HIGHER SECONDARY FIRST TERMINAL EXAMINATION – AUGUST 2023

HSE - II

Part – III

MATHEMATICS (SCIENCE)

Time : 2 Hours

Cool-off time : 15 Minutes

Maximum : 60 Scores

General Instructions to Candidates :

- There is a 'Cool-off time' of 15 minutes in addition to the writing time.
- Use the 'Cool-off time' to get familiar with questions and to plan your answers.
- Read questions carefully before answering.
- Read the instructions carefully.
- Calculations, figures and graphs should be shown in the answer sheet itself.
- Malayalam version of the questions is also provided.
- Give equations wherever necessary.
- Electronic devices except non-programmable calculators are not allowed in the Examination Hall.

വിദ്യാർത്ഥികൾക്കുള്ള പൊതുനിർദ്ദേശ്ശങ്ങൾ :

- നിർദ്ദിഷ്ട സമയത്തിന് പുറമെ 15 മിനിറ്റ് 'കൂൾ ഓഫ് ടൈം' ഉണ്ടായിരിക്കും.
- 'കൂൾ ഓഫ് ടൈം' ചോദ്യങ്ങൾ പരിചയപ്പെടാനും ഉത്തരങ്ങൾ ആസൂത്രണം ചെയ്യാനും ഉപയോഗിക്കുക.
- ഉത്തരങ്ങൾ എഴുതുന്നതിന് മുമ്പ് ചോദ്യങ്ങൾ ശ്രദ്ധാപൂർവ്വം വായിക്കണം.
- നിർദ്ദേശങ്ങൾ മുഴുവനും ശ്രദ്ധാപൂർവ്വം വായിക്കണം.
- കണക്ക് കൂട്ടലുകൾ, ചിത്രങ്ങൾ, ഗ്രാഫുകൾ, എന്നിവ ഉത്തരപേപ്പറിൽ തന്നെ ഉണ്ടായിരിക്കണം.
- ചോദ്യങ്ങൾ മലയാളത്തിലും നല്കിയിട്ടുണ്ട്.
- ആവശ്യമുള്ള സ്ഥലത്ത് സമവാക്യങ്ങൾ കൊടുക്കണം.
- പ്രോഗ്രാമുകൾ ചെയ്യാനാകാത്ത കാൽക്കുലേറ്ററുകൾ ഒഴികെയുള്ള ഒരു ഇലക്ട്രോണിക് ഉപകരണവും പരീക്ഷാഹാളിൽ ഉപയോഗിക്കുവാൻ പാടില്ല.

Answer any 6 questions from 1 to 8. Each carries 3 scores.

1. (a) Let R be a relation in the set {1, 2, 3} defined by R = {(1,1),(1,3),(3,3)}. Then the ordered pair to be added to R to make it a reflexive relation is …….. (1)

   (b) Check whether the relation R defined in the set A = {1,2,3,….., 14} given by R = {(x,y) : 3x – y = 0} is reflexive, symmetric and transitive. (2)

2. (i) Let f : N →N be defined as f(x) = 3x, then

   (A) f is one-one onto. (B) f is onto but not one one

   (C) f is one-one but not onto (D) f is neither one-one nor onto (1)

   (ii) Show that the function f : R → R defined as $f(x) = x^2$ is neither one-one nor onto. (2)

3. Find $\tan^{-1}\left[2\cos\left(2\sin^{-1}\frac{1}{2}\right)\right]$ (3)

4. (i) Construct a 2×2 matrix A = [a_{ij}] whose elements are given by $a_{ij} = i - j$ (2)

   (ii) Check whether A is skew symmetric (1)

5. (a) If $\begin{vmatrix} x & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 5$, then x = …… (1)

   (b) If A = $\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ find A.(adj A) (2)

6. Find the area of the triangle with vertices (–2,–3), (3,2) and (–1,–8). (3)

7. If $f(x) = \begin{cases} 3x - 8 \ ; \ x \le 5 \\ 2k \ ; \ x > 5 \end{cases}$ is continuous at x = 5, find the value of k. (3)

8. (a) $\frac{d}{dx}(a^x)$ = ……….

   (i) a^x (ii) $\log(a^x)$ (iii) $a^x \log a$ (iv) $x\,a^{x-1}$ (1)

   (b) Find the derivative of $\sin(\tan^{-1}(e^{-x}))$ (2)

Answer any 6 questions from 9 to 16. Each carries 4 scores.

