

ഗണിതം

ടിച്ച്റടൈസ്

സ്റ്റാൻഡേർഡ്

IX

തയ്യാറാക്കിയത്

സംസ്ഥാന വിദ്യാഭ്യാസ ഗവേഷണ പരിശീലന സമിതി (SCERT) കേരളം

2024

1

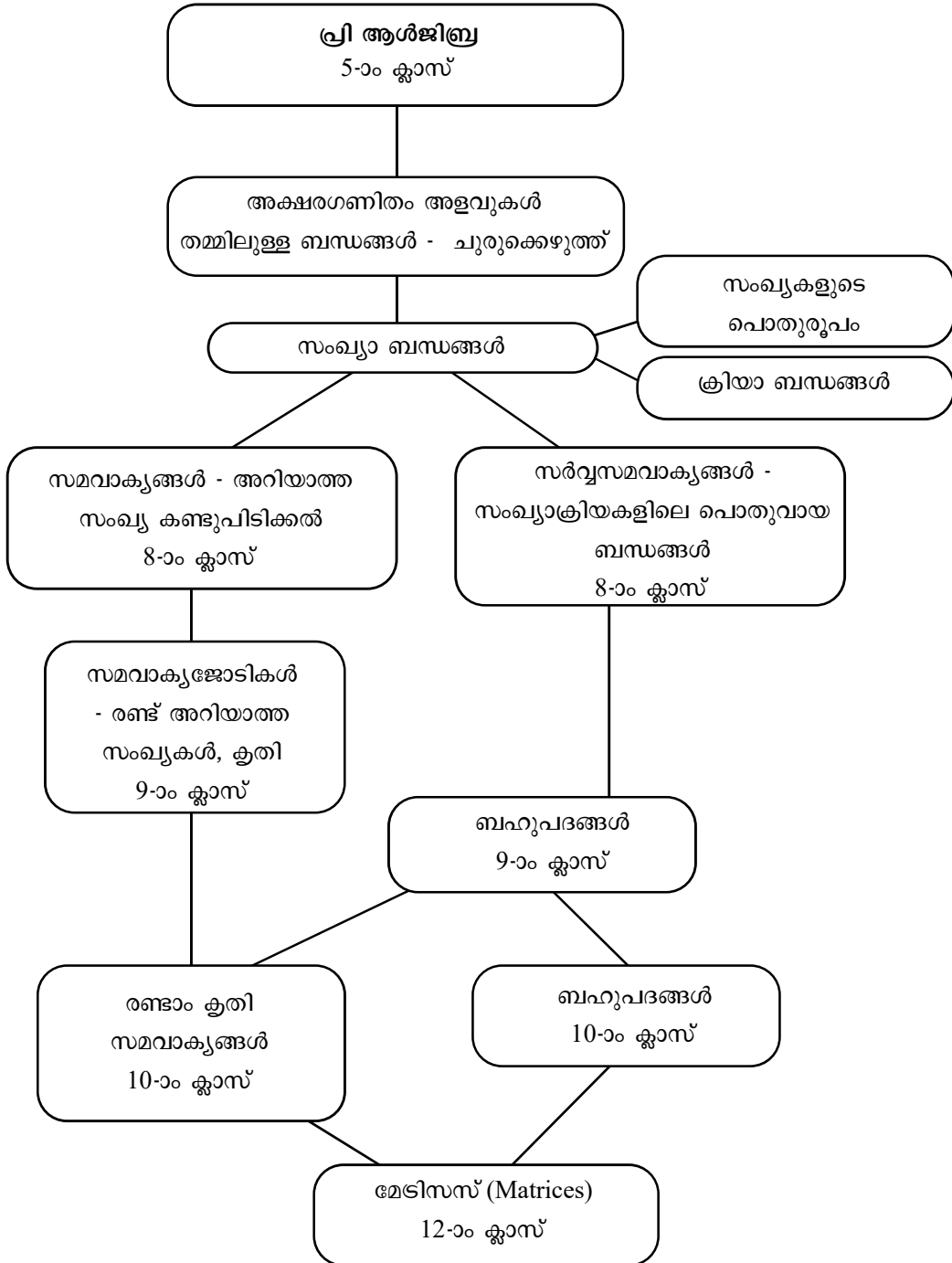
സമവാക്യജോടികൾ

ആമുഖം

ആറാംക്ലാസ് മുതൽ എട്ടാംക്ലാസ് വരെ ബീജഗണിതപഠനത്തിന്റെ വിവിധ ഘട്ടങ്ങളിലൂടെ കുട്ടി ഇതിനകം കടന്നുപോയിട്ടുണ്ട്. സംഖ്യകളെ സംബന്ധിച്ചുള്ള പൊതുനിയമങ്ങൾ ചുരുക്കി എഴുതുന്നതും, അളവുകൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധങ്ങളെ അക്ഷരങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് ചുരുക്കി എഴുതുന്നതും, ചെറിയ ക്ലാസുകളിൽ കുട്ടി കണ്ടിട്ടുണ്ട്. പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങളെ ഗണിത പ്രശ്നങ്ങളായി മാറ്റുകയും അവയ്ക്ക് ഉത്തരം കണ്ടെത്താനുള്ള മാർഗങ്ങൾ കണ്ടുപിടിക്കുകയും ചെയ്യുക എന്നതാണ് ബീജഗണിതത്തിന്റെ ഒരു പ്രധാന ഉപയോഗമെന്നത് എട്ടാംക്ലാസിലെ സമവാക്യങ്ങൾ എന്ന പാഠഭാഗത്തിൽ നിന്നും മനസ്സിലാക്കിയിട്ടുണ്ട്. എട്ടാംക്ലാസിലെതന്നെ സർവസമവാക്യങ്ങൾ എന്ന പാഠത്തിലൂടെ സംഖ്യാബന്ധങ്ങൾ വിശകലനം ചെയ്യാനും, ബീജഗണിത വാചകങ്ങളെ ലഘൂകരിക്കാനുമുള്ള കഴിവുകൾ നേടിയിട്ടുണ്ട്. വിവിധ സാഹചര്യങ്ങളിൽ നിന്നുണ്ടാവുന്ന പ്രശ്നങ്ങളുടെ പരിഹാരം കാണുന്നതിനുവേണ്ടി സമവാക്യങ്ങൾ രൂപീകരിക്കുന്നതും അവയുടെ പരിഹാരം കാണുന്നതിനും സമവാക്യങ്ങൾ എന്ന പാഠഭാഗത്തിലൂടെ കുട്ടി പരിചയപ്പെട്ടിട്ടുണ്ട്.

