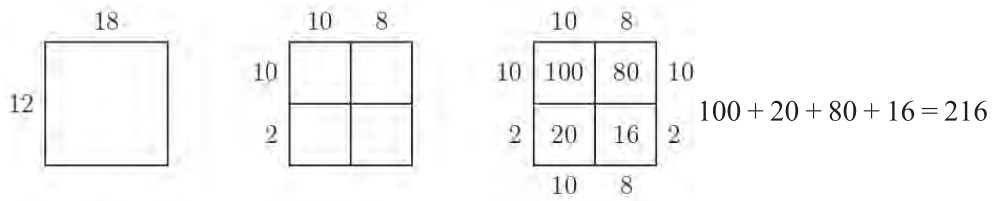
ഇങ്ങനെ,

$$\begin{aligned}
 15 \times 13 &= (10 \times 10) + (5 \times 10) + (10 \times 3) + (5 \times 3) \\
 &= 100 + 50 + 30 + 15 \\
 &= 195
 \end{aligned}$$

എന്നു കണക്കാക്കാം.

ഇനി ഇത്തരം കണക്കുകൾ പൊട്ടുകൾ വരയ്ക്കാതെ തന്നെ ചെയ്യാമല്ലോ. ഉദാഹരണമായി, 18×12 എടുക്കാം.

കണക്കുകൂട്ടലുകൾ ഇങ്ങനെ ചെയ്യാം:



താഴെത്താഴെ

18 × 12 ഇങ്ങനെയും എഴുതാം:

	8	10	
2	16	20	36
10	80	100	180
			216

ഇതിലെ ചില ക്രിയകൾ മനസ്സിൽ ചെയ്താൽ, ഇങ്ങനെ ചുരുക്കിയെഴുതാം:

18 ×
12
36
180
216

ഗുണിക്കാനുള്ള സംഖ്യകൾ മുകളിലും ഇടത്തും മാത്രം എഴുതിയാൽ, വലതുവശത്ത് ഓരോ വരിയിലെയും തുക എഴുതാം: പിന്നീട് അവ കൂട്ടി, ഗുണനഫലവും കണക്കാക്കാം:

	10	8	
10	100	80	180
2	20	16	36
			216



ഇതുപോലെ ചുവടെയുള്ള കണക്കുകൾ ചെയ്യാമല്ലോ.

- i. 13 × 15 ii. 17 × 16 iii. 18 × 19 iv. 14 × 18 v. 15 × 15

ഇങ്ങനെ മറ്റു ഗുണനക്രിയകളും ചെയ്യാം. ഉദാഹരണമായി, 24 × 17 നോക്കാം:

	20	4	
10	200	40	240
7	140	28	168
			408

35 × 29 ആണെങ്കിലോ ?

	30	5	
20	600	100	700
9	270	45	315
			1015

ഇനി 345 × 26 ആണെങ്കിലോ ?

	300	40	5
20			
6			

	300	40	5
20	6000	800	100
6	1800	240	30

	300	40	5
20	6000	800	100
6	1800	240	30
			6900
			2070
			8970



ഇതുപോലെ ഈ കണക്കുകൾ ചെയ്തുകൊണ്ടു:

- ചുവടെയുള്ള ഗുണനഫലങ്ങൾ കണക്കാക്കുക.
 - i. 12×34 ii. 23×45
 - iii. 75×75 iv. 123×45
 - v. 320×78
- $36 \times 15 = 540$ ആണ്. ചുവടെയുള്ള ഗുണനഫലങ്ങൾ മനക്കണക്കായി ചെയ്യുക.
 - i. 36×16 ii. 37×15
 - iii. 36×14 iv. 35×15
- ഒരു സംഖ്യയെ 16 കൊണ്ടു ഗുണിച്ചപ്പോൾ 1360 കിട്ടി.
 - i. അതിന്റെ അടുത്ത സംഖ്യയെ 16 കൊണ്ടു ഗുണിച്ചാൽ എത്ര കിട്ടും ?
 - ii. അതിനു മുമ്പിലത്തെ സംഖ്യയെ 16 കൊണ്ടു ഗുണിച്ചാലോ ?