9. Express $\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x}\right)$, $x \neq 0$ in the simplest form. (4)

10. (i) $\sin^{-1}(\sin x) = x$ is defined on

    (A) $x \in [-\pi/2, \pi/2]$ (B) $x \in [-1, 1]$ (C) $x \in [0, \pi]$ (D) $x \in (0, \pi)$ (1)

    (ii) Find the value of $\sin^{-1}\sin\left(\frac{13\pi}{4}\right)$ (3)

1 മുതൽ 8 വരെ ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 6 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക. ഓരോന്നിനും 3 സ്കോർ വീതം.

1. (a) {1, 2, 3} എന്ന സെറ്റിൽ നിർവ്വചിച്ചിരിക്കുന്ന റിലേഷൻ ആണ് R = {(1,1),(1,3),(3,3)}. R എന്ന റിലേഷൻ റിഫ്ലക്സീവ് ആകുന്നതിന് ഉൾപ്പെടുത്തേണ്ട ക്രമജോടി ...... ആണ്. (1)

   (b) A = {1,2,3,....., 14} എന്ന സെറ്റിൽ നിർവ്വചിച്ചിരിക്കുന്ന R = {(x,y) : 3x – y = 0} എന്ന റിലേഷൻ റിഫ്ലക്സീവ്, സിമെട്രിക്, ട്രാൻസിറ്റീവ് ആണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക. (2)

2. (i) $f : N \to N$ ൽ $f(x) = 3x$ എന്ന ഫംക്ഷൻ

   (A) വൺ വൺ ഓൺടു ആകുന്നു. (B) ഓൺടു ആകുന്നു എന്നാൽ വൺ വൺ അല്ല.

   (C) വൺ വൺ ആകുന്നു എന്നാൽ ഓൺടു അല്ല. (D) വൺ വൺ ഉം ഓൺടു ഉം അല്ല. (1)

   (ii) $f : R \to R$ ൽ $f(x) = x^2$ എന്ന ഫംക്ഷൻ വൺ വൺ ഉം ഓൺടു ഉം അല്ല എന്ന് തെളിയിക്കുക. (2)

3. $\tan^{-1}\left[2\cos\left(2\sin^{-1}\frac{1}{2}\right)\right]$ ന്റെ വില കാണുക (3)

4. (i) അംഗങ്ങളെ $a_{ij} = i - j$, എന്നു തന്നിരിക്കുന്ന $A = [a_{ij}]$ എന്ന 2×2 മെട്രിക്സ് നിർമ്മിക്കുക. (2)

   (ii) A ഒരു സ്ക്യൂ സിമെട്രിക് മെട്രിക്സ് ആണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക. (1)

5. (a) $\begin{vmatrix} x & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 5$, ആയാൽ x = ... (1)

   (b) $A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ ആയാൽ A.(adj A) കാണുക (2)

6. (–2,–3), (3,2) and (–1,–8) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ മൂലകളായ ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കാണുക (3)

7. $f(x) = \begin{cases} 3x - 8 \,;\, x \le 5 \\ 2k \,;\, x > 5 \end{cases}$ എന്ന ഫംക്ഷൻ x = 5 ൽ കൺടിന്യൂസ് ആയാൽ k യുടെ വില കാണുക. (3)

8. (a) $\frac{d}{dx}(a^x)$ = ...

   (i) a^x (ii) $\log(a^x)$ (iii) $a^x \log a$ (iv) $x\, a^{x-1}$ (1)

   (b) $\sin(\tan^{-1}(e^{-x}))$ ന്റെ ഡെറിവേറ്റീവ് കാണുക. (2)

9 മുതൽ 16 വരെ ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 6 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക. ഓരോന്നിനും 4 സ്കോർ വീതം.

9. $\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x}\right)$, $x \neq 0$ നെ ലഘൂകരിച്ചെഴുതുക. (4)

10. (i) $\sin^{-1}(\sin x) = x$ എന്ന് നിർവ്വചിച്ചിരിക്കുന്നത് എവിടെ

    (A) $x \in [-\pi/2, \pi/2]$ (B) $x \in [-1, 1]$ (C) $x \in [0, \pi]$ (D) $x \in (0, \pi)$ (1)

    (ii) $\sin^{-1}\sin\left(\frac{13\pi}{4}\right)$ ന്റെ വില കാണുക (3)

11. (i) If A = $\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$ and I = $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ find k so that $A^2 = kA - 2I$ (3)

(ii) If A = $\begin{bmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 1 & 4 & 6 \\ -3 & a & 2 \end{bmatrix}$ is symmetric find the value of a. (1)

12. Express the matrix A = $\begin{bmatrix} 4 & 0 & 3 \\ 5 & 1 & 2 \\ 6 & 2 & 7 \end{bmatrix}$ as the sum of a symmetric and skew symmetric matrix. (4)

13. If A = $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -4 \end{bmatrix}$ and B = $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$, then verify that $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ (4)

14. (a) If A is a singular matrix, then |A| = ……… (1)

(b) If A = $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$ then show that |3A| = 27|A| (3)

15. (a) Find $\frac{dy}{dx}$ if $x^2 + xy + y^2 = 100$ (2)

(b) If y = x cos x, find $\frac{d^2y}{dx^2}$. (2)

16. Find $\frac{dy}{dx}$ if $y = x^x + x^{\sin x}$. (4)

Answer any 3 questions from 17 to 20. Each carries 6 scores.

