1 സമാന്തരശ്രേണികൾ

സംഖ്യാക്രമങ്ങൾ

പലതരം സംഖ്യാക്രമങ്ങൾ കണ്ടിട്ടുണ്ടല്ലോ;

എണ്ണൽസംഖ്യകൾ	1, 2, 3, ...
ഇരട്ടസംഖ്യകൾ	2, 4, 6, ...
ഒറ്റസംഖ്യകൾ	1, 3, 5, ...
എണ്ണൽസംഖ്യകളുടെ പകുതികൾ	$\frac{1}{2}$, 1, $1\frac{1}{2}$, ...
എണ്ണൽസംഖ്യകളുടെ വർഗങ്ങൾ	1, 4, 9, ...

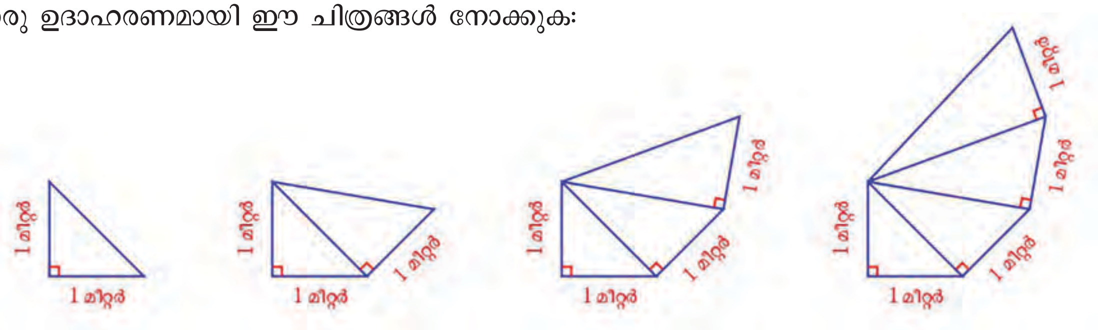
ഇതുപോലെ ഏതെങ്കിലും നിയമമനുസരിച്ച് ഒന്നാമത്തേത്, രണ്ടാമത്തേത്, മൂന്നാമത്തേത് എന്നിങ്ങനെ ക്രമമായി എഴുതുന്ന ഒരു കൂട്ടം സംഖ്യകളെ, **സംഖ്യാശ്രേണി (Number sequence)** എന്നാണ് പറയുന്നത്.

പലതരം അളവുകൾ കണക്കാക്കുന്നതിന്റെ ഭാഗമായി ഇത്തരം ശ്രേണികൾ രൂപപ്പെടാം. ഉദാഹരണമായി, ത്രികോണം, ചതുർഭുജം, പഞ്ചഭുജം എന്നിങ്ങനെ വശങ്ങളുടെ എണ്ണം അനുസരിച്ച് ബഹുഭുജങ്ങളെ ക്രമീകരിച്ചാൽ, അവയുടെ അകക്കോണുകളുടെ തുകയായി,

180, 360, 540, ...

എന്ന ശ്രേണി കിട്ടും.

മറ്റൊരു ഉദാഹരണമായി ഈ ചിത്രങ്ങൾ നോക്കുക:



ഓരോ ചിത്രത്തിലെയും ഏറ്റവും വലിയ ത്രികോണത്തിന്റെ കർണ്ണത്തിന്റെ നീളം മീറ്ററിൽ എഴുതിയാൽ,

$$\sqrt{2}, \sqrt{3}, 2, \ldots$$

എന്നിങ്ങനെ 2 മുതലുള്ള എണ്ണൽസംഖ്യകളുടെ വർഗമൂലങ്ങളുടെ ശ്രേണിയാണ് കിട്ടുന്നത്.

ഒരു ശ്രേണിയെത്തന്നെ പലതരത്തിൽ വിവരിക്കാം. ഉദാഹരണമായി, 1 ൽ അവസാനിക്കുന്ന എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ ശ്രേണിയാണ്

$$1, 11, 21, 31, \ldots$$

ഇതിനെത്തന്നെ മറ്റൊരു തരത്തിൽ പറയാം:
10 കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ 1 ശിഷ്ടം കിട്ടുന്ന എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ ശ്രേണി.

പലതരം ശ്രേണികൾ

കൂട്ടം, നിര എന്നെല്ലാം അർഥം വരുന്ന സംസ്കൃതപദമാണ് "ശ്രേണി". ഗണിതത്തിൽ ഈ വാക്കുപയോഗിക്കുന്നത്, ഒന്നാമത്തേത്, രണ്ടാമത്തേത് എന്നിങ്ങനെ കൃത്യമായ സ്ഥാനങ്ങളിൽ ക്രമീകരിച്ചിരിക്കുന്നവയെ സൂചിപ്പിക്കാനാണ്. ഇങ്ങനെ ക്രമീകരിക്കുന്നത് സംഖ്യകൾ തന്നെ ആകണമെന്നില്ല. ഉദാഹരണമായി, സമബഹുഭുജങ്ങളുടെ ഒരു ശ്രേണിയാണ് ചുവടെക്കാണിച്ചിരിക്കുന്നത്.

ബഹുപദങ്ങളുടെ ഒരു ശ്രേണിയാകാം:

$$1 + x, 1 + x^2, 1 + x^3, \ldots$$

ഒരു ഭാഷയിലെ പദങ്ങളെ അക്ഷരമാലാക്രമത്തിൽ അടുക്കുന്നതും ശ്രേണി തന്നെ.

(1) പൊട്ടുകളടുക്കി ത്രികോണങ്ങളുണ്ടാക്കാം:

ഓരോ ത്രികോണത്തിലുമുള്ള പൊട്ടുകളുടെ എണ്ണം എഴുതുക. തുടർന്നുള്ള മൂന്നു ത്രികോണങ്ങൾ ഉണ്ടാക്കാൻ വേണ്ട പൊട്ടുകളുടെ എണ്ണം കണക്കാക്കുക.

(2) സമഭുജത്രികോണം, സമചതുരം, സമപഞ്ചഭുജം എന്നിങ്ങനെ തുടരുന്ന ജ്യാമിതീയ രൂപങ്ങളുടെ ശ്രേണിയിൽ നിന്ന് ചുവടെ പ്പറയുന്ന സംഖ്യാശ്രേണികൾ ഉണ്ടാക്കുക:

ജിയോജിബ്ര ഉപയോഗിച്ച്, ഒരു നിശ്ചിത വര വശമായ സമബഹുഭുജങ്ങളുടെ ശ്രേണി വരയ്ക്കാം.

A, B എന്നീ രണ്ടു ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തിയതിനുശേഷം, Input Bar ൽ

Sequence[Polygon[A,B,n],n,3,10]

എന്ന നിർദേശം കൊടുത്താൽ മതി. n എന്ന സംഖ്യ, 3 മുതൽ 10 വരെ മാറ്റുക, അതിനൊപ്പം AB ഒരു വശമായി n വശങ്ങളുള്ള സമബഹുഭുജം വരയ്ക്കുക എന്നാണ് ഈ നിർദേശത്തിന്റെ അർഥം.

ബഹുഭുജങ്ങൾ ഓരോന്നായി വരയ്ക്കാൻ m എന്ന പേരിലൊരു Integer Slider ഉണ്ടാക്കി, വരയ്ക്കാനുള്ള നിർദേശം ഇങ്ങനെ മാറ്റുക.

Sequence[Polygon[A,B,$n + 2$],n,1,m]

Slider നീക്കി m എന്ന സംഖ്യ 1, 2, 3, ... എന്നിങ്ങനെ മാറ്റുന്നതിനനുസരിച്ച്, 3, 4, 5, ... വശങ്ങളുള്ള സമബഹുഭുജങ്ങൾ വരയ്ക്കുക എന്നാണ് ഇതിന്റെയർഥം.

ഇതിൽ $n + 2$ നു പകരം $2n$ എന്നെഴുതിയാൽ, ഏതുതരം ബഹുഭുജങ്ങളാണ് കിട്ടുക ?

$2n + 1$ ആക്കിയാലോ ?

വശങ്ങളുടെ എണ്ണം 3, 4, 5, 6, ...

അകക്കോണുകളുടെ തുക

പുറംകോണുകളുടെ തുക

ഒരു അകക്കോണിന്റെ അളവ്

ഒരു പുറംകോണിന്റെ അളവ്

(3) 3 കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ 1 ശിഷ്ടം വരുന്ന എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെയും, 2 ശിഷ്ടം വരുന്ന എണ്ണൽസംഖ്യകളുടെയും ശ്രേണികൾ എഴുതുക.

(4) 1 ലോ 6 ലോ അവസാനിക്കുന്ന എണ്ണൽസംഖ്യകൾ വലുപ്പക്രമത്തിൽ എഴുതുക. ഈ ശ്രേണിയെ മറ്റു രണ്ടുതരത്തിൽ വിവരിക്കുക.

(5) ഈ ചിത്രങ്ങൾ നോക്കൂ:

ഒരു സമഭുജത്രികോണത്തിൽ നിന്ന് വശങ്ങളുടെ മധ്യബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിച്ചു കിട്ടുന്ന ചെറിയ ത്രികോണം വെട്ടി മാറ്റിയതാണ് ആദ്യ ചിത്രം. ഇതിലെ മൂന്നു ത്രികോണങ്ങളിൽ നിന്നും ഇതുപോലെ നടുവിലെ ത്രികോണം വെട്ടി മാറ്റിയതാണ് രണ്ടാമത്തെ ചിത്രം. ഈ ക്രിയ ഒരിക്കൽക്കൂടി ചെയ്തതാണ് മൂന്നാമത്തെ ചിത്രം.

(i) ഓരോ ചിത്രത്തിലും എത്ര ചുവന്ന ത്രികോണങ്ങളുണ്ട് ?

(ii) ഒന്നും വെട്ടിമാറ്റാത്ത മുഴുവൻ ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് 1 എന്നെടുത്ത്, ഓരോ ചിത്രത്തിലെയും ഒരു ചെറിയ ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക.

(iii) ഓരോ ചിത്രത്തിലെയും ചുവന്ന ത്രികോണങ്ങളുടെ ആകെ പരപ്പളവ് എത്രയാണ് ?