താഴെത്താഴെ

345×26 ഇങ്ങനെയും എഴുതാം:

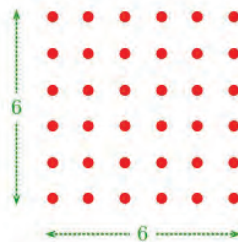
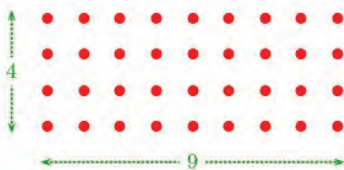
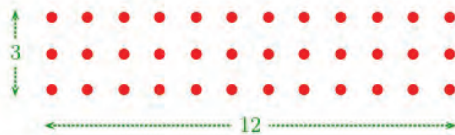
	5	40	300	
6	30	240	1800	2070
20	100	800	6000	6900
				8970

ഗുണിക്കേണ്ട സംഖ്യകൾ ഒന്നിനു താഴെ മറ്റൊന്നെഴുതി, മുകളിൽ കാണുന്ന ഓരോ വരിയിലെയും ക്രിയകൾ മനസ്സിൽ ചെയ്ത്, അവ താഴെത്താഴെ എഴുതി കൂട്ടാം.

$$\begin{array}{r}
 345 \times \\
 \underline{\quad} 26 \\
 2070 \\
 \underline{\quad} 6900 \\
 8970
 \end{array}$$

സമചതുരസംഖ്യകൾ

36 പൊട്ടുകൾ എങ്ങനെയാണൊ ചതുരമായി അടുക്കാം ?



ഇനി വേണമെങ്കിൽ, ആദ്യത്തെ മൂന്നു ചതുരങ്ങളെയും തിരിച്ചുവയ്ക്കാം.

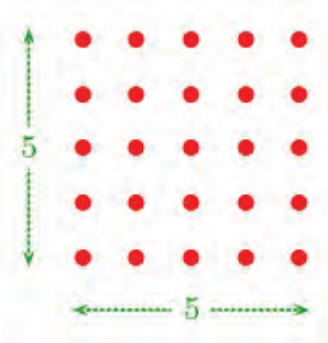
ഇതിൽ ഒരേണ്ണം മാത്രം വിശേഷപ്പെട്ട ചതുരമാണല്ലോ, ഏതാണത് ?

എത്ര പൊട്ടുകൾ എടുത്താലും ഇതുപോലെ ഒരു സമചതുരം ഉണ്ടാക്കാൻ പറ്റുമോ ?

36 നേക്കാൾ കുറവായ ഏതെങ്കിലും എണ്ണം പൊട്ടുകൾ കൊണ്ട് സമചതുരം ഉണ്ടാക്കാൻ പറ്റുമോ ?

36 പൊട്ടുകൾ കൊണ്ടുണ്ടാക്കിയ സമചതുരത്തിന്റെ വരിയിലും നിരയിലും എത്ര വീതമാണ് വച്ചത് ?

ഇനി കുറേക്കൂടി സമചതുരങ്ങൾ ഉണ്ടാക്കാമല്ലോ ? അവയിലെ പൊട്ടുകളുടെ എണ്ണം എങ്ങനെയുള്ള സംഖ്യകളാണ് ?



$$36 = 6 \times 6$$

$$25 = 5 \times 5$$

$$16 = 4 \times 4$$

$$9 = 3 \times 3$$

$$4 = 2 \times 2$$

ഇത്തരം സംഖ്യകളെ സമചതുരസംഖ്യകൾ (square numbers) എന്നാണ് പറയുന്നത്.