ഒരക്ഷരത്തിലുള്ള ഒന്നാംക്രതി സമവാക്യങ്ങൾ രൂപപ്പെടുന്ന സാഹചര്യങ്ങളും അവ പരിഹരിക്കുന്നതിനുള്ള വിവിധ മാർഗങ്ങളുമാണ് എട്ടാംക്ലാസിൽ പഠിച്ചത്. രണ്ട് അക്ഷരത്തിലുള്ള രണ്ട് ഒന്നാംക്രതി സമവാക്യങ്ങൾ ഉൾപ്പെടുന്ന പ്രശ്നങ്ങളും, സമവാക്യരൂപീകരണങ്ങളും അവ പരിഹരിക്കുന്നതിനുള്ള വിവിധ മാർഗങ്ങളുമാണ് സമവാക്യജോടികൾ എന്ന പാഠഭാഗത്തിൽ ചർച്ച ചെയ്യുന്നത്. ഒരു അറിയാത്ത സംഖ്യ ഉൾപ്പെടുന്ന, കൃതി രണ്ടായ സമവാക്യങ്ങൾ ഉൾപ്പെടുന്ന പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങളുടെ പഠനമായി പത്താംക്ലാസിൽ ഇത് വളരുന്നു. പിന്നീട് ഉയർന്ന ക്ലാസുകളിൽ മൂന്നോ അതിലധികമോ അക്ഷരങ്ങളുള്ള, മൂന്നോ അതിൽ

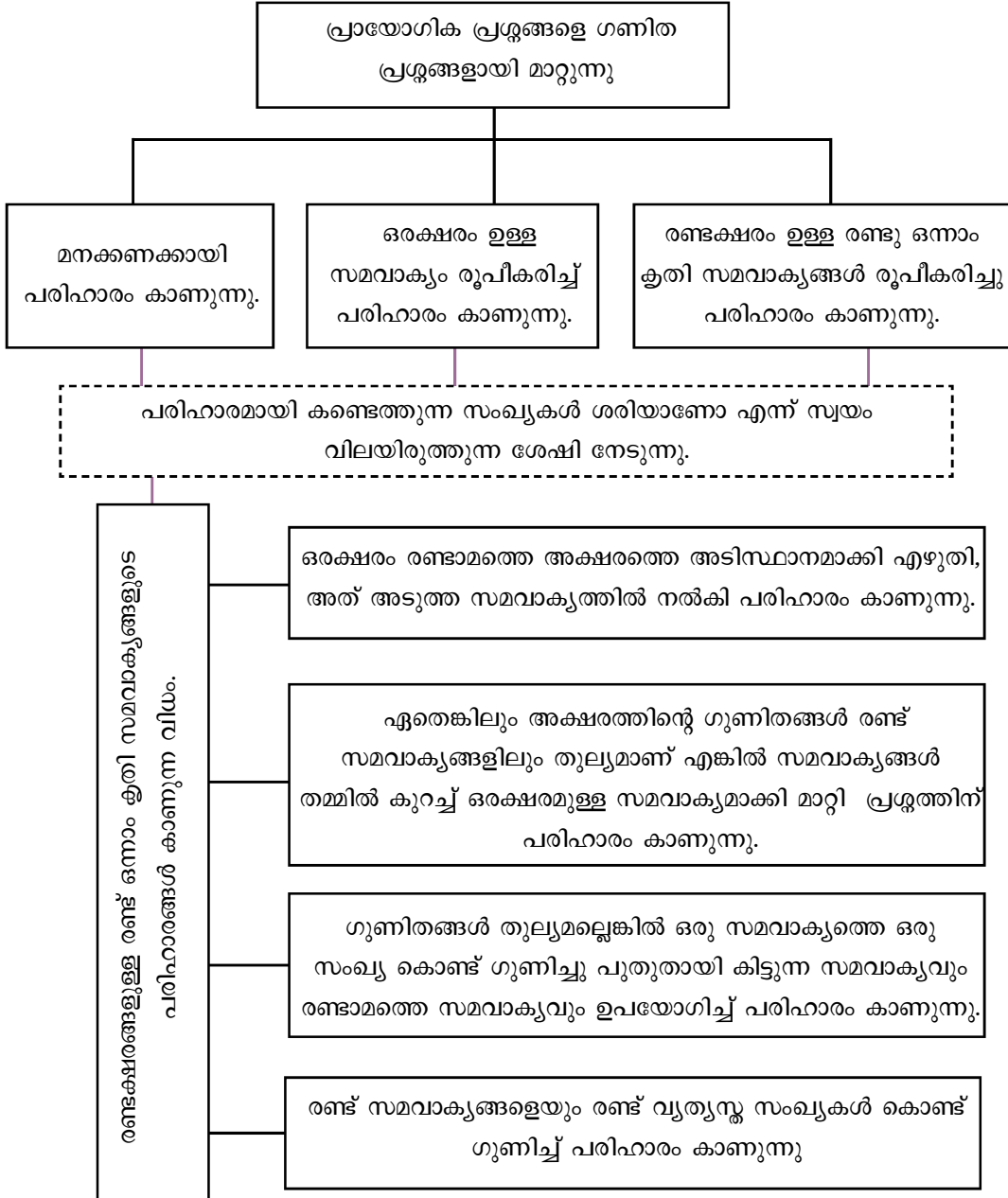
കൂടുതലോ സമവാക്യങ്ങളുള്ള പ്രശ്നങ്ങളുടെ പരിഹാരം കാണുന്ന സന്ദർഭങ്ങൾ പഠിക്കേണ്ടിവരും. മെട്രിക്സ് എന്ന പാഠഭാഗത്തിലേക്കുള്ള വളർച്ചയിലേക്കാണ് ഇത് നയിക്കുന്നത്.



പഠനലക്ഷ്യങ്ങൾ

- പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങളെ ഗുണിതപ്രശ്നങ്ങളാക്കി മാറ്റി മനകണക്കായോ ഒരക്ഷരമുള്ള സമവാക്യം ഉപയോഗിച്ചോ പരിഹാരം കാണുന്നു.
- പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങളിലെ രണ്ട് അറിയാത്ത സംഖ്യകളെ രണ്ട് അക്ഷരങ്ങളുള്ള രണ്ട് ഒന്നാംകൃതി സമവാക്യങ്ങൾ രൂപീകരിച്ച്, ഒരക്ഷരത്തെ രണ്ടാമത്തെ അക്ഷരത്തെ അടിസ്ഥാനമാക്കി എഴുതി പരിഹാരം കാണുന്നു.
- രണ്ട് സമവാക്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും അക്ഷരത്തിന്റെ ഗുണിതങ്ങൾ തുല്യമാണെങ്കിൽ സമവാക്യങ്ങൾ കുറച്ച് ഒരക്ഷരമുള്ള സമവാക്യമാക്കി മാറ്റി പരിഹാരം കാണുന്നു.
- ഗുണിതങ്ങൾ തുല്യമല്ലെങ്കിൽ സമവാക്യങ്ങളെ നിശ്ചിത സംഖ്യകൾ കൊണ്ട് ഗുണിച്ച് അവ തുല്യമാക്കി പരിഹാരം കാണുന്നു.