(iv) ഇങ്ങനെ തുടർന്നാൽ കിട്ടുന്ന ഈ മൂന്നു ശ്രേണികളിലെയും ആദ്യത്തെ അഞ്ചു സംഖ്യകൾ എഴുതുക.

ഒരു ശ്രേണിയിലെ സംഖ്യകൾ ജിയോജിബ്ര ഉപയോഗിച്ചും കണ്ടുപിടിക്കാം. 1, 4, 9, ... എന്നിങ്ങനെ വർഗസംഖ്യകളുടെ ശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ പത്ത് സംഖ്യകൾ കിട്ടാൻ Sequence($n^{2,}n$,1,10) എന്ന് Input Bar ൽ കൊടുത്താൽ മതി. m എന്ന പേരിൽ ഒരു Integer സ്ലൈഡർ ഉണ്ടാക്കി Sequence(n^2, n,1,m) എന്നു കൊടുത്താൽ m മാറുന്നതിനനുസരിച്ച് ശ്രേണിയിലെ സംഖ്യകളുടെ എണ്ണം മാറും.

2, 4, 8, ... എന്ന ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം 2^n ആണല്ലോ. ഈ ശ്രേണി കിട്ടാൻ Sequence(2^n,n,1,m) എന്നു നൽകിയാൽ മതി.

വൃത്തവിഭജനം

ഒരു വൃത്തത്തിൽ രണ്ടു ബിന്ദുക്കളെടുത്ത് ഒരു വരകൊണ്ട് യോജിപ്പിച്ചാൽ, അത് വൃത്തത്തെ രണ്ടു ഭാഗങ്ങളാക്കുമല്ലോ:

വൃത്തത്തിലെ മൂന്നു ബിന്ദുക്കളെടുത്തു യോജിപ്പിച്ചാൽ, നാലു ഭാഗങ്ങളാകും:

നാലു ബിന്ദുക്കളെടുത്ത് എല്ലാ ജോടികളെയും യോജിപ്പിച്ചാലോ ?

ബിന്ദുക്കൾ അഞ്ചായാൽ ?

ആറു ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിച്ചാൽ എത്ര ഭാഗങ്ങളാകുമെന്നാണ് പ്രതീക്ഷിക്കുന്നത് ? ഇതു ശരിയാണോ എന്നു വരച്ചു നോക്കൂ.

സമാന്തരശ്രേണികൾ

ഇരട്ടസംഖ്യകളുടെ ശ്രേണി

$$2, 4, 6, \ldots$$

എന്നാണല്ലോ തുടരുന്നത്.

ഇതിലെ അടുത്ത സംഖ്യ എന്താണ് ?
അതിനടുത്ത സംഖ്യയോ ?

പൊതുവേ പറഞ്ഞാൽ ഈ ശ്രേണിയിലെ ഒരു സംഖ്യയിൽ നിന്ന് തൊട്ടടുത്ത സംഖ്യ കിട്ടാൻ 2 കൂട്ടിയാൽ മതി.

ഇനി ഒറ്റസംഖ്യകളുടെ ശ്രേണി നോക്കാം:

$$1, 3, 5, \ldots$$

ഇതിലും ഒരു സംഖ്യയിൽനിന്ന് തൊട്ടടുത്ത സംഖ്യ കിട്ടാൻ 2 കൂട്ടിയാൽ മതി.

തുടങ്ങുന്ന സംഖ്യയിലാണ് ഇവ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം: ആദ്യത്തെ ശ്രേണി 2 ൽ നിന്നു തുടങ്ങി, 2 വീതം കൂട്ടി തുടരുന്നു; രണ്ടാമത്തെ ശ്രേണി 1ൽ നിന്നു തുടങ്ങി, 2 വീതം കൂട്ടി തുടരുന്നു.

ഇനി എണ്ണൽസംഖ്യകളുടെയെല്ലാം പകുതി എടുത്താലോ ?

$$\frac{1}{2}, 1, 1\frac{1}{2}, \ldots$$

തുടങ്ങുന്നത് ഏതു സംഖ്യയിൽ നിന്നാണ് ? ഏതു സംഖ്യയാണ് തുടരെ കൂട്ടുന്നത് ?

നിഗമനങ്ങളിലെ അപകടം

വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിച്ചു കിട്ടുന്ന ഭാഗങ്ങളെക്കുറിച്ച്, വൃത്തവിഭജനം എന്ന ഭാഗത്തു കണ്ടല്ലോ. ബിന്ദുക്കളുടെ എണ്ണം 2, 3, 4, 5 എന്നിങ്ങനെയാകുമ്പോൾ, ഭാഗങ്ങളുടെ എണ്ണം 2, 4, 8, 16 എന്നു കിട്ടും. ബിന്ദുക്കൾ 6 എണ്ണമാകുമ്പോഴോ ? 32 എന്നാകും ഊഹം. വരച്ചു നോക്കിയാലോ ?

ബിന്ദുക്കൾ ഒരേ അകലത്തിലാണെങ്കിൽ 30 ഭാഗം അല്ലെങ്കിൽ 31 ഭാഗം.

ഏതായാലും, പരമാവധി 31 ഭാഗം. പൊതുവേ പറഞ്ഞാൽ, വൃത്തത്തിലെ n ബിന്ദുക്കൾ പരസ്പരം യോജിപ്പിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന പരമാവധി ഭാഗങ്ങളുടെ എണ്ണം

$$\frac{1}{24}n(n-1)(n-2)(n-3)+\frac{1}{2}n(n-1)+1$$

ആണെന്നു തെളിയിക്കാൻ കഴിയും.

ഈ ബീജഗണിതവാചകത്തിലും 2^{n-1} എന്ന വാചകത്തിലും $n = 2, 3, 4, 5$ എന്നീ സംഖ്യകൾ ഉപയോഗിക്കുമ്പോൾ കിട്ടുന്നത് 2, 4, 8, 16 എന്നീ സംഖ്യകൾ തന്നെയാണെന്നതാണ് രസകരം. $n = 6$ മുതൽ, രണ്ടു വാചകത്തിൽ നിന്നും കിട്ടുന്ന സംഖ്യകൾ വ്യത്യസ്തമാകും.

മറ്റു ചില ശ്രേണികൾ നോക്കാം:

(i) ബഹുഭുജങ്ങളെ വശങ്ങളുടെ എണ്ണത്തിന്റെ ക്രമത്തിൽ എടുത്താൽ, പുറംകോണുകളുടെ തുകയായി കിട്ടുന്ന ശ്രേണി

$$360, 360, 360, \ldots$$

ഇവിടെ 360 ൽ നിന്നു തുടങ്ങുന്നു; വീണ്ടും വീണ്ടും 0 കൂട്ടുന്നു എന്നു പറയാം.

(ii) 100 ലിറ്റർ വെള്ളമുള്ള ഒരു ടാങ്കിൽ നിന്ന്, ഓരോ മണിക്കൂറിലും 5 ലിറ്റർ വെള്ളം പുറത്തേക്കൊഴുകുന്നു. ഓരോ മണിക്കൂർ കഴിയുമ്പോഴും ടാങ്കിൽ മിച്ചമുള്ള വെള്ളം ലിറ്ററിൽ കണക്കാക്കിയാൽ

$$95, 90, 85, \ldots$$

എന്ന ശ്രേണി കിട്ടും.

ഇവിടെ 95 ൽ തുടങ്ങി 5 വീതം കുറച്ചാണ് ശ്രേണിയിലെ സംഖ്യകൾ കിട്ടുന്നത്.

5 കുറയ്ക്കുക എന്നതിനു പകരം -5 കൂട്ടുക എന്നും പറയാമല്ലോ.

ഇവിടെ കണ്ട ശ്രേണികൾ രൂപീകരിച്ച രീതികൾ നോക്കാം:

നിയമം	ശ്രേണി
2ൽ തുടങ്ങി, വീണ്ടും വീണ്ടും 2 കൂട്ടുക	2, 4, 6, ...
1ൽ തുടങ്ങി, വീണ്ടും വീണ്ടും 2 കൂട്ടുക	1, 3, 5, ...
$\frac{1}{2}$ൽ തുടങ്ങി, വീണ്ടും വീണ്ടും $\frac{1}{2}$ കൂട്ടുക	$\frac{1}{2}, 1, 1\frac{1}{2}, \ldots$
360ൽ തുടങ്ങി, വീണ്ടും വീണ്ടും 0 കൂട്ടുക	360, 360, 360, ...
95ൽ തുടങ്ങി, വീണ്ടും വീണ്ടും -5 കൂട്ടുക	95, 90, 85, ...

ഇത്തരം ശ്രേണികൾക്കെല്ലാം പൊതുവായ ഒരു പേരുണ്ട്.

ഒരു സംഖ്യയിൽ നിന്നു തുടങ്ങി, ഒരേ സംഖ്യ തന്നെ വീണ്ടും വീണ്ടും കൂട്ടി കിട്ടുന്ന ശ്രേണിയെ, സമാന്തരശ്രേണി (Arithmetic sequence) എന്നു പറയുന്നു

ഒരു ശ്രേണിയിലെ സംഖ്യകളെ പൊതുവേ ശ്രേണിയിലെ **പദങ്ങൾ (Terms)** എന്നാണ് പറയുന്നത്. ഉദാഹരണമായി, എണ്ണൽസംഖ്യകളുടെ പകുതി ക്രമമായെടുത്താൽ കിട്ടുന്ന ശ്രേണിയിലെ പദങ്ങൾ $\frac{1}{2}, 1, 1\frac{1}{2}, \ldots$ എന്നിങ്ങനെയാണ്; കുറേക്കൂടി വ്യക്തമായി പറഞ്ഞാൽ, ഒന്നാം പദം $\frac{1}{2}$, രണ്ടാം പദം 1, മൂന്നാം പദം $1\frac{1}{2}$, ...

അപ്പോൾ സമാന്തരശ്രേണികളെക്കുറിച്ച് ഇങ്ങനെ പറയാം:

> സമാന്തരശ്രേണിയിൽ ഏതു പദത്തിൽ നിന്നും തൊട്ടടുത്ത പദത്തിലെത്താൻ കൂട്ടേണ്ടത് ഒരേ സംഖ്യയാണ്.

ഇതുതന്നെ മറ്റൊരു വിധത്തിലും പറയാം:

> സമാന്തരശ്രേണിയിൽ ഏതു പദത്തിൽ നിന്നും തൊട്ടു പിന്നിലുള്ള പദം കിട്ടാൻ കുറയ്ക്കേണ്ടത് ഒരേ സംഖ്യയാണ്.

