

INSTRUCTIONS

Each question is printed both in Hindi and in English.

Answers must be written in the medium specified in the Admission Certificate issued to you, which must be stated clearly on the cover of the answer-book in the space provided for the purpose. No marks will be given for the answers written in a medium other than that specified in the Admission Certificate.

Candidates should attempt Question Nos. 1 and 5 which are compulsory, and any **three** of the remaining questions selecting at least **one** question from each Section.

The number of marks carried by each question is indicated at the end of the question.

Assume suitable data if considered necessary and indicate the same clearly.

Notations and symbols used are as usual.

ध्यान दें : अनुदेशों का हिन्दी रूपान्तर इस प्रश्न-पत्र के पिछले पृष्ठ पर छपा है।

Section—A

- (a) Of the under-5 children in a locality, 20% are malnourished but not immunised, while 40% are immunised but not malnourished. If 30% are neither immunised nor malnourished, what percentage of the under-5 children of the locality are malnourished?
 - (b) For a discrete random variable X

$$P\{X > r\} = \left(1 - \frac{1}{n}\right) \left(1 - \frac{2}{n}\right) \dots \left(1 - \frac{r}{n}\right), r = 1, 2, \dots$$

Find the probability mass function of X. 12

- (c) Suppose every packet of the biscuit NICE contains a coupon bearing one of the letters N, I, C or E with equal probability. A customer who has all the four letters, wins a free packet. A housewife buys 8 such packets. What is the probability that she wins (i) one free packet and (ii) two free packets?
- 12
- (d) Scores of 10 candidates of Civil Service Main Examination of a recent year in Statistics Papers I and II are as under :

Serial No. of Candidates	1	2	3	4	5
Score in Statistics I	98	172	58	106	185
Score in Statistics II	69	123	65	120	131
Serial No. of Candidates	6	7	8	9	10
Score in Statistics I	89	140	168	102	202
Score in Statistics II	92	96	120	75	174