ആശയവികസനപ്പട്ടിക



പാഠഭാഗങ്ങളിലൂടെ

ന്യൂനസംഖ്യകളുടെ ഗുണനവും ഹരണവും പഠിക്കുന്നതിനു മുമ്പാണ് ഈ പാഠഭാഗം വരുന്നത്. ഇതിലെ ക്രിയകളെ അധിസംഖ്യകളുടെ ക്രിയകളായി ചെയ്യണം. 7-ാം ക്ലാസിലെ ബീജഗണിതം എന്ന പാഠഭാഗത്തിലെ ആശയവ്യക്തത ഇവിടെ അത്യാവശ്യമാണ്.

മനക്കണക്കും ബീജഗണിതവും

ലക്ഷ്യം

- രണ്ട് അറിയാത്തസംഖ്യകൾ ഉൾപ്പെടുന്ന പ്രശ്നങ്ങൾ മനക്കണക്കായോ ഒരക്ഷരം മാത്രമുള്ള ബീജഗണിതസമവാക്യമായോ മാറ്റി പരിഹരിക്കുക.
- എല്ലായ്പ്പോഴും ഈ രീതി എളുപ്പമല്ലെന്നും ഇത്തരം സന്ദർഭങ്ങളിൽ രണ്ടക്ഷരങ്ങൾ ഉൾപ്പെടുന്ന രണ്ട് സമവാക്യങ്ങൾ രൂപീകരിച്ച് പരിഹരിക്കാമെന്ന തിരിച്ചറിവ്.
- രണ്ട് സമവാക്യങ്ങൾ രൂപീകരിച്ച്, ഒരു സമവാക്യത്തിൽ നിന്നും ഒരക്ഷരത്തെ മറ്റേ അക്ഷരത്തിന്റെ രൂപത്തിലേക്ക് മാറ്റുകയും ഇതുപയോഗിച്ച് അടുത്ത സമവാക്യത്തെ ഒരക്ഷരം മാത്രമുള്ള ബീജഗണിത സമവാക്യമായി മാറ്റുകയും ചെയ്ത് പരിഹാരം കാണുന്നരീതി.

എട്ടാം ക്ലാസിലെ പാഠഭാഗത്തിൽനിന്നും പരിചിതമായ ആശയങ്ങളെ ഓർമ്മിപ്പിച്ച്, മനക്കണക്കായും ബീജഗണിതരീതിയിലും ഒരു ചോദ്യം വിശകലനം ചെയ്യുകൊണ്ടാണ് പാഠഭാഗം ആരംഭിക്കുന്നത്. മനക്കണക്കായി ചെയ്തശേഷം ഈ പ്രശ്നത്തെ ബീജഗണിത രീതിയിൽ ഒന്നാംകൃതിയായ ഒരു സമവാക്യം രൂപീകരിച്ച് പരിഹാരം കാണുന്ന രീതി ചർച്ച ചെയ്യുന്നു.

വിലകളുമായി ബന്ധപ്പെട്ട പ്രവർത്തനമാണ് രണ്ടാമത്തേത്. ഈ പ്രശ്നം ആദ്യത്തെ പ്രവർത്തനത്തിലേതുപോലെ മനക്കണക്കായും, ഒരക്ഷരം ഉപയോഗിച്ചും ആദ്യം ചർച്ച ചെയ്യുന്നു. അതിനെ തുടർന്ന് കസേരയുടെ വിലയെയും മേശയുടെ വിലയെയും രണ്ടക്ഷരങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് രണ്ട് സമവാക്യങ്ങൾ രൂപീകരിക്കുകയും ഒരു സമവാക്യത്തിൽ നിന്നും ഒരക്ഷരത്തെ മറ്റേ അക്ഷരത്തിന്റെ രൂപത്തിലേക്ക് മാറ്റുകയും ഇതുപയോഗിച്ച് (Substitution method) അടുത്ത സമവാക്യത്തെ ഒരക്ഷരം മാത്രമുള്ള സമവാക്യമാക്കി മാറ്റി പരിഹാരം കാണുന്നതും ക്ലാസിൽ ചർച്ചചെയ്യുന്നു.

ഇപ്പോൾ അവതരിപ്പിച്ച രീതി കുട്ടിയ്ക്ക് കൂടുതൽ പരിചിതമാകുന്നതിന് സഹായകരമായ വിധത്തിലുള്ള രണ്ട് കണക്കുകളാണ് തുടർന്ന് നൽകിയിരിക്കുന്നത്. ആദ്യത്തേത് എണ്ണൽസംഖ്യകളുടേയും അടുത്തത് ഭിന്നസംഖ്യകളുടേതുമാണ്. ഭിന്നസംഖ്യയുടെ കണക്കിലേക്കെത്തുമ്പോൾ മനക്കണക്കായോ ഒരു അക്ഷരം ഉപയോഗിച്ച് ബീജഗണിത രീതിയിൽ ചെയ്യുന്നതോ പ്രയാസകരമാകുന്ന സാഹചര്യം കുട്ടിക്ക് ബോധ്യമാകുന്നു. അത്

സാധ്യമാക്കുന്ന ചർച്ചകൾ ക്ലാസിൽ നടക്കണം. ഈ പ്രശ്നത്തിലെ ഒന്നാമത്തെ സമവാക്യമായ $\frac{x+1}{y} = \frac{1}{2}$ എന്നതിനെ എതിർ ഗുണനം ഉപയോഗിച്ചല്ല എഴുതുന്നത് എന്ന് പ്രത്യേകം ശ്രദ്ധിക്കണം. $\frac{1}{2}$ ന്റെ പല രൂപങ്ങളിലെ ഒരു രൂപമാണ് $\frac{x+1}{y}$ എന്നും, ഇതിലെല്ലാം അംശത്തിന്റെ 2 മടങ്ങാണ് ഹേദം എന്ന ആശയം ഉപയോഗിച്ചാണ് $(x + 1) = 2y$ എന്ന് എഴുതിയത്.

പേജ് 10 ലെ ചെറിയുറപ്പാക്കാനും എന്ന കണക്കുകൾ

(ഇവിടെ കുട്ടിക്ക് പരിചിതമായ മൂന്ന് രീതികളിൽ ഏതും തിരഞ്ഞെടുക്കാവുന്നതാണ്)

1.(a) മനകണക്കായി ആലോചിക്കാം. അധികം വരുന്ന 300 രൂപ മാറ്റിവെച്ചാൽ ബാക്കി $1100 - 300 = 800$ ഇത് തുല്യമായി വിഭജിച്ചാൽ 400 രൂപ. അപ്പോൾ ചെറുപ്പിന്റെ വില 400 രൂപയും ബാഗിന്റെ വില മാറ്റിവെച്ച 300 രൂപയും ചേർന്ന് 700 രൂപ

(b) ചെറുപ്പിന്റെ വില x രൂപയായാൽ

$$\text{ബാഗിന്റെ വില} = x + 300$$

$$2x + 300 = 1100$$

$$2x = 800$$

$$x = 400$$

ചെറുപ്പിന്റെ വില = 400 രൂപ, ബാഗിന്റെ വില = 700 രൂപ.