ഏതു പദത്തിൽ നിന്നും തൊട്ടു പിന്നിലുള്ള പദം കുറച്ചു കിട്ടുന്ന ഈ സംഖ്യയെ സമാന്തരശ്രേണിയുടെ **പൊതുവ്യത്യാസം (Common difference)** എന്നാണ് പറയുന്നത്.

ഉദാഹരണമായി, 10 ൽ നിന്നു തുടങ്ങി, 3 വീതം കൂട്ടി ഉണ്ടാക്കുന്ന സമാന്തരശ്രേണിയാണ്

$$10, 13, 16, 19, 22, \ldots$$

ഈ ശ്രേണിയുടെ പൊതുവ്യത്യാസം 3.

ഇനി 10 ൽ നിന്നു തുടങ്ങി, 3 വീതം കുറച്ചാലോ ?

$$10, 7, 4, 1, -2, \dots$$

എന്ന സമാന്തരശ്രേണി കിട്ടും.

പൊതുവ്യത്യാസം

$$7 - 10 = 4 - 7 = 1 - 4 = -2 - 1 = \cdots = -3$$

പലപ്പോഴും സമാന്തരശ്രേണിയാണോ എന്നു പരിശോധിക്കുന്നത്, ഏതു പദത്തിൽ നിന്നും തൊട്ടുപിന്നിലുള്ള പദം കുറച്ചാൽ കിട്ടുന്നത് ഒരേ സംഖ്യയാണോ എന്നു നോക്കിയാണ്.

ഉദാഹരണമായി, 3 കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ 1 മിച്ചം വരുന്ന സംഖ്യകളുടെ ശ്രേണി നോക്കാം;

$$1, 4, 7, \dots$$

ശ്രേണീ നിയമം

3, 5, 7, ... എന്ന ശ്രേണിയിലെ അടുത്ത പദം എന്താണ്?

ഇവിടെ സമാന്തരശ്രേണി എന്നു പറഞ്ഞിട്ടില്ലല്ലോ. അപ്പോൾ അടുത്ത പദം 9 തന്നെ ആകണമെന്നില്ല. ഉദാഹരണമായി, ഉദ്ദേശിച്ചത് ഒറ്റസംഖ്യകളായ അഭാജ്യസംഖ്യകളുടെ ശ്രേണിയാണെങ്കിൽ, അടുത്ത പദം 11 ആണ്.

എന്താണിതിന്റെ ഗുണപാഠം ?

കുറേ സംഖ്യകൾ ക്രമമായി എഴുതിയതിൽ നിന്ന്, ശ്രേണിയിലെ തുടർന്നുള്ള പദങ്ങൾ കൃത്യമായി പറയാൻ കഴിയില്ല. ശ്രേണി ഉണ്ടാക്കാൻ ഉപയോഗിച്ച നിയമം, അല്ലെങ്കിൽ ശ്രേണി ഉണ്ടാകുന്ന സന്ദർഭം വ്യക്തമാക്കിയാലേ, തുടർന്നുള്ള പദങ്ങളെന്തെന്ന് പറയാൻ സാധിക്കൂ.

ഈ സംഖ്യകളെ ഇങ്ങനെ വിസ്തരിച്ച് എഴുതാമല്ലോ

$$(3 \times 0) + 1,\ (3 \times 1) + 1,\ (3 \times 2) + 1, \dots$$

അപ്പോൾ ഈ ശ്രേണിയിലെ ഒരു പദവും അടുത്ത പദവും എടുത്താൽ, ആദ്യത്തേത് 3 ന്റെ ഒരു ഗുണിതത്തോട് 1 കൂട്ടിയതും, അടുത്തത് 3 ന്റെ അടുത്ത ഗുണിതത്തോട് 1 കൂട്ടിയതും ആയിരിക്കും; രണ്ടാമത്തേതിൽ നിന്ന് ആദ്യത്തേത് കുറച്ചാൽ 3 തന്നെ കിട്ടുമല്ലോ.

അതിനാൽ, ഇതൊരു സമാന്തരശ്രേണിയാണ്; പൊതുവ്യത്യാസം 3

ഇനി 3 കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ ശിഷ്ടം 1 അല്ലാത്ത സംഖ്യകളുടെ ശ്രേണി എടുത്താലോ ?

$$2, 3, 5, 6, \dots$$

ഇതിൽ

$$3 - 2 = 1$$

$$5 - 3 = 2$$

ഇവ ഒരേ സംഖ്യ അല്ല; ഇതൊരു സമാന്തരശ്രേണിയുമല്ല.

ഒരു സംഖ്യയെ 3 കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം 1 അല്ല എന്നു പറഞ്ഞാൽ ശിഷ്ടം 0 ആകാം (സംഖ്യ 3 ന്റെ ഗുണിതമാകാം), അല്ലെങ്കിൽ ശിഷ്ടം 2 ആകാം. ശിഷ്ടം 0 വരുന്ന സംഖ്യകളുടെ ശ്രേണിയും ശിഷ്ടം 2 വരുന്ന സംഖ്യകളുടെ ശ്രേണിയും വെവ്വേറെ എഴുതിനോക്കൂ. ഇവ സമാന്തരശ്രേണികളാണോ ?

(1) ചുവടെപ്പറഞ്ഞിരിക്കുന്ന ശ്രേണികളോരോന്നും സമാന്തരശ്രേണിയാണോ എന്നു തീരുമാനിക്കുക. കാരണം എഴുതണം. സമാന്തരശ്രേണിയാണെങ്കിൽ, പൊതുവ്യത്യാസവും എഴുതണം.

(i) 4 കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ 1 മിച്ചം വരുന്ന സംഖ്യകൾ

(ii) 4 കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ 1 അല്ലെങ്കിൽ 2 മിച്ചം വരുന്ന സംഖ്യകൾ

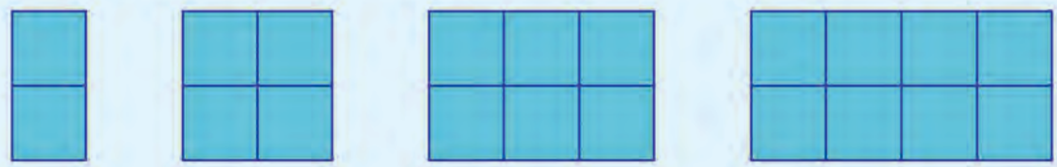
(iii) എണ്ണൽസംഖ്യകളുടെ വർഗങ്ങൾ

(iv) എണ്ണൽസംഖ്യകളുടെ വിപരീതഭിന്നങ്ങൾ

(v) 2 ന്റെ കൃതികൾ

(vi) ഒറ്റസംഖ്യകളുടെ പകുതി

(2) ചുവടെയുള്ള ചിത്രങ്ങൾ നോക്കുക:



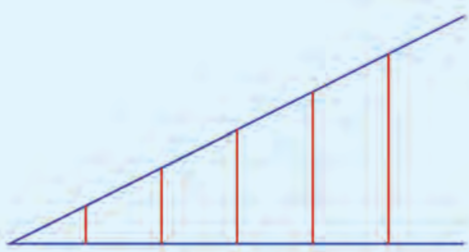
(i) ഓരോ ചതുരത്തിലും എത്ര ചെറിയ സമചതുരങ്ങളുണ്ട് ?

(ii) എത്ര വലിയ സമചതുരങ്ങളുണ്ട് ?

(iii) ആകെ എത്ര സമചതുരങ്ങളുണ്ട് ?

ഇങ്ങനെ തുടർന്നാൽ കിട്ടുന്ന ഓരോ ശ്രേണിയും സമാന്തരശ്രേണിയാണോ ?

(3) ചിത്രത്തിൽ ഒരേ അകലം ഇടവിട്ടാണ് താഴത്തെ വരയിൽ നിന്ന് ലംബങ്ങൾ വരച്ചിരിക്കുന്നത്.



ഇങ്ങനെ തുടരുന്ന ലംബങ്ങളുടെ ഉയരങ്ങളുടെ ശ്രേണി സമാന്തരശ്രേണിയാണെന്ന് തെളിയിക്കുക.

(സൂചന: ഓരോ ലംബത്തിന്റെയും മുകളറ്റത്തു നിന്ന് അടുത്ത ലംബത്തിലേക്ക് ലംബം വരച്ചു നോക്കുക).

സ്ഥാനവും പദവും

1, 11 എന്നീ സംഖ്യകൾ ആദ്യത്തെയും രണ്ടാമത്തെയും പദങ്ങളായി ഒരു സമാന്തരശ്രേണി ഉണ്ടാക്കാമോ ?

എളുപ്പമല്ലേ ?

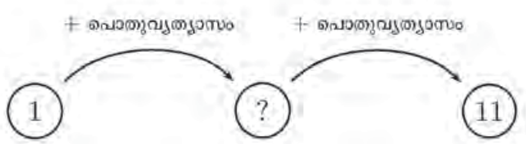
1 ൽ നിന്ന് 11 ൽ എത്താൻ 10 കൂട്ടണം. തുടർന്നും 10 തന്നെ കൂട്ടിക്കൊണ്ടിരുന്നാൽ സമാന്തരശ്രേണി ആകും;

1, 11, 21, 31, ...

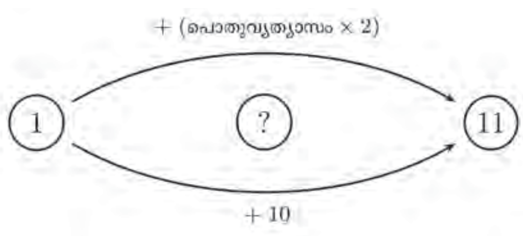
അപ്പോൾ മറ്റൊരു ചോദ്യം: 1, 11 എന്നീ സംഖ്യകൾ ആദ്യത്തെയും മൂന്നാമത്തെയും പദങ്ങളായി ഒരു സമാന്തര ശ്രേണി ഉണ്ടാക്കാമോ ?

ഇങ്ങനെയൊരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ പൊതുവ്യത്യാസം എങ്ങനെ കണ്ടുപിടിക്കും ?