C-DTN-L-TUA/29

1. (क) किसी स्थान में 5 वर्ष तक के बच्चों में से 20% अल्पपोषित परन्तु प्रतिरक्षित नहीं हैं, जबकि 40% प्रतिरक्षित परन्तु अल्पपोषित नहीं हैं। यदि 30% न तो प्रतिरक्षित और न अल्पपोषित हों, तो उस स्थान के 5 वर्ष तक के बच्चों में से अल्पपोषितों की क्या प्रतिशतता है? 12 (ख) एक असंतत यादृच्छिक चर X के लिए $P\{X > r\} = \left(1 - \frac{1}{n}\right) \left(1 - \frac{2}{n}\right) \dots \left(1 - \frac{r}{n}\right); r = 1, 2, \dots$ X का प्रायिकता द्रव्यमान फलन ज्ञात कीजिए। 12 (ग) मान लीजिए कि NICE बिस्कुटों के हरेक पैकेट में समान प्रायिकता के साथ अक्षरों N; I, C या E में से एक अक्षर अंकित वाला एक कूपन है। एक ग्राहक जिसके पास सभी. चारों अक्षर हैं, एक मुफ्त पैकेट जीतता है। एक गृहिणी ऐसे 8 पैकेट खरीदती है। इसकी प्रायिकता क्या है कि वह (i) एक मुफ्त पैकेट जीतती है, और (ii) दो मुफ्त	÷۴ •	ख	ण्ड—क	- • •	ן ייר _	
$P\{X > r\} = \left(1 - \frac{1}{n}\right)\left(1 - \frac{2}{n}\right) \dots \left(1 - \frac{r}{n}\right); r = 1, 2, \dots$ X का प्रायिकता द्रव्यमान फलन ज्ञात कीजिए। (ग) मान लीजिए कि NICE बिस्कुटों के हरेक पैकेट में समान प्रायिकता के साथ अक्षरों N; I, C या E में से एक अक्षर अंकित वाला एक कूपन है। एक ग्राहक जिसके पास सभी. चारों अक्षर हैं, एक मुफ्त पैकेट जीतता है। एक गृहिणी ऐसे 8 पैकेट खरीदती है। इसकी प्रायिकता क्या है	अल्पपोषित परन्तु प्रतिरक्षित नहीं हैं, जुबकि 40% प्रतिरक्षित परन्तु अल्पपोषित नहीं हैं। यदि 30% न तो प्रतिरक्षित और न अल्पपोषित हो, तो उस स्थान के 5 वर्ष तक के बच्चों में से अज्यासोधनों नी न्यू नकि के 30					
X का प्रायिकता द्रव्यमान फलन ज्ञात कीजिए। (ग) मान लीजिए कि NICE बिस्कुटों के हरेक पैकेट में समान प्रायिकता के साथ अक्षरों N; I, C या E में से एक अक्षर अंकित वाला एक कूपन है। एक ग्राहक जिसके पास सभी. चारों अक्षर हैं, एक मुफ्त पैकेट जीतता है। एक गृहिणी ऐसे 8 पैकेट खरीदती है। इसकी प्रायिकता क्या है	(ख) एक असंतत	(ख) एक असंतत यादृच्छिक चर X के लिए				
(ग) मान लीजिए कि NICE बिस्कुटों के हरेक पैकेट में समान प्रायिकता के साथ अक्षरों N, I, C या E में से एक अक्षर अकित वाला एक कूपन है। एक ग्राहक जिसके पास सभी. चारों अक्षर हैं, एक मुफ्त पैकेट जीतता है। एक गृहिणी ऐसे 8 पैकेट खरीदती है। इसकी प्रायिकता क्या है	$P\{X > r\} = \left(1 - \frac{1}{n}\right) \left(1 - \frac{2}{n}\right) \dots \left(1 - \frac{r}{n}\right); r = 1, 2, \dots$					
प्रायिकता के साथ अक्षरों N, I, C या E में से एक अक्षर अंकित वाला एक कूपन है। एक ग्राहक जिसके पास सभी. चारों अक्षर हैं, एक मुफ्त पैकेट जीतता है। एक गृहिणी ऐसे 8 पैकेट खरीदती है। इसकी प्रायिकता क्या है	🗶 का प्रायिकता द्रव्यमान फलन ज्ञात कीजिए। 👘 12					
पैकेट जीतती है? (घ) एक हाल ही वर्ष की सिविल सर्विस मुख्य परीक्षा के 10 प्रत्याशियों के सांख्यिकी प्रश्न-पत्र I तथा II में प्राप्त समक 'निम्नलिखित हैं':	प्रायिकतों के अक्षर अंकित सभी. चारों गृहिणी ऐसे कि वह <i>(i)</i> पैकेट, जीतती (घ) एक हाल ही फ्रत्याशियों के	5 साथ अ त वाला ए अक्षर हैं, 8 पैकेट र एक मुफ्त है? वर्ष की 5 सांख्यिर्क	क्षरों N; क कूपन है एक मुफ बरीदती है पैकेट,जीत सिविल स	I, C या एक ग्राह त पैकेट र । इसकी प्र ती है, औ विंस मुख्य	E में से इक जिसके नीतता है। ायिकता व रि <i>(ii)</i> दो 'परीक्षा'के	एक पास एक या है मुफ्त 12
प्रत्याशी का क्रमांक 1 2, 3, 4 5	प्रत्याशी का क्रमांक	1	2,	3.	4	5
सांख्यिकी I में समंक 98 172 58 106 185	सांख्यिकी [में समंक	98	172	58	· · · ·	╉╼╧╼╍╼┥
सांख्यिकी II में समंक 69 123 65 120 131	सांख्यिकी II में समंक	, 69	123	65	120	┞╼╧╼┨
प्रत्याशी का क्रमांक 6 7 8 9 10	प्रत्याशी का क्रमांक	6	7	8	9.	10
सांख्यिकी I में समंक 89 140 168 102 202	सांख्यिकी I में समंक		140			

C-DTN-L-TUA/29

सांख्यिकी 🏾 में समंक

ì [P.T.O.

75

120^{°°}

Q^{*}.