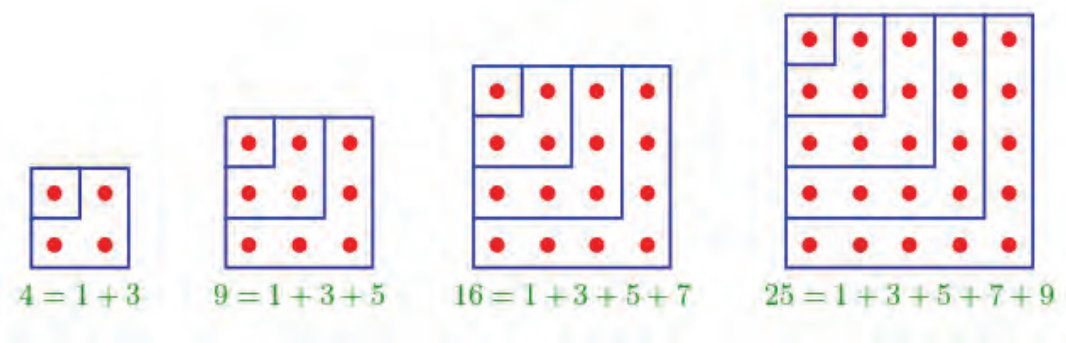
അതായത്, ഒരു സംഖ്യയെ അതുകൊണ്ടുതന്നെ ഗുണിച്ചു കിട്ടുന്നവയാണ് സമചതുരസംഖ്യകൾ.

1 നെയും സമചതുരസംഖ്യകളുടെ കൂട്ടത്തിൽപ്പെടുത്താം.

$$1 = 1 \times 1 \text{ ആണല്ലോ.}$$

36 കഴിഞ്ഞുള്ള അടുത്ത സമചതുരസംഖ്യ ഏതാണ്? അതിനടുത്തതോ ?

ഈ ചിത്രങ്ങൾ നോക്കൂ:



അടുത്ത സമചതുരസംഖ്യ കിട്ടാൻ 25 നോട് ഏതു സംഖ്യ കൂട്ടണം?

1 മുതലുള്ള ഒറ്റസംഖ്യകൾ എത്രയെണ്ണം കൂട്ടിയാലാണ് 36 എന്ന സമചതുര സംഖ്യ കിട്ടുന്നത് ?

1, 4, 9, ... എന്നിങ്ങനെ തുടരുന്ന സമചതുരസംഖ്യകളിൽ എത്രമത്തേതാണ് 36 ?

$$\begin{array}{rcccc}
 \text{ഒറ്റസംഖ്യകൾ} & 1 & + & 3 & + & 5 & + & 7 & + & \dots \\
 & & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \\
 \text{സമചതുരസംഖ്യകൾ} & 1 & & 4 & & 9 & & 16 & & \dots
 \end{array}$$



ഇനി ഈ കണക്കുകൾ ചെയ്തുന്നോക്കൂ:

1. *i.* 11×11 ഉം 111×111 ഉം കണക്കാക്കുക.
- ii.* 1111×1111 എന്തായിരിക്കുമെന്ന് ഊഹിക്കാമോ ? ഊഹം ശരിയാണോ എന്നു പരിശോധിക്കുക.
- iii.* തുടർന്നുള്ള ഇത്തരം ഗുണനഫലങ്ങൾ ക്രമമായി എഴുതുക.

2. ചുവടെയുള്ള കണക്കുകൂട്ടലുകൾ നോക്കൂ:

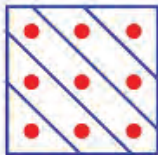
$$\begin{aligned}
 1 + 3 &= 4 \\
 4 + 5 &= 9 \\
 9 + 7 &= 16
 \end{aligned}$$

ഇതു തുടർന്ന് 100 വരെയുള്ള സമചതുരസംഖ്യകൾ കണക്കാക്കുക.