(c) രണ്ടക്ഷരമുപയോഗിച്ച്

$$\text{ചെറുപ്പിന്റെ വില} = x$$

$$\text{ബാഗിന്റെ വില} = y$$

$$x + y = 1100$$

$$y = x + 300$$

$$x + x + 300 = 1100$$

$$2x = 800, x = 400, y = 700$$

2.(a) സംഖ്യകൾ തുല്യമാണെങ്കിൽ 13 ഉം 13 ഉം. ഇവിടെ 4 വ്യത്യാസമുണ്ട്. അപ്പോൾ ഒരു സംഖ്യയിൽ 2 കൂട്ടുകയും മറ്റേ സംഖ്യയിൽ 2 കുറയ്ക്കുകയും ചെയ്താൽ മതി.

$$\text{സംഖ്യകൾ } 13 + 2 = 15 \text{ ഉം } 13 - 2 = 11 \text{ ഉം}$$

(b) ചെറിയ സംഖ്യ x എന്നും, വലിയ സംഖ്യ $x + 4$ എന്നും എടുത്ത് $x + (x + 4) = 26$ എന്ന സമവാക്യം രൂപീകരിച്ചും പരിഹാരങ്ങൾ 15, 11 ആണെന്ന് കണക്കാക്കാം.

(c) രണ്ടക്ഷരം ഉപയോഗിച്ച് ആലോചിച്ചാൽ

$$\begin{aligned}x + y &= 26, x - y = 4, \\x &= y + 4, y + y + 4 = 26, \\2y &= 22, y = 11, x = 15\end{aligned}$$

3.(a) ചുറ്റളവ് 40 സെന്റിമീറ്റർ ആയതിനാൽ

നീളം + വീതി = 20 സെന്റിമീറ്റർ

ഒരു വശം മറ്റേ വശത്തേക്കാൾ 8 സെന്റിമീറ്റർ കൂടുതലായതിനാൽ

ഒരു വശം x എന്നെടുത്താൽ മറ്റേവശം $x + 8$

അപ്പോൾ $x + (x + 8) = 20$

$$2x + 8 = 20$$

$$x = 6$$

(b) ചെറിയ വശം = x , വലിയ വശം = y

$$x + y = 20, y = x + 8,$$

$$x + x + 8 = 20$$

$$2x = 12, x = 6,$$

വശങ്ങൾ 6 സെ.മീ., 14 സെ.മീ.

4. കമ്പിയുടെ ഒരു കഷണം വളച്ച് ഒരു സമചതുരവും മറ്റേ കഷണം വളച്ച് ഒരു സമഭുജ ത്രികോണവും ഉണ്ടാക്കുന്നു.

(a) മനക്കണക്കായി ആലോചിക്കാം. ത്രികോണത്തിന്റേയും സമചതുരത്തിന്റേയും വശങ്ങളുടെ നീളം തുല്യമാണല്ലോ. അപ്പോൾ കമ്പി 7 തുല്യഭാഗങ്ങളാക്കിയാൽ 3 എണ്ണം ചേർത്ത് ത്രികോണവും, 4 എണ്ണം ചേർത്ത് സമചതുരവും. $3\frac{1}{2}$ എന്നത് 7 ന്റെ $\frac{1}{2}$ ഭാഗമായതിനാൽ, ഓരോ കഷണത്തിന്റേയും നീളം $\frac{1}{2}$ മീറ്റർ. അപ്പോൾ ത്രികോണത്തിന് $1\frac{1}{2}$ മീറ്റർ, സമചതുരത്തിന് 2 മീറ്റർ

(b) രണ്ടിന്റേയും വശങ്ങളുടെ നീളം തുല്യമായതിനാൽ ഒരു വശം x എന്നെടുത്താൽ

$$4x + 3x = 3\frac{1}{2}$$

$$7x = \frac{7}{2}$$

$$x = \frac{1}{2} \text{ മീറ്റർ}$$

- (c) ത്രികോണമുണ്ടാക്കുന്ന കക്ഷണത്തിന്റെ നീളം x മീറ്റർ, സമചതുരമുണ്ടാക്കുന്ന കക്ഷണത്തിന്റെ നീളം y എന്നെടുത്താൽ

$$x + y = 3\frac{1}{2}$$

ത്രികോണത്തിന്റെയും സമചതുരത്തിന്റെയും വശങ്ങൾ തുല്യമായതിനാൽ

$$\frac{x}{3} = \frac{y}{4}$$

ആദ്യത്തെ സമവാക്യത്തിൽ $y = \frac{4}{3}x$ എന്നെടുത്താൽ, $\frac{7}{3}x = \frac{7}{2}$ എന്നും $x = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$ എന്നും കിട്ടും. തുടർന്ന് $y = 2$ എന്നും കാണാം.

- 5.(a) ആൺകുട്ടികളുടെ എണ്ണം = x

പെൺകുട്ടികളുടെ എണ്ണം = $x + 4$

8 ആൺകുട്ടികൾ വരാതിരുന്ന ദിവസം ക്ലാസിലെ ആൺകുട്ടികളുടെ എണ്ണം = $x - 8$

അപ്പോൾ

$$2(x - 8) = x + 4$$

$$2x - 16 = x + 4$$

$$2x = x + 20$$

$$x = 20$$

- (b) ആൺകുട്ടികളുടെ എണ്ണം = x

പെൺകുട്ടികളുടെ എണ്ണം = y

$$y = x + 4$$

8 ആൺകുട്ടികൾ വരാതിരുന്നാൽ

$$2(x - 8) = y$$

അതായത് $2(x - 8) = x + 4$

$$2x = x + 20,$$

$$x = 20, y = 24$$

ആൺകുട്ടികളുടെ എണ്ണം = 20, പെൺകുട്ടികളുടെ എണ്ണം = 24

6. ഭിന്നസംഖ്യ = $\frac{x}{y}$ എന്നെടുത്താൽ

പ്രശ്നത്തിൽ ആദ്യം പറഞ്ഞതനുസരിച്ച്

$$\frac{x+1}{y} = \frac{1}{3}$$

$\frac{1}{3}$ ന് തുല്യമായ ഭിന്നങ്ങളുടെയെല്ലാം അംശത്തിന്റെ 3 മടങ്ങാണ് ചേരും

$$y = 3(x + 1)$$

$$y = 3x + 3 \text{ -----(1)}$$

പ്രശ്നത്തിൽ രണ്ടാമത് പറഞ്ഞതനുസരിച്ച്

$$\frac{x}{y+1} = \frac{1}{4}$$

$\frac{1}{4}$ ന് തുല്യമായ ഭിന്നങ്ങളുടെയെല്ലാം അംശത്തിന്റെ 4 മടങ്ങാണ് ചേരും

$$4x = y + 1 \text{ -----(2)}$$

രണ്ടാമത്തെ സമവാക്യത്തിൽ y ക്ക് പകരം സമവാക്യം (1) ലെ $3x + 3$ എന്നെടുത്താൽ അതായത്,

$$4x = 3x + 3 + 1$$

$$4x = 3x + 4$$

$$x = 4$$

സമവാക്യം (1) ൽ നിന്ന് $y = (3 \times 4) + 3 = 15$ എന്നും കിട്ടുന്നു.