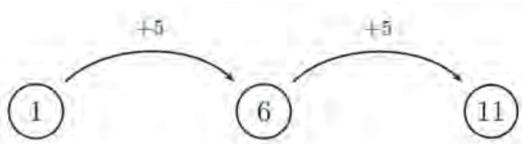
1 നോട് പൊതുവ്യത്യാസം കൂട്ടിയതാണ് രണ്ടാമത്തെ സംഖ്യ; ആ സംഖ്യ നമുക്കറിയില്ല. ഒരിക്കൽക്കൂടി പൊതുവ്യത്യാസം കൂട്ടിയാൽ മൂന്നാമത്തെ സംഖ്യയായ 11 കിട്ടണം.



അതായത്, 1 നോട് പൊതുവ്യത്യാസത്തിന്റെ രണ്ടു മടങ്ങ് കൂട്ടുമ്പോഴാണ് 11 കിട്ടേണ്ടത്.



അപ്പോൾ പൊതുവ്യത്യാസത്തിന്റെ രണ്ടു മടങ്ങ് 10; പൊതുവ്യത്യാസം 5



ശ്രേണിയും ശിഷ്ടവും

ഇരട്ടസംഖ്യകളായ 2, 4, 6, ... ഒരു സമാന്തര ശ്രേണിയാണ്. ഒറ്റസംഖ്യകളായ 1, 3, 5, ... ഉം സമാന്തരശ്രേണിയാണ്. രണ്ട് ശ്രേണികളുടെയും പൊതുവ്യത്യാസം 2 തന്നെ.

2 കൊണ്ടു പൂർണമായി ഹരിക്കാൻ കഴിയുന്ന (ശിഷ്ടം 0 ആയ) എണ്ണൽസംഖ്യകളാണല്ലോ ഇരട്ടസംഖ്യകൾ; ശിഷ്ടം 1 വരുന്നവ ഒറ്റസംഖ്യകളും.

ഇതുപോലെ 3 കൊണ്ട് എണ്ണൽസംഖ്യകളെ ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം 0, 1, 2 വരുന്ന മൂന്നു സമാന്തരശ്രേണികൾ ഉണ്ടാക്കാം. ഇവയുടെയെല്ലാം പൊതുവ്യത്യാസം എന്താണ് ? ഹരിക്കുന്നത് 4 കൊണ്ടാണെങ്കിലോ ?

ഇനി മറിച്ചു ചിന്തിക്കാം. പദങ്ങളെല്ലാം എണ്ണൽ സംഖ്യകളായ ഒരു സമാന്തരശ്രേണി എടുത്താൽ, ഏതു രണ്ടു പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസവും പൊതുവ്യത്യാസത്തിന്റെ ഗുണിതമാണ്; അതിനാൽ ഈ പദങ്ങളെ പൊതുവ്യത്യാസം കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടങ്ങൾ തുല്യമാണ് (എന്തുകൊണ്ട് ?).

ഇനി ശ്രേണി എഴുതാമല്ലോ

1, 6, 11, 16, 21, ...

ചുവടെക്കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഓരോ സമാന്തരശ്രേണിയിലും ചില സംഖ്യകൾ എഴുതിയിട്ടില്ല. അവയുടെ സ്ഥാനം ◯ കൊണ്ടു സൂചിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നു. ഈ സംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക:

(i) 24, 42, ◯, ◯, ... (ii) ◯, 24, 42, ◯, ...

(iii) ◯, ◯, 24, 42, ... (iv) 24, ◯, 42, ◯, ...

(v) ◯, 24, ◯, 42, ... (vi) 24, ◯, ◯, 42, ...

മറ്റൊരു കണക്കു നോക്കാം:

3-ാം പദം 37 ഉം, 7-ാം പദം 73 ഉം ആയ സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ അഞ്ചു പദങ്ങൾ കണക്കാക്കുക.

ഇങ്ങനെ ആലോചിക്കാം

(i) 3-ാം പദത്തിൽ നിന്ന് 7-ാം പദത്തിലെത്താൻ പൊതുവ്യത്യാസം 7 – 3 = 4 തവണ കൂട്ടണം

(ii) കൂട്ടിയ സംഖ്യ 73 – 37 = 36

(iii) അപ്പോൾ, പൊതുവ്യത്യാസത്തിന്റെ 4 മടങ്ങ് 36

(iv) പൊതുവ്യത്യാസം 36 ÷ 4 = 9

ആദ്യപദം എങ്ങനെ കണക്കാക്കും ?

(i) 3-ാം പദത്തിൽ നിന്ന് 1-ാം പദത്തിലെത്താൻ, പൊതുവ്യത്യാസം 3 – 1 = 2 തവണ കുറയ്ക്കണം

(ii) 1-ാം പദം, 37 – (9 × 2) = 19

ഇനി ശ്രേണി ആദ്യം മുതൽ എഴുതാമല്ലോ

19, 28, 37, 46, 55, ...

ചില സമാന്തരശ്രേണികളിലെ രണ്ടു നിശ്ചിതസ്ഥാനത്തുള്ള പദങ്ങൾ ചുവടെ പറഞ്ഞിരിക്കുന്നു. ഓരോ ശ്രേണിയുടെയും ആദ്യത്തെ അഞ്ചു പദങ്ങൾ എഴുതുക.

(i)	(ii)	(iii)	(iv)	(v)
3-ാം പദം 34	3-ാം പദം 43	3-ാം പദം 2	5-ാം പദം 8	5-ാം പദം 7
6-ാം പദം 67	6-ാം പദം 76	5-ാം പദം 3	9-ാം പദം 10	7-ാം പദം 5

സ്ഥാനമാറ്റവും പദമാറ്റവും

ഈ സമാന്തരശ്രേണി നോക്കുക:

19, 28, 37, ...

ഇതിൽ

1-ാം പദം 19

2-ാം പദം 28

3-ാം പദം 37

....

എന്നിങ്ങനെയാണല്ലോ.

ഇക്കാര്യം അല്പം മാറ്റി ഇങ്ങനെ എഴുതാം:

സ്ഥാനം	1	2	3	...
പദം	19	28	37	...

ഇതിലെ സ്ഥാനവും പദവും മാറുന്നതിന്റെ കണക്കെന്താണ് ?

സ്ഥാനം ഓരോന്നു കൂടുമ്പോഴും, പദം 9 വീതം കൂടുന്നു.

അപ്പോൾ ഈ ശ്രേണിയിലെ 10-ാം പദം എങ്ങനെ കണക്കാക്കും ?

പലതരത്തിൽ ആലോചിക്കാം

മുകളിൽ അവസാനമെഴുതിയ പദത്തിൽനിന്നു തുടങ്ങാം:

(i) 3-ാം സ്ഥാനത്തുനിന്ന് 10-ാം സ്ഥാനത്തെത്താൻ, സ്ഥാനം 10 – 3 = 7 കൂടണം

(ii) 3-ാം പദത്തിൽനിന്ന് 10-ാം പദത്തിലെത്താൻ 7 തവണ 9 കൂട്ടണം

(iii) 10-ാം പദം 37 + (9 × 7) = 100

ആദ്യത്തെ പദത്തിൽ നിന്നും തുടങ്ങാം:

(i) 1-ാം സ്ഥാനത്തുനിന്ന് 10-ാം സ്ഥാനത്തെത്താൻ, സ്ഥാനം 10 – 1 = 9 കൂടണം

(ii) 1-ാം പദത്തിൽനിന്ന് 10-ാം പദത്തിലെത്താൻ 9 തവണ 9 കൂട്ടണം

(iii) 10-ാം പദം 19 + (9 × 9) = 100

ഇതുപോലെ 2-ാം പദത്തിൽനിന്ന് 10-ാം പദം കണക്കാക്കാമോ ?

മറ്റൊരു കണക്കു നോക്കാം:

4-ാം പദം 45 ഉം, 5-ാം പദം 56 ഉം ആയ സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ പദം എന്താണ്?

ഇതിൽ, 4-ാം പദത്തിൽനിന്ന് 5-ാം പദത്തിലെത്താൻ കൂട്ടിയത് $56 - 45 = 11$ ആണല്ലോ. സമാന്തര ശ്രേണി ആയതിനാൽ, ഏതു പദത്തിൽനിന്നും അടുത്ത പദത്തിലെത്താൻ കൂട്ടേണ്ടത് 11 തന്നെയാണ്.

ഇവിടെ കണക്കാക്കേണ്ടത് ഒന്നാം പദമാണല്ലോ.

ഇങ്ങനെ ആലോചിക്കാം;

(i) 4-ാം പദത്തിൽനിന്ന് 1-ാം പദത്തിലെത്താൻ, സ്ഥാനം $4 - 1 = 3$ കുറയണം

(ii) 4-ാം പദത്തിൽനിന്ന് 1-ാം പദത്തിലെത്താൻ 3 തവണ 11 കുറയ്ക്കണം

(iii) 1-ാം പദം $45 - (11 \times 3) = 12$

ഇനി ഈ ശ്രേണി ഇങ്ങനെ എഴുതാമല്ലോ

12, 23, 34, ...

ഈ രണ്ടു കണക്കുകളിലും, പദങ്ങൾ ക്രമേണ വലുതാകുകയാണല്ലോ ചെയ്യുന്നത്.

പദങ്ങൾ ചെറുതാകുന്ന ശ്രേണിയാണെങ്കിലോ?

ഉദാഹരണമായി ഈ സമാന്തരശ്രേണി നോക്കുക:

91, 82, 73, ...

ഇതിലെ 10-ാം പദം എങ്ങനെയെല്ലാം കണക്കാക്കാം?

ഇതിൽ സ്ഥാനം കൂടുമ്പോൾ, പദം കുറയുകയാണല്ലോ. എത്ര കുറയുന്നു?

സ്ഥാനം ഓരോന്നു കൂടുമ്പോഴും, പദം കുറയുന്നത് $91 - 82 = 9$

അപ്പോൾ 10-ാം പദം കണക്കാക്കുന്നതെങ്ങനെ?

(i) 3-ാം സ്ഥാനത്തുനിന്ന് 10-ാം സ്ഥാനത്തെത്താൻ, സ്ഥാനം $10 - 3 = 7$ കൂടണം

(ii) 3-ാം പദത്തിൽ നിന്ന് 10-ാം പദത്തിലെത്താൻ 7 തവണ 9 കുറയ്ക്കണം

(iii) 10-ാം പദം $73 - (9 \times 7) = 10$

ഇത്തരം ശ്രേണികളിൽ ഒരു സ്ഥാനത്തെ പദത്തിൽ നിന്ന് അതിനു പുറകിലെ ഒരു സ്ഥാനത്തെ പദം കണക്കാക്കുന്നതെങ്ങനെ?