174

92

96

Use sign test to verify the hypothesis candidates that in the above examination offering both the Papers of Statistics scored higher on an average in Paper I than in Paper II. 12 Obtain a sufficient statistic for θ in sampling from C § $f(x; \theta) = \begin{cases} \theta^{x} (1-\theta)^{1-x}, & x = 0, 1\\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$ Check if it is complete sufficient. 12 2. (a) A random variable X has the probability density function $\int_{\mathbb{R}^{n}} f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}e^{-|x|^{2}}, & -\infty < x < \infty \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$ 27 Derive Trithe Expression for its 🙀 👍 characteristic function Ĩ 20 (b) State (without proof) the inversion theorem relating to the characteristic 12function of a continuous random 01 ; variablen 1, 1 an Use withis i theorem to obtain the probability density function of a random variable having the characteristic function $\phi(t) = \hat{e}^{-|t|}$ 5 20^{-1} The random variable X follows uniform 1 21 -(c) 13'i distribution, in $(0, \theta)$. Let $X_{(1)}, X_{(2)}, X_{(3)}$ -- be the order statistics in a random | |--sample of size 3 from the population. Show that both $(2X_{(2)})$ and $4X_{(3)}/3$ are t^{**} unbiased, for θ . 20 -TUA**/29** C_ \

परिकल्पना कि उपर्युक्त परीक्षा में सांख्यिकी के दोनों प्रश्न-पत्र I
को लेने वाले प्रत्याशियों ने प्रश्न-पत्र II की अपेक्षा प्रशन-पत्र I
में औसतन अधिक समंक प्राप्त किये हैं, के सत्यापन के लिए
चिंह परीक्षण का प्रयोग कीजिए।
(ङ)
$$f(x; \theta) = \begin{cases} \theta^x (1-\theta)^{1-x}, x = 0, 1\\ 0, 3-3201^7 \end{cases}$$

से प्रतिचयन में 0 के लिए एक पर्याप्त प्रतिदर्शज ज्ञात कीजिए।
जॉचिए कि क्या यह पूर्ण पर्याप्त है।
2. (क) एक यादुच्छिक सर X का प्रायिकता घनत्व फलन है
 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}e^{-|x|}, -\infty < x < \frac{1}{20}\\ 0, + 3-3201 \end{cases}$
इसके अभिलक्षण फलन का व्यंजक निकालिए।
(ख) एक संतत यादृच्छिक' सर के अभिलक्षण' फलन से
सम्बच्धित प्रतिलोमन' प्रभेय' का (उपपत्ति 'बिना) कथन
कीजिए।
इस प्रमेय का प्रयोग एक यादुच्छिक सर जिसका अभिलक्षण
फलन $\phi(t) = e^{-|t|}$ है के प्रायिकता घनत्व फलन ज्ञात करने
'के लिए कीजिए।'
(ग) यादुच्छिक सर X का (0, 0) पर बंटन एकसमान बंटन है।
ट्राप्ता कि इस समष्टि से 3 आमाप के एक यादुच्छिक
प्रतिदर्श में $X_{(1)}, X_{(2)}, X_{(3)}$ क्रम-प्रतिर्हाज हैं।
विखाइए कि 2 $X_{(2)}$ और $4X_{(3)}/3$ दोनों ही 6 के लिए
अनभिनत है।
20

3. (a) A random sample $(X_1, X_2, ..., X_n)$ is taken from the population with the probability density function

 $f(x) = \begin{cases} kx e^{-x/\theta}, & x > 0, \ \theta > 0 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$

where k is a constant to be suitably chosen. Derive the maximum likelihood estimator of θ . Also show that

$$S^{2} = \frac{1}{3n} \sum_{i=1}^{n} X_{i}^{2}$$

is an unbiased estimator of the population variance. 20

 (b) It is desired to test if average percentage of family income spent on food is the same in k selected blocks of a district. Assuming the underlying populations to be normal and homoscedastic, indicate how you would use likelihood ratio test for the purpose. Show that the resultant test boils down to the usual F-test.