$$\text{ഭിന്നസംഖ്യ} = \frac{4}{15}$$

7. നിക്ഷേപത്തുകകൾ x ഉം $100000 - x$ ഉം ആയി എടുത്താൽ

$$\frac{7x}{100} + \frac{(100000 - x) \times 6}{100} = 6750$$

$$x + 600000 = 675000$$

$$x = 75000$$

ഒന്നാം പദ്ധതിയിൽ നിക്ഷേപിച്ച തുക = 75000 രൂപ

രണ്ടാം പദ്ധതിയിൽ നിക്ഷേപിച്ച തുക = 25000 രൂപ

8. t സെക്കന്റിലെ വേഗം = $u + at$

$$t = 1 \text{ എന്നെടുത്താൽ വേഗം} = 5 \text{ മീറ്റർ/ സെക്കന്റ്}$$

$$u + a = 5 \text{ -----(1)}$$

$$t = 5 \text{ എന്നെടുത്താൽ വേഗം} = 13 \text{ മീറ്റർ /സെക്കന്റ്}$$

$$u + 5a = 13 \text{ -----(2)}$$

$$4a = 8, a = 2$$

സമവാക്യം (1) ൽ നിന്നും $u = 3$

ഓരോ സെക്കന്റിലും വേഗം കൂടുന്നതിന്റെ നിരക്ക്, $a = 2$ മീറ്റർ / സെക്കന്റ്

യാത്രയുടെ തുടക്കത്തിലെ വേഗം, $u = 3$ മീറ്റർ/സെക്കന്റ്

രണ്ടുസമവാക്യങ്ങൾ

പഠനലക്ഷ്യം

1. ഏതെങ്കിലും അക്ഷരത്തിന്റെ ഗുണിതങ്ങൾ രണ്ട് സമവാക്യങ്ങളിലും തുല്യമാണ് എങ്കിൽ സമവാക്യങ്ങൾ പരസ്പരം കൂട്ടിയോ കുറച്ചോ ഒരക്ഷരമുള്ള ഒരു സമവാക്യമാക്കി പ്രശ്നത്തിന് പരിഹാരം കാണുന്നു.
2. ഗുണിതങ്ങൾ തുല്യമല്ലെങ്കിൽ ഒരു സമവാക്യത്തെ ഒരു നിശ്ചിത സംഖ്യ കൊണ്ട് ഗുണിച്ചു പുതുതായി കിട്ടുന്ന സമവാക്യവും രണ്ടാമത്തെ സമവാക്യവും ഉപയോഗിച്ച് പരിഹാരം കാണുന്നു.

ഈ ഘട്ടത്തിൽ ചർച്ചചെയ്യുന്ന പ്രശ്നങ്ങളെ രണ്ട് വിഭാഗങ്ങളായി തിരിക്കാം.

ആദ്യം ചർച്ച ചെയ്യുന്ന പേനയുടെയും ബുക്കിന്റെയും കണക്കിൽ രണ്ടുതവണയും വാങ്ങുന്ന പേനകളുടെ എണ്ണം തുല്യമാണെന്ന് കാണാം.

നോട്ടുബുക്കുകളുടെ എണ്ണത്തിൽ മാത്രമാണ് വ്യത്യാസം ഉള്ളതെന്ന് കുട്ടികൾക്ക് മനസ്സിലാകുന്ന തരത്തിലുള്ള ചർച്ചകൾ ക്ലാസ് റൂമിൽ നടക്കേണ്ടതാണ്. ഇതൊരു ക്ലാസ് റൂം പ്രവർത്തനമായി ചെയ്യാം.

ഇവിടെ കൂടുതലായി വാങ്ങിയ നോട്ടുബുക്കുകളുടെ വിലയാണ് കൂടുതലായി നൽകിയ പണം എന്നത് പെട്ടെന്ന് മനസ്സിലാകുമല്ലോ. അധികമായി വാങ്ങിയ രണ്ട് നോട്ടുബുക്കിന്റെ വിലയാണ് അധികമായി നൽകിയ $170 - 110 = 60$ രൂപ. അപ്പോൾ ഒരു നോട്ടുബുക്കിന്റെ വില 30 രൂപ ആണെന്നും ഒരു പേനയുടെ വില 10 രൂപ ആണെന്നും മനക്കണക്കായി തന്നെ ചെയ്യാവുന്നതാണ്.

ഇക്കാര്യങ്ങൾത്തന്നെ ബീജഗണിത സമവാക്യങ്ങളിലെ ക്രിയയായി 12-ാം പേജിന്റെ തുടക്കത്തിൽ വിശദീകരിച്ചിട്ടുണ്ട് (പൊതുവെ ബീജഗണിതക്രിയകൾ ചെയ്യുമ്പോൾ അവയുടെ ഭാഷാപരമായ വിശകലനവും ഒപ്പം പറയുന്നത് നന്നായിരിക്കും).

ഈ കണക്ക്, രണ്ട് അക്ഷരങ്ങളുപയോഗിച്ച് ബീജഗണിത രീതിയിൽ ചെയ്യുമ്പോൾ ഒരക്ഷരത്തെ മറ്റേ അക്ഷരം ഉപയോഗിച്ച് ചെയ്യുന്ന രീതി അല്പം പ്രയാസകരമാണല്ലോ. എന്നാൽ x ന്റെ ഗുണിതം തുല്യമാണെന്ന് കാണാം. ഇത്തരം സാഹചര്യങ്ങളിൽ ഒരു സമവാക്യത്തിൽ നിന്നും മറ്റൊരു സമവാക്യം കുറച്ചാൽ ഒരക്ഷരം മാത്രമുള്ള സമവാക്യം കിട്ടുമെന്നതിന്റെ യുക്തി കുട്ടിക്ക് മനസ്സിലാവണം. ഏതു സമവാക്യത്തിൽ നിന്ന് ഏത് സമവാക്യമാണ് കുറയ്ക്കേണ്ടത്

എന്നും, എങ്ങനെയാണ് കുറയ്ക്കുന്നത് എന്നും, തുടർന്നുള്ള സമവാക്യരൂപീകരണവും ക്ലാസ്സ് റൂമിൽ ചർച്ച ചെയ്യണം.

ഇവിടുത്തെ രണ്ടാമത്തെ കണക്കിൽ പെൻസിലിന്റെ എണ്ണമോ പേനയുടെ എണ്ണമോ തുല്യമല്ല. എന്നാൽ ആദ്യം വാങ്ങിയ പേനയുടെ ഇരട്ടി എണ്ണമാണ് രണ്ടാമത് വാങ്ങിയത്. പാഠപുസ്തകത്തിൽ നൽകിയ പോലെ സംഖ്യകൾ മാത്രം താഴെത്താഴെ എഴുതുമ്പോൾ ഇത് കൂടുതൽ വ്യക്തമാകും. ഈ രീതിയാണ് തുടർന്ന് മേട്രിക്സ് (Matrix) എന്ന ആശയത്തിലേക്ക് വളരുന്നത്.