ഉദാഹരണമായി, ഈ കണക്കു നോക്കൂ:

4-ാം പദം 65 ഉം, 5-ാം പദം 54 ഉം ആയ സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ പദം എന്താണ്?

ഇതിലും സ്ഥാനം കൂടുമ്പോൾ പദം കുറയുകയാണല്ലോ.

സ്ഥാനം ഓരോന്നു കൂടുമ്പോഴും, പദം കുറയുന്നത് $65 - 54 = 11$

മറിച്ച്, സ്ഥാനം ഓരോന്നു കുറയുമ്പോഴോ ?

പദം 11 വീതം കൂടണമല്ലോ.

അപ്പോൾ ആദ്യത്തെ പദം എങ്ങനെ കണക്കാക്കാം ?

(i) 4-ാം പദത്തിൽനിന്ന് 1-ാം പദത്തിലെത്താൻ, സ്ഥാനം $4 - 1 = 3$ കുറയണം

(ii) 4-ാം പദത്തിൽനിന്ന് 1-ാം പദത്തിലെത്താൻ 3 തവണ 11 കൂട്ടണം

(iii) 1-ാം പദം $65 + (11 \times 3) = 98$

(1) 1, 11, 21, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിലെ 25-ാം പദം എന്താണ് ?

(2) ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ 10-ാം പദം 46 ഉം 11-ാം പദം 51 ഉം ആണ്.

 (i) ശ്രേണിയിലെ ഒന്നാമത്തെ പദം എന്താണ് ?

 (ii) ശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ അഞ്ചു പദങ്ങൾ എഴുതുക.

(3) 100, 95, 90, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിലെ 21-ാം പദം എന്താണ് ?

(4) ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ 10-ാം പദം 56 ഉം 11-ാം പദം 51 ഉം ആണ്.

 (i) ശ്രേണിയിലെ ഒന്നാമത്തെ പദം എന്താണ് ?

 (ii) ശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ അഞ്ചു പദങ്ങൾ എഴുതുക.

ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ സ്ഥാനങ്ങൾ മാറുന്നതും, പദങ്ങൾ മാറുന്നതും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം അല്പം കൂടി വിശദമായി പരിശോധിക്കാം.

ഈ സമാന്തരശ്രേണി നോക്കുക:

5, 15, 25, ...

ഇത് സ്ഥാനങ്ങളും പദങ്ങളുമായി ഇങ്ങനെ എഴുതാമല്ലോ:

സ്ഥാനം	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	...
പദം	5	15	25	35	45	55	65	75	85	95	...

ഇതിൽ സ്ഥാനങ്ങൾ ഓരോന്നു കൂടുമ്പോൾ, പദങ്ങൾ 10 വീതം കൂടുന്നു.

സ്ഥാനങ്ങൾ 2 വീതം കൂടിയാലോ?

സ്ഥാനം	1	3	5	7	9	...
പദം	5	25	45	65	85	...

സ്ഥാനങ്ങൾ 3 വീതം കൂടിയാലോ?

മറിച്ച്, സ്ഥാനങ്ങൾ കുറയുമ്പോഴോ?

- സ്ഥാനങ്ങൾ ഓരോന്നു കുറയുമ്പോൾ, പദങ്ങൾ 10 വീതം കുറയുന്നു
- സ്ഥാനങ്ങൾ 2 വീതം കുറയുമ്പോൾ, പദങ്ങൾ 20 വീതം കുറയുന്നു
- സ്ഥാനങ്ങൾ 3 വീതം കുറയുമ്പോൾ, പദങ്ങൾ 30 വീതം കുറയുന്നു

ഇനി പദങ്ങൾ ചെറുതായി വരുന്ന ഒരു സമാന്തരശ്രേണി എടുത്താലോ?

സ്ഥാനം	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	...
പദം	50	45	40	35	30	25	20	15	10	5	...

ഇതിലെ സ്ഥാനമാറ്റവും പദമാറ്റവും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം എന്താണ്?

- സ്ഥാനങ്ങൾ ഓരോന്നു കൂടുമ്പോൾ, പദങ്ങൾ 5 വീതം കുറയുന്നു
- സ്ഥാനങ്ങൾ 2 വീതം കൂടുമ്പോൾ, പദങ്ങൾ 10 വീതം കുറയുന്നു
- സ്ഥാനങ്ങൾ 3 വീതം കൂടുമ്പോൾ, പദങ്ങൾ 15 വീതം കുറയുന്നു

സ്ഥാനങ്ങൾ കുറയുമ്പോഴോ?

- സ്ഥാനങ്ങൾ ഓരോന്നു കുറയുമ്പോൾ, പദങ്ങൾ 5 വീതം കൂടുന്നു
- സ്ഥാനങ്ങൾ 2 വീതം കുറയുമ്പോൾ, പദങ്ങൾ 10 വീതം കൂടുന്നു
- സ്ഥാനങ്ങൾ 3 വീതം കുറയുമ്പോൾ, പദങ്ങൾ 15 വീതം കൂടുന്നു

മറ്റു സമാന്തരശ്രേണികളിലും, സംഖ്യകൾ മാറുമെങ്കിലും സ്ഥാനമാറ്റവും പദമാറ്റവും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം ഇതുപോലെതന്നെ ആയിരിക്കുമല്ലോ.

അപ്പോൾ പൊതുവേ എന്തു പറയാം?

ഏതു സമാന്തരശ്രേണിയിലും പദങ്ങളിലെ മാറ്റം, സ്ഥാനങ്ങളുടെ മാറ്റത്തെ ഒരു നിശ്ചിത സംഖ്യ കൊണ്ട് ഗുണിച്ചതാണ്

ഒമ്പതാം ക്ലാസിലെ, **അനുപാതം** എന്ന പാഠത്തിലെ ആശയം ഉപയോഗിച്ച്, ഇത് ഇങ്ങനെയും പറയാം:

ഏതു സമാന്തരശ്രേണിയിലും പദങ്ങളിലെ മാറ്റം, സ്ഥാനങ്ങളുടെ മാറ്റത്തിന് ആനുപാതികമാണ്

ഇനി ഈ കണക്കു നോക്കുക:

> ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ 3-ാം പദം 12 ഉം, 7-ാം പദം 32 ഉം ആണ്. ഇതിലെ 15-ാം പദം എന്താണ് ?

ഇതിൽ 3-ാം സ്ഥാനത്തുനിന്ന് 7-ാം സ്ഥാനത്തേക്കുള്ള സ്ഥാനമാറ്റവും പദമാറ്റവും എഴുതിനോക്കാം:

സ്ഥാനമാറ്റം $7 - 3 = 4$ കൂടി

പദമാറ്റം $32 - 12 = 20$ കൂടി

ഇതിൽനിന്ന് സ്ഥാനം ഓരോന്നു കൂടുമ്പോഴും, പദം $20 \div 4 = 5$ കൂടുമെന്നു കണക്കാക്കാം.

നമുക്കു വേണ്ടത് 15-ാം പദമാണല്ലോ. അതിന് 7-ാം സ്ഥാനത്തുനിന്ന് $15 - 7 = 8$ സ്ഥാനം മുന്നോട്ടു പോകണം; അപ്പോൾ പദം $5 \times 8 = 40$ കൂടും.

അതായത്, 15-ാം പദം $32 + 40 = 72$

മറ്റൊരു രീതിയിലും ഇതു ചെയ്യാം.

(i) സ്ഥാനം 4 കൂടിയപ്പോൾ, പദം 20 കൂടി

(ii) സ്ഥാനം $8 = 4 \times 2$ കൂടിയാൽ, പദം $20 \times 2 = 40$ കൂടണം

(iii) 15-ാം പദം $32 + 40 = 72$

ഈ രീതിയിൽ ഈ ശ്രേണിയിലെ 5-ാം പദം കണക്കാക്കാമോ ?

(i) 3-ാം പദം 12

(ii) 3-ാം സ്ഥാനത്തുനിന്ന് 2 സ്ഥാനം മുന്നിലാണ് 5-ാം സ്ഥാനം

(iii) സ്ഥാനം 4 കൂടുമ്പോൾ, പദം 20 കൂടുന്നു

(iv) സ്ഥാനം $2 = 4 \times \frac{1}{2}$ കൂടിയാൽ, പദം $20 \times \frac{1}{2} = 10$ കൂടുന്നു

(v) 5-ാം പദം $12 + 10 = 22$

മറ്റൊരു കണക്കു നോക്കാം:

> ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ 4-ാം പദം 81 ഉം, 6-ാം പദം 71 ഉം ആണ്. ഇതിലെ 20-ാം പദം എന്താണ് ?

നേരത്തെ ചെയ്തതുപോലെ ആദ്യം 4-ാം സ്ഥാനത്തുനിന്ന് 6-ാം സ്ഥാനത്തേക്കുള്ള സ്ഥാനമാറ്റവും പദമാറ്റവും എഴുതിനോക്കാം:

സ്ഥാനമാറ്റം $6 - 4 = 2$ കൂടി

പദമാറ്റം $81 - 71 = 10$ കുറഞ്ഞു

നമുക്കു വേണ്ടത് 20-ാം പദം; അതായത്, 6-ാം പദത്തിൽനിന്ന് $20 - 6 = 14$ സ്ഥാനം മുന്നിലെ പദം: ഇങ്ങനെ ആലോചിക്കാം:

(i) സ്ഥാനം 2 കൂടിയപ്പോൾ, പദം 10 കുറഞ്ഞു

(ii) സ്ഥാനം $14 = 2 \times 7$ കൂടിയാൽ, പദം $10 \times 7 = 70$ കുറയണം

(iii) 20-ാം പദം $71 - 70 = 1$

(1) ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ 3-ാം പദം 15 ഉം 8-ാം പദം 35 ഉം ആണ്

(i) ശ്രേണിയിലെ 13-ാം പദം എന്താണ് ?

(ii) ശ്രേണിയിലെ 23-ാം പദം എന്താണ് ?

(2) ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ 5-ാം പദം 21 ഉം 9-ാം പദം 41 ഉം ആണ്

(i) ശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ പദം എന്താണ് ?