(c) The joint probability density function of X, Y is given by

 $f(x, y) = \begin{cases} x(x + \frac{y}{3}), *0 < x < 1, 0 < y < 2\\ 0, \text{ otherwise} \end{cases}$

Compute (i) $P(X > \frac{1}{2})$, (ii) P(Y < X) and (iii) $P(Y < \frac{1}{2} | X < \frac{1}{2})$.

Also derive the regression equation of Y on X.

C-DTN-L-TUA/29

p,

nc

6

20

3. (क) एक यादृच्छिक प्रतिदर्श $(X_1, X_2, ..., X_n), P$ प्रायिकता धनत्व फलन

$$f(x) = \begin{cases} k\bar{x}e^{-x/\theta}, & x > 0, \ \theta \ge 0 \\ 0, & \text{ orall} \end{cases}$$

जहाँ k उपयुक्ततः चयित एक अचल है, वाली समष्टि से लिया गया है। θ का अधिकतम संभाविता आकलक निकालिए। यह भी दिखाइए कि

$$S^2 = \frac{1}{3n} \sum_{i=1}^n X_i^2$$

समुष्टिः प्रसरण का एक अनुभिनत आकलक है।

20

20

'(ख) किसी एक जिले के k चयनित खंडों में परिवार आय के खाने पर खर्च की औसत। प्रतिशतता की समागता का परीक्षण करना चाहते हैं। अन्तर्निहित समष्टियों को प्रसामान्य तथा समविचाली मानते हुए बताइए कि आप इस उद्देश्य के लिए संभाविता अनुपात परीक्षण का उपयोग कैसे करेंगे। दिखाइए कि प्राप्त परीक्षण प्रायिक F-परीक्षण ही है।

(ग) X, Y का संयुक्त प्रायिकता घनत्व फलन

$$f(x, y) = \begin{cases} x(x + \frac{y}{3}), & 0 < x < 1, & 0 < y < 2 \\ 0, & 3 = 0 \end{cases}$$

Gau है। निकालिए (i) $P(X > \frac{1}{2})$; (ii) $P(Y < X)$ और
 $-(iii) P(Y < \frac{1}{2} | X < \frac{1}{2})$
Y के X पर समाश्रयण समीकरण को भी निकालिए। 20

7

C-DTN-L-TUA/29

4. (a) For the sequence of random variables $\{X_i\}$

$$P(X_i = 2^i) = P(X_i = -2^i) = 2^{-(2i+1)}$$

and $P(X_i = 0) = 1 - 2^{-2i}, i = 1, 2,$

Check if the sequence obeys the weak law of large numbers and the central limit theorem.

- (b) Define Wald's SPRT of strength (α, β) for a simple hypothesis against a simple alternative.
 - Derive the SPRT procedure of strength (α, β) for $H_0: \mu = \mu_0$ against $H_1: \mu = \mu_1$, based on successive observations from $N(\mu, \sigma^2), \sigma^2$ known. Indicate how the test can be carried out graphically.
- (c) The manufacturers of a certain brand of electrical switches claim that at least 80% of the boxes, containing 12 such switches each, will have no defective. Design a randomised test of exact size 0.05 based on the number of boxes, among a random sample of 8 examined, containing at least one defective.

20

20

20

C-DTN-L-TUA**/29**

8

C'A

4. (a) यादृच्छिक चरों के अनुक्रम $\{X_i^i\}$ के लिए $P(X_i = 2^i) = P(X_i = -2^i) = 2^{-(2i+1)}$.

> जॉचिए कि क्या अनुक्रम दुर्बल बृहत् संख्या नियम और केन्द्रीय सीमा प्रमेय का पालन करता है। 20

(ख) एक सरल परिकल्पना के विरुद्ध एक सरल परिकल्पना के लिए प्रबलता (α , β) वाले वॉल्ड के अनुक्रमिक प्रायिकता अनुपात परीक्षण (SPRT) की परिभाषा दीजिए। $N(\mu, \sigma^2), \sigma^2$ ज्ञात है, से उत्तरोत्तर प्रेक्षणों के आधार पर $H_1: \mu = \mu_1$ के विरुद्ध $H_0: \mu = \mu_0$ के परीक्षण के लिए प्रबलता (α , β) वाली SPRT प्रक्रिया को ज्ञात कीजिए। बताइए कि परीक्षण आलेखीयतः कैसे किया जा सकता है।