ഇവിടെ ഗുണിതങ്ങൾ തുല്യമാക്കാൻ ഉപയോഗിക്കുന്ന യുക്തിയും ആവശ്യകതയും കുട്ടിക്ക് ബോധ്യപ്പെടുത്തേണ്ടതുണ്ട്. മൂന്നിന്റെ ഇരട്ടി ആണല്ലോ ആറ്. 3 പെൻസിലും 4 പേനയും വാങ്ങുന്നതിന് പകരം അവയുടെ ഇരട്ടിയായ 6 പെൻസിലും 8 പേനയും ആണ് വാങ്ങുന്നതെങ്കിൽ 66 രൂപയുടെ ഇരട്ടിയായ 132 രൂപ നൽകേണ്ടി വരുമല്ലോ. അപ്പോൾ ഈ കണക്കും തൊട്ടുമുൻപിലത്തെ കണക്ക് പോലെയായി മാറും.

ബീജഗണിതം ഉപയോഗിച്ച് ചെയ്യുമ്പോൾ ഒന്നാമത്തെ സമവാക്യമായ $3x + 4y = 66$ ലെ x ന്റെ ഗുണിതമായ $3x$ നെ 2 കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ രണ്ട് സമവാക്യത്തിലും x ന്റെ ഗുണിതങ്ങൾ തുല്യമാകുമെന്നും അപ്പോൾ ഈ പ്രശ്നത്തിന്റെ പരിഹാരം സാധ്യമാണെന്നും കുട്ടിക്ക് ബോധ്യപ്പെടുന്ന തരത്തിലുള്ള ചർച്ചകൾ ആണ് നടക്കേണ്ടത്.

രണ്ടക്ഷരമുള്ള ഒരു സമവാക്യം മാത്രമേയുള്ളൂ എങ്കിൽ ഇത് അനുസരിക്കുന്ന സംഖ്യകൾ x , y അനേകമുണ്ടാകും എന്ന ആശയം വിവരങ്ങളും പരിഹാരങ്ങളും എന്ന പാർശ്വചിന്തയിൽ (Sideboxൽ) വിശദീകരിച്ചിട്ടുണ്ട്. ഈ സന്ദർഭത്തിൽ കുട്ടികൾക്ക് ഈ ആശയം ബോധ്യപ്പെടുത്തേണ്ടതാണ്.

കൂടാതെ പേജ് 13 ലെ വ്യത്യസ്തമല്ലാത്ത വിവരങ്ങൾ എന്ന പാർശ്വചിന്തയും ഇവിടെ ചർച്ച ചെയ്യാം. ഇവിടെ രണ്ടു സന്ദർഭത്തിൽ പറഞ്ഞ കാര്യവും ഒരേ സമവാക്യത്തിന്റെ രണ്ടു രൂപങ്ങൾ മാത്രമാണെന്നും ഉറപ്പിക്കുവാൻ ശ്രദ്ധിക്കണം.

ഈ രീതി അടിസ്ഥാനമാക്കിയുള്ളതാണ് പേജ് 14 ലെ ചെയ്യുന്നോക്കാം എന്ന പ്രവർത്തനങ്ങൾ.

1. പേനയുടെ വില = x , പെൻസിലിന്റെ വില = y എന്നെടുക്കുകയാണെങ്കിൽ

$$4x + 3y = 66 \text{ -----(1),}$$

$$7x + 3y = 111 \text{ -----(2)}$$

$$(7x + 3y) - (4x + 3y) = 111 - 66$$

$$3x = 45,$$

$$x = 15$$

സമവാക്യം (1) ൽ നിന്ന് $(4 \times 15) + 3y = 66$ എന്നും തുടർന്ന് $60 + 3y = 66$, $y = 2$ എന്നും കിട്ടും.

അതായത് പേനയുടെ വില = 15 രൂപ, പെൻസിലിന്റെ വില = 2 രൂപ.

2. ചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് = 26 സെന്റിമീറ്റർ

അതുകൊണ്ട് നീളം + വീതി = 13

നീളവും വീതിയും x, y എന്നെടുത്താൽ

$$x + y = 13 \text{ -----(1)}$$

നീളം രണ്ട് മടങ്ങും വീതി മൂന്നുമടങ്ങുമായ മറ്റൊരു ചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് = 62

$$2x + 3y = 31 \text{ -----(2)}$$

ഈ സമവാക്യങ്ങൾ പരിഹരിക്കുമ്പോൾ x ന്റെ വില 8 ഉം, y യുടെ വില 5 എന്നും കിട്ടും.

അതായത് ആദ്യ ചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങൾ 8 സെന്റിമീറ്റർ, 5 സെന്റിമീറ്റർ.

ഇനി ചർച്ച ചെയ്യുന്നത്, ഒരു സമവാക്യത്തെ ഏതെങ്കിലും എണ്ണൽ സംഖ്യ കൊണ്ടു ഗുണിച്ചാൽ അത് നേരിട്ട് രണ്ടാമത്തെ സമവാക്യത്തിലെ ഏതെങ്കിലും അക്ഷരത്തിന്റെ ഗുണിതത്തിന് തുല്യമാകാത്ത തരത്തിലുള്ളതാണ്.

പഠനലക്ഷ്യം

രണ്ട് സമവാക്യങ്ങളെയും വ്യത്യസ്ത സംഖ്യകൾ കൊണ്ട് ഗുണിക്കേണ്ട പ്രശ്നങ്ങൾ തിരിച്ചറിയുകയും പരിഹാരം കാണുകയും ചെയ്യുന്നു

ഇവിടുത്തെ വെള്ളത്തിന്റെ കണക്കിൽ ഒന്നാമത്തെ സമവാക്യത്തിലെ ഏതെങ്കിലും അക്ഷരത്തിന്റെ ഗുണിതം രണ്ടാമത്തെ സമവാക്യത്തിലെ അതേ അക്ഷരത്തിന്റെ ഗുണിതത്തിന് തുല്യമാകാൻ ഗുണിക്കേണ്ടത്, ഭിന്നസംഖ്യ കൊണ്ടാണല്ലോ. ഇത് തുടർന്നുള്ള ക്രിയകളിൽ പ്രയാസമുണ്ടാകും. ഇതിൽനിന്നാണ് രണ്ട് സമവാക്യത്തിലെയും ഏതെങ്കിലും ഒരക്ഷരത്തിന്റെ ഗുണിതങ്ങളെ പരസ്പരം മാറ്റി ഗുണിച്ചാൽ പുതുതായി കിട്ടുന്ന രണ്ട് സമവാക്യങ്ങളിലും ഈ അക്ഷരങ്ങളുടെ ഗുണിതങ്ങൾ തുല്യമാകുമെന്ന ചർച്ച നടക്കേണ്ടത്.

ഇവിടെ ആദ്യത്തെ സമവാക്യത്തിലെ x ന്റെ ഗുണകമായ 5 കൊണ്ട് രണ്ടാമത്തെ സമവാക്യത്തെയും, രണ്ടാമത്തെ സമവാക്യത്തിലെ x ന്റെ ഗുണകമായ 2 കൊണ്ട് ആദ്യത്തെ സമവാക്യത്തെയും ഗുണിക്കുമ്പോൾ പുതുതായി കിട്ടുന്ന സമവാക്യങ്ങളിൽ രണ്ടിലും x ന്റെ ഗുണകങ്ങൾ 10 ആവുകയും അതുവഴി പരിഹാരം കാണുകയും ചെയ്യുന്നു.