(ii) ശ്രേണിയിലെ 3-ാം പദം എന്താണ് ?

(3) ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ 4-ാം പദം 61 ഉം 7-ാം പദം 31 ഉം ആണ്

(i) ശ്രേണിയിലെ 10-ാം പദം എന്താണ് ?

(ii) ശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ പദം എന്താണ് ?

(4) ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ 5-ാം പദം 10 ഉം 10-ാം പദം 5 ഉം ആണ്

(i) ശ്രേണിയിലെ 15-ാം പദം എന്താണ് ?

(ii) ശ്രേണിയിലെ 25-ാം പദം എന്താണ് ?

സമാന്തരശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളുടെ മാറ്റം, സ്ഥാനമാറ്റത്തിന് ആനുപാതികമാണ് എന്ന കാര്യം, ഒരു സംഖ്യ ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ പദമാണോ എന്നു പരിശോധിക്കാനും ഉപയോഗിക്കാം.

ഉദാഹരണമായി നേരത്തെ എഴുതിയ ഒരു ശ്രേണി നോക്കാം:

$$19, 28, 37, \ldots$$

ഇതിലെ 10-ാം പദം 100 ആണെന്നു കണ്ടല്ലോ.

1000 ഈ ശ്രേണിയിലെ പദമാണോ ?

ഈ ശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ പദത്തിൽനിന്ന് രണ്ടാമത്തെ പദത്തിലേക്ക് നീങ്ങുമ്പോൾ പദം $28 - 19 = 9$ കൂടുന്നുണ്ടല്ലോ. അപ്പോൾ സ്ഥാനമാറ്റവും പദമാറ്റവും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം ഇങ്ങനെയെഴുതാം:

സ്ഥാനമാറ്റം	1	2	3	...
പദമാറ്റം	9	9×2	9×3	...

അതായത്, ഏതു പദമാറ്റവും 9 ന്റെ ഗുണിതമാണ്.

അപ്പോൾ 1000 എന്ന സംഖ്യ, ഈ ശ്രേണിയിലെ പദമാണോ എന്നറിയാൻ $1000 - 19 = 981$ എന്ന സംഖ്യ 9 ന്റെ ഗുണിതമാണോ എന്നു പരിശോധിച്ചാൽ മതി.

$$981 \div 9 = 109$$

ആയതിനാൽ, ഈ ശ്രേണിയിലെ 110-ാം പദമാണ് 1000 എന്നു കാണാം.

ഇതുപോലെ 10000 എന്ന സംഖ്യ ഈ ശ്രേണിയിൽ ഉണ്ടോ എന്നും, ഉണ്ടെങ്കിൽ എത്രാമത്തെ പദമാണെന്നും പരിശോധിച്ചു നോക്കൂ.

(1) 13, 24, 35, ... എന്നിങ്ങനെ തുടരുന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിൽ, 101 ഒരു പദമാണോ? 1001 ആയാലോ?

(2) ചുവടെയുള്ള പട്ടികയിൽ ചില സമാന്തരശ്രേണികളും, ഓരോ ശ്രേണിയുടെയും നേർക്ക് രണ്ടു സംഖ്യകളും എഴുതിയിട്ടുണ്ട്. സംഖ്യകളോരോന്നും അതത് ശ്രേണിയിൽ ഉണ്ടാകുമോ എന്നു പരിശോധിക്കുക:

ശ്രേണി	സംഖ്യ	ഉണ്ട്/ഇല്ല
11, 22, 33, ...	123	
	132	
12, 23, 34, ...	100	
	1000	
21, 32, 43, ...	100	
	1000	
$\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \ldots$	3	
	4	
$\frac{3}{4}, 1\frac{1}{2}, 2\frac{1}{4}, \ldots$	3	
	4	

(3) മുകളിലെ പട്ടികയിൽ അതത് ശ്രേണിയിൽ വരുന്ന സംഖ്യകൾ ശ്രേണിയിലെ എത്രാമത്തെ പദമായിരിക്കും എന്ന് കണ്ടുപിടിക്കുക.

പദബന്ധങ്ങൾ

ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ രണ്ടു സ്ഥാനങ്ങളിലെ പദങ്ങൾ അറിഞ്ഞാൽ, ശ്രേണിയിലെ എല്ലാ പദങ്ങളും കണക്കാക്കാം എന്നു കണ്ടല്ലോ.

ഒരു പദവും അതിന്റെ സ്ഥാനവും മാത്രം അറിയാമെങ്കിൽ, സമാന്തരശ്രേണിയെക്കുറിച്ച് എന്തെങ്കിലും പറയാൻ കഴിയുമോ ?

ഉദാഹരണമായി, ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യപദം 5 എന്നു മാത്രം പറഞ്ഞാൽ, ശ്രേണിയെക്കുറിച്ച് മറ്റെന്തെങ്കിലും പറയാൻ പറ്റുമോ ?

പൊതുവ്യത്യാസം എന്തും ആകാമല്ലോ; അതനുസരിച്ച് ശ്രേണി എങ്ങനെയും തുടരാം.

പകരം, ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ 2-ാം പദം 5 എന്നു പറഞ്ഞാലോ ?

അപ്പോഴും പൊതുവ്യത്യാസം പലതായെടുത്ത് പല സമാന്തരശ്രേണികൾ ഉണ്ടാക്കാം.

പൊതുവ്യത്യാസമായി ചില സംഖ്യകളെടുത്ത്, 2-ാം പദമായ 5 ന്റെ തൊട്ടു പിന്നിലും, തൊട്ടു മുന്നിലും ഉള്ള പദങ്ങൾ (1-ാം പദവും, 3-ാം പദവും) മാത്രം എഴുതിനോക്കാം:

പൊതുവ്യത്യാസം 1 : 4, 5, 6

പൊതുവ്യത്യാസം 2 : 3, 5, 7

പൊതുവ്യത്യാസം $\frac{1}{2}$: $4\frac{1}{2}$, 5, $5\frac{1}{2}$

പൊതുവ്യത്യാസം $\sqrt{2}$: $5 - \sqrt{2}$, 5, $5 + \sqrt{2}$

പൊതുവ്യത്യാസം -1 : 6, 5, 4

ഈ സംഖ്യകൾ തമ്മിൽ എന്തെങ്കിലും ബന്ധം കാണുന്നുണ്ടോ ?

എല്ലാറ്റിലും ആദ്യത്തെയും അവസാനത്തെയും സംഖ്യകളുടെ തുക എന്താണ് ?

മൂന്നു സംഖ്യകളുടെയും തുകയോ ?

എന്തുകൊണ്ടാണിത് ?

പൊതുവ്യത്യാസം എന്തായാലും, 5 ൽ നിന്ന് ആ സംഖ്യ കുറച്ചതാണല്ലോ ആദ്യത്തെ സംഖ്യ; 5 നോട് അതേ സംഖ്യ കൂട്ടിയത് അവസാനത്തെ സംഖ്യയും.

അപ്പോൾ, ആദ്യത്തെയും അവസാനത്തെയും സംഖ്യകൾ കൂട്ടുക എന്നത്, ഫലത്തിൽ രണ്ടു അഞ്ചുകൾ കൂട്ടിയതു തന്നെയല്ലേ ?

ഇനി മൂന്നു സംഖ്യകളും കൂട്ടിയാൽ, നടുവിലത്തെ സംഖ്യയായ 5 കൂടി കൂട്ടണം. അപ്പോൾ 5 ന്റെ മൂന്നു മടങ്ങായി.

2-ാം പദമായി 5 നു പകരം മറ്റേതെങ്കിലും സംഖ്യയെടുത്താലോ ?

അപ്പോഴും മുകളിൽ പറഞ്ഞപോലെ തന്നെ 1-ാം പദത്തിന്റെയും 3-ാം പദത്തിന്റെയും തുക, ആ സംഖ്യയുടെ രണ്ടു മടങ്ങുതന്നെ ആയിരിക്കില്ലേ ?

ആദ്യത്തെ മൂന്നു പദങ്ങളുടെ തുകയോ ?

ഇനി രണ്ടാം സ്ഥാനത്തിനു പകരം, മറ്റേതെങ്കിലും സ്ഥാനത്തെ ഒരു പദം എടുത്താലോ ?

അതിനു തൊട്ടു പിന്നിലുള്ള പദം, അതിൽനിന്ന് പൊതുവ്യത്യാസം കുറച്ചതാണ്; തൊട്ടു മുന്നിലുള്ള പദം, അതിനോട് പൊതുവ്യത്യാസം കൂട്ടിയതും;

അപ്പോൾ അവയുടെ തുക ആദ്യമെടുത്ത (നടുവിലെ) പദത്തിന്റെ രണ്ടു മടങ്ങാണല്ലോ.

മൂന്നു പദങ്ങളുടെയും തുകയോ ?

അപ്പോൾ പൊതുവേ എന്തു പറയാം ?

(i) ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിൽ, ഒരു പദത്തിന്റെ തൊട്ടു പിന്നിലും തൊട്ടു മുന്നിലും ഉള്ള പദങ്ങളുടെ തുക, ആദ്യമെടുത്ത പദത്തിന്റെ രണ്ടു മടങ്ങാണ്.

(ii) ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിൽ, ഒരു പദത്തിന്റെയും അതിന്റെ തൊട്ടു പിന്നിലും തൊട്ടു മുന്നിലും ഉള്ള പദങ്ങളുടെയും തുക, ആദ്യമെടുത്ത പദത്തിന്റെ മൂന്നു മടങ്ങാണ്.

ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ഏതെങ്കിലും ഒരു പദവും അതിന്റെ തൊട്ടു പിന്നിലും തൊട്ടു മുന്നിലും ഉള്ള പദങ്ങളും എടുത്താൽ, ശ്രേണിയിലെ തുടർച്ചയായ മൂന്നു പദങ്ങളായില്ലേ ?

അപ്പോൾ മുകളിൽ രണ്ടാമതു പറഞ്ഞ കാര്യം ഇങ്ങനെയും പറയാം:

ഏതു സമാന്തരശ്രേണിയിലെയും തുടർച്ചയായ മൂന്നു പദങ്ങളുടെ തുക, നടുവിലെ പദത്തിന്റെ മൂന്നു മടങ്ങാണ്.