17. (a) Show that the relation R in the set Z of integers given by R = {(a,b) : 2 divides a – b} is an equivalence relation. (3)

(b) Show that $f : R \to R$ given by $f(x) = 4x+3$ is bijective. (3)

18. (a) If A = $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$, then show that $A^2 - 5A + 10I = 0$. Hence find A^{-1} (3)

(b) If X + Y = $\begin{bmatrix} 7 & 0 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$, X – Y = $\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ then find 2X + Y. (3)

19. Solve the following system of equations by matrix method. (6)

$3x - 2y + 3z = 8$

$2x + y - z = 1$

$4x - 3y + 2z = 4$

20. (a) Find $\frac{dy}{dx}$ if $x = 2at$, $y = at^2$ (3)

(b) If $y = \tan^{-1} x$ prove that $(1+x^2)\, y_2 + 2xy_1 = 0$ (3)

11. (i) A = $\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$, I = $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $A^2 = kA - 2I$ ആയാൽ k യുടെ വില കാണുക (3)

(ii) A = $\begin{bmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 1 & 4 & 6 \\ -3 & a & 2 \end{bmatrix}$ ഒരു സിമെട്രിക് മെട്രിക്സ് ആയാൽ a യുടെ വില കാണുക (1)

12. A = $\begin{bmatrix} 4 & 0 & 3 \\ 5 & 1 & 2 \\ 6 & 2 & 7 \end{bmatrix}$ എന്ന മെട്രിക്സിനെ ഒരു സിമെട്രിക് മെട്രിക്സിന്റേയും സ്ക്യൂ സിമെട്രിക് മെട്രിക്സിന്റേയും തുക ആയി എഴുതുക. . (4)

13. A = $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -4 \end{bmatrix}$, B = $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$, ആയാൽ $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ എന്ന് തെളിയിക്കുക. (4)

14. (a) A ഒരു സിംഗുലർ മെട്രിക്സ് ആയാൽ |A| = ... ആണ് (1)

(b) A = $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$ ആയാൽ |3A| = 27|A| എന്ന് തെളിയിക്കുക. (3)

15. (a) $x^2 + xy + y^2 = 100$ ആയാൽ $\frac{dy}{dx}$ കാണുക (2)

(b) y = x cos x, ആയാൽ $\frac{d^2y}{dx^2}$ കാണുക (2)

16. $y = x^x + x^{\sin x}$ ആയാൽ $\frac{dy}{dx}$ കാണുക (4)

17 മുതൽ 20 വരെ ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 3 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക. ഓരോന്നിനും 6 സ്കോർ വീതം.

17. (a) Z എന്ന ഗണത്തിലെ R = {(a,b) : a – b യെ 2 കൊണ്ട് ഹരിക്കാം} എന്ന റിലേഷൻ ഇക്വിവാലെൻസ് റിലേഷൻ ആണ് എന്ന് തെളിയിക്കുക. (3)

(b) $f : R \to R$, $f(x) = 4x+3$ എന്ന ഫംക്ഷൻ ബൈജെക്ടീവ് ആണ് എന്ന് തെളിയിക്കുക. (3)

18. (a) A = $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$, ആയാൽ $A^2 - 5A + 10I = 0$ ആണ് എന്ന് തെളിയിക്കുക. അങ്ങനെയെങ്കിൽ A^{-1}കാണുക (3)

(b) X + Y = $\begin{bmatrix} 7 & 0 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$, X – Y = $\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ ആയാൽ 2X + Y കാണുക (3)

19. മെട്രിക്സ് ഉപയോഗിച്ച് പരിഹാരം കാണുക. (6)

$3x - 2y + 3z = 8$

$2x + y - z = 1$

$4x - 3y + 2z = 4$

20. (a) x = 2at, $y = at^2$ ആയാൽ $\frac{dy}{dx}$ കാണുക. (3)

(b) $y = \tan^{-1} x$ ആയാൽ $(1+x^2)\, y_2 + 2xy_1 = 0$ എന്നു തെളിയിക്കുക. (3)