15, 16 പേജുകളിലെ ചെറിയ നോക്കാം എന്ന പ്രവർത്തനങ്ങൾ :

1. ഒരു കിലോഗ്രാം മധുരനാരങ്ങയുടെ വില x ഉം, ഒരു കിലോഗ്രാം ആപ്പിളിന്റെ വില y യും ആയി എടുത്താൽ

$$2x + 3y = 520 \text{ -----(1)}$$

$$3x + 2y = 480 \text{ -----(2)}$$

സമവാക്യം (1) നെ 3 കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ $6x + 9y = 1560$ ------(3)

സമവാക്യം (2) നെ 2 കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ $6x + 4y = 960$ -----(4)

മൂന്നാമത്തെ സമവാക്യത്തിൽ നിന്ന് നാലാമത്തെ സമവാക്യം കുറച്ചാൽ

$$5y = 600$$

$$y = 120$$

$$x = 80$$

ഒരു കിലോഗ്രാം മധുരനാരങ്ങയുടെ വില = 80 രൂപ,

ഒരു കിലോഗ്രാം ആപ്പിളിന്റെ വില = 120 രൂപ

2. ഇവിടെ, ചോദ്യത്തിൽത്തന്നെ അളവ് മീറ്ററിലാണെങ്കിലും പ്രശ്നപരിഹാരത്തിന് വേണ്ടി അതിനെ സെന്റിമീറ്റർ ആക്കേണ്ടതിന്റെ ആവശ്യകത കുട്ടിക്ക് ബോധ്യപ്പെടേണ്ടതുണ്ട്.

ആകെ നീളം = 1 മീറ്റർ = 100 സെന്റിമീറ്റർ

കമ്പിയുടെ ആകെ നീളം 100 സെന്റിമീറ്റർ ആയതിനാൽ

$$4x + 3y = 100$$
 -----(1)

സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശം x സെന്റിമീറ്ററും സമഭുജത്രികോണത്തിന്റെ ഒരു വശം y സെന്റിമീറ്ററും ആയി എടുത്താൽ

ചോദ്യത്തിൽ പറഞ്ഞതനുസരിച്ച്

$$3x + 2y = 71$$
 -----(2)

(1) \times 3: $12x + 9y = 300$ -----(3)

(2) \times 4: $12x + 8y = 284$ ----- (4)

സമവാക്യം (3) ൽ നിന്നും (4) കുറച്ചാൽ,

$$(12x + 9y) - (12x + 8y) = 300 - 284$$

$$y = 16, x = 13$$
 എന്നുകിട്ടും

സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശം = 13 സെന്റിമീറ്റർ

സമഭുജത്രികോണത്തിന്റെ ഒരു വശം = 16 സെന്റിമീറ്റർ

3. റഹീമിന്റെ ഇപ്പോഴത്തെ പ്രായം x , രാമുവിന്റെ ഇപ്പോഴത്തെ പ്രായം y എന്നെടുത്താൽ

	ഇപ്പോൾ	4 വർഷം മുമ്പ്	2 വർഷം ശേഷം
റഹിം	x	$x - 4$	$x + 2$
രാമു	y	$y - 4$	$y + 2$

$$x - 4 = 3(y - 4)$$

$$x = 3(y - 4) + 4$$

അതായത്,

$$x = 3y - 12 + 4$$

$$x = 3y - 8 \text{-----(1)}$$

രണ്ട് വർഷങ്ങൾക്കു ശേഷം,

$$x + 2 = 2(y + 2)$$

$$x + 2 = 2y + 4$$

$$x = 2y + 2 \text{-----(2)}$$

$$2y + 2 = 3y - 8,$$

$$y = 10$$

$$x = 28,$$

റഹീമിന്റെ ഇപ്പോഴത്തെ പ്രായം = 28, രാമുവിന്റെ ഇപ്പോഴത്തെ പ്രായം = 10

ഇതുപോലുള്ള മറ്റൊരു ചോദ്യമാണ് പേജ് 16 ൽ ചർച്ച ചെയ്യുന്നത്.

കണക്കിൽ പറഞ്ഞ കാര്യങ്ങൾ സമവാക്യങ്ങളാക്കി

$$4x + 3y = 43 \text{.....(1),}$$

$$3x - 2y = 11 \text{.....(2)}$$

എന്നും എഴുതുന്നു. തുടർന്ന് സമവാക്യം (1) നെ 3 കൊണ്ടും (2) നെ 4 കൊണ്ടും ഗുണിച്ച് എഴുതുന്നു.

$$12x + 9y = 129 \text{.....(3)}$$

$$12x - 8y = 44$$

ഇവിടെ (3) ൽ നിന്ന് (4) കുറച്ചാൽ $9y - (-8y)$ എന്ന രീതിയിൽ അല്പ ചെയ്യുന്നത് എന്ന് പ്രത്യേകം ശ്രദ്ധിക്കണം. 7-ാം ക്ലാസിൽ പഠിച്ച $y - (x - z) = (y - x) + z$ എന്ന തത്ത്വമാണ് ഉപയോഗിക്കുന്നത്. വ്യത്യാസം കുറയ്ക്കുന്നതിന് ആദ്യത്തെ സംഖ്യ കുറച്ച് രണ്ടാമത്തേത് കൂട്ടിയാൽ മതി.

$$\text{അതായത് } (12x + 9y) - (12x - 8y) = 12x + 9y - 12x + 8y$$

$$\text{ഇതിൽനിന്ന് } 17y = 129 - 44 = 85 \text{ എന്നും}$$

$y = 5$ എന്നും കാണുന്നു. y യുടെ ഗുണിതങ്ങൾ തുല്യമാക്കി ഈ പ്രശ്നം പരിഹരിക്കുന്നതും ചർച്ച ചെയ്യാം.

പഠനലക്ഷ്യം

1. രണ്ട് സംഖ്യകളുടെ തുകയും അവയുടെ വ്യത്യാസവും അറിഞ്ഞാൽ, സംഖ്യകൾ മനക്കണക്കായി കണക്കാക്കുന്നത്.

അവസാനത്തെ കണക്കിലൂടെ, 2 സംഖ്യകളുടെ തുക 28 ഉം വ്യത്യാസം 12 ഉം ആയാൽ വലിയ സംഖ്യ 28 ന്റേയും 12 ന്റേയും തുകയുടെ പകുതിയാണെന്നും, ചെറിയ സംഖ്യ ഇവയുടെ വ്യത്യാസത്തിന്റെ പകുതിയാണെന്നും കാണാം.

ഇതിലൂടെ രണ്ട് സംഖ്യകളുടെ തുകയും വ്യത്യാസവും അറിഞ്ഞാൽ ഏതൊക്കെയാണ് സംഖ്യകൾ എന്ന് മനക്കണക്കായി പറയാനുള്ള ശേഷി കുട്ടികൾ നേടിയെടുക്കണം.