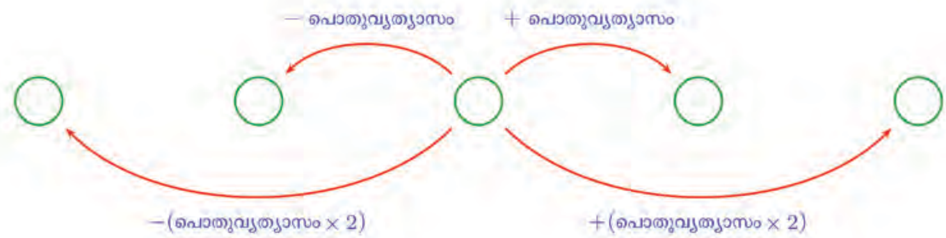
ഇതു തിരിച്ചു പറഞ്ഞാലോ ?

തുടർച്ചയായ മൂന്നു പദങ്ങളുടെ തുകയുടെ മൂന്നിലൊന്നാണ് നടുവിലെ പദം.

ഉദാഹരണമായി, ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ 5, 6, 7 സ്ഥാനങ്ങളിലെ പദങ്ങളുടെ തുക 30 ആണെങ്കിൽ, 6-ാം പദം $30 \times \frac{1}{3} = 10$ ആയിരിക്കും.

ഇനി ഒരു പദത്തിന്റെ തൊട്ടു പിന്നിലും മുന്നിലും ഉള്ള പദങ്ങൾക്കു പുറമേ, അതിൽനിന്ന് രണ്ടു സ്ഥാനം പുറകിലുള്ള പദവും, രണ്ടു സ്ഥാനം മുമ്പിലുള്ള പദവും കൂടി എടുത്താലോ ?

രണ്ടു സ്ഥാനം പുറകോട്ടു നീങ്ങുമ്പോൾ, പദത്തിൽനിന്ന് പൊതുവ്യത്യാസത്തിന്റെ രണ്ടു മടങ്ങ് കുറയും; രണ്ടു സ്ഥാനം മുന്നോട്ട് നീങ്ങുമ്പോൾ, പദത്തിൽനിന്ന് പൊതുവ്യത്യാസത്തിന്റെ രണ്ടു മടങ്ങ് കൂടും.



തൊട്ടു പിന്നിലും മുന്നിലുമുള്ള പദങ്ങളുടെ തുക, ആദ്യമെടുത്ത പദത്തിന്റെ രണ്ടു മടങ്ങാണെന്ന് നേരത്തെ കണ്ടല്ലോ.

രണ്ടു സ്ഥാനം പിന്നിലും, രണ്ടു സ്ഥാനം മുന്നിലും ഉള്ള പദങ്ങളുടെ തുകയോ ?

അവയിൽ ഒരെണ്ണം, ആദ്യമെടുത്ത പദത്തിൽനിന്ന് പൊതുവ്യത്യാസത്തിന്റെ രണ്ടു മടങ്ങ് കുറച്ചതും മറ്റൊരെണ്ണം, ആദ്യമെടുത്ത പദത്തിനോട് പൊതുവ്യത്യാസത്തിന്റെ രണ്ടു മടങ്ങുതന്നെ കൂട്ടിയതും ആണല്ലോ. അപ്പോൾ അവ തമ്മിൽ കൂട്ടിയാലും, ആദ്യമെടുത്ത പദത്തിന്റെ രണ്ടു മടങ്ങു തന്നെയല്ലേ ?

ഈ അഞ്ചുപദങ്ങളും കൂട്ടിയാലോ ?

ഇവയിലെ ആദ്യത്തെ സംഖ്യയും അവസാനത്തെ സംഖ്യയും കൂട്ടിയാലും, രണ്ടാമത്തെ സംഖ്യയും, നാലാമത്തെ സംഖ്യയും കൂട്ടിയാലും നടുക്കുള്ള (മൂന്നാമത്തെ) സംഖ്യയുടെ രണ്ടു മടങ്ങാണ്. അപ്പോൾ അഞ്ചും കൂട്ടിയാൽ, മൂന്നാമത്തെ സംഖ്യയുടെ $2 + 2 + 1 = 5$ മടങ്ങായി.

ഇനി ഒരു പദത്തിന്റെ ഇരു വശത്തുമായി ഒരു സ്ഥാനം അകലെയും, രണ്ടു സ്ഥാനം അകലെയും, മൂന്നു സ്ഥാനം അകലെയുമായി ഏഴു പദങ്ങൾ എടുത്താലോ ?

പൊതുവേ എന്തു പറയാം ?

(i) **ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ഒരു പദത്തിന്റെ മുന്നിലും പിന്നിലും ഒരേ അകലത്തിലുള്ള രണ്ടു പദങ്ങളുടെ തുക, നടുവിലെ പദത്തിന്റെ രണ്ടു മടങ്ങാണ്**

(ii) **ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ഒരു പദത്തിന്റെയും, അതിന്റെ മുന്നിലും പിന്നിലും തുടർച്ചയായ ഒരേ എണ്ണം പദങ്ങളുടെയും തുക, നടുവിലെ പദത്തിന്റെയും, മൊത്തം പദങ്ങളുടെ എണ്ണത്തിന്റെയും ഗുണനഫലമാണ്**

ഉദാഹരണമായി ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ 10-ാം പദം 25 ആണെങ്കിൽ, മുകളിൽ ആദ്യം പറഞ്ഞതനുസരിച്ച് ഏതൊക്കെ തുകകൾ കണക്കാക്കാം ?

- 9-ാം പദത്തിന്റെയും 11-ാം പദത്തിന്റെയും തുക $25 \times 2 = 50$
- 8-ാം പദത്തിന്റെയും 12-ാം പദത്തിന്റെയും തുക $25 \times 2 = 50$

മറ്റേതൊക്കെ തുകകൾ 50 ആണെന്നു കണക്കാക്കാം ?

മുകളിൽ രണ്ടാമതു പറഞ്ഞ കാര്യം ഉപയോഗിച്ച് ഏതെല്ലാം തുകകൾ കണക്കാക്കാം ?

- 9, 10, 11 സ്ഥാനങ്ങളിലെ തുക $25 \times 3 = 75$
- 8, 9, 10, 11, 12 സ്ഥാനങ്ങളിലെ തുക $25 \times 5 = 125$

മറ്റേതൊക്കെ തുകകൾ കണക്കാക്കാം ?

ഇതിൽ മറ്റൊരു കാര്യം ശ്രദ്ധിച്ചോ ? ഒരു പദവും അതിന്റെ മുന്നിലും പിന്നിലും തുടർച്ചയായ ഒരേ എണ്ണം പദങ്ങളും എടുത്താൽ, ആകെ കിട്ടുന്ന പദങ്ങളുടെ എണ്ണം ഒറ്റസംഖ്യ ആണല്ലോ; തുടങ്ങിയത് അവയുടെ നടുക്കുള്ള പദവും. അപ്പോൾ മുകളിൽ രണ്ടാമതു പറഞ്ഞ കാര്യം ഇങ്ങനെയും പറയാം:

ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ തുടർച്ചയായ കുറേ പദങ്ങൾ, എണ്ണം ഒറ്റസംഖ്യയായി എടുത്താൽ, അവയുടെ തുക, നടുവിലെ പദത്തിന്റെയും പദങ്ങളുടെ എണ്ണത്തിന്റെയും ഗുണനഫലമാണ്

(1) ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ 4-ാം പദം 8 ആണ്.

(i) ചുവടെപ്പറയുന്ന 2 പദങ്ങളുടെ തുക കണക്കാക്കുക.

(a) 3-ാം പദവും 5-ാം പദവും

(b) 2-ാം പദവും 6-ാം പദവും

(c) 1-ാം പദവും 7-ാം പദവും

(ii) 3-ാം പദം, 4-ാം പദം, 5-ാം പദം എന്നീ 3 പദങ്ങളുടെ തുക എന്താണ് ?

(iii) 2-ാം പദം മുതൽ 6-ാം പദം വരെയുള്ള 5 പദങ്ങളുടെ തുക എന്താണ് ?

(iv) 1-ാം പദം മുതൽ 7-ാം പദം വരെയുള്ള 7 പദങ്ങളുടെ തുക എന്താണ് ?

(2) ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ പൊതുവ്യത്യാസം 2 ഉം, 9-ാം പദം, 10-ാം പദം, 11-ാം പദം ഇവയുടെ തുക 90 ഉം ആണ്. ശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ മൂന്നു പദങ്ങൾ കണക്കാക്കുക.

ഇനി ഈ കണക്കു നോക്കൂ:

ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ പദം 10 ഉം, ആദ്യത്തെ 5 പദങ്ങളുടെ തുക 250 ഉം ആണ്. ശ്രേണി കണ്ടുപിടിക്കാമോ ?

ആദ്യത്തെ 5 പദങ്ങളുടെ തുക 250 ആയതിനാൽ, 3-ാം പദം (നടുവിലെ പദം) 50 എന്നു കണക്കാക്കാമല്ലോ (എങ്ങനെ?). 1-ാം പദം 10 ഉം, 3-ാം പദം 50 ഉം ആയതിനാൽ, പൊതുവ്യത്യാസം 20 എന്നും കണക്കാക്കാം. അപ്പോൾ ശ്രേണി 10, 30, 50, ...

(1) ആദ്യത്തെ 7 പദങ്ങളുടെ തുക 70 ആകുന്ന മൂന്നു സമാന്തരശ്രേണികൾ എഴുതുക.

(2) ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ 3 പദങ്ങളുടെ തുക 30 ഉം ആദ്യത്തെ 7 പദങ്ങളുടെ തുക 140 ഉം ആണ്.

(i) ശ്രേണിയിലെ 2-ാം പദം എന്താണ്?

(ii) ശ്രേണിയിലെ 4-ാം പദം എന്താണ് ?

(iii) ശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ മൂന്നു പദങ്ങൾ എന്തൊക്കെയാണ് ?

(3) ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ അഞ്ചു പദങ്ങളുടെ തുക 150 ഉം, ആദ്യത്തെ പത്തു പദങ്ങളുടെ തുക 550 ഉം ആണ്.

(i) ശ്രേണിയുടെ മൂന്നാം പദം എന്താണ്?

(ii) എട്ടാം പദം എന്താണ് ?

(iii) ശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ മൂന്നു പദങ്ങൾ എന്തൊക്കെയാണ് ?