(ग) एक किस्म के बिजली स्विचों के निर्माता दावा करते हैं कि
 प्रत्येक में 12 ऐसे स्विचों वाले बक्सों में से कम-से-कम
 80% बक्सों में कोई खराब स्विच नहीं होगा। जाँचे हुए
 ऐसे 8 बक्सों के एक यादृच्छिक प्रतिदर्श में से
 कम-से-कम एक खराब स्विच पाये जाने वाले बक्सों की
 संख्या के आधार पर एक यादृच्छिकृत परीक्षण की
 अभिकल्पना कीजिए जिसकी सटीक आमाप 0.05 है।

angen in de Rifteri Solo I. Borker

C-DTN-L-TUA/29

•SVA * 1 P.T.O?

20

(**9**)

Section-B

- 5. (a) The p levels of a factor A are the only levels the experimenter is interested in, while the q levels of the factor B chosen form a random sample from the totality of levels available. Only one observation per cell $A_i \times B_j$, i = 1(1)p, j = 1(1)q, is taken on the response variable. Write down the appropriate linear model, the hypotheses to be tested, the test statistics and the level- α critical regions. 12
 - (b) Assuming the model

 $\begin{aligned} x_i &= m_1 + e_{1i} & n \\ y_i &= m_2 + e_{2i} \\ z_i &= m_1 + m_2 + e_{3i}, \quad i = 1 (1)n \end{aligned}$

where e_{1i} ; e_{2i} and e_{3i} are the errors, obtain least square estimates of m_1 and m_2 .

C-DTN-L-TUA/29

10

COVA

12

অण্ड—-অ

5. (क) उपादान A के केवल p ऐसे स्तर हैं जिनमें कि एक प्रयोग करने वाला रुचि रखता है, जबकि उपादान B के चयनित q स्तर प्राप्त स्तरों के समूह से एक यादृच्छिक प्रतिदर्श है। अनुक्रिया चर पर प्रति कोष्ठिका $A_i \times B_j$, i = 1 (1) p, F --j = 1(1)q केवल एक ही प्रेक्षण लिया गया है। उपयुक्त 1. रैखिक निदर्श, परीक्षण करने वाली परिकल्पना, परीक्षण प्रतिदर्शज और स्तर-α क्रांतिक क्षेत्रों को लिखिए। (ख) निद्र्श $x_i = m_1 + \hat{e}_{1i}$ $y_i = m_2 + e_{2i}$ · $z_i = m_1 + m_2 + e_{3i}, i = 1(1)n$ जहाँ कि e_{1i}, e_{2i} और e_{3i} त्रुटियाँ हैं, की कल्पना करते हुए m_1 और m_2 के न्यूनतम वर्ग आकलनों को प्राप्त कीजिए। 12 एक महानगरीय शहर में अधिकृतम दैनिक तापुमान का (ग) । अभिलेखन करने के लिए 2012 के 366 पंचांग दिनों में से 6 दिनों को चुना जाना है। यादृच्छिक संख्याओं के ۰s निम्नलिखित समुच्च्य 3 6503 0085 3822 2193 5392 4635 0495 3296 1348 r ð का उपयोग करके; प्रत्येक के लिए मास और तिथि बताते हुए और प्रक्रिया का विस्तृत वर्णन देते हुए, इन दिनों को चुनिए। 🐳 🖓 म्लर्ग 5.0 12 1 **1**." C-DTN-L-TUA/29 -11 [P.T.O: C

j*

(d) Suggest the confounding scheme of a 2^4 -design to be carried out in 4 replicates each comprising 4 incomplete blocks of size 4, such that full information is retained on the main effects, each of the first-order and second-order interactions is confounded only in one replicate, while the third-order interaction is confounded in two replicates.

Give the complete layout of one such replicate indicating the factorial effects confounded in it.