രണ്ട് സംഖ്യകളുടെ തുകയുടെയും വ്യത്യാസത്തിന്റെയും തുക വലിയ സംഖ്യയുടെ രണ്ടു മടങ്ങും വ്യത്യാസം ചെറിയ സംഖ്യയുടെ രണ്ടു മടങ്ങും ആണെന്ന വസ്തുത തുടർന്ന് പല ഘട്ടങ്ങളിലും വരുന്നുണ്ട്. അത് കുട്ടികളിൽ ഉറപ്പിക്കാൻ ശ്രദ്ധിക്കേണ്ടതുണ്ട്.

പേജ് 18 ലെ ചെയ്യാനോക്കാം എന്ന പ്രവർത്തനങ്ങൾ

- (1) ചെറിയ കോണളവുകൾ x, y എന്നെടുത്താൽ

$$x + y = 90$$

തന്നിട്ടുള്ളതനുസരിച്ച് $x - y = 20,$

തുകയും വ്യത്യാസവും അറിഞ്ഞാൽ സംഖ്യകൾ കണക്കാക്കുന്ന രീതിയിൽ ഉത്തരം കണ്ടുപിടിക്കാം.

$$\text{ചെറിയ കോൺ } \frac{90 - 20}{2} = 35$$

$$\text{വലിയ കോൺ } \frac{90 + 20}{2} = 55$$

(2) വലിയ സംഖ്യ x ഉം, ചെറിയ സംഖ്യ y യും എന്നെടുത്താൽ

$$\begin{aligned} x &= 2y + 2 \\ 5y &= 2x + 2 \\ 5y &= 2(2y + 2) + 2 \\ 5y &= 4y + 6 \\ y &= 6 \\ x &= 14, \end{aligned}$$

വലിയ സംഖ്യ = 14, ചെറിയ സംഖ്യ = 6

(3) രണ്ടു സംഖ്യയിലെ 10 ന്റെ സ്ഥാനത്തെ അക്കം x ഉം ഒന്നിന്റെ സ്ഥാനത്തെ അക്കം y യും എന്നെടുത്താൽ

$$x + y = 11 \text{ -----(1)}$$

ചോദ്യത്തിൽ പറഞ്ഞതനുസരിച്ച്

$$10x + y + 27 = 10y + x$$

ഇതിൽ നിന്ന് $9y - 9x = 27$

$$y - x = 3 \text{ -----(2)}$$

(1) ഉം (2) ഉം കൂട്ടിയാൽ $2y = 14$

$$y = 7$$

$$x = 4,$$

$$\text{സംഖ്യ} = 47$$

(4) ഒരു ട്രോഫിയുടെ വില x , മെഡലിന്റെ വില y എന്നെടുത്താൽ

$$17x + 16y = 2180 \text{ -----(1)}$$

$$16x + 17y = 2110 \text{ -----(2)}$$

(1) \times 16: $272x + 256y = 34880 \text{ -----(3)}$

(2) \times 17: $272x + 289y = 35870 \text{ -----(4)}$

(4) - (3): $33y = 990$

$$y = 30,$$

$$x = 100$$

ഒരു ട്രോഫിയുടെ വില = 100 രൂപ, മെഡലിന്റെ വില = 30 രൂപ

$$(5) \quad \begin{aligned} \text{സഞ്ചരിച്ച ദൂരം} &= ut + \frac{1}{2}at^2 \\ 2u + \frac{1}{2}4a &= 10 \\ 2u + 2a &= 10 \\ u + a &= 5 \text{ -----(1)} \\ 4u + \left(\frac{1}{2} \times 16a\right) &= 28 \\ 4u + 8a &= 28 \\ u + 2a &= 7 \text{ -----(2)} \end{aligned}$$

ഇതിൽ നിന്ന് $a = 2, u = 3$

(6) പത്തിന്റെയും ഒന്നിന്റെയും സ്ഥാനത്തെ അക്കങ്ങൾ x, y എന്നെടുത്താൽ സംഖ്യ $10x + y$ ഇത് അക്കങ്ങളുടെ തുകയുടെ ആറ് മടങ്ങായതിനാൽ, $10x + y = 6(x + y)$,

$$\begin{aligned} 4x &= 5y \\ 4x - 5y &= 0 \text{ -----(1)} \end{aligned}$$

അക്കങ്ങൾ പരസ്പരം മാറ്റിയ സംഖ്യ = $10y + x$

അപ്പോൾ $4(x + y) + 9 = 10y + x$

$$\begin{aligned} 3x - 6y + 9 &= 0 \\ x &= 2y - 3 \text{ -----(2)} \end{aligned}$$

ഇത് സമവാക്യം (1) ൽ ഉപയോഗിച്ചാൽ,

$$\begin{aligned} 4(2y - 3) - 5y &= 0 \\ 8y - 12 - 5y &= 0 \\ 3y - 12 &= 0 \\ y &= 4 \\ x &= 5 \end{aligned}$$

(7) സംഖ്യകൾ x, y എന്നെടുത്താൽ $x + 11 = 2y$

അതായത് $x = 2y - 11$

$$2x = y + 20$$

ഇതിൽനിന്ന് $2(2y - 11) = y + 20$

$$y = 14$$

$$x = 17$$

പേജ് 14 ലെ കമ്പ്യൂട്ടർ ബീജഗണിതം പേജ് 16 ലെ സംഖ്യകൾ മാത്രം പേജ് 17 ലെ കണക്കും കാര്യവും എന്നീ ചിന്തകൾ ചർച്ച ചെയ്യാൻ ശ്രദ്ധിക്കണം. ബീജഗണിത പ്രശ്നങ്ങൾ പരിഹരിക്കാൻ കമ്പ്യൂട്ടർ സോഫ്റ്റ്‌വെയറുകൾ ഉപയോഗിക്കുന്നതെങ്ങനെ എന്നാണ് കമ്പ്യൂട്ടർ ബീജഗണിതം എന്ന ഭാഗത്ത് പറഞ്ഞിരിക്കുന്നു. സമവാക്യജോടികളുടെ പരിഹാരം CAS ലൂടെ കണ്ടുപിടിക്കാനുള്ള അവസരം കുട്ടികൾക്ക് കിട്ടണം. സംഖ്യകൾ മാത്രം എന്ന ഭാഗത്ത് മേട്രിക്സ് (Matrix) പഠനത്തിന്റെ തുടക്കമാണ്. രണ്ടക്ഷരമുള്ള ഒരു ജോടി സമവാക്യങ്ങൾക്ക് പരിഹാരമുണ്ടായാലും പ്രായോഗിക സന്ദർഭത്തിൽ ഇതിന്, അർത്ഥമുണ്ടാകണമെന്നില്ല എന്നതിന് ഉദാഹരണമാണ് കണക്കും കാര്യവും എന്ന ഭാഗത്ത് കൊടുത്തിരിക്കുന്നത്.