(4) ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ 11-ാം പദത്തിന്റെയും 21-ാം പദത്തിന്റെയും തുക 80 ആയാൽ 16-ാം പദം എന്താണ് ?

(5) ഒരു പഞ്ചഭുജത്തിലെ കോണുകൾ സമാന്തരശ്രേണിയിലാണ്.

(i) കോണുകൾ വലുപ്പക്രമത്തിൽ എഴുതിയാൽ, മൂന്നാമത്തെ കോൺ എന്തായിരിക്കും ?

(ii) ഏറ്റവും ചെറിയ കോണളവ് 40° ആയാൽ മറ്റു കോണുകൾ എന്തൊക്കെയാകും ?

(iii) ഏറ്റവും ചെറിയ കോൺ 36° ആകുമോ ?

സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ഒരു നിശ്ചിത സ്ഥാനത്തെ പദം മാത്രം അറിഞ്ഞാലും, അതിലെ പല പദങ്ങളുടെയും തുക കണക്കാക്കാമെന്നു കണ്ടല്ലോ.

മറ്റൊരുതരത്തിലുള്ള കണക്കു നോക്കാം:

ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ 2-ാം പദത്തിന്റെയും 5-ാം പദത്തിന്റെയും തുക 35 എന്നു പറഞ്ഞാൽ, ശ്രേണിയെക്കുറിച്ച് മറ്റെന്തെങ്കിലും പറയാൻ കഴിയുമോ ?

ഇതിലെ 2-ാം പദമായി ഏതു സംഖ്യയും എടുക്കാമല്ലോ. ഉദാഹരണമായി, 2-ാം പദം 10 എന്നെടുത്താലോ ?

5-ാം പദം $35 - 10 = 25$

ഇനി പൊതുവ്യത്യാസം $(25 - 10) \div 3 = 5$ എന്നും കണക്കാക്കാം. തുടർന്ന് ശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ കുറേ പദങ്ങളും കണക്കാക്കാം;

$$5, 10, 15, 20, 25, 30, \ldots$$

ഇതിൽ ഒരു കാര്യം ശ്രദ്ധിച്ചോ ?

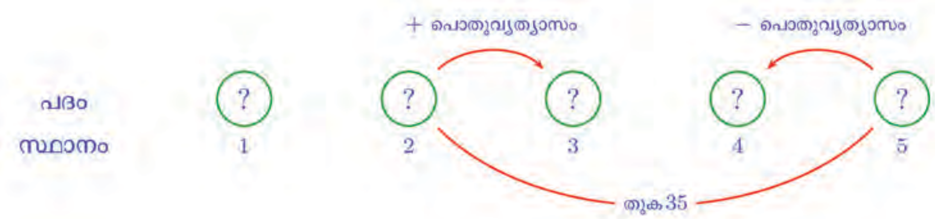
3-ാം പദത്തിന്റെയും 4-ാം പദത്തിന്റെയും തുക = 15 + 20 = 35

1-ാം പദത്തിന്റെയും 6-ാം പദത്തിന്റെയും തുക = 5 + 30 = 35

2-ാം പദമായി മാറ്റേതെങ്കിലും സംഖ്യ എടുത്ത്, ഈ തുകകൾ കണക്കാക്കി നോക്കൂ.

എന്തുകൊണ്ടാണ് ഈ തുകകളെല്ലാം 35 തന്നെ ആകുന്നത് ?

കണക്കിൽ പറഞ്ഞിരിക്കുന്ന കാര്യം ഒരു ചിത്രമാക്കിനോക്കാം:



2-ാം പദത്തിൽ നിന്ന് 3-ാം പദത്തിലേയ്ക്ക് മാറാൻ പൊതുവ്യത്യാസം ഒരു തവണ കൂട്ടണം.

5-ാം പദത്തിൽ നിന്ന് 4-ാം പദത്തിലേയ്ക്ക് മാറാൻ പൊതുവ്യത്യാസം ഒരു തവണ കുറയ്ക്കണം.

അപ്പോൾ 3-ാം പദത്തിന്റെയും 4-ാം പദത്തിന്റെയും തുകയും 35 തന്നെയല്ലേ ?

ഇതുപോലെ 1-ാം പദവും 6-ാം പദവും കൂട്ടിയാലോ ?

ഇതുപോലെ 4-ാം പദത്തിന്റെയും 8-ാം പദത്തിന്റെയും തുക 45 എന്നു പറഞ്ഞാൽ, മറ്റെന്തൊക്കെ തുകകൾ കണക്കാക്കാം ?

- 4-ാം പദത്തിൽനിന്ന് ഒരു സ്ഥാനം മുന്നോട്ടും 8-ാം പദത്തിൽനിന്ന് ഒരു സ്ഥാനം പിന്നോട്ടും നീങ്ങി, 5-ാം പദവും 7-ാം പദവും കൂട്ടിയാൽ 45

- 4-ാം പദത്തിൽനിന്ന് ഒരു സ്ഥാനം പിന്നോട്ടും 8-ാം പദത്തിൽനിന്ന് ഒരു സ്ഥാനം മുന്നോട്ടും നീങ്ങി, 3-ാം പദവും 9-ാം പദവും കൂട്ടിയാൽ 45

ഇനിയും ഏതൊക്കെ സ്ഥാനങ്ങളിലെ തുക 45 തന്നെയാകും ?

സ്ഥാനങ്ങൾ	4, 8	5, 7	3, 9	...	...
പദങ്ങളുടെ തുക	45	45	45	...	...

ഇതുപോലെ 2-ാം സ്ഥാനത്തെയും 6-ാം സ്ഥാനത്തെയും പദങ്ങളുടെ തുക 30 എന്ന് പറഞ്ഞാൽ മറ്റേതെല്ലാം സ്ഥാനങ്ങളുടെ തുക 30 തന്നെയാണെന്ന് പറയാം ?

ഈ കണക്കുകളെക്കുറിച്ച് പൊതുവായി എന്തു പറയാം ?

ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ഒരു സ്ഥാനം കൂട്ടുകയും, മറ്റൊരു സ്ഥാനം അത്രതന്നെ കുറയ്ക്കുകയും ചെയ്താൽ ഈ സ്ഥാനങ്ങളിലെ പദങ്ങളുടെ തുക മാറുന്നില്ല

ഒരു സംഖ്യ കൂട്ടുകയും, മറ്റൊരു സംഖ്യ അത്രതന്നെ കുറയ്ക്കുകയും ചെയ്താൽ, തുക മാറില്ലല്ലോ; മറിച്ച് ഒരു ജോടി സംഖ്യകളുടെ തുക മറ്റൊരു ജോടി സംഖ്യകളുടെ തുകയ്ക്ക് തുല്യമാണെങ്കിൽ, ഒരു സംഖ്യ കൂടുകയും മറ്റൊരു സംഖ്യ അത്രതന്നെ കുറയുകയും ചെയ്തിട്ടുണ്ട്.

അപ്പോൾ മുകളിൽ പറഞ്ഞ കാര്യം ഇങ്ങനെയും പറയാം:

ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ഏതെങ്കിലും രണ്ടു സ്ഥാനങ്ങളുടെ തുക, മറ്റു രണ്ടു സ്ഥാനങ്ങളുടെ തുകയ്ക്ക് തുല്യമാണെങ്കിൽ, ഈ ജോടി സ്ഥാനങ്ങളിലെ പദങ്ങളുടെ തുകയും തുല്യമാണ്

അപ്പോൾ ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ 4 പദങ്ങളുടെ തുക 100 എന്നു പറഞ്ഞാൽ, ശ്രേണിയെക്കുറിച്ച് മറ്റെന്തെങ്കിലും പറയാൻ കഴിയുമോ ?

ആദ്യത്തെ 4 പദങ്ങളെ, ഒരേ തുക വരുന്ന രണ്ടു ജോടികളാക്കാമല്ലോ.

- 1-ാം പദവും 4-ാം പദവും
- 2-ാം പദവും 3-ാം പദവും

ഈ നാലു പദങ്ങളുടെയും തുക 100 ആയതിനാൽ ഈ ജോടികൾ ഓരോന്നിന്റെയും തുക 50 ആകണം; അതായത്,

- 1-ാം പദത്തിന്റെയും 4-ാം പദത്തിന്റെയും തുക 50
- 2-ാം പദത്തിന്റെയും 3-ാം പദത്തിന്റെയും തുക 50

ഈ കണക്കിൽത്തന്നെ 1-ാം പദം 10 എന്നും കൂടി പറഞ്ഞാലോ ?

ഇങ്ങനെ ആലോചിക്കാം:

- 4-ാം പദം $50 - 10 = 40$
- 1-ാം പദം 10 ഉം 4-ാം പദം 40 ഉം ആയതിനാൽ, പൊതുവ്യത്യാസത്തിന്റെ 3 മടങ്ങ് $40 - 10 = 30$
- പൊതുവ്യത്യാസം $30 \div 3 = 10$
- ശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ നാലു പദങ്ങൾ 10, 20, 30, 40

(1) ആദ്യത്തെ 4 പദങ്ങളുടെ തുക 100 ആയ നാല് സമാന്തരശ്രേണികൾ എഴുതുക.

(2) ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ 1-ാം പദം 5 ഉം; ആദ്യത്തെ 6 പദങ്ങളുടെ തുക 105 ഉം; ശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ ആറു പദങ്ങൾ കണക്കാക്കുക.

(3) ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ 7-ാം പദത്തിന്റെയും 8-ാം പദത്തിന്റെയും തുക 50; ആദ്യത്തെ 14 പദങ്ങളുടെ തുക കണക്കാക്കുക.

(4) ചുവടെ പറഞ്ഞിരിക്കുന്ന ഓരോ സമാന്തരശ്രേണിയിലെയും ആദ്യത്തെ മൂന്നു പദങ്ങൾ എഴുതുക

(i) ആദ്യപദം 30; ആദ്യത്തെ മൂന്നു പദങ്ങളുടെ തുക 300.

(ii) ആദ്യപദം 30; ആദ്യത്തെ നാലു പദങ്ങളുടെ തുക 300.

(iii) ആദ്യപദം 30; ആദ്യത്തെ അഞ്ചു പദങ്ങളുടെ തുക 300.

(iv) ആദ്യപദം 30; ആദ്യത്തെ ആറു പദങ്ങളുടെ തുക 300.