(e) Suppose, with usual notation

$r_{12} = 0.36$	$r_{13} = 0.29$
$r_{14} = -0.62$	$r_{23} = 0.41$
$r_{24} = -0.24$	$r_{34} = -0.52$

For predicting x_1 , the variable x_4 has already been included in the regression equation. Which one of x_2 and x_3 is worth including in the regression equation in addition to x_4 ?

6. (a) Give the outline of the procedure, using ANOVA technique, for testing if the response variable y is dependent on a fixed set of variables $x_1, x_2, ..., x_k$, based on an observed set of data on these variables.

C-DTN-L-TUA/29

.

20

12

(घ) आमाप 4 के 4 अपूर्ण खंडकों वाली 4 प्रतिकृतियों में किये जाने वाले 2⁴-अभिकल्पना की एक ऐसी संकरण स्कीम को सुझाइए जिससे कि सम्पूर्ण तथ्य मुख्य प्रभाव पर बना रहे, प्रत्येक प्रथम कोटि और द्वितीय कोटि की अन्योन्यक्रियाएँ केवल एक ही प्रतिकृति में संकरित हों, जबकि तृतीय कोटि की अन्योन्यक्रिया दो प्रतिकृतियों में संकरित हो।

संकरित उपादान प्रभावों को बॅताते हुए एक ऐसी प्रतिकृति का पूर्ण खाका दीजिए।

12

(ङ) प्रायिक संकेतनों के साथ, मान लीजिए

$r_{12} = 0.36$	$r_{13} = 0.29$
$r_{14} = -0.62$	$r_{23} = 0.41$
$r_{24} = -0.24$	$r_{34} = -0.52$

x1 का प्रागुक्त मान निकालने के लिए चर x4 समाश्रयण समीकरण में पहले से ही सम्मिलित किया हुआ। x2 और x3 में से x4 के अलावा कौन-सा एक समाश्रयण समीकरण में 'सम्मिलित करने योग्य है?

12

6. (क) इसका परीक्षण करने के लिए कि क्या अनुक्रिया चर y, चरों x₁, x₂, ..., x_k के एक नियत समुच्चय पर, इन चरों पर प्रेक्षित दत्तों के एक समुच्चय पर आधारित, आश्रित है, ANOVA विधि का उपयोग करके प्रक्रिया की रूपरेखा दीजिए।

20

C-DTN-L-TUA/29

13

<u>ر</u> __

[P.T.O.

(b)

Determine the sample size n, such that the estimated, value; based on this sample, of the mean SO₂ level in air in 1000 petrol pumps in a large town, differs from the true value by at most $5 \mu g/m^3$ with probability 0.95, assuming the standard deviation to be $35 \mu g/m^3$. [2.5% and 5% points of a standard normal variate are 1.960 and 1.645 respectively.] 20

(c) Introduce the concepts of confounding, total confounding, partial confounding and balanced confounding in the context of a factorial design.

A 3^2 -design has been conducted using 4 replicates each comprising 3 incomplete blocks of size 3 each. In two of the replicates, AB has been confounded, while in the remaining two, AB^2 has been confounded.

Write down the ANOVA table: Indicate how the sums of squares due to different factorial effects will be calculated.

(a) Show that a necessary and sufficient condition for X_p to be distributed as $N_p(\mu, \Sigma)$ is that every linear function $Y = l' \tilde{X}$ is distributed as univariate normal $N(l'\mu, l' \Sigma l)$.

C-DTN-L-TUA/29

7.

Ъ.