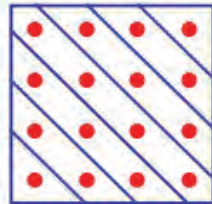
3. *i.* 1, 3, 5, ... എന്നിങ്ങനെയുള്ള ഒറ്റസംഖ്യകൾ എത്രയെണ്ണം കൂട്ടിയാലാണ് 400 കിട്ടുക ?
- ii.* ഇതിൽ അവസാനം കൂട്ടുന്ന ഒറ്റസംഖ്യ ഏതാണ് ?
4. *i.* അമ്പതാമത്തെ ഒറ്റസംഖ്യ ഏതാണ് ?
- ii.* 1 മുതൽ ഈ സംഖ്യ വരെയുള്ള ഒറ്റസംഖ്യകളുടെ തുക എന്താണ് ?
5. ഈ ചിത്രങ്ങൾ നോക്കൂ:



$$4 = 1 + 2 + 1$$



$$9 = 1 + 2 + 3 + 2 + 1$$



$$16 = 1 + 2 + 3 + 4 + 3 + 2 + 1$$

- i.* ഈ രീതിയിൽ 25 നെ തുകയായി പിരിച്ചെഴുതുന്നത് എങ്ങനെ ?
- ii.* 36 നെയോ ?
- iii.* 100 നെ ഇങ്ങനെയുള്ള തുകയായി പിരിച്ചെഴുതാമോ ?

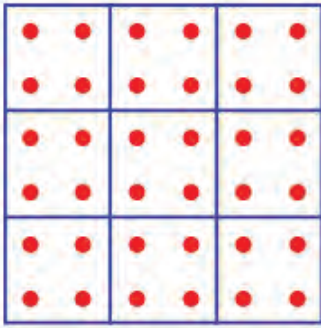
സമചതുരഗുണനം

4 ഉം 9 ഉം സമചതുരസംഖ്യകളാണല്ലോ. ഇവയുടെ ഗുണനഫലമോ ?

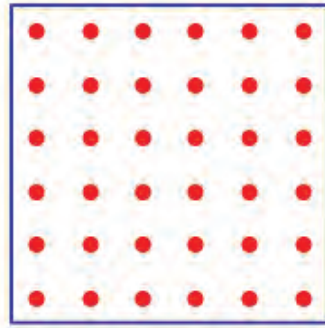
$$4 \times 9 = 36$$

36 ഉം സമചതുരസംഖ്യ തന്നെ.

$$36 = 6 \times 6$$



4×9



6×6

മറ്റു രണ്ടു സമചതുരസംഖ്യകൾ എടുത്താലോ ?

25×16 സമചതുരസംഖ്യ ആണോ ?

ഗുണിച്ചു നോക്കുന്നതിനു മുമ്പ്, അല്ലെങ്കിൽ ആലോചിക്കാം:

$$25 = 5 \times 5$$

$$16 = 4 \times 4$$

അപ്പോൾ,

$$25 \times 16 = 5 \times 5 \times 4 \times 4$$

ഗുണിക്കുന്നത് ഏത് ക്രമത്തിലായാലും ഗുണനഫലം മാറില്ലല്ലോ. അപ്പോൾ 25×16 മറ്റൊരുവിധത്തിൽ കണക്കാക്കാം:

$$25 \times 16 = (5 \times 4) \times (5 \times 4) = 20 \times 20$$

അങ്ങനെ 25×16 ഉം സമചതുരസംഖ്യ തന്നെ എന്നു കിട്ടി.

ഇതുപോലെ ഏതു രണ്ടു സമചതുരസംഖ്യകൾ എടുത്താലും, അവയുടെ ഗുണനഫലവും സമചതുരസംഖ്യ തന്നെ എന്നു കാണാമല്ലോ ?



- ചുവടെയുള്ള ഓരോ ഗുണനത്തെയും ഒരു സംഖ്യയെ അതുകൊണ്ടുതന്നെ ഗുണിക്കുന്ന രീതിയിൽ മാറ്റിയെഴുതുക.
 - 9×16
 - 16×36
 - 36×49
 - 49×64
 - 81×25
- ചുവടെയുള്ള ഗുണനഫലങ്ങൾ മനക്കണക്കായി ചെയ്യുക.
 - 25×4
 - 25×16
 - 25×36
 - 25×64