CLYC

20

7

(ख) प्रतिदर्श आमाप n ऐसा ज्ञात कीजिए कि एक बृहत् कस्बे में 1000 पेट्रोल पंर्पो में हवा में औसत SO₂ स्तर का इस प्रतिदर्श के आधार पर आकलित मान, प्रायिकता 0:95 के साथ, सत्यमान से अधिकाधिक 5 μ g / m³ से भिन्न है। 'मान लीजिए कि मानक विचलन 35 μ g / m³ है। [एक मानक प्रसामान्य विचर के 2:5% और 5% बिन्दु क्रमशः 1.960 और 1.645 है।]

(ग) एक बहु-उपादानी अभिकल्पना के संदर्भ में संकरण, कुल संकरण, आंशिक 'संकरण तथा संतुलित संकरण की संकल्पनाओं को बताइए।

प्रत्येक आमाप 3 के 3 अपूर्ण खंडकों वाली 4 प्रतिकृतियों का उपयोग करके एक 3² - अभिकल्पना संचालित की गई है। दो प्रतिकृतियों में AB संकरित किया गया है, जबकि बाकी दो में AB² संकरित किया गया है।

ANOVA तालिका को लिखिए। बताइए कि भिन्न उपादान प्रभावों के कारण वर्ग-योगों का परिकलन कैसे करेंगे।

7. (क) दिखाइए कि X_p के $N_p(\mu, \Sigma)$ की तरह बंटित होने के लिए एक आवश्यक और पर्याप्त प्रतिबन्ध यह है कि हरेक रैखिक फलन Y = l' X एकचर प्रसामान्य $N(l'\mu, l'\Sigma l)$ की तरह बंटित है। 20

C-DTN-L-TUA/29

15

| P.T.O.

20

- (b) The total population size of a district in 2001 census is available. The population sizes of a random sample of n villages from the district individually in both 2001 and 2011 censuses are also available. Suggest a suitable estimator of the total population of the district in 2011, based on these figures using the ratio method of estimation. Derive an expression for the bias of the estimator and deduce the condition under which the bias is negligible. 20
- (c) Construct a pair of orthogonal Latin squares with symbols A, B, C and α , β , γ respectively. Superimpose one onto the other. Numbering the small squares from 1 to 9, use this arrangement to construct a balanced incomplete block design with parameters $\nu = 9$, b = 12, r = 4, k = 3and $\lambda = 1$.
- 8. (a) Does the observed correlation between two variables X_1 and X_2 always imply causal relationship between them? Give an example. Define partial correlation coefficient $r_{12,3}$ between X_1 and X_2 eliminating from each the effect of X_3 . Why is $r_{12,3}$ more suitable for throwing light on the net correlation between X_1 and X_2 ?

Based on the observed data set x_{ij} , i = 1, 2, 3 and j = 1(1)n, derive the expression for $r_{12\cdot 3}$.

16

C-DTN-L-TUA/29

£

Ç.

20

(ख) 2001 जनगणना में एक जिले की कुल समष्टि आमाप प्राप्त है। दोनों 2001 और 2011 जनगणनाओं में अलग-अलग इस जिले से n गाँवों के एक यादृच्छिक प्रतिदर्श के समष्टि आमाप भी प्राप्त हैं। आकलन की अनुपात विधि का उपयोग करके इन आँकड़ों पर आधारित 2011 में जिले की समष्टि योग का उपयुक्त आकलक सुझाइए।

आकलक की अभिनृति के लिए व्यंजक निकालिए और उस प्रतिबन्ध का निगमन कीजिए जिसके तहत अभिनति उपेक्षणीय है।

- (ग) क्रमशः प्रतीकों A, B, C और α , β , γ के साथ लांबिक लैटिन वर्गों के एक युग्म की संरचना कीजिए। एक का दूसरे पर अध्यारोपण कीजिए। छोटे कोष्ठकों को 1 से 9 तक अंकित करके प्राचलों $\nu = 9$, b = 12, r = 4, k = 3 और $\lambda = 1$ वाले एक संतुलित अपूर्ण खंडक अभिकल्पना की संरचना करने के लिए इस विन्यास का उपयोग कीजिए।
- 8. (क) क्या दो चरों X_1 और X_2 के बीच प्रेक्षित सहसम्बन्ध सदैव उनके बीच कारणात्मक सम्बन्ध का संकेत देता है? एक उदाहरण दीजिए। हरेक से X_3 के प्रभाव को दूर करते हुए X_1 और X_2 के बीच आंशिक सहसम्बन्ध गुणांक $r_{12\cdot3}$ की परिभाषा दीजिए। X_1 और X_2 के बीच नेट सहसम्बन्ध पर प्रकाश डालने के लिए, $r_{12\cdot3}$ क्यों अधिक उपयुक्त है?

Ŧ

प्रेक्षित उपात्त समुच्चय x_{ij} , i = 1, 2, 3 और j = 1(1)n के आधार पर r_{12 3} के लिए व्यंजक निकालिए। 20

20

(b)

Derive the regression equation of X_1 on X_2 , when X_1 and X_2 jointly follow trinomial distribution with parameters n, P_1 and P_2 . Tube lights of a certain brand are graded as III, II or I according as they fail during the first 6000 hours and the next 6000 hours or survive the first 12000 hours respectively. 12 such new tube lights are put to life-testing simultaneously. 5 of them are found to be of grade III. How many of the

- remaining are expected to be of grade I? 20
- In a planned town, there are N blocks (c)each containing M residential buildings. A simple random sample of n blocks is drawn, and the numbers of working women in all the residential buildings belonging to these selected blocks are counted. Ð

Based on these figures, suggest an unbiased (to be shown) estimator of the total number of working women in the town, and derive the standard error of the estimator.

1.5

18

100

20

C-DTN-L-TUA/29

(ख) X_1 का X_2 पर समाश्रयण समीकरण निकालिए, जबकि X_1 और X_2 संयुक्ततः प्राचलों n, P_1 और P_2 वाले त्रिपद बंटन का पालन करता है।

किसी एक किस्म की ट्यूब लाइटों को III, II या I जैसे वर्गीकृत किया गया है इसके अनुसार कि वे खराब होती हैं क्रमशः प्रथम 6000 घंटों में और अगले 6000 घंटों में या प्रथम 12000 घंटों में ठीक काम करती रहती है। ऐसी 12 ट्यूब लाइटों पर एक साथ ही आयु परीक्षण किया जाता है। उनमें से 5, III किस्म की पायी गई। शेष में से कितने की I किस्म का होना प्रत्याशित है?

(ग) एक योजनाबद्ध कस्बे में N खंड हैं, हरेक में M आवासीय इमारतें हैं। n खंडों का एक सरल यादृच्छिक प्रतिदर्श लिया गया है, और इन चयनित खंडों से सम्बन्धित सभी आवासीय इमारतों में काम करने वाली औरतों की संख्या की गिनती की गई।

> इन आँकड़ों पर आधारित कस्बे में काम करने वाली औरतों की कुल संख्या का एक अनभिनत (दिखाना है) आकलक सुझाइए, और आकलक की मानक त्रुटि निकालिए।

20

20

i★ ¥ ★

C-DTN-L-TUA

सांख्यिकी

प्रश्न-पत्र—I

समय : तीन घण्टे

पूर्णांकः : 300

ľ

अनुदेश

प्रत्येक प्रश्न हिन्दी और अंग्रेजी दोनों में छपा है।

प्रश्नों के उत्तर उसी माध्यम में लिखे जाने चाहिए, जिसका उल्लेख आपके प्रवेश-पत्र में किया गया है, और इस माध्यम का स्पष्ट उल्लेख उत्तर-पुस्तक के मुख-पृष्ठ पर अंकित निर्दिष्ट स्थान पर किया जाना चाहिए। प्रवेश-पत्र पर उल्लिखित माध्यम के अतिरिक्त अन्य किसी माध्यम में लिखे गए उत्तर पर कोई अंक नहीं मिलेंगे।

प्रश्न संख्या 1 और 5 अनिवार्य हैं। बाकी प्रश्नों में से प्रत्येक खण्ड से कम-से-कम एक प्रश्न चुनकर किन्हीं तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

प्रत्येक प्रश्न के लिए नियत अंक प्रश्न के अंत में दिए गए हैं।

यदि आवश्यक हो, तो उपयुक्त आँकड़ों का चयन कीजिए तथा उनको निर्दिष्ट कीजिए।

प्रयुक्त संकेत और प्रतीक प्रचलित पद्धति के अनुसार हैं।

Note : English version of the Instructions is printed on the front cover of this question paper.